This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

THE UNIVERSITY OF MICHIGAN · LIBRARIES ·
THE UNIVERSITY OF MICHIGAN
ARTES · SCIENTIA · VERITAS
1817

[redacted]

25522

IOPHANTI ALEXANDRINI

OPERA OMNIA

1.243

M GRAECIS COMMENTARIIS.

EDIDIT ET LATINE INTERPRETATUS EST

PAULUS TANNERY.

VOLUMEN I

)IOPHANTI QUAE EXSTANT OMNIA CONTINENS.

LIPSIAE

IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.

MDCCCXCIII.

888
D94
T17

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

De codicibus Diophanteis manu scriptis in altero huius editionis volumine fusius disputaturus, pauca hic tantum, et quae omnino necessaria, adnotabo.

Variantes lectiones collegi ex his fontibus:

A = codex Matritensis 48 (fol. 58—135) s. XIII nempe ante Maximum Planudem scriptus, et omnium, quorum ad nos notitia pervenit, antiquissimus.

B_1 = codex Marcianus 308 (fol. 50—272), s. XV, olim Bessarionis cardinalis et a Regiomontano anno 1464 Venetiae visus. Recensionem Planudeam commentariumque exhibet.

Ba = editio Diophanti, auctore Claudio Gaspare Bacheto Meziriaco, Lutetiae, 1621. Negligenda erat Fermatiana (Tolosae, 1670) quae textum eundem mendose repetivit.

B litera consensum B_1 et *Ba* significavi vel, quando eodem loco discrepans lectio *Ba* adnotata est, codicem B_1 solum; cuius compendii ratio mox patebit.

Praeterea quasdam auctoritates haud magna ex parte attuli:

V = codex Vaticanus graecus 191 (fol. 360—392) in Italia fere medio s. XV e codice A nondum corrupto descriptus. Nam valde dolendum est, in duobus prioribus praesertim libris, ad exemplar alicuius co-

267091

dicis alterius familiae (B) praestantissimum Matritensem sero ita exactum fuisse ut aliquando prior scriptura vel funditus erasa sit vel omnino legi nequeat: tunc ergo invocandus erat vetustissimus illius codicis A apographus, quem iamdiu sedulo contuleram.

Xylandri interpretatio latina, quae prima Basileae, 1575, prodiit, vix mihi usu fuit; Guelferbytanus codex Gudianus 1, s. XV, quem in promptu Xylandrum habuisse mihi persuasum est, vel e Marciano B_1 descriptus fuit, vel e simillimo quodam nunc deperdito, cuius decem folia (s. XIV) tantum salva exstant in Ambrosiano Et sup. 157.

Auria Neapolitanus, s. XVI exeunte, Xylandrea interpretatione et tribus Vaticanis codicibus usus (191, 304, 200), textum graecum conflavit in Parisino 2380 et Ambrosiano E 5 sup. servatum; haud raro Marte proprio lacunas supplevit, mendososque locos sanavit, quae omnia fucum antiquitatis facere non debent. Sed viri, mathematices haud inexperti graecisque literis eruditi, tentamina non prorsus despicienda erant; quaedam ex illis attuli, cum Bachetianis comparanda. Quoad praedictos Vaticanos codices, de n. 191, cuius n. 304 (s. XVI) apographus est, iam mentionem intuli; n. 200 ex Ambrosiano A 91 sup., ille ex B_1 descriptus est anno 1545.

Codicem Regium, nunc Parisinum 2379, cuius ope Bachetus suam editionem adornavit, Ioannes Hydruntinus post annum 1545 descripserat, Vaticanum gr. 200 in prioribus duobus libris, gr. 304 in aliis secutus. Eundem gr. 304 Sirmondus Bacheto ex parte transcribendum curaverat; Palatinus denique (nunc in

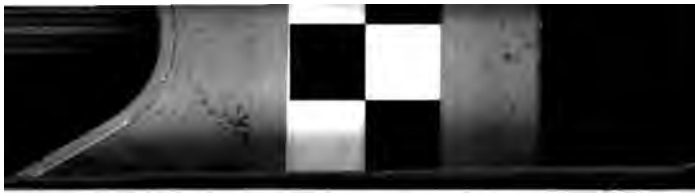
Vatic. biblioth. Palatinus gr. 391), de quo editor a Salmasio relationem accepit, a Xylandro ut typis mandaretur, paratus fuerat.

De quibus certior factus, Diophanteis octo codicibus integris collatis, aliisque quattuordecim sine fructu excussis, haud dubitavi quin Matritensis A ut fons praecipuus, imo propemodum unicus, mihi eligendus foret; etenim Planudea recensio B omnibus fere mendis mire consentit, perpaucis locis tantum ad arbitrium mutatis in prioribus duobus libris aut quibusdam vocibus ad normam graece loquendi adactis. Sed Alexandrinum hominem, tertio post Chr. natum saeculo mathematica scribentem, purissimi sermonis exemplar exhibuisse et nunquam apud grammaticos offendisse vix mihi persuasum erit; barbarismos tantum, ex oscitantia librariorum ortos, tollere satis erat.

Ne in immensum variantium lectionum farrago cresceret, multas, utpote ad scopum criticum prorsus *inutiles*, consulto omisi, de quibus tamen peculiaris sermo mihi nunc instituendus est, ut a falsis opinionibus lector caveat.

In primis monendum est problematum numeros ordinales in codice A sera manu insertos esse ex manuscripto familiae B, nullos antea fuisse; discrepantiam inter A et B_1 in sexto libro tantum invenies, quam notavi, ex errore manifesto in B_1 ortam. Ceterorum codicum ea de re magna dissensio est, nulla auctoritas; numeros Bachetianos, romanis notis tantum expressos et commentario Planudeo male accomodatos, in margine interpretationis latinae indicavi.

Ad alia maioris momenti transeundum est.



Mihi in primis cordi erat ad Diophanti mentem restituere technicorum compendiorum, ne dicam notarum algebraicarum usum, quem in editione Bacheti inconstantem, imo male perversum iudicabam. Statim animadverti in codicibus A et B_1 pariter priorum librorum compendia fere ubique, ultimorum interdum resoluta esse; quod librario deperditi archetypi qui VIII vel IX s. scriptus nostrorum codicum fons communis fuit, verisimiliter tribuendum est. Etenim, ut alios errores inde ortos omittam, quos in apparatu critico notavi, multimodis prave imo pessime finalibus voces affectae sunt, quae methodice per compendia scribendae fuerant; quum Diophanteus usus ex articulorum casibus aliunde certe dignoscitur, talia omnino corrupta esse patent. Ergo statui, nulla codicum ratione habita, compendia[1]) pro vocibus, et interdum voces pro compendiis ponere, sicut a Diophanto ipso ea posita fuisse iudicavi; nullas finales syllabas compendiis addere (nisi perraro, ob perspicuitatem), etsi in codicibus contrarius usus constanter observetur; nullam casuum varietatem in notis criticis indicare, quoties de compendio in textu recepto agebatur; quae audaciora fortasse quibusdam dicenda

1) Praeter ea quae in prooemio (p. 4—12) Diophantus ipse declaravit, alia compendia iisdem causis pluribus in locis sine finalibus tacite reposui: $\beta^{\pi\lambda.}$ = *διπλασ(ίων)*, $\gamma^{\pi\lambda.}$ = *τριπλασ(ίων)* etc.; varietate lectionum *διπλάσ(ιος)*, *τριπλάσ(ιος)* nihilominus indicata: $\pi^{\lambda.}$ = *πλευρ(ά)*; *γί.* = *γίνεται* vel *γίνονται*, etc.; *ἴσ.*, aequalitatis nota, varie secundum phrasin legenda; contra finales syllabas compendio □ = *τετράγων(ος)* addidi, sicut tacite literis ordinalibus, $\alpha^{o\varsigma}$ = *πρῶτος*, $\beta^{o\varsigma}$ = *δεύτερος*, etc.; quanquam in codicibus persaepe solo accentu notentur.

sunt; sed haud semel perpensa omnium neglectarum lectionum farragine, nullum inde fructum colligi posse mihi certum est. Ut exemplum unicum proferam, quae fides librario habenda est cuius non maximum vitium fuit *μονάδαι* pro *μονάδες* scribere?

Attamen, ut meam sententiam declararem, nempe Diophantea compendia scripturae non lectionis esse, ideoque secundum voces canonice declinatas enuntianda esse, ad hanc hypothesin encliticorum accentuum usum adegi.

De compendiorum figuris nisi quoad vocem *ἀριθμός*, pauca mihi dubitatio fuit; hoc tantum monitum sit, initialium literarum *Δ*, *K*, *M*, unciales formas in codice A servatas esse, etsi in B_1 minusculae praevaleant. In nota ς contra eligenda diu ambiguus haesi; talem formam vix vere inveni in B_1, nisi in loco definitionis (p. 6, 5). Similis eodem loco apparet in A, sed charta erasa fuit, notaque posteriore manu refecta. Fere ubique alibi (nempe post priores libros, ubi compendium plerumque, ut dixi, resolutum est) forma, utpote parum commoda, mutata est; in B_1 accedit ad eam quam Bachetus expressit, scilicet ς; in A longe alia invenitur, nempe ϥ. Notandum est insuper in utroque codice, quoties pluralis numerus est, compendium duplicari (ςς vel ϥϥ).

Fateor igitur haud firmissima auctoritate formam ς niti; attentius tamen omnia mihi perpendenti persuasum est, ex pluribus inter voces *καὶ* et *ἀριθμός* confusionibus, compendia utrimque similia fuisse (quod reperitur in forma ς) saltem in eo codice ex quo descriptus est ille pessimus nostrorum arche-

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM

LIBRI SEX.

DE POLYGONIS NUMERIS

LIBER.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Α.

Τὴν εὕρεσιν τῶν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς προβλημάτων, τιμιώτατέ μοι Διονύσιε, γινώσκων σε σπουδαίως ἔχοντα μαθεῖν, [ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον] ἐπειράθην, ἀρξάμενος ἀφ' ὧν συνέστηκε τὰ πράγματα θεμελίων, ὑποστῆσαι τὴν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς φύσιν τε καὶ δύναμιν.

Ἴσως μὲν οὖν δοκεῖ τὸ πρᾶγμα δυσχερέστερον, ἐπειδὴ μήπω γνώριμόν ἐστιν, δυσέλπιστοι γὰρ εἰς κατόρθωσίν εἰσιν αἱ τῶν ἀρχομένων ψυχαί, ὅμως δ' εὐκατάληπτόν σοι γενήσεται, διά τε τὴν σὴν προθυμίαν καὶ τὴν ἐμὴν ἀπόδειξιν· ταχεῖα γὰρ εἰς μάθησιν ἐπιθυμία προσλαβοῦσα διδαχήν.

Ἀλλὰ καὶ πρὸς τοῖσδε γινώσκοντί σοι πάντας τοὺς ἀριθμοὺς συγκειμένους ἐκ μονάδων πλήθους τινός, φανερὸν καθέστηκεν εἰς ἄπειρον ἔχειν τὴν ὕπαρξιν. τυγχανόντων δὴ οὖν ἐν τούτοις

ὧν μὲν τετραγώνων, οἵ εἰσιν ἐξ ἀριθμοῦ τινος ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθέντος· οὗτος δὲ ὁ ἀριθμὸς καλεῖται πλευρὰ τοῦ τετραγώνου·

ὧν δὲ κύβων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ τὰς αὐτῶν πλευρὰς πολυπλασιασθέντων,

---

1—2 Titulum om. *Ba.* 5 *ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον* om. A. 9 *ἐστιν* in compend. A, *ἐστι* B. 11 *τε* om. *Ba.* 19

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER PRIMUS.

Solutionem arithmeticorum problematum discendam, honoratissime mihi Dionysi, quum te nossem cordi habere, tentavi, initio sumpto ab iis quibus constituta est materia fundamentis, numerorum et naturam et vim exponere.

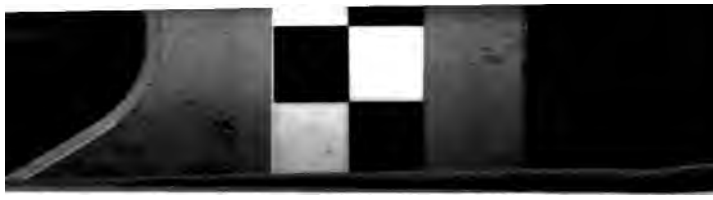
Fortasse difficilior videtur res quae nondum familiaris est, nam male sperant incipientium animi; prompta tamen tibi fiet, alacritatis tuae demonstrationisque meae gratia; celer enim in discendo cupiditas doctrinam accipiens.

Sed et haec nosti et omnes numeros compositos esse Def. I. ex aliqua unitatum quantitate; clarum est in infinitum progredi augmentum. Inter eos exsistentibus nempe:

aliis quidem quadratis qui fiunt ex aliquo numero in seipsum multiplicato, qui numerus vocatur *latus* [radix] quadrati;

aliis vero cubis, qui fiunt ex quadratis in radices ipsorum multiplicatis;

πολλαπλ. B (item infra 22, p. 4, 2, 4, 7, 8). 21/22 *αὐτῶν* A *Ba*, *ἑαυτῶν* B.



ὧν δὲ δυναμοδυνάμεων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐφ' ἑαυτοὺς πολυπλασιασθέντων,

ὧν δὲ δυναμοκύβων, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ τοὺς ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτοῖς πλευρᾶς κύβους πολυπλα-
5 σιασθέντων,

ὧν δὲ κυβοκύβων, οἵ εἰσιν ἐκ κύβων ἐφ' ἑαυτοὺς πολυπλασιασθέντων, ἔκ τε τῆς τούτων ἤτοι συνθέσεως ἢ ὑπεροχῆς ἢ πολυπλασιασμοῦ ἢ λόγου τοῦ πρὸς ἀλλήλους ἢ καὶ ἑκάστων πρὸς τὰς ἰδίας πλευρὰς συμβαίνει
10 πλέκεσθαι πλεῖστα προβλήματα ἀριθμητικά· λύεται δὲ βαδίζοντός σου τὴν ὑποδειχθησομένην ὁδόν.

Ἐδοκιμάσθη οὖν ἕκαστος τούτων τῶν ἀριθμῶν συντομωτέραν ἐπωνυμίαν κτησάμενος στοιχεῖον τῆς ἀριθμητικῆς θεωρίας εἶναι· καλεῖται οὖν ὁ μὲν τετρά-
15 γωνος δύναμις καὶ ἔστιν αὐτῆς σημεῖον τὸ Δ ἐπίσημον ἔχον Υ, $Δ^Υ$ δύναμις·

ὁ δὲ κύβος καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον Κ ἐπίσημον ἔχον Υ, $Κ^Υ$ κύβος·

ὁ δὲ ἐκ τετραγώνου ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιασθέντος
20 δυναμοδύναμις καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον δέλτα δύο ἐπίσημον ἔχοντα Υ, $Δ^ΥΔ$ δυναμοδύναμις·

ὁ δὲ ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῷ πλευρᾶς κύβου πολυπλασιασθέντος δυναμόκυβος καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὰ ΔΚ ἐπίσημον ἔχοντα Υ, $ΔΚ^Υ$
25 δυναμόκυβος·

ὁ δὲ ἐκ κύβου ἑαυτὸν πολυπλασιάσαντος κυβό-

---

4 πολλαπλασιασθέντων A hic ut B. 7 συνθέσεος *Ba*. 9 ἢ καὶ ἑκάστου ἢ καὶ ἑκάστων AB. 12 ἐδοκιμάσθη . . . . εἶναι (14) om. *Ba*. 15 αὐτῆς B, αὐτῇ A, αὐτῇ *Ba*. 16 δύναμις habet A ante $Δ^Υ$, om. B. 17 ὁ δὲ] ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν αὐτοῦ πλευρὰν πολλαπλασιασθέντος supplet *Ba*. 18 κύβος

aliis biquadratis, qui fiunt ex quadratis in seipsos multiplicatis;

aliis *quadratocubis* [quintae potentiae], qui fiunt ex quadratis multiplicatis in cubos ab eadem qua ipsi radice;

aliis *cubocubis* [sextae potentiae], qui fiunt ex cubis in seipsos multiplicatis;

illorum sive additione, sive subtractione, sive multiplicatione, sive divisione vel inter se vel singulorum cum propriis radicibus, contingit texi plurima problemata arithmetica; solvuntur vero, si eam quae subinde ostendetur viam gradiris.

Compertum est illorum numerorum quemque, breviorem designationem nactum, theoriae arithmeticae elementum esse. Def. II

Ita vocatur hic quidem, quadratus nempe, *dynamis* et est huius signum Δ habens Υ indicem: Δ^{Υ} [x^2].

Ille autem *cubus* et est illius signum K habens Υ indicem: K^{Υ} [x^3].

Qui vero ex quadrato in se ipsum multiplicato, *dynamodynamis*, cuius signum est duo Δ habentia Υ indicem: $\Delta^{\Upsilon}\Delta$ [x^4].

Qui ex quadrato in cubum ab eadem radice qua ipse multiplicato, *dynamocubus*, cuius signum est ΔK, habentia Υ indicem: ΔK^{Υ} [x^5].

Qui ex cubo seipsum multiplicante, *cubocubus*, cuius signum est duo K, habentia Υ indicem: $K^{\Upsilon}K$ [x^6].

(post K^{Υ}) om. B. 19 πολλαπλ. AB. 21 ἔχοντα om. *Ba*. 23 πολυπλασιασθεὶς A, πολλαπλασιασθεὶς B, πολλαπλασιασθέντος corr. *Ba*. 24 τὰ] τὸ A*Ba*, om. B. ἔχοντα] ἔχον τὸ *Ba*. 25 δυναμόκυβος om. B. 26 πολλαπλ. B.

κυβος καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον δύο κάππα ἐπίσημον ἔχοντα Υ, $K^{Y}K$ κυβόκυβος.

ὁ δὲ μηδὲν τούτων τῶν ἰδιωμάτων κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων ἀόριστον, ἀριθμὸς καλεῖται καὶ ἔστιν αὐτοῦ σημεῖον τὸ ϛ.

ἔστι δὲ καὶ ἕτερον σημεῖον τὸ ἀμετάθετον τῶν ὡρισμένων ἡ μονὰς καὶ ἔστιν αὐτῆς σημεῖον τὸ Μ ἐπίσημον ἔχον τὸ Ο, Μ̇.

Ὥσπερ δὲ τῶν ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα μόρια παρομοίως καλεῖται τοῖς ἀριθμοῖς, τοῦ μὲν τρία τὸ τρίτον, τοῦ δὲ τέσσαρα τὸ τέταρτον, οὕτως καὶ τῶν νῦν ἐπονομασθέντων ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα μόρια κληθήσεται παρομοίως τοῖς ἀριθμοῖς·

τοῦ μὲν ἀριθμοῦ,	τὸ ἀριθμοστόν,
τῆς δὲ δυνάμεως,	τὸ δυναμοστόν,
τοῦ δὲ κύβου,	τὸ κυβοστόν,
τῆς δὲ δυναμοδυνάμεως,	τὸ δυναμοδυναμοστόν,
τοῦ δὲ δυναμοκύβου,	τὸ δυναμοκυβοστόν,
τοῦ δὲ κυβοκύβου,	τὸ κυβοκυβοστόν·

ἕξει δὲ ἕκαστον αὐτῶν ἐπὶ τὸ τοῦ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ σημεῖον γραμμὴν Χ διαστέλλουσαν τὸ εἶδος.

Ἐκθέμενος οὖν σοι τὴν ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν ἐπωνυμίαν, ἐπὶ τοὺς πολυπλασιασμοὺς αὐτῶν μεταβήσομαι· ἔσονται δέ σοι καταφανεῖς διὰ τὸ προδεδηλῶσθαι σχεδὸν διὰ τῆς ὀνομασίας.

---

2 κυβόκυβος om. B. 4 ἑαυτῷ] αὐτῷ A. ἀόριστον, ἀριθμὸς Psellus, ἄλογος ϛ̣ AB (ἄλογον propos. *Ba*). 7 ὡρισμίων male *Ba*. αὐτῆς B, αὐτή A, αὐτῇ *Ba*. 9/10 παρομοίως] παρονύμως *Ba* (item 13). 17 δὲ om. *Ba*. 21 signum Χ restitui: ἔχον AB. 23 πολλαπλ. AB. μεταβλήσομαι *Ba*. 25 διὰ τῆς] ἀπὸ τῆς B.

Qui vero nullam talem proprietatem possidet, continet autem in seipso quantitatem unitatum indeterminatam, vocatur *arithmus* [incognitus] et huius signum est ς [x].

Est quoque aliud signum, quod in determinatis constans est, unitas, cuius signum est M habem O indicem: $\dot{M}$[1]).

Quemadmodum numeris cognomines fractiones aliquotae a numeris derivative vocantur, a 3 triens $\left[\frac{1}{3}\right]$, a 4 quadrans $\left[\frac{1}{4}\right]$, ita cognomines numeris illis supra nominatis fractiones aliquotae ab illis numeris derivative vocabuntur. Def. III

Si denominator est x (arithmus), dicemus *arithmoston* $\left[\frac{1}{x}\right]$; si x^2 (dynamis), *dynamoston* $\left[\frac{1}{x^2}\right]$; si x^3 (cubus), *cuboston* $\left[\frac{1}{x^3}\right]$; si x^4 (dynamodynamis), *dynamodynamoston* $\left[\frac{1}{x^4}\right]$; si x^5 (dynamocubus), *dynamocuboston* $\left[\frac{1}{x^5}\right]$; si x^6 (cubocubus), *cubocuboston* $\left[\frac{1}{x^6}\right]$.

Habebit unaquaeque harum fractionum super signum cognominis numeri lineam ⨯ quae discernat speciem.

Exposita tibi uniuscuiusque numerorum appellatione, ad multiplicationem illorum transeo. Erit tibi evidens, quum fere iam declarata fuerit ab ipsa appellatione. Def. IV

---

1) Nullo signo pro unitate in versione utemur.

Ἀριθμὸς μὲν ἐπὶ ἀριθμὸν πολυπλασιασθεὶς ποιεῖ δύναμιν,

	ἐπὶ δὲ δύναμιν,	κύβον,
	ἐπὶ δὲ κύβον,	δυναμοδύναμιν,
	ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	δυναμόκυβον,
	ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	κυβόκυβον.
Δύναμις δὲ	ἐπὶ μὲν δύναμιν,	δυναμοδύναμιν,
	ἐπὶ δὲ κύβον,	δυναμόκυβον,
	ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	κυβόκυβον.
Κύβος δὲ	ἐπὶ κύβον,	κυβόκυβον.

Πᾶς δ' ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολυπλασιασθεὶς μονάδα ποιεῖ.

Τῆς οὖν μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης ἀεί, τὸ πολυπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται.

Τὰ δ' ὁμώνυμα μόρια ἐφ' ἑαυτὰ πολυπλασιαζόμενα ποιήσει ὁμώνυμα μόρια τοῖς ἀριθμοῖς·

οἷον τὸ μὲν ἀριθμοστὸν

ἐπὶ τὸ ἀριθμοστόν,	δυναμοστὸν ποιεῖ,
ἐπὶ δὲ δυναμοστόν,	κυβοστόν,
[ἐπὶ δὲ κυβοστόν,	δυναμοδυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδυναμοστόν,	δυναμοκυβοστόν,
ἐπὶ δὲ τὸ δυναμοκυβοστόν,	κυβοκυβοστόν,]

καὶ τοῦτο ὁμωνύμως συμβήσεται.

---

1 μὲν ἐπὶ A, ἐπὶ μὲν B, μὲν οὖν ἐπὶ *Ba*. πολλαπλ. B (item 12, 14, 16). 7 δύναμιν] ποιεῖ add. *Ba*. 11 δ' om. B. 12 πολλαπλ. A hic ut B. 16 δὲ B. 21 ἐπὶ δὲ κυβοστὸν ..... κυβοκυβοστόν (23) om. A. 23 τὸ om. *Ba*. 24 συμβήσεται *Ba*. Post συμβήσεται, B sic pergit: δυναμοστὸν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν κυβοστὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ κυβοστόν, δυναμοκυβοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδυναμοστόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ κυβοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν ποιεῖ δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, δυναμοκυβοστόν· ἐπὶ δὲ κυβο-

$$x \times x = x^2$$
$$x \times x^2 = x^3$$
$$x \times x^3 = x^4$$
$$x \times x^4 = x^5$$
$$x \times x^5 = x^6.$$

$$x^2 \times x^2 = x^4$$
$$x^2 \times x^3 = x^5$$
$$x^2 \times x^4 = x^6.$$

$$x^3 \times x^3 = x^6.$$

Omnis numerus in fractionem aliquotam ab ipso denominatam multiplicatus, unitatem facit. Def. V

Quum unitas invariabilis et semper constans sit, in eam multiplicata species eadem species remanet. Def. VI

Fractiones aliquotae inter se multiplicatae facient fractiones aliquotas producto denominatorum cognomines: Def. VII

Sic

$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$$
$$\left[\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^3} = \frac{1}{x^4}\right.$$
$$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^4} = \frac{1}{x^5}$$
$$\left.\frac{1}{x} \times \frac{1}{x^5} = \frac{1}{x^6}\right],$$

secundum id quod in numeris cognominibus evenit.

στόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ δυναμοδυναμοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν δυναμοκυβοστὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, κυβοκυβοστόν. Τὸ δὲ δυναμοκυβοστὸν ἐπὶ ἀριθμοστόν, κυβοκυβοστόν. Πάλιν δὲ τὸ μὲν ἀριθμοστὸν ἐπὶ μὲν δύναμιν ἀριθμὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ κύβον (p. 10, 3).

Ἀριθμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν δύναμιν,	*ἀριθμόν,*
ἐπὶ δὲ κύβον,	*δύναμιν,*
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	*κύβον,*
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	*δυναμοδύναμιν,*
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	*δυναμόκυβον.*

Δυναμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	*ἀριθμοστόν,*
ἐπὶ δὲ κύβον,	*ἀριθμόν,*
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	*δύναμιν,*
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	*κύβον,*
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον,	*δυναμοδύναμιν.*

Κυβοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν,	*δυναμοστόν,*
ἐπὶ δὲ δύναμιν,	*ἀριθμοστόν,*
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν,	*ἀριθμόν,*
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον,	*δύναμιν,*
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον.	*κύβον.*

---

5 *δὲ* om. *Ba* (item 6).

Def. VIII

$$\frac{1}{x} \times x^2 = x$$

$$\frac{1}{x} \times x^3 = x^2$$

$$\frac{1}{x} \times x^4 = x^3$$

$$\frac{1}{x} \times x^5 = x^4$$

$$\frac{1}{x} \times x^6 = x^5.$$

$$\frac{1}{x^2} \times x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x^2} \times x^3 = x$$

$$\frac{1}{x^2} \times x^4 = x^2$$

$$\frac{1}{x^2} \times x^5 = x^3$$

$$\frac{1}{x^2} \times x^6 = x^4.$$

$$\frac{1}{x^3} \times x = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{1}{x^3} \times x^2 = \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x^3} \times x^4 = x$$

$$\frac{1}{x^3} \times x^5 = x^2$$

$$\frac{1}{x^3} \times x^6 = x^3.$$

Δυναμοδυναμοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ δύναμιν, δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον, ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, ἀριθμόν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, δύναμιν.

Δυναμοκυβοστὸν δὲ

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, δυναμοδυναμοστ
ἐπὶ δὲ δύναμιν, κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ κύβον, δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, ἀριθμοστόν,
ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, ἀριθμόν.

Τὸ δὲ κυβοκυβοστὸν

ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, δυναμοκυβοστόν
ἐπὶ δὲ δύναμιν, δυναμοδυναμοστ
ἐπὶ δὲ κύβον, κυβοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, δυναμοστόν,
ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, ἀριθμοστόν.

Λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ ὕ λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν, καὶ τῆς σημεῖον Ψ ἐλλιπὲς κάτω νεῦον, ⋀.

---

21 ἐλλειπὲς A

$$\frac{1}{x^4} \times x = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^4} \times x^2 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^4} \times x^3 = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^4} \times x^5 = x$$
$$\frac{1}{x^4} \times x^6 = x^2.$$

$$\frac{1}{x^5} \times x = \frac{1}{x^4}$$
$$\frac{1}{x^5} \times x^2 = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^5} \times x^3 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^5} \times x^4 = \frac{1}{x}$$
$$\frac{1}{x^5} \times x^6 = x.$$

$$\frac{1}{x^6} \times x = \frac{1}{x^5}$$
$$\frac{1}{x^6} \times x^2 = \frac{1}{x^4}$$
$$\frac{1}{x^6} \times x^3 = \frac{1}{x^3}$$
$$\frac{1}{x^6} \times x^4 = \frac{1}{x^2}$$
$$\frac{1}{x^6} \times x^5 = \frac{1}{x}.$$

Minus multiplicatum in minus facit plus et minus De
lus facit minus. IX

Signum negationis est Ψ truncatum deorsum ver-
s ⋀ [—].

Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν σοι σαφηνισθέντων, φανεροί εἰσιν οἱ μερισμοὶ τῶν προκειμένων εἰδῶν. καλῶς οὖν ἔχει ἐναρχόμενον τῆς πραγματείας συνθέσει καὶ ἀφαιρέσει καὶ πολλαπλασιασμοῖς τοῖς περὶ τὰ εἴδη γεγυμνάσθαι, καὶ πῶς εἴδη ὑπάρχοντα καὶ λείποντα μὴ ὁμοπληθῆ προσθῆς ἑτέροις εἴδεσιν, ἤτοι καὶ αὐτοῖς ὑπάρχουσιν, ἢ καὶ ὁμοίως ὑπάρχουσι καὶ λείπουσι, καὶ πῶς ἀπὸ ὑπαρχόντων εἰδῶν καὶ ἑτέρων λειπόντων ὑφέλῃς ἕτερα ἤτοι ὑπάρχοντα, ἢ καὶ ὁμοίως ὑπάρχοντα καὶ λείποντα.

Μετὰ δὲ ταῦτα ἐὰν ἀπὸ προβλήματός τινος γένηται εἴδη τινὰ ἴσα εἴδεσι τοῖς αὐτοῖς, μὴ ὁμοπληθῆ δέ, ἀπὸ ἑκατέρων τῶν μερῶν δεήσει ἀφαιρεῖν τὰ ὅμοια ἀπὸ τῶν ὁμοίων, ἕως ἂν ἓν εἶδος ἑνὶ εἴδει ἴσον γένηται. ἐὰν δέ πως ἐν ὁποτέρῳ ἐνυπάρχῃ ἢ ἐν ἀμφοτέροις ἐν ἐλλείψεσί τινα εἴδη, δεήσει προσθεῖναι τὰ λείποντα εἴδη ἐν ἀμφοτέροις τοῖς μέρεσιν, ἕως ἂν ἑκατέρων τῶν μερῶν τὰ εἴδη ἐνυπάρχοντα γένηται, καὶ πάλιν ἀφελεῖν τὰ ὅμοια ἀπὸ τῶν ὁμοίων, ἕως ἂν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος καταλειφθῇ.

Φιλοτεχνείσθω δὲ τοῦτο ἐν ταῖς ὑποστάσεσι τῶν προτάσεων, ἐὰν ἐνδέχηται, ἕως ἂν ἓν εἶδος ἑνὶ εἴδει ἴσον καταλειφθῇ· ὕστερον δέ σοι δείξομεν καὶ πῶς δύο εἰδῶν ἴσων ἑνὶ καταλειφθέντων τὸ τοιοῦτον λύεται.

Νῦν δ' ἐπὶ τὰς προτάσεις χωρήσωμεν ὁδόν, πλείστην ἔχοντες τὴν ἐπ' αὐτοῖς τοῖς εἴδεσι συνηθροισμένην ὕλην. πλείστων δ' ὄντων τῷ ἀριθμῷ καὶ μεγίστων τῷ ὄγκῳ, καὶ διὰ τοῦτο βραδέως βεβαιουμένων ὑπὸ

---

6 *προσθήσεις* B. 9 *ὑφέλῃς* A, *ἀφαιρήσεις* B. 12 *εἴδη τινὰ ἴσα*] *ὕπαρξις Ba.* 15/16 *ἐν ἐλλείψεσι*] *ἐνελλείψῃ Ba.* 21 *περι-*

Tibi explicatis multiplicationibus, manifestae sunt Def. X divisiones propositarum specierum; at bene erit hunc, qui talia tractare incepit, in additione, subtractione, multiplicatione specierum exercitatum esse. Species quoque positas et negatas sub variis coefficientibus sciat addere aliis speciebus sive positis sive similiter positis et negatis et a speciebus positis et negatis alias subtrahere sive positas, sive similiter positas et negatas.

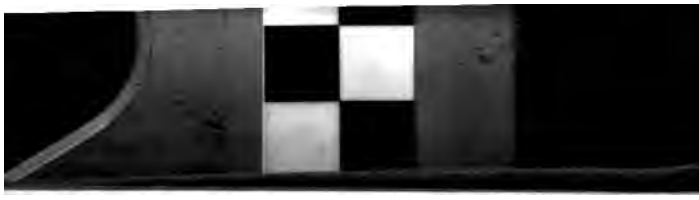
Deinde, si a problemate aliquo provenit aequatio Def. XI inter species aliquas et easdem species sub variis coefficientibus, ab utraque parte oportebit auferre similia a similibus, donec fiat una species aequalis uni speciei. Si autem aliquo modo positae sint quaedam species in negatione vel in alterutra parte, vel utrimque, oportebit utrimque addere species negatas, donec in utraque parte fiant species tantum positae, et rursus auferre similia a similibus, donec in utraque parte una tantum species remaneat.

Ad hoc igitur studiose exercita te ipsum in aequationibus problematum, et eas reduce, quantum fieri poterit, donec remaneat una species uni speciei aequalis; posterius tibi ostendemus quomodo solvitur quaestio, si remanent duae species quarum summa uni speciei aequalis sit.

Nunc ad propositiones ipsas ingrediamur viam, maximam habentes ex speciebus ipsis congestam materiam. Quum vero plurima sint numero, moleque amplissima, tarde retinentur ab iis quibus traduntur

---

ἰστιχνήσθω *Ba*. 26 τοῖς om. *Ba*. 27 τῷ ἀριθμῷ] τῶν ἀριθμῶν A B. 28 καὶ om. *Ba*.



τῶν παραλαμβανόντων αὐτὰ καὶ ὄντων ἐν αὐτοῖς δυσμνημονευτῶν, ἐδοκίμασα τὰ ἐν αὐτοῖς ἐπιδεχόμενα διαιρεῖν, καὶ μάλιστα τὰ ἐν ἀρχῇ ἔχοντα στοιχειώδως ἀπὸ ἁπλουστέρων ἐπὶ σκολιώτερα διελεῖν ὡς προσῆκεν. οὕτως γὰρ εὐόδευτα γενήσεται τοῖς ἀρχομένοις, καὶ ἡ ἀγωγὴ αὐτῶν μνημονευθήσεται, τῆς πραγματείας αὐτῶν ἐν τρισκαίδεκα βιβλίοις γεγενημένης.

α.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ $\bar{\rho}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ $\dot{M}\,\bar{\mu}$ εὑρεῖν τοὺς ἀριθμούς.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\,\bar{\mu}$· συναμφότεροι ἄρα γίνονται ς $\bar{\beta}$ $\dot{M}\,\bar{\mu}$· δέδονται δὲ $\dot{M}\,\bar{\rho}$.

M ἄρα $\bar{\rho}$ ἴσαι εἰσὶν ς $\bar{\beta}$ $\dot{M}\,\bar{\mu}$.

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ἀφαιρῶ ἀπὸ τῶν $\bar{\rho}$, $\dot{M}\,\bar{\mu}$, [καὶ ⟨ἀπὸ⟩ τῶν $\bar{\beta}$ ἀριθμῶν καὶ τῶν $\bar{\mu}$ μονάδων ὁμοίως μονάδας $\bar{\mu}$·] λοιποὶ ς $\bar{\beta}$ ἴσοι $\dot{M}\,\bar{\xi}$. ἕκαστος ἄρα γίνεται ς, $\dot{M}\,\bar{\lambda}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}\,\bar{\lambda}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}\,\bar{o}$, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

β.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν δεῖ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\xi}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ $\bar{\gamma}^{\pi\lambda.}$.

---

1 αὐτὰ A *Ba*, αὐτοὺς B. 3 διαιρεῖν A, διαιρέσεις B. 4

et quorum in talibus parum valet memoria; quare expertus sum ea, quoad admissum fuerit, dividere et praecipue circa initium, quae elementorum vice funguntur, a simplicioribus ad perplexiora distinguere convenienter. Ita enim expeditiora fient incipientibus et processus memoriae haerebit; tredecim libris tractatus comprehendetur.

I.

Propositum numerum partiri in duos numeros in 1
differentia data.

Sit nempe datus numerus 100, differentia 40. Invenire numeros.

Ponatur minor $= x$, maior igitur erit $x + 40$. Ergo amborum summa fit $2x + 40$: Data est autem $= 100$. Ergo

$$100 = 2x + 40.$$

A similibus similia: a 100 aufero 40 [et a $2x + 40$ similiter 40]; linquitur

$$2x = 60, \quad \text{unde fit } x = 30.$$

Ad positiones: erit minor $= 30$, maior $= 70$, et probatio evidens.

II.

Propositum numerum oportet partiri in duos nu- 2
meros in ratione data.

Proponatur iam 60 partiri in duos numeros, quorum ratio sit 3.

ἐπισκολιώτερα *Ba*. 11 δὴ B, γὰρ A*Ba*. 12 Ante εὑρεῖν add. δεήσει *Ba*. 17 καὶ (alt.) .... μονάδας $\bar{\mu}$ (19) om. A, ἀπὸ (18) suppl. *Ba*. 19 ἕκαστος A, ἑκάτερος B. 24 δεῖ om. B.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ · ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς γ̄, καὶ ἔστιν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος τριπλασίων. δεῖ λοιπὸν τοὺς δύο ἴσους εἶναι Ṁ ξ̄· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ς εἰσι δ̄.

ς ἄρα δ̄ ἴσοι Ṁ ξ̄ · ὁ ς ἄρα Ṁ ιε̄.

ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται Ṁ ιε̄, ὁ δὲ μείζων Ṁ με̄.

γ·

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ καὶ ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν π̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος $γ^{πλ.}$ ῇ καὶ ἔτι Ṁ δ̄ ὑπερέχῃ.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ, ὁ μείζων ἄρα ς γ̄ καὶ Ṁ δ̄· καὶ ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ὢν $γ^{πλ.}$ ἔτι καὶ Ṁ δ̄ ὑπερέχει. λοιπὸν τοὺς δύο θέλω ἴσους εἶναι Ṁ π̄ · ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ς εἰσι δ̄ καὶ Ṁ δ̄.

ς ἄρα δ̄ καὶ Ṁ δ̄ ἴσοι Ṁ π̄.

καὶ ἀφαιρῶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιπαὶ ἄρα Ṁ ος̄ ἴσαι ς δ̄· καὶ γίνεται ὁ ς Ṁ ιθ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς Ṁ ιθ̄, ὁ δὲ μείζων Ṁ ξᾱ, [προστιθεμένων τῶν δ̄ Ṁ ὧν ἀφεῖλον ἀπὸ τῶν π̄ Ṁ. ἀφεῖλον γὰρ ὥστε εὑρεῖν πόσων Ṁ ἔσται ἕκαστος ἀριθμός, ὕστερον δὲ τῷ μείζονι ἀριθμῷ προστίθημι τὰς δ̄ Ṁ, μετὰ τὸ γνῶναι πόσων ἕκαστος].

δ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν δοθῇ.

---

9 τῇ δοθείσῃ] τοῖς δοθεῖσιν *Ba.* 10 δὴ om. B. 16 ἀριθμοὶ ἄρα τέσσαρες καὶ μονάδες δ̄ om. B, suppl. *Ba.* 18 Ṁ

Ponatur minor $= x$; maior igitur erit $3x$; ita maior minoris 3^{plus} est. Oportet adhuc summam amborum esse 60; sed amborum summa est $4x$: ergo

$$4x = 60 \quad \text{et} \quad x = 15.$$

Erit igitur minor $= 15$ et maior $= 45$.

III.

Propositum numerum partiri in duos numeros in 3
data ratione cum differentia.

Proponatur iam 80 partiri in duos numeros ita ut maior minoris 3^{plus} sit et adhuc 4 unitatibus excedat.

Ponatur minor $= x$. Ergo maior $= 3x + 4$; ita maior minoris 3^{plus} est et adhuc 4 unitatibus excedit. Reliquum volo summam amborum esse 80, sed summa amborum est $4x + 4$: ergo

$$4x + 4 = 80.$$

Aufero a similibus similia; remanent $76 = 4x$ et fit $x = 19$.

Ad positiones. Erit igitur minor numerus $= 19$ et maior $= 61$ [rursus additis 4 unitatibus quas abstuleram a 80; eas enim abstuleram ut invenirem quot unitatum esset uterque numerus; postea, quum novi quotus quisque sit, maiori numero addo illas 4].

IV.

Invenire duos numeros in ratione data, ita ut 4
etiam eorum differentia data sit.

---

om. *Ba.* 20 *προστιθεμένων* . . . . *ἕκαστος* (24) interpolatori tribuo. 26 *ὅπως* reiicit post *αὐτῶν* (27) B. 27 *δοθήσεται Ba.*

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ τὴν δὲ ὑπεροχὴν αὐτῶν ποιεῖν $\dot{M}\,\bar{\kappa}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\varepsilon}$. λοιπὸν θέλω ς $\bar{\varepsilon}$ ὑπερέχειν ς $\bar{\alpha}$, $\dot{M}\,\bar{\kappa}$ · ἀλλ' ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστιν ς $\bar{\delta}$ · οὗτοι ἴσοι $\dot{M}\,\bar{\kappa}$.

ἔσται ὁ ἐλάσσων ἀριθμὸς $\dot{M}\,\bar{\varepsilon}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$. καὶ μένει ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ὢν $\varepsilon^{\pi\lambda.}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ γίνεται $\dot{M}\,\bar{\kappa}$.

ε.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκατέρου τῶν διῃρημένων τὰ δοθέντα μὴ τὰ αὐτὰ μέρη συντεθέντα ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν δίδοσθαι ὥστε εἶναι ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν γινομένων δύο ἀριθμῶν ἐὰν τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἐπιταχθέντος ληφθῇ τὰ δοθέντα μὴ τὰ αὐτὰ μέρη.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\varrho}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ ἀριθμοῦ $\gamma^{ον}$ καὶ τὸ τοῦ $\beta^{ου}$ $\varepsilon^{ον}$ ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιῇ $\dot{M}\,\bar{\lambda}$.

Ἔταξα τὸ τοῦ $\beta^{ου}$ $\varepsilon^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ς $\bar{\varepsilon}$· τὸ ἄρα τοῦ $\alpha^{ου}$ $\gamma^{ον}$ ἔσται $\dot{M}\,\bar{\lambda}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\dot{M}\,\overline{\lambda\gamma}$ ⋔ ς $\bar{\gamma}$. λοιπὸν θέλω τοὺς δύο συντεθέντας ποιεῖν $\dot{M}\,\bar{\varrho}$ · ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν ς $\bar{\beta}$ καὶ $\dot{M}\,\overline{\lambda\gamma}$· ταῦτα ἴσα $\dot{M}\,\bar{\varrho}$.

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπαὶ ἄρα $\dot{M}\,\bar{\iota}$ ἴσαι ς $\bar{\beta}$. [ὁ ς ἄρα ἔσται $\dot{M}\,\bar{\varepsilon}$.]

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸ τοῦ $\beta^{ου}$ $\varepsilon^{ον}$ ς $\bar{\alpha}$, ἔσται $\dot{M}\,\bar{\varepsilon}$, αὐτὸς ἄρα $\dot{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$ · τὸ δὲ τοῦ $\alpha^{ου}$ $\gamma^{ον}$, $\dot{M}\,\bar{\lambda}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$,

---

2 αὐτοῖς *Ba*. 5 ταῦτα ἴσοι (sic) A, ταῦτα ἴσα B. Post $\dot{M}\,\bar{\kappa}$ suppl. καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς $\bar{\varepsilon}$ *Ba*. 11 ὅπως] ὅπερ *Ba*. ἑκατέρων (sic) A, ἑκατέρων B. 12 ποιεῖ *Ba*. 13 ἀριθμὸν

Proponatur iam maiorem minoris esse 5^{plum} et eorum differentiam facere 20.

Ponatur minor $= x$, erit igitur maior $= 5x$. Reliquum volo $5x$ et x habere differentiam 20, sed differentia horum est $4x$. Ista aequantur 20.

Erit minor numerus $= 5$, et maior $= 25$. Constat maiorem minoris esse 5^{plum} et differentia fit 20.

V.

Propositum numerum partiri in duos numeros ita 5 ut fractiones datae non eaedem utriusque partis faciant simul additae datum numerum.

Oportet datum numerum ita dari ut cadat inter duos numeros qui fient si propositi ab initio sumantur datae non eaedem fractiones.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros [x_1 et x_2] ita ut

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{5}x_2 = 30.$$

Pono $\frac{1}{5}x_2 = x$, ergo $x_2 = 5x$; ergo $\frac{1}{3}x_1 = 30 - x$ et $x_1 = 90 - 3x$. Reliquum volo amborum summam facere 100, sed amborum summa facit $2x + 90$. Ista aequantur 100.

A similibus similia; remanent $10 = 2x$ [unde $x = 5$].

Ad positiones. Posui

$$\frac{1}{5}x_2 = x, \text{ hoc est } 5; \text{ ergo } x_2 = 25.$$

$$\frac{1}{3}x_1 = 30 - x, \text{ hoc est } 25; \text{ ergo } x_1 = 75,$$

om. *Ba.* 16 αὐτὰ om. B, suppl. *Ba.* 18 ὅπως] ὅπερ *Ba.* 19 ποιεῖ *Ba.* 20 ἕταξα] τάσσω *Ba.* 25 λοιπὸν *Ba.*
26 ὁ ἀριθμὸς ἄρα ἔσται μονάδων ε̄ B, ὁ ἄρα εἷς ϛ M̄ ε̄ A 2ª man. in margine.

ἔσται Μ̇ κε, αὐτὸς ἄρα ἔσται Μ̇ οε. καὶ μένει τὸ τοῦ α^ου γ^ον καὶ τὸ τοῦ β^ου ε^ον Μ̇ λ, [ἅπερ κοινῇ συντεθέντα ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν].

ϛ.

5 Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ πρώτου μέρος δοθὲν τοῦ τοῦ ἑτέρου μέρους δοθέντος ὑπερέχῃ δοθέντι ἀριθμῷ.

Δεῖ δὴ τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐλάσσονα εἶναι τοῦ γινομένου ἀριθμοῦ ἐὰν τοῦ ἑξ ἀρχῆς ἐπιταχθέντος
10 ληφθῇ τὸ δοθὲν μέρος ἐν ᾧ ἐστιν ἡ ὑπεροχή.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ α^ου δ^ον τοῦ τοῦ β^ου ϛ^ου ὑπερέχῃ Μ̇ κ̄.

Ἔταξα τὸ τοῦ β^ου ϛ^ον, ϛ ᾱ · αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ ϛ̄. τὸ ἄρα τοῦ α^ου δ^ον ἔσται ϛ ᾱ καὶ Μ̇ κ̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται
15 ϛ δ̄ καὶ Μ̇ π̄. λοιπὸν θέλω τοὺς δύο συντεθέντας ποιεῖν Μ̇ ρ̄· ἀλλ' οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν ϛ ῑ καὶ Μ̇ π̄· ταῦτα ἴσα Μ̇ ρ̄.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπὸν ϛ ῑ ἴσοι Μ̇ κ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̇ β̄.

20 ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸ τοῦ β^ου ϛ^ον, ϛ ᾱ· ἔσται Μ̇ β̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται Μ̇ ιβ̄· τὸ δὲ τοῦ α^ου δ^ον, ϛ ᾱ καὶ Μ̇ κ̄· ἔσται Μ̇ κβ̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται Μ̇ πη̄. καὶ μένει τὸ τοῦ α^ου δ^ον τοῦ τοῦ β^ου ϛ^ου ὑπέρεχον Μ̇ κ̄, [οἵτινες κοινῇ συντεθέντες ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα
25 ἀριθμόν].

---

2 ε^ον] ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιοῦσι addiderat A, delevit 1ª man. ἅπερ] ὥσπερ *Ba.* 6 τοῦ alter. om. B. 7 ὑπερέχει *Ba.* 12 ὑπερέχει *Ba.* 13 ἔταξα] τάσσω *Ba.* 15 καὶ om. *Ba.* 19 ὁ om. *Ba.* 21 ἔσται Μ̇ β̄ om. B.

et constat $\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{5}x_2$ esse 30, [et amborum summa facit propositum numerum].

VI.

Propositum numerum partiri in duos numeros ita 6
ut data primi fractio datam secundi fractionem superet dato numero.

Oportet datum numerum minorem esse numero qui fiet si propositi ab initio sumatur data fractio quae superat.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros [x_1 et x_2] ita ut

$$\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{6}x_2 = 20.$$

Pono $\frac{1}{6}x_2 = x$. Ergo $x_2 = 6x$, ergo $\frac{1}{4}x_1 = x + 20$, ergo $x_1 = 4x + 80$.

Reliquum volo summam amborum facere 100, sed summa amborum $(x_1 + x_2)$ facit $10x + 80$. Ista aequantur 100.

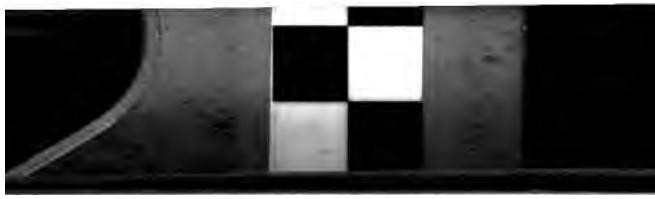
A similibus similia: remanet $10x = 20$ et fit $x = 2$.

Ad positiones. Est

$$\frac{1}{6}x_2 = x, \text{ hoc est } 2, \text{ ergo } x_2 = 12,$$

$$\frac{1}{4}x_1 = x + 20, \text{ hoc est } 22, \text{ ergo } x_1 = 88,$$

et constat $\frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{6}x_2$ esse 20, [qui numeri $(x_1 + x_2)$ simul additi faciunt propositum numerum].



ξ.

Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν δύο δοθέν
ἀριθμοὺς καὶ ποιεῖν τοὺς λοιποὺς πρὸς ἀλλήλους λό
ἔχειν δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφε
τὸν $\bar{\rho}$ καὶ τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλα
νων $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ ζητούμενος ς $\bar{\alpha}$· κἂν μὲν ἀπὸ τοῦ
ἀφέλω τὸν $\bar{\rho}$, λοιπὸς ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\rho}$· ἐὰν δὲ τὸν $\bar{\kappa}$, λοι
ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\kappa}$. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἰ
$\gamma^{\pi\lambda.}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι,
δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\tau}$. ταῦτα ἴσα ς $\bar{\alpha}$ ⋔ 1
κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις· γίνεται ς $\bar{\gamma}$ ἴσοι
καὶ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\sigma\pi}$. καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοι
ς $\bar{\beta}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\sigma\pi}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\rho\mu}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν ζητούμενον ἀριθ
ς $\bar{\alpha}$, ἔσται ἄρα $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\rho\mu}$. κἂν μὲν ἀπὸ τούτου ἀφ
τὸν $\bar{\rho}$, λοιπαὶ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\mu}$· ἐὰν δὲ τὸν $\bar{\kappa}$, λοιπαὶ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\rho\kappa}$.
μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων τριπλάσια.

η.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσθεῖναι τὸν αὐ
ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τοὺς γενομένους πρὸς ἀλλήλ
λόγον ἔχειν δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον λόγον ἐλάσσονα εἶναι
λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς τὸν ἐλ
σονα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τῷ $\bar{\rho}$ καὶ τῷ $\bar{\kappa}$ προσθεῖναι
αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων

---

2 Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ] Εὑρεῖν ς̇ ἀφ' οὗ ἀριθμοῦ

VII.

Ab eodem numero subtrahere duos datos numeros 7
et facere residuos inter se habentes datam rationem.

Proponatur iam ab eodem numero subtrahere 100 et 20 et maiorem residuum facere minoris 3plum.

Ponatur quaesitus $= x$. Si ab eo subtraho 100, residuus $= x - 100$; si 20, residuus $= x - 20$.

Oportebit maiorem minoris esse 3plum. Ergo ter minor aequalis est maiori; sed ter minor fit $3x - 300$. Aequetur $x - 20$.

Utrimque addantur negata; fit $3x = x + 280$.

Auferantur a similibus similia, remanet $2x = 280$ et fit $x = 140$.

Ad positiones. Est quaesitus numerus $= x$, erit igitur 140, a quo si subtraho 100, residuus est 40; si 20, residuus est 120, et constat maiorem minoris esse triplum.

VIII.

Duobus datis numeris addere eundem numerum 8
et facere summas inter se datam habentes rationem.

Oportet datam rationem minorem esse ratione maioris dati ad minorem.

Proponatur iam numeris 100 et 20 addere eundem numerum et facere maiorem summam minoris 3plam.

. ex corr. 2a m. 6 ἐλαττόνων B (item 10). 7 τριπλάσια B (item 11). 9 ἐὰν δὲ τὸν κ] κᾶν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ φέλω τὸν κ̄ *Ba* (lacunam supplens in codice H). 12 δὲ] ρα add. B. ᾱ om. A. 13 γίνονται *Ba*. 14 λοιποὶ B. 24 ἐλάττονα B (item 25). 28 ἐλατ. *Ba* (item p. 26, 20. τριπλάσια AB (item p. 26, 4)

Τετάχθω ὁ προστιθέμενος ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ς ᾱ. κἂν μὲν τῷ ρ̄ προστεθῇ, ἔσται ς ᾱ Μ̊ ρ̄ · ἐὰν δὲ τῷ κ̄, γίνεται ς ᾱ Μ̊ κ̄. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $γ^{πλ.}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἔσται τοῖς μείζοσι. τρὶς δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται ς γ̄ Μ̊ ξ̄· ταῦτα ἴσα ς ᾱ Μ̊ ρ̄.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ς β̄ ἴσοι Μ̊ μ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ κ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν προστιθέμενον ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ς ᾱ, ἔσται Μ̊ κ̄. κἂν μὲν τῷ ρ̄ προστεθῇ, γίνονται Μ̊ ρκ̄· ἐὰν δὲ τῷ κ̄, γίνονται Μ̊ μ̄. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων τριπλάσια.

θ.

Ἀπὸ δοθέντων δύο ἀριθμῶν ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τοὺς λοιποὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον λόγον μείζονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς τὸν ἐλάσσονα.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ κ̄ καὶ τοῦ ρ̄ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $ς^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ ἀφαιρούμενος ἀφ' ἑκατέρου ἀριθμοῦ, ς ᾱ. κἂν μὲν ἀπὸ τοῦ ρ̄ ἀφαιρεθῇ, λοιπαὶ Μ̊ ρ̄ ⋔ ς ᾱ· ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ κ̄, λοιπαὶ Μ̊ κ̄ ⋔ ς ᾱ. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $ς^{πλ.}$· $ς^{κι;}$ ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσιν, $ς^{κι;}$ δὲ τὰ ἐλάσσονα ποιεῖ Μ̊ ρκ̄ ⋔ ς ξ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ ρ̄ ⋔ ς ᾱ.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ς ε̄ ἴσοι Μ̊ κ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ δ̄.

---

5 ἐλαττ. B (item 11, 17, p. 28, 12). 16 δεδομένον Ba.

Ponatur addendus utrique numero $= x$; si additur 100, erit $x + 100$; si 20, fit $x + 20$, et oportebit maiorem summam minoris esse 3^{plam}. Ergo ter minor aequalis erit maiori; sed ter minor fit

$$3x + 60, \text{ quae aequantur } x + 100.$$

A similibus similia; remanent $2x = 40$ et fit $x = 20$.

Ad positiones. Addendus utrique numero est x, erit 20. Si additur 100, fiet 120; si 20, fiet 40, et constat maiorem summam minoris esse 3^{plam}.

IX.

A datis duobus numeris subtrahere eundem numerum et facere residuos inter se datam habentes rationem. 9

Oportet datam rationem maiorem esse ratione maioris dati ad minorem.

Proponatur iam a 20 et 100 subtrahere eundem numerum et facere residuum maiorem minoris 6^{plum}.

Ponatur subtrahendus ab utroque numero $= x$; si a 100 aufertur, remanent $100 - x$, si a 20, remanent $20 - x$, et oportebit maiorem residuum minoris esse 6^{plum}. 6^{ies} igitur minor aequalis erit maiori; sed 6^{ies} minor facit $120 - 6x$, quae aequentur $100 - x$.

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Remanent $5x = 20$ et fit $x = 4$.

---

17 οὖ] δν Ba. 20 ἑξαπλάσια AB (item 24). 23 ἐὰν δὲ . . . . 25 α om. A. τοῦ κ] τῶν κ̄ B. 27 ἀφαιρήσθω A.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν ἀφαιρούμενον ἀφ' ἑκατέρου ἀριθμοῦ ς ᾱ, ἔσται Μ̇ δ̄. κἂν μὲν ἀπὸ τοῦ ρ̄ ἀφαιρεθῇ, λοιπαὶ Μ̇ ϟϛ̄· ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ κ̄, λοιπαὶ Μ̇ ιϛ̄. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων ὄντα ἑξαπλάσια.

5 *ι.*

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς, τῷ μὲν ἐλάσσονι αὐτῶν προσθεῖναι, ἀπὸ δὲ τοῦ μείζονος ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὸν γενόμενον πρὸς τὸν λοιπὸν λόγον ἔχειν δεδομένον.

10 *Ἐπιτετάχθω τῷ μὲν κ̄ προσθεῖναι, ἀπὸ δὲ τοῦ ρ̄ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων* $\delta^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ προστιθέμενος καὶ ἀφαιρούμενος ἑκατέρῳ ἀριθμῷ ς ᾱ. κἂν μὲν τῷ κ̄ προστεθῇ, γίνεται
15 *ς ᾱ Μ̇ κ̄· ἐὰν δὲ τοῦ ρ̄ ἀφαιρεθῇ, γίνεται Μ̇ ρ̄ ⋔ ς ᾱ. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι* $\delta^{\pi\lambda.}$· $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι,* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνεται Μ ῡ ⋔ ς δ̄· ταῦτα ἴσα ς ᾱ Μ̇ κ̄.*

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ
20 *ὁμοίων ὅμοια. λοιποὶ ς ε̄ ἴσοι Μ̇ τπ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇ οϛ̄.*

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν προστιθέμενον καὶ ἀφαιρούμενον ἀφ' ἑκατέρου ἀριθμοῦ ς ᾱ, ἔσται Μ̇ οϛ̄. κἂν μὲν τῷ κ̄ Μ̇ οϛ̄ προστεθῶσι, γίνονται Μ̇ ϟϛ̄· ἐὰν
25 *δὲ τοῦ ρ̄ ἀφαιρεθῶσι, λοιπαὶ Μ̇ κδ̄. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων ὄντα τετραπλάσια.*

7/8 *τὸν αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν Ba.* 12 *τετραπλάσια* AB. 16 *ἐλαττόνων Ba* (item *ἐλατ.* p. 30, 12). 16/17 *τετράκις γὰρ ἄρα* B (non *Ba*). 17 *ἐλάττονα* B (item *ἐλατ.* 26, p. 30, 7, 19 [bis]).

Ad positiones. Auferendus ab utroque numero st x, erit 4. Si a 100 aufertur, remanent 96; si a 20, remanent 16 et constat maiorem residuum minoris esse 6^{plum}.

X.

Duobus datis numeris, minori horum addere, a maiori auferre eundem numerum et facere summam ad residuum datam habentem rationem. 10

Proponatur iam numero 20 addere, a 100 auferre eundem numerum et facere maiora minorum 4^{pla}.

Ponatur addendus et auferendus utrique numero $= x$. Si 20 additur, fit $x + 20$; si a 100 aufertur, it $100 - x$, et oportebit maiora minorum esse 4^{pla}. Quater ergo minora aequalia sunt maioribus; sed quater minora fiunt

$$400 - 4x, \text{ quae aequentur } x + 20.$$

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus similia. Remanent $5x = 380$ et fit $x = 76$.

Ad positiones. Addendus et auferendus utrique numero est x, erit 76. Si 20 adduntur 76, fiet 96, si a 100 auferuntur, remanent 24 et constat maiora minorum esse 4^{pla}.

ια.

Δύο δοθέντας ἀριθμοὺς ὃν μὲν προσθεῖναι, τὸν δὲ ἕτερον ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ, καὶ ποιεῖν τοὺς γενομένους πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν δεδομένον.
5 Ἐπιτετάχθω τὸν μὲν $\bar{\kappa}$ προσθεῖναι, τὸν δὲ $\bar{\rho}$ ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς $\bar{\alpha}$. κἂν μὲν τούτῳ προσθῶμεν $\dot{M}\bar{\kappa}$, γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\kappa}$· ἐὰν δὲ ἀπὸ τούτου ἀφαιρε-
10 θῶσι $\dot{M}\bar{\rho}$, λοιπὸς ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\rho}$. καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι. ἀλλὰ τρὶς τὰ ἐλάσσονα γίνεται ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\tau}$.

ς ἄρα $\bar{\gamma}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\tau}$ ἴσα ἐστὶ ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\kappa}$.

15 κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια.

$\dot{M}\overline{\tau\kappa}$ ἄρα ἴσα εἰσὶν ς $\bar{\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\overline{\rho\xi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα ὁ μὲν μείζων $\dot{M}\overline{\rho\pi}$, ὁ δὲ ἐλάσσων $\dot{M}\bar{\xi}$. καὶ μένει τὰ μείζονα τῶν ἐλασ-
20 σόνων τριπλάσια.

ιβ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς δίς, ὅπως ὁ εἷς τῶν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδο-
25 μένον, ὁ δὲ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\rho}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς

---

4 γενομένους ABa, δεδομένους B. 7 τριπλάσια AB

XI.

Duorum datorum numerorum alterum addere, alte- 11
um auferre ab eodem numero et facere summam
atam habentem rationem ad residuum.

Proponatur addere 20, auferre 100 ab eodem nu-
nero et maiora facere minorum 3^{pla}.

Sit quaesitus $= x$, si huic addimus 20, fit $x + 20$;
i ab eo auferuntur 100, remanet $x - 100$, et oportebit
naiora minorum esse 3^{pla}. Ter ergo minora maiori-
ous aequalia sunt; sed ter minora fiunt $3x - 300$; ergo

$$3x - 300 = x + 20.$$

Utrimque addantur negata et auferantur a similibus
imilia. Sic

$$320 = 2x \text{ et fit } x = 160.$$

Ad positiones. Erunt maiora $= 180$ et minora
$= 60$; constat maiora minorum 3^{pla} esse.

XII.

Propositum numerum partiri in duos numeros bis, 12
ta ut unus ex prima partitione ad unum ex secunda
artitione rationem habeat datam et reliquus ex se-
unda partitione ad reliquum ex prima partitione
ationem habeat datam.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros bis,

---

item 11). 9/10 ἀφαιρεθῇ A (non V) B. 11 τὰ (post ἄρα)
m. A. 24 ἔχει A (item 27). 26 πρὸς] παρὰ A. τὸν (alt.)]
ὧν *Ba*. 27 ἔχειν B.

δίς, ὅπως ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta;}$ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως ᾗ $\beta^{\pi\lambda.}$, ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta;}$ διαιρέσεως ᾗ $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ὁ ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta;}$ διαιρέσεως ἔσται ϛ $\bar{\beta}$· ὁ ἐλάσσων ἄρα τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta;}$ διαιρέσεως ἔσται $\mathring{M}\,\bar{\varrho}$ ⋔ ϛ $\bar{\beta}$· καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ τριπλασίων ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως, ἔσται $\mathring{M}\,\bar{\tau}$ ⋔ ϛ $\bar{\varsigma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως συντεθέντας ποιεῖν $\mathring{M}\,\bar{\varrho}$· ἀλλὰ συντεθέντες ποιοῦσι $\mathring{M}\,\bar{\tau}$ ⋔ ϛ $\bar{\varepsilon}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\,\bar{\varrho}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\,\bar{\mu}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν μείζονα τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta;}$ διαιρέσεως ϛ $\bar{\beta}$, ἔσται $\mathring{M}\,\bar{\pi}$· τὸν δὲ ἐλάσσονα ⟨τῶν ἐκ⟩ τῆς αὐτῆς διαιρέσεως $\mathring{M}\,\bar{\varrho}$ ⋔ ϛ $\bar{\beta}$, ἔσται $\mathring{M}\,\bar{\kappa}$· τὸν δὲ μείζονα τὸν ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως $\mathring{M}\,\bar{\tau}$ ⋔ ϛ $\bar{\varsigma}$, ἔσται $M\,\bar{\xi}$· τὸν δὲ ἐλάσσονα τὸν ἐκ τῆς $\beta^{\alpha;}$ διαιρέσεως ϛ $\bar{\alpha}$, ἔσται $\mathring{M}\,\bar{\mu}$. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

ιγ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς τρίς, ὅπως ὁ εἷς τῶν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον, ὁ δὲ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς δευτέρας διαιρέσεως πρὸς ἕνα τῶν ἐκ τῆς τρίτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον, καὶ ἔτι ὁ λοιπὸς τῶν ἐκ τῆς τρίτης διαιρέσεως πρὸς τὸν λοιπὸν τὸν ἐκ τῆς πρώτης διαιρέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

---

5 ὁ ἐκ] τῶν ἐκ B. 6 ἔσται . . . . ἔσται (7) inter lineas A 1ª man. 7 ἐλάττων AB. ἔσται om. B. 8 ἐστι *Ba*.

ita ut maior ex prima partitione (X_1) minoris ex secunda partitione (X_2) sit 2^{plus}, et maior ex secunda partitione (X_2) minoris ex prima partitione (X_1) sit 3^{plus}.

Ponatur

$$X_2 = x,$$

erit ergo

$$X_1 = 2x.$$

Erit igitur

$$X_1 = 100 - 2x,$$

et quoniam X_2 huius est 3^{plus}, erit $X_2 = 300 - 6x$.

Linquitur summam $X_2 + X_2$ facere 100, sed haec summa facit $300 - 5x$. Ista aequantur 100 et fit $x = 40$.

Ad positiones. Est

$$X_1 = 2x;\ \text{erit } 80,$$
$$X_1 = 100 - 2x;\ \text{erit } 20,$$
$$X_2 = 300 - 6x;\ \text{erit } 60,$$
$$X_2 = x;\ \text{erit } 40,$$

et probatio evidens est.

XIII.

Propositum numerum partiri in duos numeros 13
ter, ita ut unus ex 1ª partitione ad unum ex 2ª partitione rationem habeat datam; ut reliquus ex 2ª partitione ad unum ex 3ª partitione rationem habeat datam; ut denique reliquus ex 3ª partitione ad reliquum ex 1ª partitione rationem habeat datam.

---

10 ἐστι] ἄρα *Ba*. 22 ἔχει A (item 24, 27). 26 τὸν ἐκ] τῶν ἐκ B.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ῾ρ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς τρίς, ὅπως ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $α^{ης}$ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ ᾗ $γ^{πλ.}$, ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ ᾗ $β^{πλ.}$, καὶ ἔτι ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως τοῦ ἐλάσσονος τῶν ἐκ τῆς $α^{ης}$ ᾗ $δ^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως ς $\bar{α}$· ὁ ἄρα μείζων τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ διαιρέσεως ἔσται ς $\bar{β}$. καὶ ἐπεὶ ὅλη ἡ διαίρεσίς ἐστι $\overset{\circ}{M}\bar{ρ}$, ὁ ἄρα ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ διαιρέσεως ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{ρ} \wedge$ ς $\bar{β}$. καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ $γ^{πλ.}$ ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $α^{ης}$ διαιρέσεως, ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{τ} \wedge$ ς $\bar{ς}$· ὁ ἄρα ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $α^{ης}$ διαιρέσεως ἔσται ς $\bar{ς} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{σ}$. καὶ ἐπεί ἐστιν αὐτοῦ $δ^{πλ.}$ ὁ μείζων τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως, ἔσται ς $\overline{κδ} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{ω}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν $γ^{ην}$ διαίρεσιν συντεθεῖσαν ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\bar{ρ}$· ἀλλὰ συντεθεῖσα ποιεῖ ς $\overline{κε} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{ω}$. ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\bar{ρ}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overline{λς}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως $\overset{\circ}{M}\overline{λς}$, ὁ δὲ μείζων $\overline{ξδ}$.

ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $α^{ης}$ διαιρέσεως $\overset{\circ}{M}\overline{ις}$, ὁ δὲ μείζων $\overline{πδ}$.

ὁ δὲ ἐλάσσων τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ διαιρέσεως ⟨$\overset{\circ}{M}$⟩ $\overline{κη}$, ὁ δὲ μείζων $\overline{οβ}$. καὶ δῆλον ὡς ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιδ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Δεῖ δὴ τὸ ὑποτιθέμενον πλῆθος τῶν μονάδων ἑνὸς

---

1 τὰ ῾ρ B. 3 ἐλαττ. B (item 9). 4 ἐλαττ. *Ba.* 13 ἐστι *Ba.* 15 καὶ om. *Ba.* 20 $\overset{\circ}{M}$ om. B. 23 ὡς] ὅτι B.

Proponatur iam 100 partiri in duos numeros ter, a ut maior ex 1ª partitione (X_1) minoris ex 2ª (X_2) it 3plus; ut maior ex 2ª partitione (X_2) minoris ex ª (X_3) sit 2plus; ut denique maior ex 3ª partitione X_3) minoris ex 1ª (X_1) sit 4plus.

Ponatur

$$X_3 = x,$$

rgo erit

$$X_2 = 2x,$$

t quoniam summa $X_2 + X_3 = 100$, erit

$$X_3 = 100 - 2x.$$

Et X_1 huius est 3plus, erit

$$X_1 = 300 - 6x.$$

Erit ergo

$$X_1 = 6x - 200,$$

t quoniam X_3 huius est 4plus, erit

$$X_3 = 24x - 800.$$

Linquitur $X_3 + X_3$ facere 100; sed haec summa acit $25x - 800$: ista aequentur 100, fit $x = 36$.

Ad positiones. Erit

$$X_3 = 36, \qquad X_3 = 64,$$
$$X_1 = 16, \qquad X_1 = 84,$$
$$X_3 = 28, \qquad X_2 = 72;$$

t clarum est hos solvere problema.

XIV.

Invenire duos numeros ita ut productus ad sum- 14
nam rationem habeat datam.

Oportet suppositam quantitatem unitatum pro uno

τῶν ἀριθμῶν μεῖζον εἶναι τοῦ ὁμωνύμου τοῦ διδομένου λόγου.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως λόγον ἔχειν $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ μὲν εἷς αὐτῶν ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ἕτερος, κατὰ τὸν προσδιορισμόν, πλείων $\hat{M}\bar{\gamma}$· ἔστω $\hat{M}\overline{\iota\beta}$. καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπ' αὐτῶν ς $\overline{\iota\beta}$, ἡ δὲ σύνθεσις αὐτῶν ς $\bar{\alpha}$ $\hat{M}\overline{\iota\beta}$. λοιπόν ἐστιν ς $\iota\beta$ $\gamma^{\pi\lambda.}$ εἶναι ς $\bar{\alpha}$ $\hat{M}\overline{\iota\beta}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα [ἐστὶ] τοῖς μείζοσι· καὶ γίνεται ὁ ς $\hat{M}\bar{\delta}$. ἔσται ὁ μὲν αὐτῶν $\hat{M}\bar{\delta}$, ὁ δὲ $\hat{M}\overline{\iota\beta}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερος παρὰ θατέρου λαβὼν τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν, λόγον ἔχῃ πρὸς τὸν ὑπολειφθέντα τὸν ἐπιταχθέντα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ λαβόντα $\hat{M}\bar{\lambda}$, γίνεσθαι αὐτοῦ $\beta^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ λαβόντα $\hat{M}\bar{\nu}$, γίνεσθαι αὐτοῦ $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$ καὶ ὧν δίδωσι $\hat{M}\bar{\lambda}$· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\hat{M}\bar{\lambda}$, ἵνα λαβὼν παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὰς $\hat{M}\bar{\lambda}$. γίνηται $\beta^{\pi\lambda.}$ αὐτοῦ. λοιπόν ἐστιν καὶ τὸν $\beta^{ον}$ παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ λαβόντα $\hat{M}\bar{\nu}$, γίνεσθαι αὐτοῦ $\gamma^{\pi\lambda.}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ $\alpha^{ος}$ $\hat{M}\bar{\nu}$, λοιπὸν ἔχει ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\hat{M}\bar{\pi}$· λαβὼν δὲ αὖ ὁ $\beta^{ος}$ τὰς $\hat{M}\bar{\nu}$, γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\hat{M}\bar{\pi}$. λοιπόν ἐστιν ς $\bar{\alpha}$ $\hat{M}\bar{\pi}$ $\gamma^{\pi\lambda.}$ εἶναι ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\hat{M}\bar{\pi}$· τρὶς ἄρα τὰ ἐλάσσονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι, καὶ γίνεται ὁ ς $\hat{M}\overline{\xi\delta}$.

καὶ ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\hat{M}\overline{\text{ϟη}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\hat{M}\overline{\text{ϟδ}}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

1/2 τοῦ διδομένου λόγου A (1ª m.), τῷ διδωμένῳ λόγου B, τῷ διδομένῳ ς λόγῳ A (man. post.). 9 ἐστὶ B, om. A. 13 παρὰ θατέρου A, παρ' ἑκατέρου B. 14 ἔχῃ] supplet δεδο-

ex numeris maiorem esse cognomine datae rationi [numero].

Proponatur iam productum ad summam rationem habere 3^{plam}.

Ponatur unus ex numeris $= x$; alter, secundum conditionem, maior quam 3, sit $= 12$. Productus amborum est $12x$ et summa $x + 12$; linquitur $12x$ ad $x + 12$ esse 3^{pla}. Ergo ter minora maioribus aequantur et fit $x = 4$.

Erit alter numerorum $= 4$, alter $= 12$ et problema solvunt.

XV.

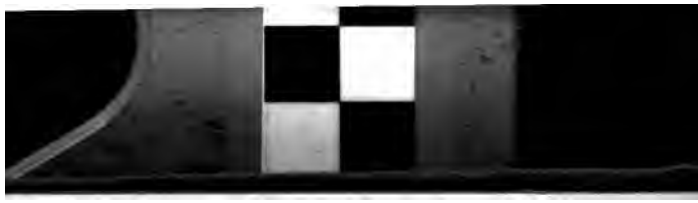
Invenire duos numeros ita ut accipiens uterque 15
ab altero propositum numerum, rationem habeat ad residuum propositam.

Proponatur iam primum (X_1) a secundo (X_2) accipientem 30, residui fieri 2^{plum}, et X_2 a X_1 accipientem 50, residui fieri 3^{plum}.

Ponatur $X_2 = x + 30$ quas dat unitates. Ergo erit $X_1 = 2x - 30$, ut a X_2 accipiens 30, residui fiat 2^{plus}. Linquitur X_2 a X_1 accipientem 50, residui fieri 3^{plum}. Sed si X_1 dat 50, residuus erit $2x - 80$, et si X_2 accipit 50, summa erit $x + 80$. Linquitur $x + 80$ esse 3^{plum} $(2x - 80)$. Ergo ter minora maioribus aequantur et fit $x = 64$.

Erit $X_1 = 98$, $X_2 = 94$, et solvunt problema.

μένον Ba. 15 *τὸν ἐπιταχθέντα* om. B. 20 *ἔσται* om. B. *τὰς* $\bar{\iota}$ $\overset{\circ}{M}$ B. 21 *γένηται* B. *ἐστι* B (item 24). 23 *λοιποὺς* B. 24 *τὰς* $\bar{\nu}$ $\overset{\circ}{M}$ B. *τριπλάσιον* A, *τριπλασίονα* B. 25 *ἐλάττονα* B. 27 *καὶ* prius om. B.



ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τοὺς ἐπιταχθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τῶν ἐπιταττομένων τριῶν τὸ ἥμισυ μεῖζον 5 *εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.*

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ *μετὰ τοῦ* $\beta^{ου}$ *συντεθέντας ποιεῖν* $\dot{M}\bar{\kappa}$, *τὸν δὲ* $\beta^{ον}$ *μετὰ τοῦ* $\gamma^{ου}$ *ποιεῖν* $\dot{M}\bar{\lambda}$, *τὸν δὲ* $\gamma^{ον}$ *μετὰ τοῦ* $\alpha^{ου}$ *ποιεῖν* $\dot{M}\bar{\mu}$.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς $\varsigma\bar{\alpha}$. *καὶ ἐπεὶ ὁ* $\alpha^{ος}$ *καὶ ὁ* $\beta^{ος}$ 10 *ποιοῦσι* $\dot{M}\bar{\kappa}$, *ἐὰν ἄρα ἀπὸ* $\varsigma\bar{\alpha}$ *ἀφέλω* $\dot{M}\bar{\kappa}$, *ἕξω τὸν* $\gamma^{ον}$ $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \dot{M}\bar{\kappa}$· *διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ μὲν* $\alpha^{ος}$ *ἔσται* $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \dot{M}\bar{\lambda}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \dot{M}\bar{\mu}$· *λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἀριθμοὺς γίνεσθαι ἴσους* $\varsigma\bar{\alpha}$· *ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν* $\varsigma\bar{\gamma} \wedge \dot{M}\overline{\lrcorner}$· *ταῦτα ἴσα* $\varsigma\bar{\alpha}$· *καὶ* 15 *γίνεται ὁ* $\varsigma\dot{M}\overline{\mu\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\dot{M}\iota\bar{\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\dot{M}\bar{\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{ος}$ $\dot{M}\overline{\kappa\varepsilon}$. *καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.*

ιζ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως σὺν τρεῖς συν- 20 *τιθέμενοι ποιῶσι τοὺς ἐπιταχθέντας ἀριθμούς.*

Δεῖ δὴ τῶν τεσσάρων τὸ τρίτον μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τοὺς μὲν ἀπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ *τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας ποιεῖν* $\dot{M}\bar{\kappa}$, *τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ* $\beta^{ου}$ 25 *τρεῖς ποιεῖν* $\dot{M}\overline{\kappa\beta}$, *τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ* $\gamma^{ου}$ *τρεῖς ποιεῖν* $\dot{M}\overline{\kappa\delta}$, *τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ* $\delta^{ου}$ *τρεῖς ποιεῖν* $\dot{M}\overline{\kappa\zeta}$.

Τετάχθωσαν οἱ τέσσαρες $\varsigma\bar{\alpha}$. *καὶ ἐὰν ἄρα ἀπὸ* $\varsigma\bar{\alpha}$ *ἀφέλω τοὺς* $\alpha^{ου\varsigma}$ *τρεῖς, τουτέστι* $\dot{M}\bar{\kappa}$, *λοιπὸν ἕξω τὸν*

---

8 $\dot{M}$ prius om. B.

XVI.

Invenire tres numeros tales ut bini simul additi 16
faciant propositos numeros.

Oportet propositorum trium dimidiam summam maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam

$$X_1 + X_2 = 20, \quad X_2 + X_3 = 30, \quad X_3 + X_1 = 40.$$

Ponatur

$$X_1 + X_2 + X_3 = x.$$

Quoniam $X_1 + X_2 = 20$, si a x aufero 20, habebo $X_3 = x - 20$. Eadem ratione erit

$$X_1 = x - 30, \quad X_2 = x - 40.$$

Linquitur summam trium aequari x, sed est haec summa $3x - 90$; ista aequentur x; fit $x = 45$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 15, \quad X_2 = 5, \quad X_3 = 25.$$

Probatio evidens est.

XVII.

Invenire quatuor numeros tales ut terni simul 17
additi faciant propositos numeros.

Oportet propositorum quatuor summae trientem maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam tres a X_1 deinceps, simul additos, facere 20; tres a X_2, 22; tres a X_3, 24; tres a X_4, 27.

Ponatur summa quatuor numerorum $= x$.

Si igitur a x aufero tres a X_1, hoc est 20, residuum habebo

$$X_4 = x - 20.$$

δ^ον ς ᾱ ∧ Μ̇ κ̄· διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ μὲν α^ος [ἔσται] ς ᾱ ∧ Μ̇ κβ̄, ὁ δὲ β^ος ς ᾱ ∧ Μ̇ κδ̄, ὁ δὲ γ^ος ς ᾱ ∧ Μ̇ κζ̄. λοιπόν ἐστι τοὺς δ̄ συντεθέντας ἀριθμοὺς ἴσους γίνεσθαι ς ᾱ. ἀλλ' οἱ δ̄ συντεθέντες ποιοῦσιν ς δ̄ ∧ Μ̇ ιγ̄· ταῦτα ἴσα ς ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇ λᾱ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̇ θ̄, ὁ δὲ β^ος Μ̇ ζ̄, ὁ δὲ γ^ος Μ̇ δ̄, ὁ δὲ δ^ος Μ̇ ιᾱ. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι τῷ ἐπιταχθέντι ἀριθμῷ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν α^ον καὶ τὸν β^ον τοῦ γ^ου ὑπερέχειν Μ̇ κ̄, τὸν δὲ β^ον καὶ τὸν γ^ον τοῦ α^ου ὑπερέχειν Μ̇ λ̄, τὸν δὲ γ^ον καὶ τὸν α^ον τοῦ β^ου ὑπερέχειν Μ̇ μ̄. Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ς β̄. καὶ ἐπεὶ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος τοῦ γ^ου ὑπερέχουσιν Μ̇ κ̄, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ γ^ου, οἱ τρεῖς, δίς ἐστιν ὁ γ^ος καὶ ἡ ὑπεροχὴ Μ̇ κ̄. ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν τριῶν, τουτέστιν ς β̄, ἀφέλω Μ̇ κ̄, ἕξω δὶς τὸν γ^ον ς β̄ ∧ Μ̇ κ̄· ἅπαξ ἄρα ὁ γ^ος ἔσται ς ᾱ ∧ Μ̇ ῑ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν α^ος ἔσται ς ᾱ ∧ Μ̇ ιε̄, ὁ δὲ β^ος ς ᾱ ∧ Μ̇ κ̄. λοιπόν ἐστιν τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι ς β̄· ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ς γ̄ ∧ Μ̇ με̄· ταῦτα ἴσα ς β̄. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇ με̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̇ λ̄, ὁ δὲ β^ος Μ̇ κε̄, ὁ δὲ γ^ος Μ̇ λε̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ἔσται B, om. A, γίνεται *Ba*. 6 ὁ δὲ om. *Ba*. 16 ὑπερέχουσι B. 17 ἐστι *Ba*. 18 τῶν om. A B β̄ om. B, δύο suppl. *Ba*. 21 δὲ om. *Ba*. ἐστι B (item p. 42, 5) εἶναι ἴσους *Ba*.

Eadem ratione erit

$$X_1 = x - 22, \quad X_2 = x - 24, \quad X_3 = x - 27.$$

Linquitur illos quatuor simul additos fieri x.

Sed quatuor simul additi faciunt $4x - 93$. Ista aequentur x; fit $x = 31$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 9, \quad X_2 = 7, \quad X_3 = 4, \quad X_4 = 11;$$

et problema solvunt.

XVIII.

Invenire tres numeros tales ut binorum summa 1
reliquum superet proposito numero.

Proponatur iam excessum

$$X_1 + X_2 \text{ supra } X_3 \text{ esse } 20,$$
$$X_2 + X_3 \text{ supra } X_1 \text{ esse } 30,$$
$$X_3 + X_1 \text{ supra } X_2 \text{ esse } 40.$$

Ponatur summa trium $= 2x$.

Quoniam $X_1 + X_2 = X_3 + 20$, utrimque addito X_3, summa trium est $2X_3 + 20$, nempe excessu. Si igitur a summa trium, hoc est a $2x$, aufero 20, habebo $2X_3 = 2x - 20$. Ergo $X_3 = x - 10$, et eadem ratione $X_1 = x - 15$, $X_2 = x - 20$.

Linquitur summam trium aequari $2x$, sed summa trium est $3x - 45$: ista aequentur $2x$; fit $x = 45$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 30, \quad X_2 = 25, \quad X_3 = 35,$$

et proposito satisfaciunt.

[Ἄλλως.]

Ἐπεὶ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ τοῦ γ^{ou} ὑπερέχουσι $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$, ἔστω ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\varsigma\bar{\alpha}$· συναμφότερος ἄρα ὅ τε $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται $\varsigma\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ τοῦ α^{ou} ὑπερέχουσι $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$, τάσσω τὸν β^{ov} τοσούτων $\overset{\circ}{M}$ ὅσων ἐστὶν ὁ ἥμισυς τοῦ τε $\bar{\kappa}$ καὶ $\bar{\lambda}$, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$· καὶ ἐπεὶ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἐστιν $\varsigma\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$, ὧν ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἐστιν $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$. λοιπὸν δεῖ καὶ τὸν γ^{ov} μετὰ τοῦ α^{ou}, τοῦ β^{ou} ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\mu}$· ἀλλὰ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ μετὰ τοῦ γ^{ou} ἐστὶν $\varsigma\bar{\beta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$· ἴσοι ἄρα εἰσὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\xi\varepsilon}$.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις. ς ἄρα $\bar{\beta}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\bar{o}$. καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\lambda\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν α^{ov}, $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$· ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$· τὸν δὲ β^{ov} $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\varepsilon}$· τὸν δὲ γ^{ov} $\varsigma\bar{\alpha}$· ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\lambda\varepsilon}$.

ιθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως οἱ τρεῖς λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσιν ἐπιταχθέντι ἀριθμῷ.

Δεῖ δὴ τῶν ἐκ τῆς ὑπεροχῆς τεσσάρων τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τοὺς μὲν ἀπὸ τοῦ α^{ou} τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας τοῦ δ^{ou} ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ou} τρεῖς τοῦ α^{ou} ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$, τοὺς δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ou} τρεῖς ὁμοίως τοῦ β^{ou} ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\mu}$, καὶ ἔτι τοὺς ἀπὸ τοῦ δ^{ou} τρεῖς κατὰ τὸ ἑξῆς συντεθέντας τοῦ γ^{ou} ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\nu}$.

Τετάχθωσαν οἱ τέσσαρες $\varsigma\bar{\beta}$. καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ α^{ou} τρεῖς τοῦ δ^{ou} ὑπερέχουσι $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$, ᾧ δὲ ὑπερέχουσιν

---

1 Ἄλλως B, om. A. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 8 δεῖ] δὲ *Ba*. 10 εἰσὶν B. 16

[Aliter.

Quoniam excessus $X_1 + X_2$ supra X_3 est 20, sit 19
$X_3 = x$, ergo $X_1 + X_2 = x + 20$.

Rursus quoniam excessus $X_2 + X_3$ supra X_1 est 30, pono X_2 esse tot unitatum quot est dimidia summa 20 et 30, hoc est 25, et quoniam $X_1 + X_2 = x + 20$, quum sit $X_2 = 25$, remanet ergo $X_1 = x - 5$.

Linquitur excessum $X_3 + X_1$ supra X_2 esse 40; sed $X_1 + X_3 = 2x - 5$: aequantur ergo 65.

Utrimque addatur negatum; ergo $2x = 70$; fit $x = 35$.

Ad positiones. Est $X_1 = x - 5$; erit 30. $X_2 = 25$. $X_3 = x$; erit 35.]

XIX.

Invenire quatuor numeros tales ut terni simul ad- 20
diti reliquum superent proposito numero.

Oportet quatuor excessuum dimidiam summam maiorem esse unoquoque horum.

Proponatur iam excessum trium a X_1 deinceps simul additorum supra X_4 esse 20; trium a X_2 supra X_1 esse 30; trium a X_3 supra X_2 esse 40; denique trium a X_4 deinceps simul additorum supra X_3 esse 50.

Ponantur quatuor simul additi esse $2x$. Quoniam excessus trium a X_1 supra X_4 est 20 et idem est ex-

---

οἱ τρεῖς A*Ba*, *σὺν τρεῖς* B. 17 *ἐπιταχθέντα ἀριθμόν Ba*. 18 *τῶν*] *τοῦ* AB. *τεσσάρων*] *τῶν τεσσάρων* B (*τῶν* inter lineas add. A 2ª m.). 18/19 *τοῦ ἡμίσου ἐλάττονα εἶναι ἕκαστον αὐτῶν Ba*. 20 *ἀπὸ πρώτου* B. 24 *ἀπὸ τετάρτου* A*Ba*. 27 *ᾧ*] *ὧν Ba*.

οἱ $\alpha^{\omega\iota}$ τρεῖς τοῦ $\delta^{\omega\upsilon}$, τούτῳ ὑπερέχουσι καὶ οἱ τέσσαρες, δὶς τοῦ $\delta^{\omega\upsilon}$, καί εἰσιν οἱ τέσσαρες, ς $\bar{\beta}$, ς ἄρα $\bar{\beta}$, δὶς τοῦ $\delta^{\omega\upsilon}$ ὑπερέχουσι $\dot{M}\bar{\kappa}$· ὁ ἄρα $\beta^{\pi\lambda.}$ τοῦ $\delta^{\omega\upsilon}$ ἔσται ς $\bar{\beta}$ ∧ $\dot{M}\bar{\kappa}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\iota}$.

διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\iota\epsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\kappa}$, καὶ ἔτι ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\kappa\epsilon}$. λοιπόν ἐστι τοὺς τέσσαρας ἴσους εἶναι ς $\bar{\beta}$· ἀλλ' οἱ τέσσαρές εἰσιν ς $\bar{\delta}$ ∧ $\dot{M}\bar{o}$· ταῦτα ἴσα ς $\bar{\beta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\bar{\lambda\epsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\kappa}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\iota\epsilon}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\iota}$, ὁ δὲ $\delta^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\kappa\epsilon}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

[Ἄλλως.]

Ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\alpha^{o\upsilon}$ τρεῖς τοῦ $\delta^{o\upsilon}$ ὑπερέχουσι $\dot{M}\bar{\kappa}$, τετάχθω ὁ $\delta^{o\varsigma}$ ς $\bar{\alpha}$· οἱ τρεῖς ἄρα ἔσονται ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\kappa}$. πάλιν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\beta^{o\upsilon}$ τρεῖς τοῦ $\alpha^{o\upsilon}$ ὑπερέχουσι $\dot{M}\bar{\lambda}$, τετάχθω συναμφότερος ὅ τε $\beta^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}$ τοσούτων ὅσων ἐστὶν ὁ ἥμισυς τῶν δύο ὑπεροχῶν, (λέγω δὴ τοῦ $\bar{\kappa}$ καὶ τοῦ $\bar{\lambda}$) τουτέστι $\dot{M}\bar{\kappa\epsilon}$. καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\alpha^{o\upsilon}$ τρεῖς εἰσιν ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\kappa}$, ὧν ὁ $\beta^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\kappa\epsilon}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\epsilon}$.

καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\beta^{o\upsilon}$ τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ $\alpha^{o\upsilon}$ $\dot{M}\bar{\lambda}$, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ $\gamma^{o\upsilon}$ τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ $\beta^{o\upsilon}$ $\dot{M}\bar{\mu}$, συναμφότερος ἄρα ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\delta^{o\varsigma}$ ἔσται $\dot{M}\bar{\lambda\epsilon}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ἔσται $\dot{M}\bar{\lambda\epsilon}$ ∧ ς $\bar{\alpha}$.

ἔστι δὲ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\kappa\epsilon}$, ὧν ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\lambda\epsilon}$ ∧ ς $\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\dot{M}\bar{\iota}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς ἀπὸ τοῦ $\delta^{o\upsilon}$ τρεῖς τοῦ $\gamma^{o\upsilon}$ ὑπερ-

---

1 ὑπερέχουσιν *Ba*. 2 τοῦ τετάρτου δὶς *Ba*. 12 Ἄλλως om. A 1ª m. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 16 τε om. *Ba*. 26 ἔσται om. *Ba*.

cessus trium a X_1 supra X_4 et quatuor supra $2X_4$, quum quatuor sint $2x$, excessus $2x$ supra $2X_4$ est 20. Erit ergo

$$2X_4 = 2x - 20 \quad \text{et} \quad X_4 = x - 10.$$

Eadem ratione $X_1 = x - 15$, $X_2 = x - 20$, denique $X_3 = x - 25$.

Linquitur quatuor facere $2x$; sed horum summa est $4x - 70$: ista aequentur $2x$, fit $x = 35$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 20, \quad X_2 = 15, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = 25,$$

et problema solvunt.

[Aliter.

Quoniam summa trium a X_1 supra X_4 est 20, 21
ponatur $X_4 = x$, summa trium erit $x + 20$. Rursus quoniam summa trium a X_2 supra X_1 est 30, ponatur $X_2 + X_3$ esse tot unitatum quot est dimidia summa duorum excessuum (aio nempe 20 et 30), hoc est 25; et quoniam summa trium a X_1 est $x + 20$ et $X_2 + X_3 = 25$, residuus erit $X_1 = x - 5$. Et quoniam summa trium a X_2 supra X_1 est 30 et summa trium a X_3 supra X_2 est 40, ergo erit

$$X_3 + X_4 = 35.$$

Remanet ergo

$$X_3 = 35 - x.$$

Sed et

$$X_2 + X_3 = 25,$$

quorum

$$X_3 = 35 - x;$$

residuus ergo erit

$$X_2 = x - 10.$$

Linquitur summam trium a X_4 supra X_3 esse 50;

ἔχειν Μ̇ν̄· ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ς γ̄ ∧ Μ̇ιε̄, ὁ δὲ γ^ος ἐστὶ Μ̇λε ∧ ς ᾱ. δεῖ δὴ καὶ ς γ̄ ∧ Μ̇ιε̄ ὑπερέχειν Μ̇λε ∧ ς ᾱ, Μ̇ν̄, ὥστε Μ̇πε̄ ∧ ς ᾱ ἴσαι εἰσὶν ς γ̄ ∧ Μ̇ιε̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇κε̄.

5 ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν α^ον ς ᾱ ∧ Μ̇ε̄· ἔσται Μ̇κ̄· ὁ δὲ β^ος ὁμοίως Μ̇ιε̄, ὁ δὲ γ^ος Μ̇ῑ, ὁ δὲ δ^ος Μ̇κε.

κ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθ-
10 μοὺς ὅπως ἑκάτερος τῶν ἄκρων προσλαβὼν τὸν μέσον πρὸς τὸν λοιπὸν τῶν ἄκρων λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ρ̄ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος τοῦ γ^ου ἡ γ^πλ., ὁ δὲ β^ος καὶ ὁ γ^ος τοῦ α^ου ἡ δ^πλ.

15 Τετάχθω ὁ γ^ος ς ᾱ· καὶ ἐπεὶ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος τοῦ γ^ου ἐστὶ γ^πλ., τετάχθωσαν οἱ δύο ς γ̄. οἱ τρεῖς ἄρα εἰσὶν ς δ̄· οὗτοι ἴσοι Μ̇ρ̄· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇κε̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔταξα τὸν γ^ον ς ᾱ· ἔσται Μ̇κε̄· τὸν δὲ α^ον καὶ τὸν β^ον ς γ̄· ἔσονται Μ̇οε̄.

20 πάλιν ἐπεὶ ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος τοῦ α^ου εἰσὶ δ^πλ., τετάχθω ὁ α^ος ς ᾱ. ἔσται ἄρα ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος ς δ̄· οἱ τρεῖς ἄρα εἰσὶν ς ε̄, ἀλλὰ καὶ Μ̇ρ̄· καὶ γίνεται ὁ ς, Μ̇κ̄.

ἔσται ἄρα ὁ α^ος Μ̇κ̄· ὁ δὲ β^ος καὶ ὁ γ^ος Μ̇π̄, ὧν ὁ γ^ος Μ̇κε, λοιπὸς ἄρα ὁ β^ος ἔσται Μ̇νε. καὶ ποιοῦσι
25 τὰ τῆς προτάσεως.

κα.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ μέγιστος τοῦ μέσου ὑπερέχῃ τῷ τοῦ ἐλαχίστου δοθέντι μέρει, ὁ δὲ μέσος

---

1 ποιοῦσι *Ba.* 2 ἐστὶ om. B. 23 β^ος καὶ ὁ γ^ος Μ̇π̄ ὁ om. *Ba.*

sed summa trium facit $3x - 15$ et $X_3 = 35 - x$; oportet iam et $3x - 15$ supra $35 - x$ esse 50; ita

$$85 - x = 3x - 15 \quad \text{et fit} \quad x = 25.$$

Ad positiones. Est $X_1 = x - 5$, erit 20, et similiter

$$X_2 = 15, \quad X_3 = 10, \quad X_4 = 25.]$$

XX.

Propositum numerum partiri in tres numeros ita 22
ut summa medii et extremorum utriusque ad extremum alterum rationem habeat datam.

Proponatur iam 100 partiri in tres numeros ita ut $X_1 + X_2$ ad X_2 sit 3^{plus}, et $X_2 + X_3$ ad X_1 sit 4^{plus}.

Ponatur $X_3 = x$, et quoniam $X_1 + X_2$ ad X_3 est 3^{plus}, ponatur $X_1 + X_2 = 3x$. Ergo summa trium $(X_1 + X_2 + X_3)$ est $4x$; ista aequantur 100 et fit $x = 25$.

Ad positiones. Est $X_3 = x$, erit 25.

$$X_1 + X_2 = 3x, \text{ erunt } 75.$$

Rursus quoniam $X_2 + X_3$ ad X_1 est 4^{plus}, ponatur $X_1 = x$; ergo erit $X_2 + X_3 = 4x$ et summa trium $(X_1 + X_2 + X_3) = 5x$, sed et est 100. Fit ergo $x = 20$.

Erit igitur

$$X_1 = 20 \quad \text{et} \quad X_2 + X_3 = 80,$$

quorum $X_3 = 25$; residuus ergo $X_2 = 55$ et proposito satisfaciunt.

XXI.

Invenire tres numeros tales ut maximus medium 23
superet data minimi fractione, medius minimum superet

τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχῃ τῷ τοῦ μεγίστου δοθέντι μέρει, ὁ δὲ ἐλάχιστος δοθέντι ἀριθμῷ τοῦ τοῦ μέσου δοθέντος μέρους.

Δεῖ δὴ τὸν μέσον τοῦ ἐλαχίστου τοσούτῳ μέρει τοῦ μέγιστου ὑπερέχειν, ὥστε τὸν ὁμώνυμον τοῦ τοιούτου μέρους ἐπὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάχιστον πολλαπλασιαζόμενον ποιεῖν ἐν αὐτῷ πλῆθος ἀριθμῶν πλεῖον ἢ ἐν τῷ μέσῳ.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ω} μέρει, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου τῷ τοῦ μεγίστου γ^{ω} μέρει, τὸν δὲ ἐλάχιστον ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$ τοῦ τοῦ μέσου γ^{ou} μέρους.

Τετάχθω δὴ ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$ καὶ ὧν ὑπερέχει τοῦ τοῦ μέσου γ^{ou}, $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$· ὁ ἄρα μέσος ἔσται ς $\bar{\gamma}$, ἵνα ἔχῃ ὁ ἐλάχιστος τὸ γ^{ov} τοῦ μέσου καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$.

ἢ καὶ οὕτως· τετάχθω ὁ μέσος ς $\bar{\gamma}$· καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἐλάχιστον ὑπερέχειν τοῦ γ^{ou} μέρους αὐτοῦ τοῦ μέσου, $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$, ἔσται ς $\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν μέσον τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχειν τῷ τοῦ α^{ou} γ^{ω} μέρει· ἀλλ' ὁ μέσος τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχει ς $\bar{\beta}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$· ταῦτα ἄρα γ^{ov} μέρος ἐστὶ τοῦ μεγίστου· αὐτὸς ἄρα ὁ μέγιστος ἔσται ς $\bar{\varsigma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\lambda}$. δεήσει ἄρα καὶ τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου γ^{ω} μέρει· ἀλλὰ ὁ μέγιστος τοῦ μέσου ὑπερέχει ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\lambda}$· ταῦτα ἄρα γ^{ov} ἐστὶ μέρος τοῦ ἐλαχίστου· ὁ ἄρα ἐλάχιστος ἔσται ς $\bar{\vartheta}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}$ ϟ· ἀλλὰ καὶ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$ ηὑρέθη· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\iota\beta\,\bar{L}'$.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν γ^{ov} $\overset{\circ}{M}\,\kappa\beta\,\bar{L}'$, ὁ δὲ μέσος $\overset{\circ}{M}\,\lambda\bar{\zeta}\,\bar{L}'$, ὁ δὲ μέγιστος $\overset{\circ}{M}\,\bar{\mu\epsilon}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

10 μέρει om. *Ba*. τὸν δὲ μέσον . . . (11) μέρει om. B, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχειν τῷ τοῦ μεγίστου τρίτῳ

lata maximi fractione et minimus datum numerum data medii fractione.

Oportet medium superare minimum tali maximi fractione ut numerus huic fractioni cognominis, in differentiam medii ad minimum multiplicatus, faciat coefficientem x maiorem quam in medio.

Proponatur iam maximum (X) supra medium (ξ) esse minimi $(X)\frac{1}{3}$; ξ supra X esse $\frac{1}{3}X$, et X supra 10 esse $\frac{1}{3}\xi$.

Ponatur $X = x + 10$, quum totidem superet $\frac{1}{3}\xi$. Ergo erit $\xi = 3x$; ita enim X continet $\frac{1}{3}\xi$ et 10 mitates.

Vel sic: Ponatur $\xi = 3x$; quoniam volo X supra ξ esse 10, erit $X = x + 10$.

Restat ut ξ supra X sit $\frac{1}{3}X$, sed ξ supra X est $x - 10$; istud igitur erit $\frac{1}{3}X$, erit ergo $X = 6x - 30$.

Oportet quoque X supra ξ esse $\frac{1}{3}X$, sed X supra est $3x - 30$; istud igitur erit $\frac{1}{3}X$; erit ergo

$$X = 9x - 90.$$

Sed et inventus est $x + 10$; fit igitur $x = 12\frac{1}{2}$. Erit ergo

$$X = 22\tfrac{1}{2}, \quad \xi = 37\tfrac{1}{2}, \quad X = 45,$$

et proposito satisfaciunt.

---

uppl. *Ba.* 14 τοῦ om. *Ba.* 17 αὐτοῦ om. *Ba.* 27 ὑρέθη B. ∠′] καὶ ἥμισυ *Ba* (item 28). 28 ὁ δὲ μέσος Ἡ $\overline{\lambda\zeta}$ ∠′ supra lineam A 2ª manu.

Ἄλλως.

Εὑρεῖν κ. τ. ἑ.

Δεῖ δὴ τὸ διδόμενον τοῦ μεγίστου μέρος τηλικοῦτον διδοσθαι, ὥστε προστιθέμενον τῷ ἐλαχίστῳ, ποιεῖν τοὺς ἐν αὐτῷ ἀριθμοὺς ἐλάσσονας τῶν ἐξ ἀρχῆς λαμβανομένων τοῦ μέσου.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$ καὶ ὧν ὑπερέχει τοῦ τοῦ μέσου $\gamma^{ου}$ μέρους, $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$· ἔσται ἄρα ὁ μέσος ς $\bar{\gamma}$, ἵνα ὑπερέχῃ ὁ ἐλάχιστος $\overset{\circ}{M}\,\bar{\iota}$ τοῦ τοῦ μέσου $\gamma^{ου}$ μέρους. πάλιν ἐπεὶ θέλω τὸν μέγιστον τοῦ μέσου ὑπερέχειν τῷ τοῦ ἐλαχίστου $\gamma^{ῳ}$ μέρει, ἐὰν προσθῶ τῷ μέσῳ τὸ τοῦ ἐλαχίστου $\gamma^{ου}$ μέρος, ἕξω τὸν μέγιστον ς $\bar{\gamma}\,\gamma^{\chi}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\gamma}\,\gamma^{\chi}$. λοιπὸν δεῖ [καὶ] τὸν μέσον ἴσον εἶναι τῷ ἐλαχίστῳ καὶ τῷ τοῦ μεγίστου $\gamma^{ῳ}$ μέρει· ἀλλ' ὁ ἐλάχιστος μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ μέρους τοῦ μεγίστου, ς εἰσιν $\bar{\beta}\,\vartheta^{\chi}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\alpha}\,\vartheta^{\chi}$. ταῦτα ἴσα τοῖς τοῦ μέσου ς $\bar{\gamma}$.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ς ἄρα $\bar{\alpha}$ ⋀ ϑ^{χ} ἴσος ἐστὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\alpha}\,\vartheta^{\chi}$. πάντα $\vartheta^{\chi\iota\varsigma}$. ς ἄρα ἢ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\rho}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}\,\angle'$. καὶ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις τῇ ἐπάνω.

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ διδῷ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

---

1 Ἄλλως om. A *Ba*. Quae sequitur secundam solutionem veteri scholiastae tribuo. 2 Propositionem problematis κα repetunt AB. 3 τὸ] τὸν B. μέρους B. 6 A (2ª m.) addit in margine: (κείμενον): ἐπιτετάχθω πάλιν τὸν μέγιστον ὑπερέχειν τοῦ μέσου τῷ τοῦ ἐλαχίστου $\gamma^{ῳ}$ μέρει, τὸν δὲ μέσον τοῦ ἐλαχίστου τῷ τοῦ μεγίστου τρίτῳ μέρει, τὸν δὲ ἐλάχιστον ὑπερέχειν μονάδας ι τοῦ $\gamma^{ου}$ μέρους τοῦ μέσου. 8 τοῦ alterum om. B. 9 ὑπερέχει A. 11 τὸ om. B. 12 γ^{χ}] α^{γ} *Ba*

[Aliter.

Invenire tres numeros etc. 24

Oportet datam maximi fractionem talem dari ut, addito minimo, faciat coefficientem x minorem quam in medio sumptus est ab initio.

Ponatur rursus $X = x + 10$, quum totidem superet $\frac{1}{3}\xi$. Erit igitur $\xi = 3x$, ut X supra 10 sit $\frac{1}{3}\xi$. Rursus quoniam volo X supra ξ esse $\frac{1}{3}X$, si ξ addo et $\frac{1}{3}X$, habebo

$$X = 3\tfrac{1}{3}x + 3\tfrac{1}{3}\cdot$$

Restat ut

$$\xi = X + \tfrac{1}{3}X, \text{ sed } X + \tfrac{1}{3}X = 2\tfrac{1}{9}x + 11\tfrac{1}{9}\cdot$$

Ista aequantur ξ hoc est $3x$.

A similibus similia. Ergo

$$\left(1 - \tfrac{1}{9}\right)x = 11\tfrac{1}{9}\cdot$$

Omnia 9^{ies}. Ergo $8x = 100$ et fit $x = 12\frac{1}{2}$, eademque probatio quae supra.]

XXII.

Invenire tres numeros tales ut, unoquoque sequenti 25
dante ipsius fractionem propositam, dantes accipientesque fiant aequales.

---

qui ubique sic notat fractiones aliquotas unitatis. 13 καὶ om. A. 17 ς ἄρα ᾱ ⋀ ϑ^χ ἴσος] ἀριϑμοῦ ἄρα η^ϑ ἴσα *Ba*. 18 ἄρα om. *Ba*. 19 ἀπόδειξις A, δεῖξις B. 23 γένονται *Ba*.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ τῷ $\beta^{ῳ}$ διδόναι ἑαυτοῦ τὸ $\gamma^{ον}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ τῷ $\gamma^{ῳ}$ τὸ $\delta^{ον}$, καὶ ἔτι τὸν $\gamma^{ον}$ τῷ $\alpha^{ῳ}$ τὸ $\varepsilon^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους μετὰ τὴν ἀντίδοσιν.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$, ς τινων $\gamma^{ον}$ ἐχόντων μέρος, ἐπεὶ $\gamma^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω δὴ καὶ ς $\bar{\gamma}$. ὁ δὲ $\beta^{ος}$, $\overset{\circ}{M}$ τινῶν $\delta^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $\delta^{ον}$ δίδωσιν· ἔστω δὴ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, καὶ μὴν δὴ ὁ $\beta^{ος}$ δοὺς καὶ λαβὼν γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν $\alpha^{ον}$ δόντα καὶ λαβόντα γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\gamma^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$, λαβὼν δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$, γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$. $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\bar{\gamma}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$, $\varepsilon^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $\gamma^{ου}$· αὐτὸς ἄρα ἐστὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varepsilon}$ ⋀ ς $\bar{\varepsilon}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$, λοιπός ἐστι $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ⋀ ς $\bar{\delta}$· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, γίνεται $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$ ⋀ ς $\bar{\delta}$. ταῦτα ἴσα ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$. καὶ φανερὰ τὰ τῆς προτάσεως.

---

3 γενέσθαι B. 5 δίδωσιν A*Ba*, δίδωσι B. καὶ om. B. 6 $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$] A (2ª m.) addit in margine: (κείμενον): ὁ ἄρα δεύτερος δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\delta^{ον}$, $M\bar{\alpha}$, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ τὸ $\gamma^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$, γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\alpha^{ον}$ δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\gamma^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ τὸ $\varepsilon^{ον}$, γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ς $\bar{\alpha}$, λοιποὺς ἔχει ς $\bar{\beta}$. δεήσει ἄρα λαβόντα αὐτὸν τὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ $\varepsilon^{ον}$ γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\bar{\gamma}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$ $\varepsilon^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ (l. 11). 7 μὴν δὴ ὁ scripsi, μὲν δὴ (δὴ correctum ex δὲ) ὁ μὲν A, μένει ὁ B. γίνεται om. B. 8 καὶ prius om. *Ba*. 12 δόντα] δοθέντα *Ba*.

Proponatur iam X_1 dare ad X_2 ipsius $\frac{1}{3}$, X_2 dare ad X_3 ipsius $\frac{1}{4}$, et adhuc X_3 dare ad X_1 ipsius $\frac{1}{5}$, ita ut post mutuam donationem fiant aequales.

Ponatur X_1 esse x cum coefficiente trientem habente, quoniam dat $\frac{1}{3}$; sit iam $3x$.

Ponatur X_2, quoniam dat $\frac{1}{4}$, esse unitatum quantitatem cuius sit quadrans; sit iam 4.

Sed X_2 dans accipiensque fit $x + 3$. Restat ut X_1 dans accipiensque fiat $x + 3$. Sed dans ipsius $\frac{1}{3}$, hoc est x, accipiensque $3 - x$, fit $x + 3$. Ergo

$$3 - x = \frac{-1}{5} X_3 \text{ et } X_3 = 15 - 5x.$$

Oportebit adhuc et X_3, dantem ipsius $\frac{1}{5}$, et accipientem $\frac{1}{4} X_2$, hoc est 1, fieri $x + 3$. Sed dans ipsius $\frac{1}{5}$, $3 - x$, remanet $12 - 4x$, accipiensque $\frac{1}{4} X_2$, hoc est 1, fit $13 - 4x$. Ista aequantur $x + 3$ et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 6, \quad X_2 = 4, \quad X_3 = 5,$$

et manifesta propositi solutio.

κγ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω τὸν μὲν α^ον^ τῷ β^ῳ^ διδόναι τὸ γ^ον^, τὸν δὲ β^ον^ τῷ γ^ῳ^ τὸ δ^ον^, τὸν δὲ γ^ον^ τῷ δ^ῳ^ τὸ ε^ον^, καὶ ἔτι τὸν δ^ον^ τῷ α^ῳ^ τὸ ϛ^ον^, καὶ γίνεσθαι ἴσους μετὰ τὴν ἀντίδοσιν.

Τετάχθω ὁ μὲν α^ος^, ϛ τινων γ^ον^ μέρος ἐχόντων, ἐπεὶ γ^ον^ δίδωσιν· ἔστω ϛ γ̄· ὁ δὲ β^ος^, Μ̊ τινῶν δ^ον^ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ δ^ον^ δίδωσιν· ἔστω Μ̊ δ̄. ὁ ἄρα β^ος^, δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ δ^ον^, Μ̊ ᾱ, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ α^ου^ τὸ γ^ον^, ϛ ᾱ, γίνεται ϛ ᾱ Μ̊ γ̄.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν α^ον^, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ γ^ον^, ϛ ᾱ, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ δ^ου^ τὸ ϛ^ον^, γίνεσθαι ϛ ᾱ Μ̊ γ̄· ἀλλὰ δοὺς μὲν ϛ ᾱ, λοιποὺς ἔχει ϛ β̄. δεήσει ἄρα λαβόντα αὐτὸν τοῦ δ^ου^ τὸ ϛ^ον^, γίνεσθαι ϛ ᾱ Μ̊ γ̄· Μ̊ ἄρα γ̄ ∧ ϛ ᾱ, ϛ^ον^ μέρος εἰσὶ τοῦ δ^ου^· αὐτὸς ἄρα ὁ δ^ος^ ἔσται Μ̊ ιη̄ ∧ ϛ ϛ̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν δ^ον^, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ ϛ^ον^, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ γ^ου^ τὸ ε^ον^, γίνεσθαι ϛ ᾱ Μ̊ γ̄· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ ϛ^ον^, Μ̊ γ̄ ∧ ϛ ᾱ, λοιπός ἐστι Μ̊ ιε̄ ∧ ϛ ε̄. δεήσει ἄρα αὐτὸν καὶ λαβόντα τὸ τοῦ γ^ου^ ε^ον^ γίνεσθαι ϛ ᾱ Μ̊ γ̄· ἀλλὰ ἐὰν λάβῃ ϛ ϛ̄ ∧ Μ̊ ιβ̄, γίνεται ϛ ᾱ Μ̊ γ̄, ὥστε ϛ ϛ̄ ∧ Μ̊ ιβ̄, ε^ον^ μέρος εἰσὶ τοῦ γ^ου^· αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛ λ̄ ∧ Μ̊ ξ̄.

---

3 δῷ] διδῷ B. τὸ om. *Ba*. 7 γίνεται A (1ª m.), γενέσθαι B. 16/17 δεήσει ἄρα τὸ τοῦ τετάρτου ἕκτον λαβόντα αὐτὸν B. 17 τὸ om. A. 24 ἐὰν] ἂν *Ba*. 25 ὥστε] εἴτε *Ba*.

XXIII.

Invenire quatuor numeros tales ut, unoquoque sequenti dante ipsius fractionem propositam, dantes accipientesque fiant aequales. 26

Proponatur iam X_1 ad X_2 dare ipsius $\frac{1}{3}$, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{4}$, X_3 ad X_4 ipsius $\frac{1}{5}$, denique X_4 ad X_1 ipsius $\frac{1}{6}$, et ita post mutuam donationem fieri aequales.

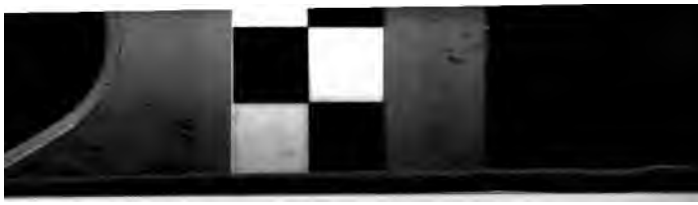
Ponatur X_1 esse x cum coefficiente cuius sit triens, quoniam dat $\frac{1}{3}$, esto $3x$; et X_2 esse unitatum quantitatem cuius sit quadrans, quoniam dat $\frac{1}{4}$, esto 4.

Ergo X_2, dans ipsius $\frac{1}{4}$, hoc est 1, accipiensque $\frac{1}{3}X_1$, hoc est x, fit $x+3$; oportebit et X_1, dantem ipsius $\frac{1}{3}$, hoc est x, accipientemque $\frac{1}{6}X_4$, fieri $x+3$; sed dans x, reliquum habet $2x$; oportebit igitur istum, accipientem $\frac{1}{6}X_4$, fieri $x+3$. Ergo

$$3-x=\frac{1}{6}X_4 \quad \text{et} \quad X_4=18-6x.$$

Restat ut X_4, dans ipsius $\frac{1}{6}$ accipiensque $\frac{1}{5}X_3$, fiat $x+3$; sed, dans ipsius $\frac{1}{6}$, $3-x$, remanet $15-5x$; oportebit igitur istum, accipientem $\frac{1}{5}X_3$, fieri $x+3$; sed accipiendo $6x-12$, fit $x+3$; ergo

$$6x-12=\frac{1}{5}X_3 \quad \text{et} \quad X_3=30x-60.$$



δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{ον}$, δόντα μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, λαβόντα δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$, ς $\bar{\varsigma}$ ∧ $\dot{M}$ $\overline{\iota\beta}$, λοιποὺς ἔχει ς $\overline{\kappa\delta}$ ∧ $\dot{M}$ $\overline{\mu\eta}$· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\delta^{ον}$, γί-
5 νεται ς $\overline{\kappa\delta}$ ∧ $\dot{M}$ $\overline{\mu\zeta}$. ταῦτα ἴσα ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\bar{\nu}$ $\kappa\gamma^{ων}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\rho\nu}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\text{ϟ}\beta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\rho\kappa}$, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ $\overline{\rho\iota\delta}$· περιιρήσθω τὸ μόριον· ἔσται δηλαδὴ ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\dot{M}$ $\overline{\rho\nu}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\text{ϟ}\beta}$, ὁ
10 δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\rho\kappa}$, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ $\overline{\rho\iota\delta}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λάβῃ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, καὶ γένωνται ἴσοι.

15 Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\gamma^{ον}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\delta^{ον}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ $\varepsilon^{ον}$, καὶ γίνεσθαι ἴσους.

20 Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$· οἱ δὲ λοιποὶ δύο, $\dot{M}$ τινῶν τοῦ προχείρου ἕνεκεν $\gamma^{ον}$ μέρος ἐχουσῶν, ἐπεὶ $\gamma^{ον}$ διδόασιν· ἔστω $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$. οἱ ἄρα τρεῖς ἔσονται ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$, καὶ μένει ὁ $\alpha^{ος}$ λαβὼν παρὰ τῶν λοιπῶν δύο τὸ $\gamma^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}$ $\bar{\alpha}$.

25 δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν ⟨λοιπῶν⟩ δύο ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ $\delta^{ον}$, γίνεσθαι ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}$ $\bar{\alpha}$· πάντα $\delta^{κις}$·

---

1 ἑαυτοῦ τὸ] τὸ ἑαυτοῦ B. 7/8 Post quatuor numeratores εἰκοσιτρίτων suppl. *Ba*. Super hos denominatorem κγ addiderunt manus recentiores in A et B. 21/22 διδόασιν A *Ba*, διδόασι B. 22 ἔστωσαν B. 23 μένει] δὴ B. $\gamma^{ον}$] γίνεται add. B. 25 λοιπῶν addidi.

Oportebit et X_3, dantem ipsius $\frac{1}{5}$ et accipientem $\frac{1}{4}X_2$, fieri $x + 3$; sed dans ipsius $\frac{1}{5}$, $6x - 12$, reliquum habet $24x - 48$, accipiensque $\frac{1}{4}X_2$, fit $24x - 47$. Ista aequantur $x + 3$ et fit $x = \frac{50}{23}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{150}{23},\ X_2 = \frac{92}{23},\ X_3 = \frac{120}{23},\ X_4 = \frac{114}{23}.$$

Tollatur denominator; erit nempe

$$X_1 = 150,\ X_2 = 92,\ X_3 = 120,\ X_4 = 114,$$

et proposito satisfaciunt.

XXIV.

Invenire tres numeros tales ut, unoquoque a summa 27
uorum reliquorum fractionem propositam accipiente, ant omnes aequales.

Proponatur iam X_1 sumere $\frac{1}{3}(X_2 + X_3)$; X_2 umere $\frac{1}{4}(X_3 + X_1)$; X_3 sumere $\frac{1}{5}(X_1 + X_2)$, et ita ζ_1, X_2, X_3 fieri aequales.

Ponatur $X_1 = x$ et $X_2 + X_3$, facilitatis gratia, nitatum quantitatem esse cuius sit triens, quoniam aec summa dat ipsius $\frac{1}{3}$; sit 3.

Ergo summa trium erit $x + 3$ et constat

$$X_1 + \frac{1}{3}(X_2 + X_3) = x + 1.$$

portebit quoque $X_2 + \frac{1}{4}(X_3 + X_1)$ fieri $x + 1$.

δκις ἄρα ὁ βος προσλαβὼν τοὺς δύο, τρίς ἐστιν ὁ βος προσλαβὼν τοὺς τρεῖς· τρὶς ἄρα ὁ βος προσλαβὼν τοὺς τρεῖς γίνεται ς δ̄ Μ̊ δ̄· ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτων ἀφέλω τοὺς τρεῖς, λοιποὶ ς γ̄ Μ̊ ᾱ τρίς ἐστιν ὁ βος· αὐτὸς ἄρα ὁ βος ἔσται ς ᾱ Μ̊ γ^χ.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν γον παρὰ τῶν λοιπῶν δύο ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ εον, γίνεσθαι ς ᾱ Μ̊ ᾱ· πάντα ὁμοίως εκις. καὶ συνάγεται διὰ τῶν ὁμοίων ὁ γος ς ᾱ Μ̊ ∟'.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους γενέσθαι ς ᾱ Μ̊ γ̄· καὶ γίνεται ὁ ς ιγ̄ ιβτον· καὶ ἀφαιρουμένου τοῦ μορίου, ἔσται ὁ μὲν αος Μ̊ ιγ̄, ὁ δὲ βος Μ̊ ιζ̄, ὁ δὲ γος Μ̊ ιθ̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κε.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνῃ μέρος τὸ ἐπιταχθέν, καὶ γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν αον παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνειν τὸ γον, τὸν δὲ βον παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς τὸ δον, τὸν δὲ γον ὁμοίως τὸ εον, τὸν δὲ δον τὸ ϛον, καὶ γίνεσθαι ἴσους.

Τετάχθω ὁ αος ς ᾱ· οἱ δὲ λοιποὶ τρεῖς Μ̊ τινῶν γον μέρος ἔχουσῶν, ἐπεὶ γον διδόασιν· ἔστωσαν Μ̊ γ̄. ὁ ἄρα αος παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαμβάνων τὸ γον, γίνεται ς ᾱ Μ̊ ᾱ.

---

1 ἐστι *Ba*. 10 ιγ̄ om. A 1ª m. 15 λαμβάνει A. 19 δὲ om. *Ba*. 20 γίνεσθαι] γένωνται A, ubi ἴσους corr. in ἴσοι 2ª m. 24 γον . . . λαβόντα τὸ (p. 60, 2) om. A.

Omnia quater: $4\left[X_2 + \frac{1}{4}(X_3 + X_1)\right]$ est $3X_2 + (X_1 + X_2 + X_3)$; ergo $3X_2 + (X_1 + X_1 + X_2)$ fit $4x + 4$. Si utrimque aufero summam trium, linquitur

$$3x + 1 = 3X_2; \text{ ergo } X_2 = x + \frac{1}{3}.$$

Oportebit igitur et $X_3 + \frac{1}{5}(X_1 + X_2)$ fieri $x + 1$. Omnia similiter 5ies; eademque ratione concluditur

$$X_3 = x + \frac{1}{2}.$$

Restat ut summa trium fiat $x + 3$ et fit $x = \frac{13}{12}$. Sublato denominatore, erit

$$X_1 = 13, \quad X_2 = 17, \quad X_3 = 19,$$

et proposito satisfaciunt.

XXV.

Invenire quatuor numeros tales ut, unoquoque a 28
summa reliquorum trium fractionem accipiente proposita, fiant omnes aequales.

Proponatur iam: X_1 sumere $\frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4)$; X_2 sumere $\frac{1}{4}(X_3 + X_4 + X_1)$; X_3 sumere $\frac{1}{5}(X_4 + X_1 + X_2)$; X_4 sumere $\frac{1}{6}(X_1 + X_2 + X_3)$, et fieri omnes aequales.

Ponatur $X_1 = x$ et $(X_2 + X_3 + X_4)$, quae summa sit $\frac{1}{3}$, esse unitatum quantitatem cuius sit triens. Sit 3.

Ergo $X_1 + \frac{1}{3}(X_2 + X_3 + X_4)$ fit $x + 1$. Opor-

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\beta^{ον}$ παρὰ τῶν λοιπῶν τριῶν ὡς ἑνὸς λαβόντα τὸ $\delta^{ον}$, γίνεσθαι ς ᾱ Μ̊ ᾱ. πάντα πάλιν ὁμοίως $\delta^{κις}$· καὶ συνάγεται διὰ τῶν αὐτῶν, ὁ μὲν $\beta^{ος}$ ς ᾱ Μ̊ $\gamma^{χ}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ ς ᾱ Μ̊ ∟′, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ ς ᾱ Μ̊ γ̄ $\varepsilon^{ων}$. λοιπόν ἐστι τοὺς τέσσαρας συντεθέντας ἴσους γίνεσθαι ς ᾱ Μ̊ γ̄· καὶ συνάγεται ὁ ς Μ̊ μ̄ζ̄, ἐν μορίῳ μονάδος ϟ^{ω}.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ Μ̊ μ̄ζ̄, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ Μ ο̄ζ̄, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ Μ̊ ϟβ̄, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ Μ̊ ρ̄α. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κς.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσευρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς ἑκάτερον πολλαπλασιάσας ποιῇ ὃν μὲν τετράγωνον, ὃν δὲ πλευρὰν τοῦ τετραγώνου.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες δύο ἀριθμοὶ ὅ τε σ̄ καὶ ὁ ε̄· καὶ ἔστω ὁ ζητούμενος ς ᾱ.

κἂν μὲν ἐπὶ τὰς σ̄ Μ̊ πολλαπλασιασθῇ, ποιεῖ ς σ̄, κἂν δὲ ἐπὶ τὰς Μ̊ ε̄, ποιεῖ ς ε̄. δεῖ δὴ τούτων τὸν μὲν εἶναι τετράγωνον, τὸν δὲ πλευρὰν αὐτοῦ. ἐὰν τοίνυν τοὺς ς ε̄ τετραγωνίσω, γίνονται Δ^{Y} κε̄ ἴσαι ς σ̄. πάντα παρὰ ς· ς ἄρα κε ἴσοι Μ̊ σ̄. καὶ γίνεται ὁ ς, Μ̊ η̄, καὶ ποιεῖ τὰ τῆς προτάσεως.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τῶν εὑρισκομένων τὸν ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ

---

7 μονάδος om. *Ba.* Post ϟ^{ω} quaedam omissa desideres. 13 ποιεῖ AB, corr. *Ba.* 17 τὰς ε̄ μονάδας B. 19 τοὺς [illegible]ους B. 24 ποιεῖ A. 25 τοῦ ἡμίσεος τοῦ] ∟′ τοῦ

tebit quoque $X_2 + \frac{1}{4}(X_3 + X_4 + X_1)$ fieri $x + 1$. Omnia rursus similiter quater et eadem ratione concludetur

$$X_2 = x + \frac{1}{3}, \quad X_3 = x + \frac{1}{2}, \quad X_4 = x + \frac{3}{5}.$$

Restat ut summa quatuor omnium fiat $x + 3$ et concluditur

$$x = \frac{47}{90}.$$

Erit

$$X_1 = 47, \quad X_2 = 77, \quad X_3 = 92, \quad X_4 = 101,$$

et proposito satisfaciunt.

XXVI.

Duobus datis numeris, invenire numerum qui 29
utrumque multiplicans, alterum faciat quadratum, alterum autem radicem huius quadrati.

Sint dati duo numeri 200 et 5 et quaesitus sit x. Si multiplicatur in 200, facit $200x$; si in 5, facit $5x$. Horum oportet alterum esse quadratum, alterum radicem huius. Si igitur quadro $5x$, fit

$$25x^2 = 200x.$$

Omnia per x [dividantur]; ergo $25x = 200$ et fit $x = 8$ et proposito satisfacit.

XXVII.

Invenire duos numeros quorum summa et pro- 30
ductus faciant datos numeros.

Oportet inveniendorum dimidiae summae quadra-

---

supra lineam A_1 ubi posterior manus, deleto *συναμφοτέρου* (p. 62, 1), scripsit *συνθέματος*.

συναμφοτέρου τετράγωνον τοῦ ὑπ' αὐτῶν ὑπερέχειν τετραγώνῳ. ἔστι δὲ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̇ κ̄, τὸν δὲ πολλαπλασιασμὸν ποιεῖν Μ̇ ϟϛ.

Τετάχθω ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς β̄. καὶ ἐπεὶ τὸ σύνθεμα αὐτῶν ἐστι Μ̇ κ̄, ἐὰν τοῦτο τέμω δίχα, ἔσται ἑκάτερος τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως, τοῦ ∠′ τοῦ συνθέματος, Μ̇ ῑ. κἂν τὸ ἥμισυ τῆς ὑπεροχῆς, τουτέστιν ς ᾱ, ἑνὶ μὲν τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως προσθῶ, τοῦ δὲ λοιποῦ ἀφέλω, μένει πάλιν τὸ σύνθεμα Μ̇ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ς β̄. τετάχθω οὖν ὁ μείζων ς ᾱ καὶ Μ̇ ῑ τῶν ἡμίσεων τοῦ συνθέματος· ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται Μ̇ ῑ ⋀ ς ᾱ. καὶ μένει τὸ μὲν σύνθεμα Μ̇ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ς β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν Μ̇ ϟϛ· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι Μ̇ ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ· ταῦτα ἴσα Μ̇ ϟϛ· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇ β̄.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν μείζων Μ̇ ιβ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̇ η̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τοὺς δὶς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνους τοῦ ἀπὸ συναμφοτέρου αὐτῶν τετραγώνου ὑπερέχειν τετραγώνῳ. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̇ κ̄, τὴν δὲ σύνθεσιν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̇ σ̄η̄.

---

2 ἔστιν A. 7 τοῦ ∠′] ἤτοι τοῦ ἥμισυ A, ἤτοι τὸν ἥμισυ

tum superare productum quadrato. Hoc est formativum.

Proponatur iam summam horum facere 20 et productum facere 96.

Ponatur differentia horum esse $2x$. Quoniam eorundem summa est 20, eam si bifariam partior, erit utraque pars dimidia summa, nempe 10. Si nunc dimidiam differentiam, hoc est x, alteri parti addo, ab altera subtraho, constat rursus summa 20, cum differentia $2x$.

Ponatur igitur maior $= x + 10$ (plus dimidia summa), erit ergo minor $= 10 - x$ et constat summa 20, cum differentia 20.

Restat ut productus faciat 96, sed productus est $100 - x^2$. Ista aequantur 96 et fit $x = 2$.

Erit ergo maior $= 12$, minor $= 8$, et proposito satisfaciunt.

XXVIII.

Invenire duos numeros quorum summa ipsorum et 31
quadratorum summa faciant datos numeros.

Oportet duplam summam quadratorum quadrato aliquo superare quadratum a summa ipsorum. Est et hoc formativum.

Proponatur iam summam $(X + X)$ facere 20 et summam quadratorum $(X^2 + X^2)$ facere 208.

B, utrimque ἤτοι addito ex correctione. 8 τουτέστι *Ba*. 12 συνθέματος] συντεθέντος A. 21 ποιεῖ A *Ba*. 25 ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν seclusit *Ba*.

Τετάχθω δὴ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς β̄. καὶ ἔστω ὁ μείζων ς ᾱ καὶ Μ̊ ῑ, τῶν ἡμίσεων πάλιν τοῦ συνθέματος, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ ῑ ∧ ς ᾱ. καὶ μένει πάλιν τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ς β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ σῆ· ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖ Δ^Υ β̄ Μ̊ σ̄. ταῦτα ἴσα Μ̊ σῆ, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ β̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν μείζων Μ̊ ιβ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κθ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ δοθέντας ἀριθμούς.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν Μ̊ κ̄, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ π̄.

Τετάχθω ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς β̄. ἔσται ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς ᾱ Μ̊ ῑ, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ ῑ ∧ ς ᾱ, καὶ μένει πάλιν τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν Μ̊ κ̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ς β̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν Μ̊ π̄· ἀλλ' ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ἐστὶν ς μ̄· ταῦτα ἴσα Μ̊ π̄.

καὶ συνάγεται πάλιν ὁ μὲν μείζων Μ̊ ιβ̄, ὁ δὲ ἐλάσσων Μ̊ η̄. καὶ πάλιν ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

---

1 ἡ] ἡ μὲν B. 13 ποιεῖ Ba.

Ponatur differentia esse $2x$, et sit $X = x + 10$ (nempe rursus plus dimidia summa) et $\chi = 10 - x$. Constat rursus

$$X + \chi = 20, \quad X - \chi = 2x.$$

Restat ut $X^2 + \chi^2$ faciat 208, sed $X^2 + \chi^2$ facit $2x^2 + 200$. Ista aequantur 208 et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit

$$X = 12 \quad \text{et} \quad \chi = 8,$$

et proposito satisfaciunt.

XXIX.

Invenire duos numeros quorum summa ipsorum et 32
quadratorum differentia faciant datos numeros.

Proponatur iam summam $(X + \chi)$ facere 20 et differentiam quadratorum $(X^2 - \chi^2)$ facere 80.

Ponatur differentia esse $2x$. Erit similiter

$$X = x + 10, \quad \chi = 10 - x,$$

et constat rursus

$$X + x = 20, \quad X - \chi = 2x.$$

Restat ut $X^2 - \chi^2$ faciat 80, sed $X^2 - \chi^2$ est $40x$. Ista aequantur 80 et concluditur rursus $X = 12$, $\chi = 8$, et rursus problema solvunt.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶν
ν δὲ πολλαπλασιασμὸν Μ ϟϛ.

Τετάχθω τὸ σύνθεμα αὐτῶν ς β̄· ἔχομεν
ν ὑπεροχὴν Μ δ. ἔσται ὁμοίως ὁ μείζων ς
δὲ ἐλάσσων ς ᾱ ∧ Μ β̄, καὶ μένει τὸ μὲν σ
τῶν ς β̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ Μ̊ δ̄.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν πολλαπλασιασμὸν αὐτῶι
ϟϛ· ἀλλ' ὁ πολλαπλασιασμὸς αὐτῶν ἐστι Δ^Υ ᾱ
ὄτα ἴσα Μ̊ ϟϛ.

καὶ γίνεται πάλιν ὁ μὲν μείζων Μ̊ ιβ̄, ὁ δ
ν Μ̊ η̄. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον
ὁμένον, ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτ
γώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομ
Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονο
, τὴν δὲ σύνθεσιν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνα

XXX.

Invenire duos numeros quorum differentia et pro- 33
ductus faciant datos numeros.

Oportet quadruplum producti plus quadrato a differentia facere quadratum. Est et hoc formativum.

Proponatur iam differentiam esse 4, productum 96.

Ponatur summa esse $2x$; habemus et differentiam 4; similiter erit maior $= x + 2$ et minor $= x - 2$, et constat horum summa $= 2x$ et differentia $= 4$.

Restat ut productus faciat 96, sed productus est $x^2 - 4$. Ista aequantur 96 et fit rursus maior $= 12$, minor 8, et problema solvunt.

XXXI.

Invenire duos numeros inter se datam habentes 34
rationem et quorum summa quadratorum ab ipsis ad summam ipsorum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum} et summam ($X^2 + X^2$) summae ($X + X$) esse 5^{plam}.

Ponatur $X = x$, ergo erit $X = 3x$.

Restat ut

$$X^2 + X^2 = 5\,(X + X);$$

sed $X^2 + X^2$ facit $10x^2$ et $X + X = 4x$. Ita $10x^2$ est 5^{plum} $(4x)$.

τετραγώνων (28) om. AB, suppl. *Ba*. 28 ποιεῖν AB, corr. *Ba*.

ς ἄρα $\bar{\kappa}$ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} $\bar{\iota}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸ δὲ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\gamma}$. λοιπὸν θέλω τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota^{\pi\lambda.}$· ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖ Δ^{Y} $\bar{\iota}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ αὐτῶν ς $\bar{\beta}$. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\iota}$ $\iota^{\pi\lambda.}$ εἰσιν ς $\bar{\beta}$.

καὶ πάντα παρὰ ς. ς ἄρα $\bar{\iota}$ ἴσοι εἰσὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

καὶ ἔσται πάλιν ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος

1 εἰσὶ om. *Ba*. 8 ἐλάττονος B. 10 δεκαπλάσιον AB, δεκαπλασίονα *Ba* (item 13). 15 δεκαπλασίων A, δεκαπλάσιοι B. ς $\bar{\beta}$] B pergit: ἀλλὰ καὶ ἀριθμοὶ $\bar{\kappa}$ δεκαπλάσιοί εἰσιν ἀριθμῶν δύο et *Ba* supplet ultra: ἀριθμοὶ ἄρα $\bar{\kappa}$ ἴσοι εἰσὶ δυνάμεσι $\bar{\iota}$. 16 εἰσὶ om. B. 18 μὲν om. *Ba*. 21 τῷ

Ergo

$$20x = 10x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit

$$X = 2, \quad X = 6,$$

et proposito satisfaciunt.

XXXII.

Invenire duos numeros in data ratione, quorum 35
summa quadratorum ad differentiam ipsorum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plam}, et summam ($X^2 + X^2$) differentiae ($X - X$) esse 10^{plam}.

Ponatur $X = x$, ergo $X = 3x$.

Reliquum volo ($X^2 + X^2$) esse 10^{plam} ($X - X$). Sed $X^2 + \underline{X^2}$ facit $10x^2$ et $X - X$ est $2x$.

Ergo

$$10x^2 = 10\,(2x).$$

Omnia per x.

$$10x = 20 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit rursus

$$X = 2, \quad X = 6,$$

et proposito satisfaciunt.

XXXIII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 36
differentia quadratorum ad summam ipsorum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse

---

om. B. 22 ἡ om. *Ba*. 23 ἀμφότερον *Ba*. 24 μὲν om. B. ἐλάττονος *Ba*.

εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετρα-
5 γώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$· ἀλλὰ ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων εἰσὶ Δ^{Y} $\bar{\eta}$, συναμφότερος δὲ ς $\bar{\delta}$. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\eta}$ $\varsigma^{\pi\lambda.}$ εἰσιν ς $\bar{\delta}$· ς ἄρα $\overline{\kappa\delta}$ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} $\bar{\eta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$.

⟨καὶ ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}$ $\bar{\theta}$.⟩
10 καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λδ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

15 Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota\beta^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν
20 τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota\beta^{\pi\lambda.}$· ἀλλὰ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ἐστὶ Δ^{Y} $\bar{\eta}$· αὐταὶ ἄρα $\iota\beta^{\pi\lambda.}$ εἰσιν ς $\bar{\beta}$.

ς ἄρα $\overline{\kappa\delta}$ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} $\bar{\eta}$· καὶ γίνεται πάλιν ὁ ς $\dot{M}$ $\bar{\gamma}$. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

25 [Πόρισμα.] Ὁμοίως δὲ διὰ τῶν αὐτῶν εὑρεθήσονται

καὶ ἀριθμοὶ δύο πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντες δε-

---

7 εἰσι prius et εἰσιν posterius *Ba*. 9 καὶ ἔσται ..... $\dot{M}$ $\bar{\theta}$ suppl. *Ba*. 25 Πόρισμα B, om. A*Ba*.

3^{plam} et differentiam $(X^2 - x^2)$ summae $(X + x)$ esse 6^{plam}.

Ponatur $x = x$; erit ergo $X = 3x$. Restat ut $(X^2 - x^2)$ sit 6^{pla} $(X + x)$. Sed

$$X^2 - x^2 = 8x^2 \quad \text{et} \quad X - x = 4x.$$

Ergo

$$8x^2 = 6\,(4x),$$

ergo

$$24x = 8x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 3.$$

Erit

$$x = 3, \quad X = 9,$$

et problema solvunt.

XXXIV.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 37
differentia quadratorum ad differentiam ipsorum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (x) esse 3^{plum}, et differentiam $X^2 - x^2$ differentiae $X - x$ esse 12^{plam}.

Ponatur rursus $x = x$, erit ergo $X = 3x$. Restat ut $(X^2 - x^2)$ sit 12^{pla} $(X - x)$; sed $X^2 - x^2 = 8x^2$: ista ergo sunt $12\,(2x)$.

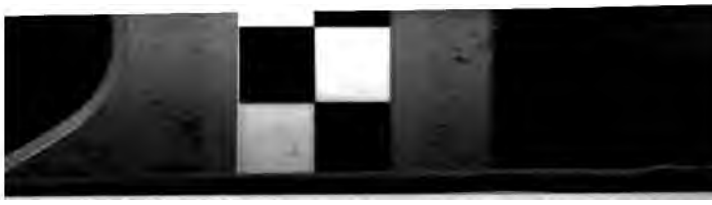
Ergo

$$24x = 8x^2 \quad \text{et fit rursus} \quad x = 3,$$

et probatio evidens.

[Corollarium.] Similiter invenientur eadem ratione:

et duo numeri inter se rationem habentes datam,



δομένον, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχειν δεδομένον,

καὶ πάλιν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντες δεδομένον, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχειν δεδομένον.

λε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος πρὸς τὸν μείζονα λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τοῦ μείζονος εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται ς $\bar{\gamma}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τοῦ μείζονος εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονός ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\gamma}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\eta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\eta}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\eta}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\overline{\nu\delta}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς αὐτὸν τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος $\varsigma^{\pi\lambda.}$.

---

1 ὑπ' αὐτῶν] ἀπ' αὐτῶν A (item 4). 10 ἐλάττ. B (item 14, 23). 11 εἶναι om. Ba. 14 et 15 εἶναι τοῦ μείζονος Ba. 17 εἰσὶ om. B. 24 δὴ om. B. μὲν om. B.

quorum productus ad summam rationem habeat datam;

et rursus duo numeri inter se rationem habentes datam quorum productus ad differentiam rationem habeat datam.

XXXV.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 88
minoris quadratus ad maiorem rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris ($\bar{X}$) esse 3^{plum}, et $\bar{X}^{\text{qu.}}$ ad X esse 6^{plum}.

Ponatur rursus $\bar{X} = x$, erit ergo $X = 3x$. Restat ut $\bar{X}^{\text{qu.}}$ ad X sit 6^{plus}; sed $\bar{X}^{\text{qu.}} = x^2$, ergo $x^2 = 6\,(3x)$. Ergo

$$18x = x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 18.$$

Erit

$$\bar{X} = 18, \quad X = 54,$$

et problema solvunt.

XXXVI.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum 89
minoris quadratus ad minorem ipsum rationem habeat datam.

Proponatur iam maiorem (X) minoris ($\bar{X}$) esse 3^{plum}, et $\bar{X}^{\text{qu.}}$ ad ipsum $\bar{X}$ esse 6^{plum}.

Ἔσται ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, καὶ μένει ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος $\gamma^{\pi\lambda.}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον αὐτοῦ τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$· Δ^{Υ} ἄρα $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\alpha}$.

ς ἄρα $\bar{\varsigma}$ ἴσοι $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\bar{\varsigma}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}\bar{\iota\eta}$. καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον συναμφοτέρου εἶναι $\beta^{\pi\lambda.}$.

Ἔσται πάλιν ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον συναμφοτέρου εἶναι $\beta^{\pi\lambda.}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνός ἐστι $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$, συναμφότερος δὲ ς $\bar{\delta}$. Δ^{Υ} ἄρα $\bar{\alpha}$ $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\delta}$.

ς ἄρα $\bar{\eta}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$· ⟨καὶ⟩ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\bar{\eta}$.

καὶ ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}\bar{\eta}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}\bar{\kappa\delta}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

λη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

---

1 ἔστω *Ba.* 2 ἐλάττ. *Ba.* 3 τοῦ prius om. *Ba.* 6 ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}$ ς in mg. A 2ª m., ubi pro ἐλάσσων signum scriptum est; unde dittographia ἐλάσσων ἔχων in V'. ἐλάτ-

Erit similiter

$$X = 3x, \quad \mathrm{X} = x,$$

et constat X ad X esse 3^{plum}; restat ut $\mathrm{X}^{\text{qu.}}$ ad X sit 6^{plus}.

Ergo x^2 ad x est 6^{plus}; ergo

$$6x = x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Erit ergo

$$\mathrm{X} = 6, \quad X = 18,$$

et problema solvunt.

XXXVII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum minoris quadratus ad summam amborum rationem habeat datam. 40

Proponatur maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum} et $\mathrm{X}^{\text{qu.}}$ summae $X + \mathrm{X}$ esse 2^{plum}.

Erit rursus similiter

$$X = 3x, \quad \mathrm{X} = x.$$

Restat ut $\mathrm{X}^{\text{qu.}}$ ad $X + \mathrm{X}$ sit 2^{plus}, sed

$$\mathrm{X}^{\text{qu.}} = x^2, \quad X + \mathrm{X} = 4x.$$

Ergo

$$x^2 = 2\,(4x), \text{ ergo } 8x = x^2 \text{ et fit } x = 8.$$

Et erit

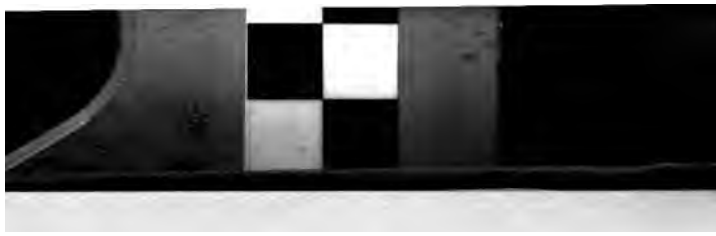
$$\mathrm{X} = 8, \quad X = 24$$

et proposito satisfaciunt.

XXXVIII.

Invenire duos numeros in ratione data, quorum minoris quadratus ad differentiam amborum rationem habeat datam. 41

τῶν B. 10 ὁ om. *Ba.* 15 ἔστω B. 19 ἐστὶ *Ba.* 20 εἰσὶ om. B. καὶ suppl. *Ba.*



Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν $\varsigma^{\pi\lambda.}$.

Ἔσται πάλιν ὁμοίως ὁ μὲν μείζων ς $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{\pi\lambda.}$ ἐστὶν ς $\bar{\beta}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\beta}$ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} $\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα ς ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

[Πόρισμα.] Ὁμοίως δὲ διὰ τῶν αὐτῶν εὑρεθήσονται

ἀριθμοὶ δύο ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος τετράγωνος πρὸς τὸν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ πάλιν δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος πρὸς αὐτὸν τὸν μείζονα λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ ὁμοίως δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον,

καὶ ἔτι δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος τετράγωνος πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

λθ.

Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς προσευρεῖν ἕτερον ἀριθμὸν ὅπως τῶν τριῶν ἐκκειμένων σὺν δύο συντεθέντες καὶ

---

1 ἐλάττ. B, ἐλάσσ. A *Ba*. 4 ἔστω *Ba*. 5 καὶ om. A. 7 ἐστὶ *Ba*. 11 Πόρισμα om. A *Ba*.

Proponatur iam maiorem (X) minoris (X) esse 3^{plum}, et $X^{\text{qu.}}$ ad $X - X$ esse 6^{plum}.

Erit rursus similiter

$$X = 3x, \quad X = x;$$

restat ut $X^{\text{qu.}}$ ad $X - X$ sit 6^{plus}. Ergo

$$x^2 = 6\,(2x), \text{ ergo } 12x = x^2, \text{ eritque } x = 12.$$

Erit

$$X = 12, \; X = 36,$$

et proposito satisfaciunt.

[Corollarium.] Similiter invenientur eadem ratione:

duo numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad minorem rationem habeat datam;

duo rursus numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad maiorem ipsum rationem habeat datam;

et similiter duo numeri in ratione data, quorum maioris quadratus ad summam amborum rationem habeat datam;

et adhuc duo numeri in ratione data quorum maioris quadratus ad differentiam amborum rationem habeat datam.

XXXIX.

Duobus datis numeris invenire alium numerum 42
talem ut ex his tribus binorum quorumque summae

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς ᾱ. καὶ ἐὰν μὲν
ετὰ Μ̊ ε̄, γίνεται ς ᾱ Μ̊ ε· ἐὰν δὲ πολλαπ.
τὶ τὸν λοιπόν, τουτέστι τὸν γ̄, γίνονται
άλιν ἐὰν ς α συντεθῇ μετὰ Μ̊ γ̄, γίνεται
ὲν δὲ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ Μ̊ ε̄, γίνεται ς ε̄ Μ̊
ι ἐὰν Μ̊ ε̄ συντεθῶσι μετὰ Μ̊ γ̄, καὶ αἱ γ
ῇ πολλαπλασιασθῶσιν ἐπὶ ς ᾱ, γίνονται ς
Ὅτι μὲν οὖν οὐδέποτε ἔσται μέγιστος ὁ τῶν
ινερόν· μείζων γὰρ αὐτοῦ ἐστιν ὁ τῶν ς ε̄ Μ̊
γ̄ Μ̊ ιε̄ ἤτοι μέσος ἐστὶν ἢ ἐλάσσων· ὁ δὲ τῶ
οι μέγιστός ἐστιν ἢ μέσος· ὁ δὲ τῶν ς η̄
στος καὶ μέσος καὶ ἐλάχιστος δύναται τυγχ
ηλον εἶναι τὴν τοῦ ς ὑπόστασιν.
Τετάχθω οὖν πρῶτον μέγιστος μὲν ὁ τῶ
Μ̊ ιε̄, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ς γ̄ Μ̊ ιε̄, μέσος δὲ
τῶν ς η̄.
Ἐὰν δὲ ὦσιν ἀριθμοὶ τρεῖς ἐν ἴσῃ ὑπ
διπλ

in reliquum multiplicatae faciant tres numeros in aequali differentia.

Sint duo dati numeri 3 et 5 et oporteat invenire alium numerum ita ut binorum quorumque summae in reliquum multiplicatae faciant tres numeros in aequali differentia.

Sit quaesitus $= x$. Si additur 5, fit $x + 5$, quod si multiplicatur in reliquum, hoc est 3, fit $3x + 15$.

Rursus si x additur 3, fit $x + 3$, quod si multiplicatur in 5, fit $5x + 15$.

Denique si 5 additur 3 et summa 8 multiplicatur in x, fit $8x$.

Maximum quidem nunquam fore $3x + 15$, manifestum est; maior enim illo est $5x + 15$; erit ergo $3x + 15$ vel medius vel minimus, et $5x + 15$ erit vel maximus vel medius; $8x$ autem et maximus et medius et minimus esse potest, quum incertus sit valor x.

Ponatur primum maximus $= 5x + 15$, minimus $= 3x + 15$, medius videlicet $= 8x$.

Si sint tres numeri in aequali differentia, maximi et minimi summa dupla est medii; sed summa maximi et minimi est $8x + 30$; ista aequantur $16x$ et fit $x = \frac{15}{4}$; tanti erit quaesitus qui proposito satisfaciet.

Ba. 15 *ἐστι Ba.* 20 *καὶ* om. B. 26 $\overline{\iota\varepsilon}^{\delta}$ A 1ª m., $\overline{\gamma}$ *καὶ τριῶν* $\delta^{\omega\nu}$ A 2ª m., *δεκάπεντε τετάρτων μονάδος* B. 27 *τοσούτων Ba* (item p. 80, 8).

Ἀλλὰ δὴ ἔστω μέγιστος μὲν ὁ τῶν ς ε̄ Μ̊ ιε̄, μέσος δὲ ὁ τῶν ς γ̄ Μ̊ ιε̄, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ς η̄.

Ἐὰν δὲ ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ᾧ ὑπερέχει ὁ μέγιστος τὸν μέσον, τούτῳ ὑπερέχει ὁ μέσος τὸν ἐλάχιστον· ὑπερέχει δὲ ὁ μὲν μέγιστος τὸν μέσον, ς β̄· ὁ δὲ μέσος τὸν ἐλάχιστον, Μ̊ ιε̄ ⋔ ς ε̄.

Μ̊ ἄρα ιε̄ ⋔ ς ε̄ ἴσαι εἰσὶν ς β̄, καὶ γίνεται ὁ ς ιε̄ζ̄. τοσούτου ἔσται ὁ ζητούμενος καὶ ποιῶν τὸ πρόβλημα.

Ἀλλὰ δὴ ἔστω μέγιστος μὲν ὁ τῶν ς η̄, μέσος δὲ ὁ τῶν ς ε̄ Μ̊ ιε̄, ἐλάχιστος δὲ ὁ τῶν ς γ̄ Μ̊ ιε̄.

Ἐπεὶ οὖν πάλιν ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος διπλάσιοί εἰσι τοῦ μέσου, ἀλλὰ ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστός εἰσιν ς ιᾱ Μ̊ ιε̄, ταῦτα διπλάσιά εἰσι τῶν τοῦ μέσου· ὁ δὲ μέσος ἐστὶν ς ε̄ Μ̊ ιε̄.

ς ἄρα ῑ Μ̊ λ̄ ἴσοι εἰσὶν ς ιᾱ Μ̊ ιε̄· ἔσται ἄρα ὁ ζητούμενος Μ̊ ιε̄, καὶ ποιεῖ τὰ τῆς προτάσεως.

---

7 ιε̄ζ̄] μ̊ β̄ ἑβδόμου A 2ª m. (prior script. non legitur), ιε̄ ἑβδόμων B. 12 ὁ post. om. B. 13 ὁ post. om. A. 14 τῶν om. B.

Sed iam sit maximus $= 5x + 15$, medius autem $= 3x + 15$, et minimus $= 8x$.

Si sint tres numeri in aequali differentia, excessus maximi supra medium est aequalis excessui medii supra minimum. Sed excessus maximi supra medium est $2x$; medii supra minimum, $15 - 5x$. Ergo

$$15 - 5x = 2x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{15}{7};$$

anti erit quaesitus qui problema solvet.

Sed iam sit maximus $= 8x$, medius $= 5x + 15$, minimus $= 3x + 15$.

Quoniam rursus maximi et minimi summa est dupla medii, quum maximi et minimi summa sit $11x + 15$, sta dupla sunt medii; medius autem est $5x + 15$. Ergo

$$10x + 30 = 11x + 15,$$

erit ergo quaesitus $= 15$ et proposito satisfacit.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Β.

α.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ σύνθεσις αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν σύνθεσιν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν σύνθεσιν αὐτῶν τῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν συνθέσεως εἶναι μέρος ι^ον^.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ μείζων ς $\bar{\beta}$· γίνεται ἡ μὲν σύνθεσις αὐτῶν ς $\bar{\gamma}$, ἡ δὲ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$· δεήσει ἄρα ς $\bar{\gamma}$ μέρος ι^ον^ εἶναι $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$.

ς ἄρα $\bar{\lambda}$ ἴσοι εἰσὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\,\varsigma$.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐλάσσων $\dot{M}\,\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ μείζων $\dot{M}\,\overline{\iota\beta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

β.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχὴν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

1/2 Titulum om. *Ba*, *ἀριθμητικῶν* om. A. *δεύτερον* B. 7 *συνθέσεος Ba*. 10 B add. *καὶ* ante *δεήσει*. *μέρος ι^ον^*] Γ ϊ A, *δέκατον μέρος* B. 12 *εἰσὶ* om. B.

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER SECUNDUS.

I*.[1])

Invenire duos numeros tales ut ipsorum summa 1
ad summam quadratorum ab ipsis rationem habeat datam.

Proponatur iam ipsorum summam summae quadratorum esse $\frac{1}{10}$.

Ponatur minor $= x$, maior $= 2x$; ipsorum summa fit $3x$, et quadratorum ab ipsis summa, $5x^2$. Oportebit igitur $3x$ esse $\frac{1}{10} \times 5x^2$. Ergo

$$30x = 5x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Erit minor $= 6$, maior $= 12$, et problema solvunt.

II*.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum differentia 2
ad differentiam quadratorum ab ipsis rationem habeat datam.

---

1) Problemata I—VII, quae asterisco notavi, haud genuina esse, sed ex antiquo ad primum librum commentario in textum secundi libri defluxisse censeo.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχῆς εἶναι μέρος ς^ον.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ϛ ᾱ, ὁ δὲ μείζων ϛ β̄· καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑπεροχὴ αὐτῶν ϛ ᾱ, ἡ δὲ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ὑπεροχὴ Δ^Υ γ̄. δεήσει ἄρα ϛ ᾱ, ς^ον μέρος εἶναι Δ^Υ γ̄.

ϛ ἄρα ϛ̄ ἴσοι Δ^Υ γ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ β̄.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων Μ̊ β̄, ὁ δὲ μείζων Μ̊ δ̄, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

γ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ πρὸς συναμφότερον ἢ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ πρότερον τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ συναμφοτέρου εἶναι ς^πλ.

Τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι ϛ ᾱ καὶ ϛ β̄· δύνανται δὲ οὗτοι προβάλλεσθαι καὶ ἐν λόγῳ δοθέντι.

Ἔσται ἄρα ὁ μὲν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν Δ^Υ β̄, ὁ δὲ συναμφότερος ϛ γ̄· δεήσει ἄρα Δ^Υ β̄ ς^πλ. εἶναι ϛ γ̄.

ϛ ἄρα ῑη̄ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ β̄· πάντα παρὰ ϛ.

Μ̊ ἄρα ῑη̄ ἴσαι εἰσὶν ϛ β̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ θ̄.

ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ̊ θ̄, ὁ δὲ β^ος Μ̊ ῑη̄· καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

Ἐὰν δὲ ἐπιταχθῇ τὸν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς ὑπεροχῆς εἶναι ς^πλ., ἔσται πάλιν ὁ μὲν ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ Δ^Υ β̄, ἡ δὲ ὑπεροχὴ ϛ ᾱ.

ϛ πάλιν ϛ̄ ἴσοι Δ^Υ β̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ γ̄.

---

18 ὁ μὲν] A add. 2ª m. supra lineam: ἐκ τοῦ συναμφοτέρου αὐτῶν ἀριθμῶν τριῶν, ὁ δὲ; 1ª manus omiserat ὁ δὲ

Proponatur iam ipsorum differentiam differentiae uadratorum esse $\frac{1}{6}$.

Ponatur minor $= x$, maior $= 2x$; ipsorum diffe- ɜntia fit x, et quadratorum ab ipsis differentia, $3x^2$. ⁾portebit igitur x esse $\frac{1}{6} \times 3x^2$. Ergo

$$6x = 3x^2 \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit minor $= 2$, maior $= 4$, et problema solvunt.

III*.

Invenire duos numeros quorum productus ad sum- 3
ıam vel ad differentiam rationem habeat datam.

(a) Proponatur iam primo loco productum esse plum summae.

Ponantur quaesiti x et $2x$; possunt autem proponi ıuoque in data ratione.

Erit productus $2x^2$, summa $3x$; oportebit igitur $2x^2$ esse 6^{plum} $3x$. Ergo

$$18x = 2x^2;$$

ɔmnia per x; ergo

$$18 = 2x \quad \text{et fit} \quad x = 9.$$

Erit primus $= 9$, secundus $= 18$, et problema ɔlvunt.

(b) Si proponatur vero productum esse 6^{plum} diffe- entiae, erit rursus productus $2x^2$, differentia x, et ursus

$$6x = 2x^2, \quad \text{unde fit} \quad x = 3.$$

---

19) .... ς $\overline{\beta}$ (22), quae 3ª scripsit in margine. 19 ἑξαπλασίους B. 21 δυσὶ δυνάμεσι A. πάντα .... ς β (22) om. B. 21 παρὰ τὸν ς V. 22 δυσὶν ἀριθμοῖς A, ἀριθμοῖς δυσί V. 28 πάλιν om. B.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$, καὶ ποιοῦσι πάλιν τὸ πρόβλημα.

δ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν εἶναι $\iota^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω πάλιν ὃς μὲν $\varsigma\,\bar{\alpha}$, ὃς δὲ $\varsigma\,\bar{\beta}$.

Ἔσται ἄρα ὁ μὲν συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ αὐτῶν $\varsigma\,\bar{\alpha}$· δεήσει ἄρα $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$ $\iota^{\pi\lambda.}$ εἶναι $\varsigma\,\bar{\alpha}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\varepsilon}$ ἴσαι εἰσὶν $\varsigma\,\bar{\iota}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων συναμφοτέρου εἶναι $\varsigma^{\pi\lambda.}$.

Καὶ πάλιν τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι, ὃς μὲν $\varsigma\,\bar{\alpha}$, ὃς δὲ $\varsigma\,\bar{\beta}$, καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, $\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$, συναμφότερος δὲ $\varsigma\,\bar{\gamma}$· [δεήσει ἄρα $\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$ $\varsigma^{\pi\lambda.}$ εἶναι $\varsigma\,\bar{\gamma}$].

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\gamma}$ ἴσαι εἰσὶν $\varsigma\,\overline{\iota\eta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$.

καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

---

8 αὐτῶν om. *Ba*. εἶναι om. A. 9 ὃς μὲν] πρῶτος μὲν *Ba*, ὃς δὲ] ὁ δὲ δεύτερος *Ba*. 24 δεήσει . . . . $\varsigma\,\bar{\gamma}$ (25) om. A.

Erit primus $= 3$, secundus $= 6$, et problema
solvunt.

IV*.

Invenire duos numeros tales ut summa quadra- 4
torum ab ipsis ad differentiam ipsorum rationem
habeat datam.

Proponatur iam summam quadratorum ab ipsis esse
10^{plam} differentiae ipsorum.

Ponatur rursus alter $= x$, alter $= 2x$.

Erit summa quadratorum ab ipsis $5x^2$, differentia
ipsorum x; oportebit igitur $5x^2$ esse 10^{plum} x. Ergo

$$5x^2 = 10x \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Erit primus $= 2$, secundus $= 4$, et problema
solvunt.

V*.

Invenire duos numeros tales ut differentia quadra- 5
torum ab ipsis ad summam ipsorum rationem habeat
datam.

Proponatur iam differentiam quadratorum ab ipsis
esse 6^{plam} summae ipsorum.

Et rursus ponantur quaesitorum alter x, alter $2x$.

Differentia quadratorum ab ipsis fit $3x^2$, summa
ipsorum $3x$; [oportebit igitur $3x^2$ esse 6^{plum} $3x$.] Ergo

$$3x^2 = 18x \quad \text{et fit} \quad x = 6,$$

et probatio evidens.

Τετάχθω ἡ μὲν ὑπεροχὴ αὐτῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, *ὁ δὲ ἐλάσσων* $\varsigma\,\bar{\alpha}$· *ὁ ἄρα μείζων ἔσται* $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· *δεήσει ἄρα* $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ $\gamma^{\pi\lambda.}$ *εἶναι* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ *καὶ ἔτι ὑπερέχειν* $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$. *τρὶς ἄρα* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$ *ἴσαι εἰσὶν* $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· *ἀλλὰ τρὶς* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$ *γίνονται* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma}$· *ταῦτα ἴσα* $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων ἀριθμὸς $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, *ὁ δὲ μείζων* $M\,\bar{\varepsilon}$, *καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.*

η.

Τὸν ἐπιταχθέντα τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ *διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους.*

Καὶ τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, *ὁ ἄρα ἕτερος ἔσται* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma} \wedge \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$· *δεήσει ἄρα* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma} \wedge \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ *ἴσας εἶναι* $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ *ἀπὸ* $\varsigma^{\omega\nu}$ *ὅσων δήποτε* $\wedge$ *τοσούτων* M *ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν* $\overline{\iota\varsigma}\,\overset{\circ}{M}$ *πλευρά*· *ἔστω* $\varsigma\,\bar{\beta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. *αὐτὸς ἄρα ὁ* $\square^{o\varsigma}$ *ἔσται* $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma} \wedge \varsigma\,\overline{\iota\varsigma}$· *ταῦτα ἴσα* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma} \wedge \Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$. *κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια.*

Δ^{Y} *ἄρα* $\bar{\varepsilon}$ *ἴσαι* $\varsigma\,\overline{\iota\varsigma}$, *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\,\overline{\iota\varsigma}$ *πέμπτων.*

ἔσται ὁ μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\nu\varsigma}}$, *ὁ δὲ* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$, *καὶ οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσι* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\upsilon}}$, *ἤτοι* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma}$, *καὶ ἔστιν ἑκάτερος τετράγωνος.*

---

4 ἀλλὰ . . . $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ (5) om. *Ba.* 6 ἀριθμὸς om. *Ba.* 12 ὁ ἄρα . . . $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ (13) om. B. 14/15 τοσαύτας A. 15 $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma}$ A 1ª m. 20 et 21 Denominatores hic, ut ubique infra, nisi contrarium adnotatum fuerit, om. A 1ª m., post numeratores (non supra lineam) add. 2ª m.; *εἰκοστοπέμπτων* scripsit B post $\overline{\sigma\nu\varsigma}$ et $\overline{\rho\mu\delta}$, *εἰκοστόπεμπτα* post $\bar{\upsilon}$. 21 *ἤτοι* add. A 2ª m.

Ponatur differentia ipsorum esse 2 et minor $= x$; ergo maior erit $= x + 2$. Oportebit igitur $4x + 4$ esse 3plum 2 et adhuc superare 10. Ergo

$$3 \times 2 + 10 = 4x + 4.$$

Sed

$$3 \times 2 + 10 = 16.$$

Ista aequantur $4x + 4$ et fit $x = 3$.

Erit minor numerus $= 3$, maior $= 5$, et problema solvunt.

VIII.

Propositum quadratum partiri in duos quadratos. 8

Proponatur iam 16 partiri in duos quadratos.

Ponatur primus $= x^2$, alter erit igitur $16 - x^2$, et oportebit esse

$$16 - x^2 = \square.$$

Quadratum formo a quotlibet x minus tot unitatibus quot est radix 16. Esto a $2x - 4$, cuius quadratus erit

$$4x^2 + 16 - 16x.$$

Ista aequantur

$$16 - x^2.$$

Utrimque addantur negata et a similibus similia. Ergo

$$5x^2 = 16x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{16}{5}.$$

Erit alter $\frac{256}{25}$, alter $\frac{144}{25}$, quorum summa facit $\frac{400}{25} = 16$, et uterque quadratus est.

Ἵνα δὲ μὴ εἰς διπλὴν ἰσότητα ἐμπέσῃ, δεικτέον οὕτως·

Τῷ $\bar{\beta}$ καὶ τῷ $\bar{\gamma}$ προσευρεῖν τινα ἀριθμόν, ὃς ἑκατέρῳ προστεθεὶς ποιεῖ $\square^{ον}$· ζητῶ πρότερόν τινα ἀριθμόν, ὃς προσλαβὼν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ποιεῖ $\square^{ον}$, ἢ καὶ τίς ἀριθμὸς προσλαβὼν $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ποιεῖ $\square^{ον}$. ἀφ' οἵου δ' ἂν $\square^{ου}$ ἀφέλω τὰς $\overset{\circ}{M}$, οὗτος ἔσται ὁ ζητούμενος· ἔστω δὴ ἐπὶ τῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ ἀφῃρήσθωσαν ἀπὸ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· λοιπὸν ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ δῆλον ὡς, ἐὰν προσλάβῃ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ποιεῖ $\square^{ον}$· λοιπόν ἐστι καὶ $\bar{\gamma}\overset{\circ}{M}$ αὐτὸν προσλαβόντα ποιεῖν $\square^{ον}$· ἀλλ' ἐὰν προσλάβῃ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\square^{ω}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ $\varsigma\bar{\alpha}\wedge\overset{\circ}{M}$ τοσούτων ὥστε τὴν τῆς Δ^{Y} ὑπόστασιν ὑπερβάλλειν αὐτὰς τὰς προεκτεθειμένας τῆς λείψεως $\overset{\circ}{M}^{\alpha\varsigma}$, οἷον ὡς ἐπὶ τοῦ παρόντος τὰς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· οὕτως γὰρ ἂν πάλιν ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος ἑνὶ ἴσον καταλειφθήσεται. ἔστω δὴ ἀπὸ $\varsigma\bar{\alpha}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ $\square^{ος}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\overset{\circ}{M}\iota\bar{\varsigma}\wedge\varsigma\bar{\eta}$. ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$.

κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ $\varsigma\bar{\tau}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varepsilon}$, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overline{\iota\varepsilon}^{\eta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ προστιθέμενος $\overline{\llcorner\zeta}^{\xi\delta}$.

ιβ.

Ἀπὸ δύο δοθέντων ἀριθμῶν ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

---

10 λοιπόν . . . . $\square^{ον}$ (11) om. *Ba.* καὶ ex corr. A, ἀριθμῶν deleto. 13 τοσαύτας A (1ª m.). 16 ἂν πάλιν

Ut autem duplam aequationem vitemus, sic denonstrandum est:

Numeris 2 et 3 datis, invenire numerum qui ıtrique additus faciat quadratum.

Quaero prius numerum qui accipiens 2 faciat quadratum, vel qui accipiens 3 faciat quadratum. A ıuocumque quadrato subtraham unitates, residuus erit ıuaesitus. Sumantur iam 2 unitates et subtrahantur ıb x^2. Remanet $x^2 - 2$ et patet, si addas 2, fieri ıuadratum.

Restat ut addendo 3 fiat quadratus; sed si addas 3, it $x^2 + 1$. Ista aequentur quadrato.

Formo quadratum ab x minus unitatibus ita umptis ut valor x^2 superet unitates antea positas in ıegatione, nempe in praesenti 2 unitates; ita enim ursus in utraque parte una species uni aequalis renanebit. Esto ab $x - 4$. Quadratus ipse erit

$$x^2 + 16 - 8x, \quad \text{quae aequentur} \quad x^2 + 1.$$

Jtrimque addantur negata et auferantur a similibus imilia. Remanent

$$8x = 15 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{15}{8}.$$

Ad positiones. Erit addendus $\frac{97}{64}$.

XII.

A duobus datis numeris subtrahere eundem nume- 13
um et utrumque residuum facere quadratum.

---

m. B. 17 ἔστω δή] ἔστι δὲ A, ἔστω B. 24 δύο om. B
ª m.), supplet post δοθέντων Ba.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ $\overline{\vartheta}$ καὶ τοῦ $\overline{\kappa\alpha}$ ἀφελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

Οἷον δ' ἂν τετράγωνον ἀφέλω ἀπὸ ἑκατέρου αὐ-
5 τῶν, τάσσω τὸν λοιπόν· οὗτος γὰρ ἀφαιρούμενος κατα-λείπει τὸν τετράγωνον· ἔστω οὖν ὁ ἀπὸ τῶν $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\vartheta}$ ἀφαιρούμενος τετράγωνος, $\Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}$· λοιπὸν $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\vartheta} \wedge \Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}$.

δεήσει ἄρα καὶ ἀπὸ $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\kappa\alpha}$ ἀφελεῖν $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\vartheta} \wedge \Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}$ καὶ ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$. ἀλλ' ἐὰν ἀπὸ $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\kappa\alpha}$ ἀφέλω $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\vartheta} \wedge \Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}$,
10 λοιπὸν $\Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}\ \overline{\text{Μ}}\,\overline{\iota\beta}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ $\text{ς}\,\overline{\alpha} \wedge \overline{\text{Μ}}$ τοσούτων ὥστε τὸν ἀπ' αὐτῶν τετράγωνον πλείονας ποιεῖν τῶν $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\iota\beta}$· οὕτω γὰρ πάλιν ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν ἓν εἶδος ἑνὶ ἴσον καταλειφθήσεται· ἔστω δὴ $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\delta}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{\text{ος}}$
15 ἔσται $\Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}\ \overline{\text{Μ}}\,\overline{\iota\varsigma} \wedge \text{ς}\,\overline{\eta}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}\ \overline{\text{Μ}}\,\overline{\iota\beta}$.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ $\text{ς}\,\overline{\eta}$ ἴσοι $\overline{\text{Μ}}\,\overline{\delta}$· καὶ γί-
νεται ὁ $\text{ς}\,\overline{\overset{\eta}{\delta}}$.

αἱ μὲν $\overline{\vartheta}\ \overline{\text{Μ}}$ συνάγουσιν $\overline{\text{οβ}}\ \eta^{\alpha}$, τουτέστι $\overline{\overset{\xi\delta}{\text{φοϛ}}}$· ἡ δὲ λεῖψις τῆς $\Delta^{\text{Υ}}\,\overline{\alpha}$ ἀφαιρεῖ ἀπ' αὐτῶν $\overline{\overset{\xi\delta}{\iota\varsigma}}$, καὶ ποιεῖ τὰ
20 τῆς προτάσεως.

ιγ.

Ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν δύο δοθέντας ἀριθμοὺς καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.

⟨Ἐπιτετάχθω δὴ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ ἀφελεῖν
25 τὸν $\overline{\varsigma}$ καὶ τὸν $\overline{\zeta}$, καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν τετράγωνον.⟩

---

1 ἐτετάχθω *Ba.* 5 λοιπόν] λείψει τούτου add. *Ba.* 6 τὸν om. B. 7 λοιπὸν] λοιπαὶ ἄρα B. 11 τοσούτων om. A

Proponatur iam a 9 et 21 subtrahere eundem numerum et utrumque residuum facere quadratum.

Quemcumque quadratum subtraham ab utroque, residuum sumam [pro quaesito]; is enim subtractus relinquit quadratum. Esto igitur a 9 subtractus quadratus x^2; residuus erit $9 - x^2$.

Oportebit ergo et a 21 subtrahere $9 - x^2$ et facere quadratum; sed si a 21 subtraho $9 - x^2$, remanet $x^2 + 12$; ista aequentur $\square$.

Formo $\square$ ab x minus unitatibus ita sumptis ut ipsarum quadratus maior sit quam 12; sic enim in utraque parte rursus remanebit una species uni aequalis. Sint 4 unitates.

$\square$ erit $x^2 + 16 - 8x$, quae aequentur $x^2 + 12$.

A similibus similia; remanent

$$8x = 4 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{4}{8}.$$

At $9 = \frac{72}{8} = \frac{576}{64}$. Subtrahendo x^2, hoc ut $\frac{16}{64}$, residuus proposito satisfacit.

XIII.

Ab eodem numero subtrahere duos datos numeros 14
et utrumque residuum facere quadratum.

⟨Proponatur iam ab eodem numero subtrahere 6 et 7 et utrumque residuum facere quadratum.⟩

(1ª m.). 13 ἐν om. B. 16 ἴσοι om. A. 18 $\overline{\text{οβ}}$ ἤ A $\text{οβ}^{\text{η}'}$ B, $\widetilde{\text{οβ}}$ ἤ *Ba*. 19 τῆς om. *Ba*. 24 Ἐπιτετάχθω . . . . τετράγωνον (26) suppl. *Ba*.

Τετάχθω ὁ ζητούμενος ς ᾱ· καὶ ἐὰν μὲν ἀπὸ τούτου ἀφέλω Μ̊ ς̄, λοιπὸς ς ᾱ ⋔ Μ̊ ς̄ ἴσος □, ἐὰν δὲ Μ̊ ζ̄, λοιπὸς ς ᾱ ⋔ Μ̊ ζ̄ ἴσος □· καὶ πάλιν ἐπὶ τούτου ὁμοίως ἐστὶν ἡ διπλοισότης.

Ἐπειδήπερ ἡ ὑπεροχή, Μ̊ οὖσα ᾱ, περιέχεται ὑπὸ Μ̊ β̄ καὶ Μ̊ ∟′, καὶ συνάγεται ὁ ς $\overline{\overset{\iota\varsigma}{\rho\kappa\alpha}}$, καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

Ἵνα δὲ μὴ εἰς διπλὴν ἴσωσιν ἐξέρχηται, ζητητέον οὕτως· ζητῶ πρότερον ἀπὸ τίνος ἀριθμοῦ, ἐὰν ἀφέλω Μ̊ ς̄, ποιεῖ □ᵒᵛ. ᾧ δ' ἂν □ᵠ δηλονότι προσθῶ τὰς Μ̊ ς̄, ἐκεῖνος ἔσται ὁ ζητούμενος. ἔστω δὴ Δ^Υ ᾱ· ἔσται ἄρα ὁ ζητούμενος Δ^Υ ᾱ Μ̊ ς̄· καὶ δῆλον ὡς ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλω Μ̊ ς̄, ὁ λοιπὸς ἔσται □ᵒᵡ. δεήσει ἄρα καὶ Μ̊ ζ̄ ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς Δ^Υ ᾱ Μ̊ ς̄ καὶ ποιεῖν □ᵒᵛ.

Δ^Υ ἄρα ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ ἴσ. □ᵠ.

πλάσσω τὸν □ᵒᵛ ἀπὸ ς ᾱ ⋔ Μ̊ β̄. αὐτὸς ἄρα ὁ □ᵒᵡ ἔσται Δ^Υ ᾱ Μ̊ δ̄ ⋔ ς δ̄· ταῦτα ἴσα Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ ᾱ. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\delta}{\bar{\varepsilon}}$.

ἔσται ὁ ζητούμενος $\overline{\overset{\iota\varsigma}{\rho\kappa\alpha}}$, καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

ιδ.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς προσλαβὼν ἑκάτερον τῶν διῃρημένων, ποιεῖ τετράγωνον.

---

2 et 3 *λοιπὸς*] $\overset{\lambda\epsilon\iota\pi\epsilon\tau\alpha\iota}{\underset{\varsigma}{\wedge}}$ (sic) A. 3 ζ̄ om. A (1ª m.). *ἴσος* □ om. B. *ὁμοίως ἐπὶ τούτου* B. 4 *ἐστὶ Ba.* 5 *περιέχεται Ba.* 6 Denominatorem hîc 1ª m. supra numeratorem habet A (item 18 et 19). 15 *ἴσος* A, *ἴσα* B.

Ponatur quaesitus $= x$; si ab eo subtraho 6, linquitur $x - 6 = \square$ et si subtraho 7, linquitur

$$x - 7 = \square.$$

Rursus hîc est dupla aequatio, sicut antea. Quoniam differentia $1 = 2 \times \frac{1}{2}$, concluditur $x = \frac{121}{16}$, et problema solvit.

Ut autem dupla aequatio vitetur, ita quaerendum: Quaero prius a quo numero si subtraho 6, remanet quadratus. Cuicumque autem quadrato addam 6, summa erit quaesitus. Sit iam quadratus x^2; ergo quaesitus erit $x^2 + 6$, et patet, si ab eo subtraho 6, remanere quadratum.

Oportebit igitur et subtrahendo 7 ab $x^2 + 6$, facere quadratum. Ergo

$$x^2 - 1 = \square.$$

Formo $\square$ ab $x - 2$. Erit

$$\square = x^2 + 4 - 4x,$$

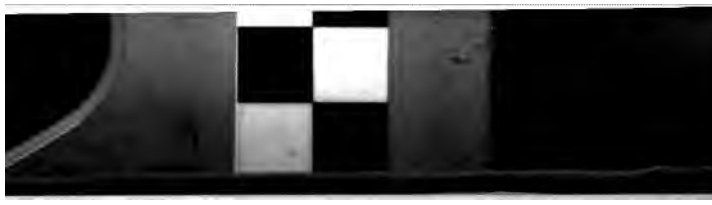
quae aequentur

$$x^2 - 1 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{5}{4}.$$

Erit quaesitus $\frac{121}{16}$ et problema solvit.

XIV.

Datum numerum partiri in duos numeros et invenire quadratum qui utrique parti additus, faciat quadratum. 15



Ἔστω τὸν $\bar{\kappa}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς.

Ἔκθου δύο ἀριθμοὺς ὥστε τοὺς ἀπ' αὐτῶν $\square^{ους}$ ἐλάσσονας εἶναι $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$· ἔστω δὴ ὁ $\bar{\beta}$ καὶ ὁ $\bar{\gamma}$· καὶ προστεθέντος ἑκατέρῳ ς $\bar{\alpha}$, ἔσονται οἱ ἀπὸ τούτων $\square^{\alpha\iota}$, ὃς μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ὃς δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}\,\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$.

ἐὰν ἄρα ἀπὸ ἑκατέρου ἀφέλω τὴν Δ^{Y}, τουτέστι τὸν $\square^{ον}$, ἕξομεν τοὺς ἐπιζητουμένους, οἳ προσλαμβάνοντες δηλονότι $\square^{ον}$, ποιοῦσι $\square^{ον}$. ἀλλ' ἐὰν ἀφέλω $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, λοιποὶ ἔσονται, ὁ μὲν ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ὁ δὲ ς $\bar{\varsigma}\,\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$. δεήσει ἄρα τὴν σύνθεσιν αὐτῶν, τουτέστιν ς $\bar{\iota}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\gamma}$, ἴσους εἶναι $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota}{\bar{\xi}}$· ἔσται ὁ μὲν $\overset{\iota}{\bar{\xi}\eta}$, ὁ δὲ $\overline{\rho\lambda\beta}^{\,\iota}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ιε.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς λιπὼν ἑκάτερον ποιεῖ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω πάλιν τὸν $\bar{\kappa}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς. καὶ τετάχθω ὁ ζητούμενος $\square^{ος}$ ἀπὸ π^{λ} ς $\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}$ τοσούτων ὥστε τὸν ἀπ' αὐτῶν μὴ ὑπερβάλλειν τὸν $\bar{\kappa}$. ἔστω δὴ ς $\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$. ὁ ἄρα $\square^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· καὶ δῆλον ὡς λιπὼν ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, καταλείπει $\square^{ον}$· καὶ ὁμοίως λιπὼν ς $\bar{\beta}\,M\,\bar{\gamma}$, καταλείπει $\square^{ον}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$.

τάσσω οὖν διὰ ταῦτα τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ς $\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\gamma}$, τὸν δὲ ζητούμενον $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, καὶ

---

7 ἕξομαι *Ba*. 11 $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$] ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια add. V. Denomin. habet A (1ª m.?). 14 Τὸν *Ba*, om. B et A (1ª m.). 15 λιπὼν] λοιπὸν *Ba*. 17 εἰς δύο ἀριθμούς om. A (1ª m.). 21 et 22 λιπὼν] $\overset{\text{λιπὼν}}{\Lambda}$ A, λοιπῶν *Ba*.

Sit 20 in duos numeros partiendus.

Sume duos numeros tales ut summa quadratorum ab ipsis minor sit quam 20; sint 2 et 3; utrique addendo x, quadrati summarum erunt

$$\text{alter } x^2 + 4x + 4, \quad \text{alter } x^2 + 6x + 9.$$

Si ab utroque subtraho x^2, hoc est quadratum, habebimus quaesitos qui nempe additi quadrato quadratum facient. Sed si subtraho x^2, residui erunt

$$4x + 4 \quad \text{et} \quad 6x + 9.$$

Oportebit igitur amborum summam, hoc est

$$10x + 13, \text{ aequari } 20, \text{ et fit } x = \frac{7}{10}.$$

Erunt partes quaesitae $\frac{68}{10}$ et $\frac{132}{10}$, et propositis satisfaciunt.

XV.

Datum numerum partiri in duos numeros et invenire quadratum qui minus utroque faciat quadratum. 16

Proponatur rursus partiri 20 in duos numeros [X_1 et X_2].

Ponatur quadratus quaesitus a radice x plus unitatibus ita sumptis ut ipsarum quadratus haud superet 20. Esto $x + 2$. Quadratus igitur erit

$$x^2 + 4x + 4.$$

Patet eum, si subtrahitur $4x + 4$, linquere quadratum; similiter si subtrahitur $2x + 3$, linquitur quadratus $x^2 + 2x + 1$. Quare pono

$$X_1 = 4x + 4, \quad X_2 = 2x + 3,$$

et quaesitum $= x^2 + 4x + 4$, qui minus utroque facit quadratum.

λιπὼν ἑκάτερον, ποιεῖ $\square^{ον}$. *λοιπὸν δεῖ τοὺς δύο ἴσους εἶναι τῷ διαιρουμένῳ· ἀλλ' οἱ δύο ποιοῦσιν* ς $\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\zeta}$· *ταῦτα ἴσα* $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$.

ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\overline{\iota\gamma}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\varsigma}{\overline{o\varsigma}}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\overset{\varsigma}{\overline{\mu\delta}}$, *ὁ δὲ* $\square^{ος}$ $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\chi\kappa\varepsilon}}$. *καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.*

ιϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τῷ δοθέντι ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ τοῦ ἐπιταχθέντος τετραγώνου ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μείζονα τοῦ ἐλάσσονος εἶναι $\gamma^{πλ.}$, *ἑκάτερον δ' αὐτῶν μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ *ποιεῖν τετράγωνον.*

Ἀφ' οὗ δ' ἂν $\square^{ου}$ *ἀπὸ πλήθους* $\varsigma^{ῶν}$ *καὶ* $\overset{\circ}{M}\langle\bar{\gamma}\rangle$ *ἀφέλω* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *οὗτος ἔσται εἷς τῶν ζητουμένων. ἔστω οὖν ὁ ἐλάσσων* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}$, *ὁ ἄρα μείζων ἔσται* $\Delta^{Y}\gamma$ ς $\overline{\iota\eta}$.

δεήσει ἄρα καὶ τοῦτον, προσλαβόντα $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *ποιεῖν* $\square^{ον}$. *ἀλλὰ προσλαβόντα* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *γίνονται* $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ ς $\overline{\iota\eta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$· *ταῦτα ἴσα* $\square^{ω}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ *ἀπὸ* ς $\bar{\beta}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\alpha\pi}$, *ὁ δὲ μείζων* $\overline{\gamma\sigma\mu}$, *καὶ ποιοῦσι μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ *τὰ τῆς προτάσεως.*

---

1 ⋔ *ἑκάτερον* A, *ἑκατέρου* A (2ª m.), *λείψει ἑκατέρου* B. 5 Denom. *λς* A 1ª m.? 10 *ποιεῖ Ba.* 13 $\bar{\gamma}$ suppl. *Ba.* 16 $\bar{\vartheta}$ *μονάδας* B, non *Ba.* 17 *προσλαβόντα* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ om. *Ba.* 19 $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$] A addit in marg (3ª m.) *κείμενον: αὐτὸς ἄρα ὁ τετράγωνος ἔσται δυνάμεων τεσσάρων* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ ⋔ ς $\overline{\iota\beta}$· *ταῦτα ἴσα δυνάμεσι τρίσιν* $\varsigma^{οις}$ *ιη μονάσιν* $\bar{\vartheta}$. *κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις*

Reliquum oportet summam $X_1 + X_2$ aequari partito. Sed ista summa facit $6x + 7$; aequetur 20.

A similibus similia, et fit $x = \frac{13}{6}$.

Erit

$$X_1 = \frac{76}{6}, \quad X_2 = \frac{41}{6},$$

et quadratus $= \frac{625}{36}$, et proposita faciunt.

XVI.

Invenire duos numeros in ratione data, ita ut 17
uterque proposito quadrato additus faciat quadratum.

Proponatur iam maiorem minoris esse 3^{plum} et utrumque addito 9 facere quadratum.

A quocumque quadrato, cuius radix sit multiplex $x + 3$, subtraham 9, residuus erit unus quaesitorum. Sit igitur minor $= x^2 + 6x$; ergo erit

$$\text{maior} = 3x^2 + 18x.$$

Oportebit et hunc, addito 9, facere quadratum. Sed, addito 9, fit

$$3x^2 + 18x + 9 = \square.$$

Formo $\square$ a $2x + 3$, et fit $x = 30$.

Erit minor $= 1080$, maior 3240; addendo 9, proposita faciunt.

καὶ ἀφηρήσθω ἀπὸ ἴσων ἴσα· λοιπὴ ἄρα δύναμις μία ἴση ἔστιν ἀριθμοῖς $\bar{\lambda}$.

ιζ.

[Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθὲν καὶ ἔτι δοθέντα ἀριθμόν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\alpha^{ον}$ τῷ $\beta^{ῳ}$ διδόναι τὸ $\varepsilon^{ον}$ καὶ ἔτι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$· τὸν δὲ $\beta^{ον}$ τῷ $\gamma^{ῳ}$ τὸ $\varsigma^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ τῷ $\alpha^{ῳ}$ τὸ $\zeta^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$.

Τετάχθω ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ ς $\bar{\varepsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ ὁμοίως ς $\bar{\varsigma}$. καὶ μένει ὁ $\beta^{ος}$ λαβὼν μὲν παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$, ς $\bar{\zeta}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$· δοὺς δὲ τῷ $\gamma^{ῳ}$ τὸ $\varsigma^{ον}$, ς $\bar{\alpha}$, καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$, γί. ς $\bar{\varsigma}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$.

ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ $\alpha^{ος}$ τὸ ἑαυτοῦ $\varepsilon^{ον}$ καὶ ἔτι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$, γί. ς $\bar{\delta}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$. δεήσει ἄρα καὶ λαβόντα αὐτὸν παρὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ τὸ $\zeta^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, γίνεσθαι ς $\bar{\varsigma}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$· ἀλλ' ἐὰν ς $\bar{\delta}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$ προσλάβωσιν ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varepsilon}$, γίνονται ς $\bar{\varsigma}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$· ς ἄρα $\bar{\beta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varepsilon}$ μέρος $\zeta^{ον}$ εἰσι τοῦ $\gamma^{ου}$ καὶ ἔτι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$. ἐὰν ἄρα ἀπὸ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varepsilon}$, ἀφέλω $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, λοιπὸν ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\gamma}$ $\zeta^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $\gamma^{ου}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ς $\overline{\iota\delta}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\kappa\alpha}$.

λοιπὸν ἄρα δεήσει καὶ τοῦτον λαβόντα μὲν παρὰ τοῦ μέσου τὸ $\varsigma^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$, δόντα δὲ τὸ $\zeta^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, γίνεσθαι ς $\bar{\varsigma}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$· ἀλλὰ δοὺς μὲν τὸ $\zeta^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$,

---

3 διδῶ B. 9 παρὰ μὲν τοῦ $\alpha^{ου}$ λαβὼν B. 10 γί.] γίνονται AB (item p. 110, 2), sed (12) γίνεται. $\overset{\circ}{M}\,\alpha$.] Ba proprio Marte addit: λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς λοιποὺς δόντας καὶ λαβόντας γίνεσθαι ς $\bar{\varsigma}$ λείψει μονάδος μιᾶς. 12 ⋀ post $\overset{\circ}{M}$ ς B, corr. Ba. 13 ἀλλὰ B, corr. Ba. 15 καὶ prius om. Ba. 16 λοιποὶ Ba. 18 παρὰ μὲν B.

XVII.[1])

[Invenire tres numeros tales ut, unoquoque se- 18
quenti dante ipsius fractionem propositam et adhuc datum numerum, dantes accipientesque fiant aequales.

Proponatur iam X_1 dare ad X_2 ipsius $\frac{1}{5}$ et adhuc 6, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, X_3 ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8.

Ponatur $X_1 = 5x$ et similiter $X_2 = 6x$. Constat X_2, si ab X_1 accipit $x + 6$, fieri $7x + 6$, et si ad X_3 dat ipsius $\frac{1}{6}$ (hoc est x) et 7, fieri $6x - 1$.

Sed X_1 dans ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, fit $4x - 6$. Oportebit igitur et illum, ab X_3 accipientem huius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $6x - 1$.

Sed si $4x - 6$ additur $2x + 5$, fit $6x - 1$. Ergo

$$2x + 5 = \frac{1}{7} X_3 + 8.$$

Si a $2x + 5$ subtraho 8, residuus

$$2x - 3 = \frac{1}{7} X_3;$$

ergo ipse

$$X_3 = 14x - 21.$$

Reliquum oportebit illum quoque, ab X_2 accipientem huius $\frac{1}{6}$ et 7, dantemque ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $6x - 1$.

1) Problemata XVII et XVIII haud genuina esse, sed ex antiquo ad primum librum commentario huc defluxisse censeo. Cf. problemata XXII et XXIII primi libri.

λοιπός ἐστιν ϛ ιβ̄ ⋔ Μ̊ κϛ̄, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ μέσου τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ ζ̄, γί. ϛ ιγ̄ ⋔ Μ̊ ιθ̄· ταῦτα ἴσα ϛ ϛ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ϛ ιη̄ (ζ).

ἔσται ὁ μὲν α^ος ϟ (ζ), ὁ δὲ β^ος ρη̄ (ζ), ὁ δὲ γ^ος ρε̄ (ζ), καὶ οὗτοι ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.]

ιη.

[Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς ἀριθμοὺς τρεῖς, ὅπως ἕκαστος τῶν ἐκ τῆς διαιρέσεως τῷ ἑξῆς ἑαυτοῦ δῷ μέρος τὸ ἐπιταχθὲν καὶ ἔτι δοθέντα ἀριθμόν, ἵνα δόντες καὶ λαβόντες γένωνται ἴσοι.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν π̄ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ α^ος τῷ β^ῳ διδῷ τὸ ε^ον καὶ ἔτι Μ̊ ϛ̄, ὁ δὲ β^ος τῷ γ^ῳ τὸ ϛ^ον καὶ Μ̊ ζ̄, ὁ δὲ γ^ος τῷ α^ῳ τὸ ζ^ον καὶ Μ̊ η̄, ἵνα μετὰ τὴν ἀντίδοσιν γένωνται ἴσοι .....]

⟨Ἄλλως τὸ ιζ^ον.⟩

[Τετάχθω ὁ α^ος ϛ ε̄ καὶ ὁ β^ος Μ̊ ιβ̄, καὶ μένει ὁ β^ος λαβὼν μὲν παρὰ τοῦ α^ου τὸ ε^ον, ϛ ᾱ, καὶ Μ̊ ϛ̄, γινόμενος ϛ ᾱ Μ̊ ιη̄· δοὺς δὲ τῷ γ^ῳ τὸ ϛ^ον καὶ ἔτι Μ̊ ζ̄, γίνεται ϛ ᾱ Μ̊ θ̄· λοιπόν ἐστι καὶ τοὺς λοιποὺς δόντας καὶ λαβόντας γίνεσθαι ϛ ᾱ Μ̊ θ̄.

---

1 ἐστι *Ba*. 3 et 4 Denomin. habet A (1ª m.). 8 ἑαυτοῦ scripsi, αὐτοῦ A*Ba*, αὑτοῦ B. 9 διδῷ B. 15 Defectum solutionis indicavi et ἄλλως τὸ ιζ^ον addidi. 17 παρὰ μὲν B.

Sed dans ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, remanet $12x - 26$, et ab X_2 accipiens huius $\frac{1}{6}$ et 7, fit $13x - 19$.

Ista aequentur $6x - 1$, fit $x = \frac{18}{7}$.

Erit

$$X_1 = \frac{90}{7}, \quad X_2 = \frac{108}{7}, \quad X_3 = \frac{105}{7},$$

et hi proposita faciunt.]

XVIII.

[Datum numerum partiri in numeros tres, ita ut, 19
unoquoque ex partitione sequenti dante ipsius fractionem propositam et adhuc datum numerum, dantes accipientesque fiant aequales.

Proponatur iam 80 partiri in tres numeros (X_1, X_2, X_3), ita ut X_1 ad X_2 det ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, X_2 ad X_3 ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, X_3 ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, et post mutuam donationem fiant aequales.][1])

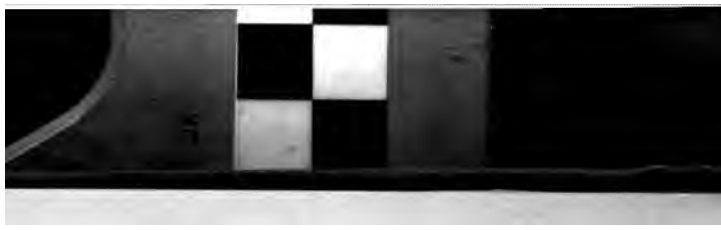
⟨Altera solutio problematis XVII.⟩

[Ponatur $X_1 = 5x$ et $X_2 = 12$. Constat X_2, si ab X_1 accipit huius $\frac{1}{5}$, hoc est x, et 6, fieri $x + 18$, et si ad X_3 dat ipsius $\frac{1}{6}$ et 7, fieri $x + 9$.

Restat ut reliqui dantes accipientesque fiant $x + 9$.

---

1) Problematis sic propositi solutio vel a vetere scholiasta unquam scripta fuit, vel a librario archetypi codicis oscitanter neglecta est.



ἀλλὰ δοὺς μὲν ὁ $\alpha^{ος}$ ἑαυτοῦ τὸ $\varepsilon^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$ λοιπός ἐστιν $\varsigma\,\bar{\delta}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\varsigma}$. δεήσει ἄρα αὐτὸν καὶ λαβόντα τὸ $\zeta^{ον}$ τοῦ $\gamma^{ου}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, γίνεσθαι $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\vartheta}$· ἀλλ' ἐὰν λάβῃ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$ ⋔ $\varsigma\,\bar{\gamma}$, γίνεται $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\vartheta}$. $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\overline{\iota\varepsilon}$ ⋔ $\varsigma\,\bar{\gamma}$, $\zeta^{ον}$ μέρος εἰσὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ καὶ ἔτι $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$. ἐὰν ἄρα ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$ ⋔ $\varsigma\,\bar{\gamma}$ ἀφέλωμεν $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, ἕξομεν τὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ $\zeta^{ον}$, $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$ ⋔ $\varsigma\,\bar{\gamma}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\circ}{M}\,\overline{\mu\vartheta}$ ⋔ $\varsigma\,\overline{\kappa\alpha}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τοῦτον λαβόντα μὲν παρὰ τοῦ μέσου τὸ $\varsigma^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\zeta}$, δόντα δὲ τῷ α^{φ} τὸ $\zeta^{ον}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\eta}$, γίνεσθαι $\varsigma\,\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\bar{\vartheta}$. ἀλλὰ δοὺς καὶ λαβὼν γί. $\overset{\circ}{M}\,\overline{\mu\gamma}$ ⋔ $\varsigma\,\overline{\iota\eta}$· ταῦτα ἴσα $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\vartheta}$. καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\iota\vartheta}{\overline{\lambda\delta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}\,\overset{\iota\vartheta}{\overline{\rho o}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}\,\overset{\iota\vartheta}{\overline{\sigma\kappa\eta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}\,\overset{\iota\vartheta}{\overline{\sigma\iota\zeta}}$.]

ιθ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τῆς ὑπεροχῆς εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$, ὁ δὲ μέσος $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$, ἀπὸ $\pi^{\lambda.}$ δηλονότι $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα μέγιστος ἔσται $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\eta}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\delta}$.

δεήσει ἄρα καὶ $\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\eta}\,\overset{\circ}{M}\,\bar{\delta}$ ἴσ. εἶναι $\square^{\varphi}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ $\varsigma\langle\bar{\alpha}\rangle$, ἵνα ἔχω τὴν Δ^{Y}, καὶ

---

2 ἐστι *Ba.* καὶ αὐτὸν B. 3 ἀλλ'] καὶ *Ba.* 10 γίνεσθαι] γίνεται A. καὶ prius om. *Ba.* γί.] γίνονται A, γίνεται B. 11 et 12 Denomin. habet A 1ª m. 21 ἴσους A, ἴσα B. 22 ᾱ om. AB, ἑνὸς suppl. *Ba.*

Sed X_1, dans ipsius $\frac{1}{5}$ et 6, remanet $4x - 6$. Oportebit igitur et illum, ab X_3 accipientem huius $\frac{1}{7}$ et 8, fieri $x + 9$.

Sed si accipit $15 - 3x$, fit $x + 9$. Ergo

$$15 - 3x = \frac{1}{7} X_3 + 8.$$

Si a $15 - 3x$ subtrahimus 8, habebimus

$$\frac{1}{7} X_3 = 7 - 3x,$$

et ipse

$$X_3 = 49 - 21x.$$

Restat ut ille quoque, accipiens ab X_2 huius $\frac{1}{6}$ et 7, dansque ad X_1 ipsius $\frac{1}{7}$ et 8, fiat $x + 9$. Sed dans accipiensque fit

$$43 - 18x = x + 9, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{34}{19}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{170}{19}, \quad X_2 = \frac{228}{19}, \quad X_3 = \frac{217}{19}.]$$

XIX.

Invenire tres quadratos tales ut differentia maximi 20
et medii ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam.

Proponatur iam differentiam differentiae esse 3^{plam}.

Ponatur minimus $= x^2$, medius $= x^2 + 2x + 1$ (nempe a radice $x + 1$); erit igitur maximus $=$

$$x^2 + 8x + 4.$$

Oportebit igitur $x^2 + 8x + 4 = \square$.

Formo $\square$ ab x (ut habeam x^2) plus unitatibus

ἔτι $\overset{\circ}{M}$ τοσούτων ὥστε τὰ λοιπὰ ἐν τῷ $\square^{\varphi}$ γινόμενα εἴδη τῶν ς καὶ τῶν $\overset{\circ}{M}$ μὴ ὑπερβάλλειν κατὰ τὸ πλῆθος τοὺς ς $\bar{\eta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ ἑκάτερα, ἀλλὰ τὸ μὲν ἐλλείπειν, τὸ δὲ πλεονάζειν. ἔστω δὴ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{\text{ος}}$ ἔσται $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{\Upsilon}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\eta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ $\llcorner'$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μέγιστος $\overset{\circ}{M}\bar{\lambda}$ δ^{χ}, ὁ δὲ ἐλάχιστος $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$ δ^{χ}, ὁ δὲ μέσος $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, προσλαβὼν τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{\text{ος}}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\beta^{\text{ος}}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ $\alpha^{\text{ου}}$ $\square^{\text{ος}}$, προσλαβὼν τὸν $\beta^{\text{ον}}$, ποιῇ $\square^{\text{ον}}$. λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $\square^{\text{ον}}$, προσλαβόντα τὸν $\alpha^{\text{ον}}$, ποιεῖν $\square^{\text{ον}}$· ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ $\beta^{\text{ου}}$ $\square^{\text{ος}}$, προσλαβὼν τὸν $\alpha^{\text{ον}}$, ποιεῖ $\Delta^{\Upsilon}\bar{\delta}$ ς $\bar{\varepsilon}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\varphi}$.

πλάσσω τὸν $\square^{\text{ον}}$ ἀπὸ ς $\bar{\beta}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{\Upsilon}\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ ⋔ ς $\bar{\eta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\gamma}{\bar{\gamma}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overset{\iota\gamma}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{\text{ος}}$ $\overset{\iota\gamma}{\overline{\iota\vartheta}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, λείψει τοῦ λοιποῦ, ποιῇ τετράγωνον.

---

3 ἀλλὰ τὸ] ἀλλ' ὃ *Ba*. 4 δὴ scripsi, δὲ AB. 11 τοῦ om. *Ba*. 12 ποιεῖ A*Ba* (item 15). 14 ἵν' ἀπὸ *Ba*. 17 $\square^{\text{ον}}$ . . . . . ποιεῖ (18) om. A. 20 $\overline{\iota\gamma}$ $\bar{\gamma}$ B. In hoc problemate et in sequentibus κα, κβ, A habet denominatores 1ª manu. 25 ποιεῖ A*Ba*.

a sumptis ut aliarum specierum in quadrato repe-
iendarum, nempe x et unitatum, coefficientes non
uperent ambo eos qui sunt in $8x + 4$, sed alter
uperetur, alter superet. Esto 3. Erit ergo

$$\square = x^2 + 6x + 9 : \text{aequetur } x^2 + 8x + 4;$$
$$\text{fit } x = 2\tfrac{1}{2}.$$

Ad positiones. Erit maximus $= 30\frac{1}{4}$, minimus $= 6\frac{1}{4}$, medius $= 12\frac{1}{4}$, et problema solvunt.

XX.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utrius- 21
ue, alteri numero additus, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$, et $X_2 = 1 + 2x$, ut $X_1^2 + X_2$
ıciat quadratum. Restat ut quoque $X_2^2 + X_1$ faciat
uadratum; sed $X_2^2 + X_1$ facit:

$$4x^2 + 5x + 1 = \square.$$

Formo $\square$ a $2x - 2$; erit ipse

$$\square = 4x^2 + 4 - 8x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{3}{13}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{3}{13}, \quad X_2 = \frac{19}{13},$$

t problema solvunt.

XXI.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, 22
ltero numero subtracto, faciat quadratum.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων ς ᾱ καὶ Μ̇ ὅσων δήποτε· ἔστω δὴ Μ ᾱ· ὁ δὲ μείζων τοῦ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $\square^{ου}$ *παρὰ* $\Delta^{Υ}$ *ᾱ, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος* $\square^{ος}$ *⋀ τοῦ μείζονος ποιῇ* $\square^{ον}$.

καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $\square^{ος}$ *ἐστιν* $\Delta^{Υ}$ *ᾱ ς β̄ Μ̇ ᾱ, ὁ ἄρα μείζων ἔσται τῶν μετὰ τὴν* $\Delta^{Υ}$, *ς β̄ Μ̇ ᾱ. καὶ μένει ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος* $\square^{ος}$, *⋀ τοῦ μείζονος, ποιῶν* $\square^{ον}$. *δεῖ δὲ καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μείζονος,* $\Delta^{Υ}$ *δ̄ ς δ̄ Μ̇ ᾱ, ⋀ τοῦ ἐλάσσονος, ποιεῖν* $\square^{ον}$· *ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος* $\square^{ος}$, *⋀ τοῦ ἐλάσσονος, ποιεῖ* $\Delta^{Υ}$ *δ̄ ς γ̄· ταῦτα ἴσα* $\square^{ω}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ *ἀπὸ ς γ̄· καὶ γίνεται ὁ ς* $\overset{ε}{\overline{γ}}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{ε}{\overline{η}}$, *ὁ δὲ μείζων* $\overset{ε}{\overline{ια}}$, *καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.*

κβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος, προσλαβὼν συναμφότερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ς ᾱ, ὁ δὲ μείζων ς ᾱ Μ̇ ᾱ, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $\square^{ος}$, *τουτέστι* $\Delta^{Υ}$ *ᾱ, προσλαβοῦσα συναμφότερον, τουτέστιν ς β̄ Μ̇ ᾱ, ποιῇ* $\square^{ον}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μείζονος $\square^{ον}$ *προσλαβόντα συναμφότερον ποιεῖν* $\square^{ον}$· *ἀλλ' ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ μείζονος* $\square^{ος}$ *προσλαβὼν συναμφότερον γίνεται* $\Delta^{Υ}$ *ᾱ ς δ̄ Μ̇ β̄· ταῦτα ἴσ.* $\square^{ω}$.

---

3 ἵν' ὁ *Ba.* τοῦ prius om. A (1ª m.) *Ba.* τὸν μείζονα A 1ª m. (item 8) et τὸν ἐλάττονα (9 et 10). 5 ἐστι B. 7 ἐλάττονος B (item 9). 8 δὲ scripsi, δὴ AB. 9/10 ἀλλ' ὁ

Ponatur minor esse x plus quotlibet unitatibus esto 1; maior vero ponatur aequalis minoris quadrato minus x^2, ut minoris quadratus, minus maiore, faciat □.

Et quoniam minoris quadratus est $x^2 + 2x + 1$ maior erit quod sequitur x^2, hoc est $2x + 1$, et constat minoris quadratum minus maiore facere □. Oportet et maioris quadratum, $4x^2 + 4x + 1$, minus minore, facere □; sed maioris quadratus minus minore facit

$$4x^2 + 3x = \square.$$

Formo □ a $3x$, et fit $x = \frac{3}{5}$.

Erit minor $= \frac{8}{5}$, maior $= \frac{11}{5}$, et proposita faciunt.

XXII.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, 23
plus amborum summa, faciat quadratum.

Ponatur minor $= x$, maior $= x + 1$, ut minoris quadratus, hoc est x^2, plus amborum summa, hoc est $2x + 1$, faciat □.

Restat ut maioris quadratus, plus amborum summa, faciat □; sed maioris quadratus, plus amborum summa, facit

$$x^2 + 4x + 2 = \square.$$

. . . . ἐλάσσονος] ἀλλὰ *Ba*. 12 πλάττω B. 17 ποιεῖ A*Ba*. 21 ποιεῖ *Ba* (item p. 118, 10). 23 μὲν om. B. 25 ταῦτα ἴσα B, ἴσος A (1ª m.), ταῦτα ἴσω [ἰσῶ?] A (2ª m.).

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ ⋔ ς $\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\eta}{\bar{\beta}}$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\eta}{\bar{\beta}}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\eta}{\bar{\iota}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

5 κγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκατέρου αὐτῶν τετράγωνος λείψει συναμφοτέρου ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ μείζων ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἵνα ὁμοίως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος $\square^{ος}$ λείψει συναμφο-
10 τέρου, ποιῇ $\square^{ον}$.

Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος $\square^{ον}$ λείψει συναμφοτέρου ποιεῖν $\square^{ον}$· ἔσται ἄρα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋔ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\square^{ῳ}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ π^{λ}· ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$.

15 Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ ⋔ ς $\bar{\varsigma}$ ἴσαι εἰσὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋔ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ $\angle'$.

ἔσται ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ $\angle'$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ $\angle'$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κδ.

20 Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συναμφοτέρου προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἐάν τε προσλάβῃ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$, ἐάν τε $\Delta^{Y}\bar{\eta}$, ποιεῖ $\square^{ον}$, τάσσω τῶν ἐπιζητουμένων ἀριθμῶν, τὸν μὲν $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$, τὸν δὲ $\Delta^{Y}\bar{\eta}$, τὸν δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου
25 $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, καὶ μένει ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου προσλαβὼν ἑκά-

---

7 ποιεῖ A*Ba*. 9 ὁ om. A. 9/10 λείψας συναμφοτέρους A (1ª m.); item 11/12. 12 $\square^{ον}$· ἔσται ἄρα om. A (1ª m.).

Formo □ a $x - 2$; erit

$$\square = x^2 + 4 - 4x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{2}{8}.$$

Erit minor $= \frac{2}{8}$, maior $= \frac{10}{8}$, et problema solvunt.

XXIII.

Invenire duos numeros tales ut quadratus utriusque, minus amborum summa, faciat quadratum. 24

Ponatur minor $= x$ et maior $= x + 1$, ut similiter maioris quadratus, minus amborum summa, faciat □.

Oportebit igitur et minoris quadratum, minus amborum summa, facere □; erit ergo

$$x^2 - 2x - 1 = \square.$$

Formo □ a radice $x - 3$. Ergo

$$x^2 + 9 - 6x = x^2 - 2x - 1 \quad \text{et fit} \quad x = 2\tfrac{1}{2}.$$

Erit minor $= 2\frac{1}{2}$, maior $= 3\frac{1}{2}$, et problema solvunt.

XXIV.

Invenire duos numeros tales ut summae quadratus, plus utroque, faciat quadratum. 25

Quoniam x^2, sive addatur $3x^2$, sive $8x^2$, facit □, quaesitorum numerorum alterum pono esse $3x^2$, alterum $8x^2$, et summae quadratum esse x^2. Constat summae quadratum, plus utroque, facere □.

□^{ov}] Δ^{Y} ᾱ A (2ª m.) B, τετράγωνον *Ba*. 17 $\dot{M}$ prius om. AB, suppl. *Ba*. 21 ποιεῖ *Ba*. 22 προσλάβει *Ba*.

τερον ποιῶν □^{ον}. καὶ ἐπεὶ συναμφότερός ἐστι Δ^{Υ} $\overline{ια}$, ὁ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου ἔσται Δ^{Υ}Δ $\overline{ρκα}$· ἀλλ' ἔστιν καὶ Δ^{Υ} $\overline{α}$.

Δ^{Υ}Δ ἄρα $\overline{ρκα}$ ἴσαι Δ^{Υ} $\overline{α}$.

5 ὥστε καὶ π^{λ}· τῇ π^{λ}· ἴση· ς ἄρα $\overline{α}$ ἴσος Δ^{Υ} $\overline{ια}$.

καὶ πάντα παρὰ ς· ς ἄρα $\overline{ια}$ ἴσοι $\overline{Μα}$, καὶ γίνεται ὁ ς ια^{χ} $\overset{\circ}{M}$^{ος}.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\overline{γ}$ ρκα^{ων}, ὁ δὲ ἕτερος $\overline{η}$, ὁ δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου $\overline{ρκα}$ $\overset{Υ}{M}$α. δχμα^{ων},

10 καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κε.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον.

Λαμβάνω πρῶτόν τινα □^{ον}, ἀφ' οὗ ἀφελὼν δύο

15 τινὰς ἀριθμούς, καταλείπω □^{ον}· ἔστω δὴ ὁ $\overline{ις}$. αὐτὸς γὰρ ἐάν τε λείψῃ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{ιβ}$, γίνεται □^{ος}, ἐάν τε πάλιν $\overset{\circ}{M}$ $\overline{ζ}$, γίνεται □^{ος}.

τάσσω οὖν πάλιν αὐτοὺς ἐν Δ^{Υ}, καὶ τὸν μὲν Δ^{Υ} $\overline{ιβ}$, τὸν δὲ Δ^{Υ} $\overline{ζ}$, τὸν δὲ ἀπὸ συναμφοτέρου Δ^{Υ} $\overline{ις}$, καὶ

20 μένει ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου, ⋀ ἑκατέρου, ποιῶν □^{ον}.

δεήσει λοιπὸν τὸν ἀπὸ συναμφοτέρου ἴσον γίνεσθαι Δ^{Υ} $\overline{ις}$, ὥστε καὶ τὴν π^{λ}· τῇ π^{λ}·, τουτέστιν Δ^{Υ} $\overline{ιθ}$ ἴσας ς $\overline{δ}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{ιθ}{\overline{δ}}$.

---

2 ἔστι B. 4 ἴσαι] ἴση B. 5 ὥστε . . . Δ^{Υ} $\overline{ια}$ om. A (1^{a} m.). 6 καὶ . . . . $\overset{\circ}{M}$^{ος} (7)] $\overline{ια}$ tantum B, καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς α^{ια} suppl. *Ba*. 7 ια^{χ} $\overset{\circ}{M}$^{ος} A (2^{a} m.), prior scriptura discerni nequit. 8 $\overline{γ}$ ρκα A (1^{a} m.), $\overline{γ}$ ἑκαστοστοεικοστοπρώτου A (2^{a} m.), γ$^{ρκα'}$ B. 9 η$^{ρκα'}$ B et 2^{a} m. A. $\overline{ρκα}$ μυριοστοτετρακισχιλιοστοεξακοσιοστοτεσσαρακοστοπρώτου A (2^{a} m.; prior

Et quoniam amborum summa est $11x^2$, summae quadratus erit $121x^4$; sed est quoque x^2. Ergo

$$121x^4 = x^2.$$

At radix radici aequalis est; ergo

$$x = 11x^2.$$

Omnia per x; ergo

$$11x = 1 \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{11}.$$

Ad positiones. Erit alter $\frac{3}{121}$, alter $\frac{8}{121}$, summae quadratus $\frac{121}{14641}$, et problema solvunt.

XXV.

Invenire duos numeros tales ut summae quadratus, 26
minus utroque, faciat quadratum.

Primo loco sumo quadratum, a quo, subtrahendo duos quosdam numeros, remaneat quadratus. Esto 16; nam si ab eo subtraho 12, fit □, et rursus si 7, fit etiam □.

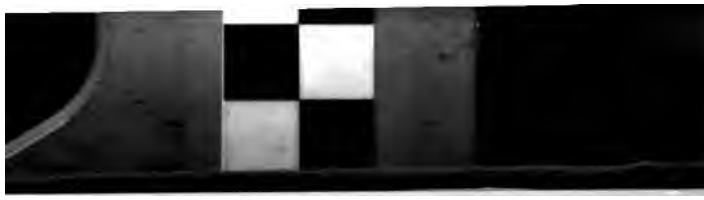
Pono rursus numeros [quaesitos, ut terminos] in x^2, alterum $12x^2$, alterum $7x^2$, summae quadratum $16x^2$. Constat summae quadratum, minus utroque, facere □.

Reliquum oportebit summae quadratum fieri $16x^2$; sed radix radici aequalis est, hoc est

$$19x^2 = 4x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{4}{19}.$$

---

scriptura legi nequit), $\overline{\varrho\kappa\alpha}$ ἄ ,δχμα B, ρκα$^{\iota\delta\chi\mu\alpha}$ *Ba.* 15 δὴ scripsi, δὲ AB. 16 λείψει B, corr. *Ba.* 20 ἑκάτερον A (1ª m.). 22 τουτέστι B.



ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\overset{\tau\xi\alpha}{\rho\llcorner\beta}$, ὁ δὲ β^{os} $\overset{\tau\xi\alpha}{\rho\iota\beta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον, τῶν δὲ τετραγώνων αἱ πλευραὶ συντεθεῖσαι ποιῶσι τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ ποιεῖν τὸν $\bar{\varsigma}$.

Ἐπεὶ οὖν, ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονός ἐστι τετραπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ τετράγωνον, τάσσω τὸν μὲν ἐλάσσονα $\varsigma\,\bar{\alpha}$, τὸν δὲ μείζονα $\varsigma\,\bar{\delta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ συμβαίνει ὁμοίως τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν ἐλάσσονα ποιεῖν $\square^{ov}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν μείζονα, τουτέστιν $\varsigma\,\bar{\delta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ποιεῖν $\square^{ov}$, οὗ ἡ πλευρά ἐστι $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma} \wedge$ τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ ἐλάσσονος $\varsigma\,\bar{\beta}$, ἵνα, κατὰ τὸ πρόβλημα, συντεθεῖσαι τῶν δύο αἱ πλευραὶ ποιῶσι $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$. ἀλλ' ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν μείζονα ποιεῖ $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\varsigma\,\bar{\gamma} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma} \wedge \varsigma\,\bar{\beta}$, $\Delta^{Y}\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma} \wedge \varsigma\,\overline{\kappa\delta}$. ταῦτα ἴσα ἀλλήλοις· καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\kappa\zeta}{\overline{\lambda\zeta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔταξα τὸν ἐλάσσονα $\varsigma\,\bar{\alpha}$, ἔσται $\overline{\lambda\zeta}$, τὸν δὲ μείζονα $\varsigma\,\bar{\delta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἔσται $\overline{\rho\kappa\alpha}$, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

---

11 ἐλάττονα B (item 14). 13 ὁμοίως om. *Ba*. 15 λοιπόν ἐστι καὶ] δεήσει ἄρα καὶ ὁμοίως *Ba*. 17 ἐστι] ἦ *Ba*. $\varsigma\,\bar{\beta}$] ἀριθμὸν μ° A (2ª m.; prior scriptura legi nequit), ἀριθ-

Erit primus $\frac{192}{361}$, secundus $\frac{112}{361}$, et problema solvunt.

XXVI.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus 27
plus utroque faciat quadratum, et summa radicum quadratorum faciat propositum numerum.

Proponatur iam facere 6.

Quoniam, si sint duo numeri quorum maior minoris sit 4^{plus} minus unitate, horum productus plus minore facit quadratum, pono minorem $= x$, maiorem $= 4x - 1$, et similiter evenit horum productum plus minore facere $\square$.

Restat et productum plus maiore, hoc est plus $4x - 1$, facere quadratum, cuius radix est $6 - 2x$ (ex radice minoris)[1]), ut secundum problema, summa radicum amborum quadratorum faciat 6.

Sed productus plus maiore facit $4x^2 + 3x - 1$, et quadratus a $6 - 2x$ est $4x^2 + 36 - 24x$. Ista inter se aequantur et fit $x = \frac{37}{27}$.

Ad positiones. Statui minorem $= x$, erit $\frac{37}{27}$, maiorem $= 4x - 1$, erit $\frac{121}{27}$, et constat propositum.

---

1) Minoris quadrati $4x^2$, quem facit productus $x(4x - 1)$ plus minore numero x.

μὲν B. 18 κατὰ] μετὰ *Ba*. 24 Denominatorem κζ (bis) suppl. *Ba*.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον, τῶν δὲ τετραγώνων αἱ πλευραὶ συντεθεῖσαι ποιῶσι τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ε̄.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονός ἐστι τετραπλασίων καὶ μονὰς μία, ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ ἐλάσσονος ποιεῖ τετράγωνον, τάσσω τὸν μὲν μείζονα ϛ δ̄ M̊ ᾱ, τὸν δὲ ἐλάσσονα ϛ ᾱ, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ ἐλάσσονος ποιεῖ τετράγωνον.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ μείζονος ποιεῖν τετράγωνον· ὧν αἱ πλευραὶ συνάγουσι τὰς ἐπιταχθείσας M̊ ε̄. ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει τοῦ μείζονος γίνεται Δ^Υ δ̄ ⋔ ϛ γ̄ M̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα □^ῳ τῷ ἀπὸ π^λ. M̊ ε̄ ⋔ ϛ β̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ κζ̄/ιζ̄.

ἔσται ὁ ⟨μὲν⟩ ἐλάσσων κζ̄, ὁ δὲ μείζων ρκα̅, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν οὖν τάξω ἕνα τῶν τετραγώνων Δ^Υ ᾱ, τὸν δὲ ἕτερον τετράγωνον M̊^α, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν τετράγωνος Δ^Υ· δεήσει ἄρα τοῦτον, προσλαβόντα ἑκάτερον, ποιεῖν □^ον· ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ ζητῆσαι τίς τετράγωνος, προσλαβὼν M̊^α, ποιεῖ □^ον.

2/3 ⋔ ἑκάτερον ποιεῖ A. 7 ἐλάττ. *Ba* (item 9 et 10). 8 ἐλάττονὸς B. 10 τετράγωνον] *Ba* add.: δυνάμεις δ̄ οὗ ἡ πλευρὰ ϛ β̄. 12 ὧν αἱ πλευραὶ συνάγουσι] καὶ τῶν τετραγώνων

XXVII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus 28
minus utroque faciat quadratum, et summa radicum quadratorum faciat datum numerum.

Proponatur iam 5.

Quoniam, si sint duo numeri quorum maior sit minoris 4^{plus} plus unitate, horum productus minus minore facit quadratum, pono maiorem $= 4x + 1$ et minorem $= x$; sic productus minus minore facit □.

Restat ut productus minus maiore faciat □, et summa radicum det propositum 5. Sed productus minus maiore fit $4x^2 - 3x - 1$. Ista aequantur □ a radice $5 - 2x$, et fit $x = \frac{26}{17}$.

Erit minor $= \frac{26}{17}$, maior $= \frac{121}{17}$, et proposita faciunt.

XXVIII.

Invenire duos numeros quadratos tales ut ipsorum 29
productus plus utroque faciat quadratum.

Si pono alterum quadratum $= x^2$, alterum $= 1$, productus erit quadratus x^2, quem oportebit utroque addito facere □. Deductum est igitur ad quaerendum quis quadratus, plus unitate, facit □.

πλευρὰς συνάγειν *Ba.* 16 μὲν addidi. Denominatorem ιζ suppl. *Ba.* 20 ποιεῖ *Ba.* 21 τετράγωνον om. *Ba.* Δ^{Y}] ᾱ add. *Ba.*

Τετάχθω ὁ τετράγωνος ὃν θέλω εἶναι ὑπ' αὐτῶν, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

Ἐὰν ἄρα οὗτος προσλάβῃ $\dot{M}\bar{\alpha}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,M\bar{\alpha}$· τοῦτον δεήσει ἴσον εἶναι $\square^{\omega}$· πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ π^{λ} ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\beta}$. οὗτος ἴσος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\delta}{\bar{\gamma}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, ὁ δὲ $\overline{\iota\varsigma}$· καὶ συμβαίνει τὸν ὑπ' αὐτῶν, προσλαβόντα τὴν $\dot{M}^{\alpha}$, ποιεῖν $\square^{ον}$.

Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν, προσλαβόντα τὸν $\beta^{ον}$, ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστιν $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, ὑποκείσθω νῦν ἐν Δ^{Y}, τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}\,\dot{M}\bar{\vartheta}$, πάντων $\iota\varsigma^{\pi\lambda.}$· Δ^{Y} ἄρα $\bar{\vartheta}\,\dot{M}\bar{\vartheta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ $\pi^{\lambda.}$ ς γ ⋔ $\dot{M}\bar{\delta}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{ος}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}\,\dot{M}\overline{\iota\varsigma}$ ⋔ ς $\overline{\kappa\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa\delta}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\overset{\varphi o\varsigma}{\tau\kappa\delta}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\overset{\varphi o\varsigma}{\mu\vartheta}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

κθ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψει ἑκατέρου ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν μὲν τάξω τὸν $\alpha^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, τὸν δὲ ἕτερον $\dot{M}\bar{\alpha}$, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· δεήσει ἄρα καὶ αὐτὸν ⋔ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ ἔστιν ἡ Δ^{Y} $\square^{ος}$· ἀπῆκται ἄρα εἰς τὸ ζητῆσαι τίς τετράγωνος ⋔ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖ $\square^{ον}$· ἔστι

---

5 $\dot{M}\bar{\alpha}$ om. *Ba*. 6 $\bar{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$] $\bar{\vartheta}$ A, *ἐννέα* $\iota\varsigma'$ B. $\overline{\iota\varsigma}^{\iota\varsigma}$ B (2ª m., ut videtur). 10 $\Delta^{Y}\vartheta^{\iota\varsigma}\,\dot{M}\vartheta^{\iota\varsigma}$ *Ba*. 10/11 *πάντων* $\iota\varsigma^{\pi\lambda.}$ scripsi, *πάντων ἑκκαιδεκάκις* A, *πάντα ἑκκαιδεκάκις* B (*Ba* add. *καὶ* ante *πάντα*). 11 *ἴσοι* A, *ἴσαι* B. 19 *ἐὰν τάξω τὸν μὲν* B. 20/21 *καὶ αὐτὸν* ⋔] *καὶ λείψει αὐτὸν* A, *αὐτὸν καὶ λείψει* B, *αὐτῶν λείψει Ba*.

Ponatur quadratus quem volo esse productum, $= x^2$. Si additur unitas, fit $x^2 + 1$, quod oportebit esse $\square$. Formo $\square$ a radice $x - 2$ et eum aequo $x^2 + 1$; fit $x = \frac{3}{4}$. Alter [factorum] erit $\frac{9}{16}$, alter $\frac{16}{16}$, et evenit horum productum plus unitate, facere $\square$.

Oportebit igitur et productum, plus altero, facere $\square$. Sed quoniam productus est $\frac{9}{16}$, nunc supponantur [termini] in x^2, hoc est $9x^2 + 9$, omnibus 16^{ies} sumptis.[1]) Ergo

$$9x^2 + 9 = \square.$$

Formo $\square$ a radice $3x - 4$; erit

$$\square = 9x^2 + 16 - 24x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{24}.$$

Erit primus $\frac{324}{576}$, secundus $\frac{49}{576}$, et problema solvunt.

XXIX.

Invenire duos numeros quadratos tales ut ipsorum 30
productus minus utroque faciat quadratum.

Si alterum pono x^2, alterum 1, productus erit x^2 et hunc, subtracto 1, oportebit facere quadratum. Sed x^2 est quadratus; deductum est igitur ad quaerendum quis quadratus, minus unitate, facit quadratum; talis

1) Hoc est: ponatur primus quadratus quaesitus $= \frac{9}{16}$, secundus $= x^2$. Productus plus primo erit $\frac{9}{16}x^2 + \frac{9}{16}$; ista aequanda sunt quadrato; ergo, multiplicando in 16, remanet quadratus.

δὲ τετράγωνος ὁ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$· οὗτος γάρ, ⋔ τῶν τῆς $\dot{M}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\iota\varsigma}}$, ποιεῖ τὸν $\square^{\omega\nu}$ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\vartheta}}$.

Τάσσω οὖν τὸν μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, τὸν δὲ $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν, ⋔ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ποιεῖ $\square^{\omega\nu}$· δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν, ⋔ $\dot{M}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$, ἴσον εἶναι $\square^{\omega}$· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν, ⋔ $\dot{M}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$, γί. $\Delta^{Y}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$ ⋔ $\dot{M}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\epsilon}}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$· πάντα $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ ⟨καὶ τὸ $\kappa\epsilon^{\omega\nu}$⟩.

πλάσσω τὸν $\square^{\omega\nu}$ ἀπὸ $\varsigma\bar{\alpha}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\delta}$. αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\dot{M}\overline{\iota\varsigma}$ ⋔ $\varsigma\bar{\eta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\alpha}$ καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\eta}{\overline{\iota\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\overset{\xi\delta}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$, ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overset{\xi\delta}{\overline{\rho}}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τοῦ προβλήματος.

λ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λίπῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ πάντων δύο ἀριθμῶν οἱ ἀπ' αὐτῶν συντεθέντες, ἐάν τε προσλάβωσι τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε λίπωσι, ποιοῦσι $\square^{\omega\nu}$, ἐκτίθεμεν δύο ἀριθμούς, τόν τε $\bar{\beta}$ καὶ τὸν $\bar{\gamma}$.

Καὶ δῆλον ὡς ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{\omega\nu}$, μετὰ τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν, συνάγουσα $\dot{M}\overline{\kappa\epsilon}$, ποιεῖ $\square^{\omega\nu}$, καὶ πάλιν ἀπὸ τῆς συνθέσεως τῶν ἀπ' αὐτῶν ἀφαιρουμένου τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν, γίνεται $\square^{\circ\varsigma}$ ἡ $\dot{M}$· τάσσω οὖν τὸν ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\overline{\iota\gamma}$.

1 ὁ om. A. 2 τὸν post $\square^{\omega\nu}$ B. $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\vartheta}}$] ἀπὸ π^{λ} Γ $\overset{\delta}{\vartheta}$ A ex corr., unde $\overset{\delta}{\vartheta}$ V. 3, 5 et 6 Denomin. om. B, suppl. *Ba*. 3 ὁ

est quadratus $\frac{25}{16}$; is enim, minus $\frac{16}{16}$ sive unitate, facit quadratum $\frac{9}{16}$.

Pono igitur alterum x^2, alterum $\frac{25}{16}$; horum productus, minus x^2, facit quadratum. Oportebit igitur et productum, minus $\frac{25}{16}$, facere quadratum. Sed productus, minus $\frac{25}{16}$, fit $\frac{25}{16}x^2 - \frac{25}{16}$. Ista aequentur □. Omnia 16ies ⟨et omnium $\frac{1}{25}$⟩.

Formo □ a $x - 4$; erit □

$$x^2 + 16 - 8x = x^2 - 1, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{17}{8}.$$

Erit primus $\frac{289}{64}$, secundus $\frac{100}{64}$, et problema solvunt.

XXX.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, 31
plus minusve amborum summa, faciat quadratum.

Omnium binorum numerorum summa quadratorum, sive plus sive minus producto bis, facit quadratum. Expono igitur duos numeros 2 et 3; patet summam quadratorum, plus producto bis, facere 25, hoc est quadratum, et rursus summam quadratorum, minus producto bis, facere quadratum 1.

Productum igitur pono $13x^2$ et alter [factorum]

om. *Ba*. 6 *γίνονται* A, *γίνεται* B. 7 *καὶ τὸ κε*^{ον} addidi. Lacunam indicavit *Ba* et supplementum proposuit in commentario: *καὶ παρὰ τὸν* $\overline{\kappa\epsilon}$. *γίνεται* Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ *λείψει μονάδος* $\bar{\alpha}$ *ἴση τετραγώνῳ*. 9 *ἴσος* Δ^{Y} $\overline{\kappa\epsilon}$ $\wedge$ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\kappa\epsilon}$ AB, corr. *Ba* in commentario. 14 *λείπῃ* B. 17 *λείπωσι* B. 18 *τε* om. B. 20 *συνάγουσα ποιεῖ τετράγωνον μονάδας* $\overline{\kappa\epsilon}$ *Ba*. 22 *γίνεται*] *καταλείπεται* B.

Τετάχθω οὖν ὃς μὲν ϛ ᾱ, ὃς δὲ ϛ ιγ̄, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν Δ^Υ ιγ̄. Δ^Υ ἄρα ιγ̄, ἐάν τε προσλάβωσι Δ^Υ ιβ̄, ἐάν τε λίπωσι, ποιοῦσι □^ον. δεήσει ἄρα Δ^Υ ιβ̄ ἴσας εἶναι συναμφοτέρῳ· ἀλλὰ συναμφότερός ἐστιν ϛ ιδ̄. Δ^Υ ἄρα ιβ̄ ἴσαι εἰσὶν ϛ ιδ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ ιβ̄ ιδ̄, τουτέστιν ϛ ζ̄.

ἔστιν οὖν ὁ μὲν α^ος ϛ ᾱ, ἔσται ϛ ζ̄, ὁ δὲ β^ος ϛ ιγ̄, ἔσται ϛ ⌊ιᾱ, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λα.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ οὖν, ἐὰν ὦσιν δύο ἀριθμοὶ ὧν ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου ἐστὶν διπλασίων, οἱ ἀπ' αὐτῶν συντεθέντες, ἐάν τε λείψωσι τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβωσι, ποιοῦσι □^ον, ἐκτίθεμεν τὸν δ̄ καὶ τὸν β̄.

Τετάχθωσαν οὖν ἐν Δ^Υ, καὶ ἔστιν ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν Δ^Υ κ̄, ὁ δὲ συναμφότερος Δ^Υ ιϛ̄· ἔστω ὁ μὲν ϛ β̄, ὁ δὲ ϛ ῑ, συναμφότερος δὲ ϛ ιβ̄, ἀλλὰ καὶ Δ^Υ ιϛ̄.

Δ^Υ ἄρα ιϛ̄ ἴσαι ϛ ιβ̄· ⟨καὶ γίνεται ὁ ϛ ιϛ ιβ̄⟩, τουτέστι δ γ̄.

---

1 ὃς μὲν . . ὃς δὲ] ὁ μὲν . . . ὁ δὲ *Ba*. 3 λείπωσι B, Λ' A. 6 τουτέστι B. 12 ποιεῖ A. 13 ὦσι B. 14 ἐστὶ B. διπλασίων] *Ba* addit: καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν δὶς τετράγωνός ἐστι καὶ. 15 λείπωσι B. ὑπ'] ἀπ' *Ba*. 16 β̄] *Ba* addit: καὶ δῆλον ὡς ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον τὸν ιϛ̄ καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν κ̄, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν ιϛ̄, ἐάν τε λείπῃ, ποιεῖ τετράγωνον τόν τε λϛ̄ καὶ τὸν δ̄. 17 ἔστω *Ba*.

sit $= x$, alter $= 13x$, quorum productus est $13x^2$. Habemus

$$13x^2 \pm 12x^2 = \square.$$

Oportebit igitur $12x^2$ esse summam; sed est summa $14x$. Ergo

$$12x^2 = 14x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}.$$

Est primus $= x$, erit $\frac{7}{6}$; secundus $= 13x$, erit $\frac{91}{6}$, et problema solvunt.

XXXI.

Invenire duos numeros quorum summa sit quadratus et productus plus minusve summa faciat quadratum. 32

Quoniam, si sint duo numeri quorum alter alterius sit 2^{plus}, summa quadratorum sive primus sive plus producto bis, facit $\square$, expono 4 et 2.[1])

Ponantur [termini] in x^2; est productus $= 20x^2$ et summa $= 16x^2$. Sit alter [factorum] $2x$, alter $10x$, summa $12x$; sed est quoque $16x^2$. Ergo

$$16x^2 = 12x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}.$$

1) Omnino $x_1^2 + x_2^2 \pm 2x_1x_2 = \square$. Sed si $x_1 = 2x_2$, insuper $2x_1x_2 = \square$, quam consequentiam, quum ad solutionem propositi necessaria sit, num silentio praeterire potuerit Diophantus, utpote per se manifestam, dubitandum est.

Quoad reliquum, quaesitorum X_1 et X_2 statuit $X_1X_2 = (x_1^2 + x_2^2)x^2$ et $X_1 + X_2 = 2x_1x_2x^2$; sic $X_1 + X_2 = \square$ et $X_1X_2 \pm (X_1 + X_2) = \square$.

17/18 ὁ μὲν ἀπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\bar{\tau}$, οἱ δὲ ἀπὸ συναμφότεροι $\Delta^{Y}\varkappa$ A ex corr. 2ª m. $\Delta^{Y}\bar{\tau}$ et $\Delta^{Y}\bar{\varkappa}$ similiter B ex corr.; numeros veros restituit *Ba*. 18 ἔστω] *Ba* add. δὲ. 20 καὶ γίνεται ὁ ἀριθμὸς ιβ'ς suppl. *Ba*.

ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ β^{os} $\bar{\lambda}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος προσλαβὼν τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν α^{os} ϛ $\bar{\alpha}$, καὶ ἐπεί, ἐὰν ᾖ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ διπλασίων καὶ μονάδι μείζων, ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος, προσλαβὼν τὸν μείζονα, ποιεῖ τετράγωνον, τετάχθω ὁ β^{os} τοῦ α^{ou} διπλασίων καὶ μονάδι μείζων, καὶ ἔσται δηλονότι ϛ $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\alpha}$, καὶ ἔτι ὁ γ^{os} τούτου διπλασίων καὶ μονάδι μείζων καὶ ἔσται ϛ $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\gamma}$. καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ α^{ou} $\square^{ov}$ προσλαβόντα τὸν β^{ov}, γίνεσθαι $\square^{ov}$, Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\alpha}$, καὶ ὁμοίως τὸν ἀπὸ τοῦ β^{ou} προσλαβόντα τὸν γ^{ov}, ποιεῖν $\square^{ov}$, Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛ $\bar{\eta}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\delta}$. Δεήσει ἄρα καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γ^{ou} $\square^{ov}$, προσλαβόντα τὸν α^{ov}, ποιεῖν $\square^{ov}$. ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ γ^{ou}, προσλαβὼν τὸν α^{ov}, ποιεῖ Δ^{Y} $\overline{\iota\varsigma}$ ϛ $\overline{\kappa\varepsilon}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\vartheta}$. ταῦτα ἴσα $\square^{\varphi}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ov}$ ἀπὸ π^{λ} ϛ $\bar{\delta}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\delta}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται Δ^{Y} $\overline{\iota\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ϛ $\overline{\lambda\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\nu\zeta}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν α^{os} $\bar{\zeta}$, ὁ δὲ β^{os} $\overline{o\alpha}$, ὁ δὲ γ^{os} $\overline{\rho\iota\vartheta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

λγ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος λείψει τοῦ ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ διπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος, λείψει τοῦ

---

1 $\bar{\varsigma}$ δ' et $\bar{\lambda}$ δ' B, $\bar{\varsigma}^{\delta'}$ et $\bar{\lambda}^{\delta'}$ *Ba.* 5 ποιεῖ AB, corr. *Ba.* 9 τετράγωνων *Ba.* 20 Denominatores νζ notat B. 24 λείψει] ubique in hoc problemate A (1ª m.) scripsit ⋀ et postea accusativum pro genitivo.

Erit primus $\frac{6}{4}$, secundus $\frac{30}{4}$, et problema solvunt.

XXXII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque 33
quadratus, plus sequente numero, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$. Si numerus est numeri 2^{plus} plus unitate, minoris quadratus, plus maiore, facit $\square$. Ponatur igitur $X_2 = 2X_1 + 1$; erit scilicet $2x + 1$; et adhuc $X_3 = 2X_2 + 1$; erit $4x + 3$.

Evenit

$$X_1^2 + X_2 \text{ fieri } \square = x^2 + 2x + 1,$$

et similiter

$$X_2^2 + X_3 \text{ fieri } \square = 4x^2 + 8x + 4.$$

Oportebit et $X_3^2 + X_1$ facere $\square$; sed

$$X_3^2 + X_1 \text{ facit } 16x^2 + 25x + 9.$$

Ista aequentur $\square$, quem formo a radice $4x - 4$; erit ipse

$$\square = 16x^2 + 16 - 32x, \text{ et fit } x = \frac{7}{57}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{7}{57}, \quad X_2 = \frac{71}{57}, \quad X_3 = \frac{199}{57},$$

et problema solvunt.

XXXIII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque qua- 34
dratus, minus sequente numero, faciat quadratum.

Si numerus est numeri 2^{plus} minus unitate, minoris quadratus, minus maiore, facit quadratum.

μείζονος, ποιεῖ $\square^{ον}$, τάσσω τὸν μὲν $α^{ον}$ ς $\bar{α}$ $\overset{\circ}{M}\bar{α}$, τὸν δὲ $β^{ον}$ ὁμοίως ς $\bar{β}$ $\overset{\circ}{M}\bar{α}$, τὸν δὲ $γ^{ον}$ ς $\bar{δ}$ $\overset{\circ}{M}\bar{α}$, καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ $α^{ου}$ τετράγωνον, ⋀ τοῦ $β^{ου}$, ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ $β^{ου}$, ⋀ τοῦ $γ^{ου}$, ποιεῖν $\square^{ον}$.
5 λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $γ^{ου}$, ⋀ τοῦ $α^{ου}$, ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλ' ὁ ἀπὸ τοῦ $γ^{ου}$ $\square^{ος}$, ⋀ τοῦ $α^{ου}$, ποιεῖ $\Delta^{Υ}$ $\overline{ις}$ ς $\bar{ζ}$· ταῦτα ἴσα $\square^{ῳ}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{ε}$· $\Delta^{Υ}$ ἄρα $\overline{κε}$ ἴσαι $\Delta^{Υ}$ $\overline{ις}$ ς $\bar{ζ}$, καὶ γί. ὁ ς $\overset{\vartheta}{\bar{ζ}}$.

10 ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overline{ιϛ}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overline{κγ}$, ὁ δὲ $γ^{ος}$ $\overline{λζ}$, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

λδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν, προσλαβὼν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ποιῇ τε-
15 τράγωνον.

Καὶ ἐπεί, ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, καὶ λάβωμεν καθ' ὃν μετρεῖται, καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος, τοῦ μετροῦντος καὶ καθ' ὃν μετρεῖ, ἀφέλωμεν τὸν ἐλάσσονα, ὁ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ λοιποῦ $\square^{ος}$, προσ-
20 λαβὼν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ποιεῖ $\square^{ον}$, τάσσω τὸν μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἀπὸ $\Delta^{Υ}$ τινῶν ἐχουσῶν μετροῦντας τρεῖς· ἔστω δὴ ὁ $\overline{ιβ}$. μετρεῖ γὰρ αὐτὸν $\overset{\circ}{M}\bar{α}$ κατὰ τὸν $\overline{ιβ}$, καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{β}$ κατὰ τὸν $\bar{ϛ}$, καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{γ}$ κατὰ τὸν $\bar{δ}$. καὶ ἐὰν ἀφέλω τὸν μετροῦντα ἀπὸ τοῦ καθ' ὃν μετρεῖ,
25 καὶ τῶν λοιπῶν λάβω τὰ ἡμίση, τάσσω τοὺς τρεῖς, τὸν μὲν $α^{ον}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ε}$ $\llcorner'$, τὸν δὲ $β^{ον}$ $\overset{\circ}{M}\bar{β}$, τὸν δὲ $γ^{ον}$ $\overset{\circ}{M}$ $\llcorner'$,

---

10 Denominatores ϑ notat B. 16 μετρεῖται A. 17 μετρῆται Ba. 19 ἐλάττονα B. 22 δὴ] δὲ AB. ὁ om. B. 25 ἥμισυ Ba.

Pono igitur $X_1 = x + 1$ et similiter[1])

$$X_2 = 2x + 1 \quad \text{et} \quad X_3 = 4x + 1.$$

Evenit $X_1^2 - X_2$ facere $\square$ et $X_2^2 - X_3$ facere $\square$. Restat ut $X_3^2 - X_1$ faciat $\square$. Sed

$$X_3^2 - X_1 \quad \text{facit} \quad 16x^2 + 7x.$$

Ista aequentur $\square$ quem formo a $5x$; ergo

$$25x^2 = 16x^2 + 7x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{9}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{16}{9}, \quad X_2 = \frac{23}{9}, \quad X_3 = \frac{37}{9},$$

et constat propositum.

XXXIV.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque 35
quadratus, plus summa trium, faciat quadratum.

Si numerus per quemdam numerum dividatur et quotientem sumamus et a maiore ex divisore et quotiente minorem subtrahamus, dimidii residui quadratus plus numero ab initio proposito, facit quadratum.

Pono igitur summam trium esse x^2 cum coefficiente tres divisores habente. Sit nempe 12. Nam divisores habet 1 cum quotiente 12, 2 cum quotiente 6, 3 cum quotiente 4.

Si divisorem unumquemque a quotiente subtraho, et residuorum dimidium sumo, ponam

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 2, \quad X_3 = \tfrac{1}{2}.$$

1) Nempe $X_2 = 2X_1 - 1$ et $X_3 = 2X_2 - 1$. Cf. problema XXXII.

καὶ δῆλον ὡς ὁ ἀπὸ ἑκάστου τούτων $\square^{o\varsigma}$, προσλαβὼν τὸν $\overline{\iota\beta}$, ποιεῖ $\square^{ov}$, ὃν μὲν $\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}, ὃν δὲ $\overline{\iota\varsigma}$, ὃν δὲ $\overline{\mu\beta}$ δ^{χ}.

τάσσω οὖν αὐτοὺς ἐν ς, τὸν μὲν α^{ov} ς $\bar{\varepsilon}$ $\llcorner'$, τὸν δὲ β^{ov} ς $\bar{\beta}$, τὸν δὲ γ^{ov} ς $\llcorner'$· δεῖ δὲ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἴσον εἶναι Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$. ἀλλ' ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ς εἰσιν $\bar{\eta}$.

ς ἄρα $\bar{\eta}$ ἴσοι Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\bar{\delta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{\kappa\beta}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\bar{\eta}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\bar{\beta}$, καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

λε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος, λιπὼν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τάσσω ὁμοίως ἀριθμόν τινα ὃς μετροῦντας ἔχει τρεῖς· ἔστω πάλιν τὸν $\overline{\iota\beta}$· καὶ προσθεὶς τὸν μετροῦντα τῷ καθ' ὃν μετρεῖ, καὶ ἥμισυ λαβών, τάσσω τοὺς τρεῖς ἀριθμούς, τὸν μὲν ς $\bar{\varepsilon}$ $\llcorner'$, τὸν δὲ ς $\bar{\delta}$, τὸν δὲ ς $\bar{\gamma}$ $\llcorner'$· καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ ἑκάστου $\square^{ov}$, λιπόντα τὸν $\overline{\iota\beta}$, ποιεῖν $\square^{ov}$.

λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς εἶναι ἴσους Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$. ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσιν ς $\overline{\iota\delta}$.

ς ἄρα $\overline{\iota\delta}$ ἴσοι εἰσὶ Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{\mu\varepsilon}$ $\llcorner'$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\kappa\eta}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\overline{\kappa\delta}$ $\llcorner'$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

1 ὁ om. B et A (1ª m.). 2 $\overline{\iota\beta}$ καὶ δ^{χ} B. 7 $\overset{\varsigma}{\bar{\delta}}$ A (1ª m.), $\bar{\eta}^{\iota\beta'}$ ἤτοι $\overset{\varsigma}{\bar{\delta}}$ B. 8 Denominatores ς notat B. 12 λιπὼν] λοιπὸν *Ba*. 19 τὸν $\overline{\iota\beta}$] δυνάμεις $\overline{\iota\beta}$ *Ba*. 20 ἀλλ' οἱ τρεῖς ..... Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$ (22) om. *Ba*. 23 Denominatores ς notat B.

Patet horum uniuscuiusque quadratum, plus 12, facere □, X_1 nempe $12\frac{1}{4}$, X_2 16 et X_3 $42\frac{1}{4}$.

Illos igitur pono in x:

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}x, \quad X_2 = 2x, \quad X_3 = \tfrac{1}{2}x,$$

et oportet summam trium facere $12x^2$. Sed summa trium est $8x$; ergo

$$8x = 12x^2, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{4}{6}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{22}{6}, \quad X_2 = \frac{8}{6}, \quad X_3 = \frac{2}{6},$$

et constat propositum.

XXXV.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque quadratus, minus summa trium, faciat quadratum. 36

Sumo similiter quemdam numerum tres divisores habentem. Sit rursus 12. Addens divisorem quotienti et summam dimidiam sumens, pono tres numeros

$$X_1 = 6\tfrac{1}{2}x, \quad X_2 = 4x, \quad X_3 = 3\tfrac{1}{2}x,$$

et evenit uniuscuiusque quadratum, minus $12x^2$, facere quadratum.

Restat ut summa trium fiat $12x^2$; sed summa trium est $14x$. Ergo

$$14x = 12x^2, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{6}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{45\frac{1}{2}}{6}, \quad X_2 = \frac{28}{6}, \quad X_3 = \frac{24\frac{1}{2}}{6},$$

et proposita faciunt.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Γ.

α.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐ-
5 *τῶν τετράγωνος λειφθεὶς ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν ποιῇ τετράγωνον.*

Ἐκτίθου δύο $\square^{ous}$, *τὸν μὲν ἀπὸ* $\varsigma\,\bar{\alpha}$, *τὸν δὲ ἀπὸ* $\varsigma\,\bar{\beta}$, *καὶ γίνονται οἱ ἀπ' αὐτῶν* $\square^{\alpha\iota}$, $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$.

Τάσσω τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν $\Delta^{Y}\,\bar{\varepsilon}$, *καὶ*
10 *τῶν ἐπιζητουμένων ἀριθμῶν, τὸν μὲν* $\alpha^{ov}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$, *τὸν δὲ* $\beta^{ov}\,\varsigma\,\bar{\beta}$, *καὶ ἔστι δύο τῶν ἐπιταγμάτων λελυμένα· καὶ ἐπεὶ ἔχομεν τὸν* $\bar{\varepsilon}$ *διαιρούμενον εἰς δύο* $\square^{ous}$, *τήν τε μονάδα καὶ τὴν τετράδα, ἔστω μεταδιελεῖν αὐτόν, ὡς προδέδεικται, εἰς ἑτέρους δύο* $\square^{ous}$, *εἴς τε* $\overset{\varkappa\varepsilon}{\bar{\delta}}$ *καὶ* $\overset{\varkappa\varepsilon}{\overline{\rho\varkappa\alpha}}$.
15 *τάσσω νῦν τὸν* γ^{ov} *τῆς πλευρᾶς ἑνὸς τούτων·*
$\overset{\varepsilon}{\bar{\beta}}\,\varsigma$ *ἔστω· καὶ μένει πάλιν ὁ ἀπ' αὐτοῦ λειφθεὶς ἀπὸ συναμφοτέρου ποιῶν* $\square^{ov}$ *τὸν* $\overset{\varkappa\varepsilon}{\overline{\rho\varkappa\alpha}}$. *δεήσει τοὺς τρεῖς*

1/2 Titulum om. *Ba*; A (2ª m.) dat: *ἀρχὴ τοῦ γ' βιβλίου διοφάντου ἀλεξανδρέως.* 5 *ληφθεὶς* AB (item 16). 13 *μετὰ τὸ διελεῖν Ba.* 14, 16 et 17 Denominatores om. AB, suppl. *Ba.*

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER TERTIUS.

I.[1])

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque qua- 1
dratus a summa trium subtractus [residuum] faciat quadratum.

Expone duos quadratos a radicibus x et $2x$; fit horum quadratorum summa $5x^2$.

Pono summam $(X_1 + X_2 + X_3) = 5x^2$ et quaesitorum numerorum

$$X_1 = x \quad \text{et} \quad X_2 = 2x.$$

Duobus conditionibus satisfactum est et quum 5 habemus in duos quadratos partitum, scilicet 4 et 1, sit idem partiendus, ut supra monstratum est[2]), in alios duos quadratos: erunt $\frac{4}{25}$ et $\frac{121}{25}$.

Nunc pro X_3 sumo radicem unius horum [ut coefficientem x]; sit $\frac{2}{5}x$. Constat rursus huius quadratum, a summa amborum subtractum, relinquere $\square = \frac{121}{25}$.

1) Problemata I, II, III, IV tertii libri, quum ultimis XXXIV et XXXV secundi simillima sint, ex antiquo commentario in textum irrepsisse suspicor.

2) Cf. II, IX.

λοιπὸν ἴσους εἶναι $\Delta^{\text{Y}}\bar{\varepsilon}$· ἀλλ' οἱ τρεῖς εἰσιν ϛ $\bar{\gamma}$ καὶ $\overset{\varepsilon}{\bar{\beta}}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\rho\kappa\varepsilon}{\overline{\pi\varepsilon}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overline{\pi\varepsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{\text{ος}}$ $\overline{\rho o}$, ὁ δὲ $\gamma^{\text{ος}}$ $\overline{\lambda\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

β.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν τετράγωνος, προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$. τάσσω τὸν μὲν $\alpha^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\bar{\gamma}$, τὸν δὲ $\beta^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\bar{\eta}$, τὸν δὲ $\gamma^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\overline{\iota\varepsilon}$, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν, τουτέστιν ἡ $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$, προσλαβοῦσα ἕκαστον, ποιῇ $\square^{\text{ον}}$, ὃν μὲν $\Delta^{\text{Y}}\bar{\delta}$, ⟨ὃν δὲ $\Delta^{\text{Y}}\bar{\vartheta}$⟩, ὃν δὲ $\Delta^{\text{Y}}\overline{\iota\varsigma}$.

καὶ δεήσει τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους γίνεσθαι τῇ πλευρᾷ τοῦ ἀπὸ τῶν τριῶν, τουτέστιν ϛ $\bar{\alpha}$. ἀλλ' οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι $\Delta^{\text{Y}}\overline{\kappa\varsigma}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨$\kappa\varsigma^{\text{ου}}$⟩.

ἔσται ἄρα ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overset{\chi o\varsigma}{\overline{\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{\text{ος}}$ $\overset{\chi o\varsigma}{\overline{\eta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{\text{ος}}$ $\overset{\chi o\varsigma}{\overline{\iota\varepsilon}}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

γ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν λείψας ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ϛ $\bar{\delta}$, ὁ δὲ

---

3 ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overline{\pi\bar{\varepsilon}}$ om. *Ba.* Denominatores ρκε notat *Ba.* 7 τετράγωνον A. 12 ποιεῖ B, corr. *Ba.* 13 ὃν δὲ $\Delta^{\text{Y}}\vartheta$ om. AB, suppl. *Ba.* 15 τουτέστι *Ba.* 17 ἑνὸς $\kappa\varsigma^{\text{ου}}$] $\bar{\alpha}$ AB. 17 et 18 Denomin. suppl. *Ba.* 22 λείψας] ⋀ AB.

Oportebit $X_1 + X_2 + X_3$ esse $5x^2$; sed

$$X_1 + X_2 + X_3 = 3\tfrac{2}{5}x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{85}{125}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{85}{125}, \quad X_2 = \frac{170}{125}, \quad X_3 = \frac{34}{125},$$

et proposita faciunt.

II.

Invenire tres numeros tales ut summae trium qua- 2
dratus, plus unoquoque numero, faciat quadratum.

Ponatur summae trium quadratus esse x^2.

Pono

$$X_1 = 3x^2, \quad X_2 = 8x^2, \quad X_3 = 15x^2;$$

sic enim summae trium quadratus, nempe x^2, plus unoquoque numero, facit quadratum, scilicet $4x^2$ vel $9x^2$ vel $16x^2$.

Oportebit quoque summam trium fieri aequalem radici quadrati a summa trium, hoc est x.

Sed summa trium facit $26x^2$, et fit $x = \frac{1}{26}$.

Erit

$$X_1 = \frac{3}{676}, \quad X_2 = \frac{8}{676}, \quad X_3 = \frac{15}{676},$$

et problema solvunt.

III.

Invenire tres numeros tales ut summae trium qua- 3
dratus, minus unoquoque numero, faciat quadratum.

Ponatur summa trium esse $4x$ et huius summae

ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνος $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$, ὃς λείψας $\Delta^{Y}\overline{\xi}$, καὶ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$, καὶ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$, ποιεῖ $\square^{ον}$.

τάσσω οὖν τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\xi}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varepsilon}$. λοιπόν ἐστι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἴσον εἶναι τοῖς τρισί. ἀλλ' ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ὑπόκειται $\varsigma\,\overline{\delta}$, οἱ δὲ τρεῖς εἰσιν $\Delta^{Y}\overline{\lambda\delta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\iota\zeta}{\overline{\beta}}$, ἡ δὲ Δ^{Y} $\overset{\sigma\pi\vartheta}{\overline{\delta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\kappa\eta}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\mu\eta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\xi}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

δ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν τετράγωνος, λειφθεὶς ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν $\varsigma\,\overline{\alpha}$, ὁ δὲ ἀπὸ τούτου τετράγωνος $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, καὶ ἔστωσαν οἱ τρεῖς, ὃς μὲν $\Delta^{Y}\overline{\beta}$, ὃς δὲ $\Delta^{Y}\overline{\varepsilon}$, ὃς δὲ $\Delta^{Y}\overline{\iota}$. καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν, λείψας τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν, τουτέστιν τὴν $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, ποιῶν $\square^{ον}$.

καὶ ἐπεὶ ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν πλευρὰν δηλονότι ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἡ ἄρα σύνθεσις τῶν τριῶν ἐστιν $\varsigma\,\overline{\alpha}$, ἀλλὰ καὶ $\Delta^{Y}\overline{\iota\zeta}$. καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$\iota\zeta^{ου}$⟩, ἡ δὲ Δ^{Y} ἑνὸς ⟨$\sigma\pi\vartheta^{ου}$⟩.

---

5 τρισίν *Ba*. 6 εἰσι B. 7 β] $\overline{\iota\beta}$ AB, corr. *Ba*. Denomin. ιζ et σπθ supplet *Ba* (item 8). 12 ληφθεὶς AB. 13 ποιεῖ A. 18 τουτέστι B. 20 πλευρὰν *Ba* qui add. ἔχει, πλευρῶν AB. 22 ἑνὸς $\iota\zeta^{ου}$ . . . ἑνὸς $\sigma\pi\vartheta^{ου}$] $\bar{\alpha}$ . . $\bar{\alpha}$ AB, denomin. suppl. *Ba* (item p. 144, 1).

quadratus esse $16x^2$, qui facit quadratum, si subtrahitur vel $7x^2$ vel $12x^2$ vel $15x^2$.

Pono igitur

$$X_1 = 7x^2, \quad X_2 = 12x^2, \quad X_3 = 15x^2.$$

Restat ut summa trium aequalis sit

$$X_1 + X_2 + X_3.$$

Sed summa trium supposita est $4x$ et

$$X_1 + X_2 + X_3 = 34x^2.$$

Fit

$$x = \frac{2}{17} \quad \text{et} \quad x^2 = \frac{4}{289}.$$

Erit

$$X_1 = \frac{28}{289}, \quad X_2 = \frac{48}{289}, \quad X_3 = \frac{60}{289},$$

et problema solvunt.

IV.

Invenire tres numeros tales ut summae trium quadratus, ab unoquoque numero subtractus, [residuum] faciat quadratum. 4

Ponatur summa trium esse x, et huius summae quadratus x^2, et sint tres quaesiti

$$2x^2, \quad 5x^2, \quad 10x^2;$$

constat unumquemque horum, minus quadrato summae trium, nempe minus x^2, facere $\square$.

Sed quum summae trium quadratus pro radice manifeste habeat summam trium, hos tres addendo, fiet et x et quoque $17x^2$.

Fit igitur

$$x = \frac{1}{17} \quad \text{et} \quad x^2 = \frac{1}{289}.$$

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\bar{\beta}$, *ὁ δὲ* $\beta^{\circ\varsigma}$ $\bar{\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\bar{\iota}$, *καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.*

ε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι τετραγώνῳ.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ἴσοι $\square^{\omega}$ *ἀπὸ* $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\alpha}$ *τουτέστι* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\beta}\,\dot{M}\bar{\alpha}$, *ὧν ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ *καὶ ὁ* $\beta^{\circ\varsigma}$ *τοῦ* $\gamma^{\circ\upsilon}$ *ὑπερεχέτωσαν* $\dot{M}\bar{\alpha}$· *ὁ ἄρα* $\gamma^{\circ\varsigma}$ *ἔσται* $\Delta^{Y}L'\,\varsigma\,\bar{\alpha}$, *ἵνα καὶ ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ *καὶ ὁ* $\beta^{\circ\varsigma}$ *ὑπερέχωσι τοῦ* $\gamma^{\circ\upsilon}$ *τῇ μονάδι.*

πάλιν ὁ $\beta^{\circ\varsigma}$ *καὶ ὁ* $\gamma^{\circ\varsigma}$ *τοῦ* $\alpha^{\circ\upsilon}$ *ὑπερέχουσι* $\square^{\omega}$· *ὑπερεχέτωσαν* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· *ἔσται ὁμοίως ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}L'$, *καὶ λοιπὸν ἄρα τὸν* $\beta^{\circ\nu}$ *ἔχομεν* $\Delta^{Y}L'\dot{M}L'$.

λοιπὸν δεῖ τὸν $\alpha^{\circ\nu}$ *μετὰ τοῦ* $\gamma^{\circ\upsilon}$ *ὑπερέχειν τοῦ* $\beta^{\circ\upsilon}$ $\square^{\omega}$· *ἀλλὰ ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ *μετὰ τοῦ* $\gamma^{\circ\upsilon}$ *τοῦ μέσου ὑπερέχει* $\varsigma\,\bar{\beta}$· *ταῦτα ἴσα* $\square^{\omega}$, *τουτέστι* $\dot{M}\overline{\iota\varsigma}$· *καὶ γίνεται ὁ* ς $\dot{M}\bar{\eta}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\eta}L'$, *ὁ δὲ* $\beta^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\overline{\lambda\beta}L'$, *ὁ δὲ* $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\mu}$, *καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.*

---

2 *τὰ τῆς προτάσεως*] *τὸ πρόβλημα Ba.* 7/8 *ὑπερεχέτωσαν Ba*, *ὑπερεχέτω* AB. 8 *καὶ ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ om. *Ba.* 11 $\dot{M}\bar{\alpha}\,L'$ AB, corr. *Ba.* 14 *ἀλλ' ὁ Ba.* *μέσου*] *μὲν δευτέρου Ba.*

Erit

$$X_1 = \frac{2}{289}, \quad X_2 = \frac{5}{289}, \quad X_3 = \frac{10}{289},$$

et proposita faciunt.

V.

Invenire tres numeros quorum summa sit qua- 5
dratus et bini simul additi reliquum superent quadrato.

Ponatur $X_1 + X_2 + X_3 = \square$ a radice $(x + 1)$, hoc est $= x^2 + 2x + 1$, et sit excessus

$$X_1 + X_2 - X_3 = 1,$$

ergo erit

$$X_3 = \frac{1}{2}x^2 + x,$$

ut $X_1 + X_2$ superet X_3 unitate.

Rursus

$$X_2 + X_3 - X_1 = \square; \quad \text{sit} \quad \square = x^2.$$

Erit similiter

$$X_1 = x + \frac{1}{2},$$

et per differentiam habemus

$$X_2 = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}.$$

Reliquum oportet esse

$$X_1 + X_3 - X_2 = \square;$$

sed

$$X_1 + X_3 - X_2 = 2x.$$

Ista aequentur quadrato 16; fit $x = 8$.

Erit

$$X_1 = 8\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 32\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 40,$$

et proposita faciunt.

Ἄλλως.

Ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους εἶναι $\square^{\omega}$. ἐὰν δὲ συνθῶ δύο ἀριθμούς, οἷον τὸν $\bar{\delta}$ καὶ τὸν $\bar{\vartheta}$, καὶ ζητήσω τίς $\square^{\circ\varsigma}$, προσλαβὼν τὸν $\overline{\iota\gamma}$, ποιεῖ $\square^{\circ\nu}$, εὑρήσω τὸν $\overline{\lambda\varsigma}$. καὶ ἔσονται οἱ τρεῖς $\square^{\circ\iota}$ ἴσοι ἑνὶ $\square^{\omega}$.

λοιπὸν ἀπῆκται εἰς τὸ ζητῆσαι εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο τοῦ λοιποῦ ὑπερέχωσι δοθέντι ἀριθμῷ, ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ μετὰ τοῦ $\beta^{\circ\upsilon}$, τοῦ $\gamma^{\circ\upsilon}$, $\mathring{M}\bar{\delta}$· ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{\circ\upsilon}$, τοῦ $\alpha^{\circ\upsilon}$, $\mathring{M}\bar{\vartheta}$· ὁ δὲ $\gamma^{\circ\varsigma}$ μετὰ τοῦ $\alpha^{\circ\upsilon}$, τοῦ $\beta^{\circ\upsilon}$, ταῖς $\mathring{M}\overline{\lambda\varsigma}$.

τοῦτο δὲ προδέδεικται καὶ ἔστιν ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $M\bar{\kappa}$, ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\varsigma}\,L'$, ὁ δὲ $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\mathring{M}\overline{\kappa\beta}\,L'$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

ϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ἵνα σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ἴσοι $\square^{\omega}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\,\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· ὁ δὲ $\alpha^{\circ\varsigma}$ μετὰ τοῦ $\beta^{\circ\upsilon}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{\circ\varsigma}$ ἔσται $\varsigma\,\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$. πάλιν, ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν $\beta^{\circ\nu}$ μετὰ τοῦ $\gamma^{\circ\upsilon}$ ποιεῖν $\square^{\circ\nu}$, ποιείτω $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}\wedge\varsigma\,\bar{\beta}$ ἀπὸ π^{λ}· $\varsigma\,\bar{\alpha}\wedge\mathring{M}\bar{\alpha}$· καί εἰσιν

---

2 ἀριθμοὺς] τετραγώνους add. *Ba.* εἶναι om. *Ba.* 3 ἀριθμούς] τετραγώνους *Ba.* 9 τοῦ $\alpha^{\circ\upsilon}$ om. AB, suppl. *Ba.* 10 ταῖς $\mathring{M}\overline{\lambda\varsigma}$] μονάδες $\overline{\lambda\varsigma}$ *Ba.* 17 ϛ $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ om. AB, suppl. *Ba.* Post $\square^{\omega}$, A in mg. (m. rec.) κείμενον· ἀπὸ $\varsigma^{\circ\upsilon}$ ἑνὸς $\mu^{\circ\varsigma}$ $\bar{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ὁ $\square^{\circ\varsigma}$ ἔσται δυνάμεως μιᾶς $\varsigma^{\omega\nu}$ $\bar{\beta}$ $\mu^{\circ\varsigma}$ $\bar{\alpha}$. ὁ δὲ] καὶ ἔστω ὁ *Ba.* 19 πάλιν . . . ποιείτω (20)] ἔστω δὲ καὶ ὁ δεύτερος μετὰ τοῦ τρίτου *Ba.*

Aliter.[1])

Quaero primum tres numeros [quadratos] quorum 6
summa sit quadratus.

Si addo duos numeros [quadratos], ut 4 et 9, et quaero quis quadratus, addito 13, faciat quadratum, inveniam 36, et horum trium quadratorum summa erit quadratus.

Reliquum deductum est ad quaerendum: invenire tres numeros tales ut binorum summa reliquum superet proposito numero, nempe sit

$$X_1 + X_2 - X_3 = 4, \quad X_2 + X_3 - X_1 = 9,$$
$$X_3 + X_1 - X_2 = 36.$$

Quod supra monstratum est.[2])

Erit

$$X_1 = 20, \quad X_2 = 6\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 22\tfrac{1}{2},$$

et proposita faciunt.

VI.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadra- 7
tus et tales ut bini quomodocumque simul additi quadratum faciant.

Ponatur summa $(X_1 + X_2 + X_3) = \square$, esto

$$x^2 + 2x + 1.$$

Sit autem

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

erit ergo reliquus

$$X_3 = 2x + 1.$$

Rursus, quum postulatur fore

$$X_2 + X_3 = \square, \quad \text{sit} \quad x^2 + 1 - 2x,$$

1) Haec solutio altera valde elegans scholiastae vix tribui potest. Nihilominus ob textum eam suspicari licet.

2) Cf. I, XVIII.

οἱ τρεῖς Δ^Υ ε̄ ς δ̄ Μ ε̄· λοιπὸς ἄρα ὁ α^ος ἔσται ς δ̄· ἀλλὰ καὶ ὅτι τῷ β^ῳ τέτακται Δ^Υ ε̄. ὁ ἄρα β^ος ἔσται Δ^Υ ᾱ ⋔ ς δ̄.

δείξει ἄρα καὶ τὸν α^ον μετὰ τοῦ γ^ου συναγόμενον ς ς ξ̄ Μ ᾱ ἰσῶσαι □^ῳ· ἔστω ἴσος Μ ρκα, καὶ γίνεται ὁ ς Μ κ̄.

ἔσται ὁ μὲν α^ος Μ κ̄, ὁ δὲ β^ος Μ τκ̄, ὁ δὲ γ^ος Μ μᾱ, καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

Ἄλλως.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς Δ^Υ ᾱ ς β̄ Μ ᾱ· καὶ ἔστω ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος Δ^Υ ᾱ, λοιπὸς ἄρα ὁ γ^ος ἔσται ς β̄ Μ ᾱ. ἔστω δὲ καὶ ὁ β^ος μετὰ τοῦ γ^ου Δ^Υ ᾱ Μ ᾱ ⋔ ς β̄, ὧν ὁ γ^ος ς β̄ Μ ᾱ· λοιπὸς ἄρα ὁ β^ος ἔσται Δ^Υ ᾱ ⋔ ς δ̄. ἔστι δὲ καὶ ὁ α^ος μετὰ τοῦ β^ου Δ^Υ ᾱ, ὧν ὁ β^ος, Δ^Υ ᾱ ⋔ ς δ̄· λοιπὸς ἄρα ὁ α^ος ἔσται ς δ̄. καὶ οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι τὸν ἐπιταχθέντα □^ον, Δ^Υ ᾱ ς β̄ Μ ᾱ, καὶ ὁ α^ος μετὰ τοῦ β^ου, καὶ ὁ β^ος μετὰ τοῦ γ^ου ποιοῦσι □^ον.

10 καὶ om. B, non *Ba*. 11 ὁ ante β^ος om. *Ba*.

a radice nempe $x - 1$. Est summa

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 1;$$

ergo reliquus erit $X_1 = 4x$.

Sed positus est $X_1 + X_2 = x^2$; ergo erit

$$X_2 = x^2 - 4x.$$

Oportebit adhuc $X_1 + X_3$, hoc est $6x + 1$, aequari $\square$.

Sit $\square = 121$, et fit $x = 20$.

Erit

$$X_1 = 80, \quad X_2 = 320, \quad X_3 = 41,$$

et conditioni satisfaciunt.

Aliter.[1])

Ponatur 8

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 1.$$

Sit autem

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

ergo reliquus $X_3 = 2x + 1$.

Sit alias

$$X_2 + X_3 = x^2 + 1 - 2x;$$

quum sit

$$X_3 = 2x + 1;$$

ergo reliquus $X_2 = x^2 - 4x$.

Sed

$$X_1 + X_2 = x^2;$$

quum sit

$$X_2 = x^2 - 4x,$$

ergo reliquus $X_1 = 4x$.

Sic summa trium facit propositum quadratum, $x^2 + 2x + 1$, et $X_1 + X_2$, sicut $X_2 + X_3$, facit $\square$.

1) Hanc secundam solutionem ex vetere commentario in textum defluxisse censeo.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ μετὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ συναγόμενον ς $\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἰσῶσαι $\square^{ω}$· ἔστω $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overline{\lambda\varepsilon}^{\varsigma}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\rho\mu}^{\varsigma}$, τουτέστιν $\overline{\omega\mu}^{\lambda\varsigma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\tau\pi\varepsilon}^{\lambda\varsigma}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\upsilon\nu\varsigma}^{\lambda\varsigma}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς ⟨$\square^{ους}$⟩, ἵνα ὦσιν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὧν τὸ $\angle'$ τῆς συνθέσεως τῶν τριῶν μείζόν ἐστιν ἑκάστου.

τετάχθω οὖν ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχὴ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ἐὰν δὲ προσθῶ τῷ $\beta^{ω}$ τοὺς $\bar{\beta}$ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, γίνεται ὁ $\gamma^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· ταῦτα ἴσα $\square^{ω}$ τῷ ἀπὸ $\pi^{λ}$· ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$. γίνεται ὁ $\square^{ος}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\xi\delta}$ ⋔ ς $\overline{\iota\varsigma}$ ἴσος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overline{\xi\beta}^{\varkappa}$, τουτέστι $\overline{\lambda\alpha}^{\iota}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\text{ϡξα}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{,\alpha\chi\pi\bar{\alpha}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$, $\overline{,\beta\upsilon\alpha}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα τὸ ζητούμενον, τουτέστι τρεῖς $\square^{ους}$ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, καὶ ἔστι τῶν τριῶν τὸ $\angle'$ μείζον ἑκάστου αὐτῶν.

Νῦν ἔρχομαι ἐπὶ τὸ προβεβλημένον, τουτέστιν εὐ-

2—4 Denomin. suppl. *Ba*. 8 τετραγώνους suppl. *Ba* et Xylander; fortasse ἀριθμοὺς delendum est. 10 μείζων AB, μείζον *Ba* (item 19). 13 τοὺς ςς $\bar{\beta}$ *Ba*. ς $\bar{\delta}$ om. AB, suppl. *Ba*. 14 τῷ] τὸ A. 15 et 16 Denominatores suppl. *Ba*.

Oportebit adhuc $X_3 + X_1$, hoc est $6x + 1$, aequari $\square$.

Sit $\square = 36$, et fit $x = \frac{35}{6}$.

Erit

$$X_1 = \frac{140}{6} = \frac{840}{36}, \quad X_2 = \frac{385}{36}, \quad X_3 = \frac{456}{36},$$

et problema solvunt.

VII.

Invenire tres numeros in differentia aequali, et 9
tales ut bini quomodocumque additi quadratum faciant.

Primum quaero tres quadratos in differentia aequali et quorum trium summa dimidia maior sit quovis ipsorum.

Ponatur igitur

$$\square_1 = x^2, \quad \square_2 = x^2 + 2x + 1;$$

horum differentia est $2x + 1$; sed si ad $\square_2$ addo ista $2x + 1$, fit

$$\square_3 = x^2 + 4x + 2.$$

Aequatur $\square$ a radice $(x - 8)$, fiet $\square$

$$x^2 + 64 - 16x = x^2 + 4x + 2$$

unde

$$x = \frac{62}{20} \quad \text{vel} \quad \frac{31}{10}.$$

Erit

$$\square_1 = 961, \quad \square_2 = 1681, \quad \square_3 = 2401,$$

et quaesitum problema solvunt, hoc est invenire tres quadratos in differentia aequali et quorum trium summa dimidia maior sit quovis ipsorum.

Nunc venio ad prius propositum, hoc est invenire

ρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι $\square^{ον}$. ζητῶ πρότερον τρεῖς $\square^{ους}$ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· τοῦτο δὲ προδέδεικται, καί εἰσιν οἱ $\square^{οι}$, ὁ $α^{ος}$ $\overline{\text{ϡξα}}$, ὁ $β^{ος}$ $\overline{,αχπα}$, ὁ $γ^{ος}$ $\overline{,βυα}$.

5 νῦν δεῖ εὑρεῖν ὅπως ὁ $α^{ος}$ καὶ ὁ $β^{ος}$ ποιῶσι $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ϡξα}}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ καὶ ὁ $γ^{ος}$ ⟨$\overset{\circ}{M}$⟩ $\overline{,βυα}$ (ἐνήλλακται γὰρ διὰ τὴν ὑπεροχήν), ὁ δὲ $γ^{ος}$ καὶ ὁ $α^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{,αχπα}$.

Τετάχθωσαν οἱ τρεῖς ς $\bar{α}$, καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσιν ς $\bar{α}$, ἐὰν ἄρα ἀφέλω τὰς τοῦ $α^{ου}$ καὶ $β^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ϡξα}}$, ἕξω

10 τὸν $γ^{ον}$, ς $\bar{α}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ϡξα}}$. καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ ς $\bar{α}$ ἀφέλω τὰς τοῦ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\overline{,βυα}$, ἕξω τὸν $α^{ον}$, ς $\bar{α}$⟨⋔ $\overset{\circ}{M}\overline{,βυα}$· καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ ς $\bar{α}$ ἀφέλω τὰς τοῦ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\overline{,αχπα}$, ἕξω τὸν $β^{ον}$, ς $\bar{α}$⟩⋔ $\overset{\circ}{M}\overline{,αχπα}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς συντεθέντας ἴσους εἶναι ς $\bar{α}$,

15 καὶ γίνεται ὁ ς $\overline{,βφκα}$ $\overline{L'}$.

καὶ ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{ρκ}$ $\overline{L'}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{ωμ}$ $\overline{L'}$, ὁ δὲ $γ^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{,αφξ}$ $\overline{L'}$, καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

---

1 τρεῖς om. AB, suppl. *Ba*. 4 ὁ δὲ δεύτερος *Ba*. 6 $\overset{\circ}{M}$ supplevi. τὴν] ἴσην addit *Ba*. 10 ς $\bar{α}$] καὶ πρῶτον AB, corr. *Ba*. ἀπὸ om. B. 11 ⋔ $\overset{\circ}{M}\overline{,βυα}$ .... $β^{ον}$ ς $\bar{α}$ (13) suppl. *Ba*; ἀπὸ (12) addidi. 16 καὶ ἔσται ..... $\overline{,αφξ}$ $\overline{L'}$ (17) om. *Ba*.

tres numeros in differentia aequali et tales ut bini quomodocumque additi quadratum faciant.

Primum quaero tres quadratos in differentia aequali ut modo demonstratum est; sunt tres quadrati

$$\square_1 = 961, \quad \square_2 = 1681, \quad \square_3 = 2401.$$

Nunc oportet esse

$$X_1 + X_2 = 961,$$
$$X_2 + X_3 = 2401,$$

invertendo ordinem propter differentiam, et

$$X_3 + X_1 = 1681.$$

Ponatur

$$X_1 + X_2 + X_3 = x;$$

quum summa trium sit x, si subtraho

$$X_1 + X_2 \text{ nempe } 961,$$

habebo

$$X_3 = x - 961.$$

Rursus si ab x subtraho

$$2401 = X_2 + X_3,$$

habebo

$$X_1 = x - 2401,$$

et si tandem ab x subtraho

$$1681 = X_3 + X_1,$$

habebo

$$X_2 = x - 1681.$$

Restat ut sit

$$X_1 + X_2 + X_3 = x$$

et fit

$$x = 2521\tfrac{1}{2}.$$

Erit

$$X_1 = 120\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 840\tfrac{1}{2}, \quad X_3 = 1560\tfrac{1}{2},$$

et constat propositum.

η.

Ἀριθμοῦ τινος δοθέντος, προσευρεῖν ἑτέρους τρεῖς, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον, ἔτι δὲ καὶ οἱ τρεῖς συν-
5 τεθέντες καὶ προσλαβόντες τὸν δοθέντα ποιῶσι τετρά-γωνον.

Ἔστω ὁ μὲν δοθεὶς $\dot{M}\bar{\gamma}$, ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ δύο τῶν $\alpha^{\omega\nu}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, ἵνα μετὰ τῶν $\bar{\gamma}\dot{M}$ ποιῇ $\square^{o\nu}$, οἱ δὲ ἑξῆς δύο $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\varsigma}$, οἱ δὲ τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\eta}$ $\dot{M}\overline{\iota\gamma}$,
10 ἵνα καὶ οὗτοι μετὰ $\dot{M}\bar{\gamma}$ ποιῶσι $\square^{o\nu}$.

καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\eta}$ $\dot{M}\overline{\iota\gamma}$, ὧν οἱ α^{oi} δύο $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶν ς $\bar{\delta}$ $\dot{M}\overline{\iota\beta}$.

πάλιν ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\tau}$ $\dot{M}\overline{\iota\gamma}$, ὧν ὁ $\beta^{o\varsigma}$ καὶ $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\varsigma}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ἐστιν
15 ς $\bar{\beta}$ $\dot{M}\bar{\xi}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ ⋀ $\dot{M}\bar{\varsigma}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν $\alpha^{o\nu}$ μετὰ τοῦ γ^{ou}, προσλαβόντα $\dot{M}\bar{\gamma}$, ποιεῖν $\square^{o\nu}$. ἀλλ' ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ μετὰ τοῦ γ^{ou}, προσλαβὼν
20 $\dot{M}\bar{\gamma}$, γίνονται ς $\bar{\varsigma}$ $\dot{M}\overline{\kappa\beta}$. ταῦτα ἴσα $\square^{\omega\cdot}$ ἔστω τῷ $\bar{\rho}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\overline{\iota\gamma}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\dot{M}\overline{\lambda\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\dot{M}\overline{\rho\pi\vartheta}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\overline{\xi\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

---

3 ὁποιονοῦν AB, corr. *Ba*. 12 ἐστι *Ba* (item 14).
13 οἱ om. *Ba*. 14 ἐστὶ om. B. 16 $\dot{M}\bar{\delta}$ AB, corr. *Ba*.
20 ἔσται B, corr. *Ba* (item p. 156, 7).

VIII.

Numero aliquo dato adinvenire alios tres ita ut summa binorum quorumvis plus dato faciat quadratum, et adhuc summa trium plus dato faciat quadratum. 10

Sit datus 3 et $X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1$, ut addito 3 fiat quadratus.

Sit autem

$$X_2 + X_3 = x^2 + 6x + 6$$

et $$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13,$$

ut etiam addito 3 fiant quadrati.

Quoniam

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13$$

et $$X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1,$$

reliquus ergo

$$X_3 = 4x + 12.$$

Rursus quoniam

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 8x + 13$$

et $$X_2 + X_3 = x^2 + 6x + 6,$$

reliquus ergo

$$X_1 = 2x + 7.$$

Sed et

$$X_1 + X_2 = x^2 + 4x + 1;$$

reliquus ergo

$$X_2 = x^2 + 2x - 6.$$

Restat ut $(X_1 + X_3) + 3$ faciat $\square$. Sed

$$X_1 + X_3 + 3 = 6x + 22.$$

Aequentur ista $\square = 100$. Fiet $x = 13$.

Erit

$$X_1 = 33, \quad X_2 = 189, \quad X_3 = 64,$$

et problema solvunt.

θ.

Ἀριθμοῦ τινος δοθέντος, προσευρεῖν ἑτέρους τρεῖς, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ δύο ὁποιωνοῦν, λείψας τὸν δοθέντα, ποιῇ τετράγωνον, ἔτι δὲ καὶ οἱ τρεῖς, συν-
5 τεθέντες καὶ λείψαντες τὸν δοθέντα, ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω πάλιν ὁ μὲν δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· ὁ δὲ συγκείμενος ἐκ τῶν δύο $\alpha^{\omega\nu}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ἵνα λείψας τὰς $\bar{\gamma}\,\overset{\circ}{M}$ ποιῇ $\square^{o\nu}$· οἱ δὲ ἑξῆς δύο $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, οἱ δὲ τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$
10 $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\zeta}$, ἵνα καὶ οὗτοι, $\wedge\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ποιῶσι $\square^{o\nu}$.

καὶ ἐπεὶ οἱ τρεῖς εἰσι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\zeta}$, ὧν ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶν $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$.

πάλιν ἐπεὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ εἰσὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ὧν ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶν $\varsigma\,\bar{\delta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\wedge\,\varsigma\,\bar{\beta}$.
15 ἔστι δὲ καὶ ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ καὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ὧν ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\wedge\,\varsigma\,\bar{\beta}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται $\varsigma\,\bar{\beta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν $\gamma^{o\nu}$ μετὰ τοῦ α^{ou} $\wedge\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ποιεῖν $\square^{o\nu}$. ἀλλ' ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ μετὰ τοῦ α^{ou} $\wedge\,\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ἐστιν $\varsigma\,\bar{\xi}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$· ἔστω τῷ $\overline{\xi\delta}$, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$.
20 ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\pi}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\mu\delta}$, καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

---

3 λείψας] λήψει A, λήψη B, ∧ *Ba*. 5 λείψαντες] ∧ AB. 8 $\alpha^{\omega\nu}$] πρῶτος A. λείψας *Ba*, λήψει AB. 9 δύο ἑξῆς *Ba*. ᾱ prius *Ba*, πρώτου AB. 10 λείψει *Ba*, λήψει AB. 12 ἐστὶ A (item 14 cum *Ba*).

IX.

Numero aliquo dato, adinvenire alios tres ita ut 11
summa binorum quorumvis, minus dato, faciat quadratum, et adhuc summa trium, minus dato, faciat quadratum.

Esto rursus datus 3 et

$$X_1 + X_2 = x^2 + 3,$$

ut subtrahendo 3 fiat quadratus.

Sit autem

$$X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 4$$

et $$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 4x + 7,$$

ut quoque subtrahendo 3 fiant quadrati.

Quoniam

$X_1 + X_2 + X_3 = x^2 + 4x + 7$, et $X_1 + X_2 = x^2 + 3$,

reliquus ergo $X_3 = 4x + 4$.

Rursus quoniam

$X_2 + X_3 = x^2 + 2x + 4$, et $X_3 = 4x + 4$,

reliquus ergo $X_2 = x^2 - 2x$.

Sed et $X_1 + X_2 = x^2 + 3$, cum $X_2 = x^2 - 2x$;

reliquus ergo $X_1 = 2x + 3$.

Oportebit igitur et

$$X_3 + X_1 - 3 \text{ facere } \square.$$

Sed

$$X_3 + X_1 - 3 = 6x + 4.$$

Ista aequentur $\square = 64$. Fiet

$$x = 10.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 23, \quad X_2 = 80, \quad X_3 = 44,$$

et proposita faciunt.

ι.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\overline{\iota\beta}$.

Ἐπεὶ οὖν ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$ *προσλαβόντα τὸν* $\overline{\iota\beta}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *ἐὰν ἄρα ἀπό τινος* $\square^{ου}$ *ἀφέλω τὸν* $\overline{\iota\beta}$, *ἕξω τὸν ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$. *ἔστω δὴ ὁ* $\square^{ος}$ $\overline{\mathrm{M}\kappa\varepsilon}$· *ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτου ἀφέλω τὸν* $\overline{\iota\beta}$, *λοιπὸν ἕξω τὸν ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$, $\overline{\mathrm{M}\iota\gamma}$. *ἔστω οὖν ὁ μὲν* $\alpha^{ος}$ $\overline{\mathrm{M}\iota\gamma}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\overline{\mathrm{M}\alpha}$, *καὶ τετάχθωσαν ἐν* $\varsigma^{οῖς}$ *ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν* $\overline{\mathrm{M}\iota\gamma}$. *καὶ ἔστω ὁ μὲν* $\alpha^{ος}$ $\varsigma\,\overline{\iota\gamma}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ *ἀριθμοστοῦ* ⟨$\overline{\alpha}$⟩.

ἐὰν δὲ καὶ ἀπὸ ἑτέρου $\square^{ου}$ *ἀφέλω* $\overline{\mathrm{M}\iota\beta}$, *ἕξω τὸν ὑπὸ* $\beta^{ου}$ *καὶ* $\gamma^{ου}$. *ἔστω ἀπὸ τοῦ* $\overline{\iota\varsigma}$· *λοιπὸς ἄρα ὁ ὑπὸ* $\beta^{ου}$ *καὶ* $\gamma^{ου}$ *ἔσται* $\overline{\mathrm{M}\delta}$. *τετάχθωσαν πάλιν ἐν* $\varsigma^{οῖς}$ *ὥστε ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν* $\overline{\mathrm{M}\delta}$, *ὧν ὁ* $\beta^{ος}$ *ἐστιν* ς^{χ}· *λοιπὸς ἄρα ὁ* $\gamma^{ος}$ *ἔσται* $\varsigma\,\overline{\delta}$.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\gamma^{ου}$ *μετὰ* $\overline{\mathrm{M}\iota\beta}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$. *ἀλλὰ ὁ ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\gamma^{ου}$ *ἐστὶ* $\Delta^{Y}\overline{\nu\beta}$. *δεήσει ἄρα* $\Delta^{Y}\overline{\nu\beta}$ *μετὰ* $\overline{\mathrm{M}\iota\beta}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *καὶ εἰ εἶχον τὸ πλῆθος τῶν* $\overline{\iota\gamma}$ $\overline{\mathrm{M}}$ *τοῦ* $\alpha^{ου}$ $\square^{ον}$, *εὐχερὴς ἦν ἡ ἴσωσις. ἀλλ' ἐπεὶ οὐ τοῦτο, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν ᾖ τετράγωνος καὶ ἔτι ἑκάτερος μετὰ* $\overline{\mathrm{M}\iota\beta}$ *ποιῇ τετράγωνον· ἐὰν δὲ ἀντὶ ἀριθμῶν εὕρω τοὺς τετραγώνους, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν τετράγωνος. γέγονεν οὖν εὑρεῖν δύο τετραγώνους ὧν ἑκάτερος μετὰ* $\overline{\mathrm{M}\iota\beta}$ *ποιεῖ* $\square^{ον}$. *τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ*

---

12 $\beta^{ος}$ om. A 1ª m. B, suppl. *Ba.* $\overline{\alpha}$ addidi cum 2ª m. A.
15 *τετάχθωσαν* . . . . $\varsigma\,\overline{\delta}$ (17) om. B, non *Ba.* 16 *τὸν*] *τῶν Ba.* 19 *ἀλλ' ὁ Ba.* 27 *ποιῇ Ba.*

X.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 12
quorumvis plus dato numero faciat quadratum.

Proponatur iam 12.

Quoniam postulatur $X_1 X_2 + 12$ facere quadratum, si ab aliquo $\square$ subtraho 12, habebo $X_1 X_2$. Sit iam $\square = 25$. Si ergo ab eo subtraho 12, reliquum habebo

$$X_1 X_2 = 13.$$

Sint igitur primus 13, secundus 1, (ut termini) in x ita positi ut productus faciat 13. Esto.

$$X_1 = 13x, \quad X_2 = \frac{1}{x}.$$

Si nunc ab alio quadrato subtraho 12, habebo $X_2 X_3$; esto a 16; reliquus ergo erit $X_2 X_3 = 4$.

Ponantur item in x ita ut productus faciat 4. Sed $X_2 = \frac{1}{x}$; ergo reliquus erit

$$X_3 = 4x.$$

Oportebit igitur et $X_1 X_3 + 12$ facere quadratum. Sed

$$X_1 X_3 = 52x^2.$$

Oportebit igitur $52x^2 + 12$ facere quadratum et si 13, coefficiens in positione X_1, quadratus esset, facile tractaretur aequatio. Quum autem non ita sit, deducor ad inveniendum duos numeros quorum productus sit quadratus et tales ut uterque addito 12 faciat quadratum. Sed si loco numerorum inveniam quadratos, horum productus erit quadratus. Inveniendi igitur sunt duo quadrati, tales ut uterque plus 12 faciat

εὐχερῆ, ὡς ἔφαμεν, ποιοῦν τὴν ἴσωσιν. καὶ ἔστιν ὁ μὲν $\bar{\delta}$, ὁ δὲ δ^{χ}· ἑκάτερος γὰρ τούτων μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ποιεῖ τετράγωνον.

Τούτων εὑρεθέντων ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ς $\bar{\delta}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ς$^{\chi}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ς δ^{χ}. καὶ λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλ' ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ ἐστὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ἴση ἐστὶ $\square^{\omega}$.

πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ πλευρᾶς ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\angle'$, καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

ια.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\iota}$.

Ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, $\wedge\!\!\wedge$ $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$, ποιεῖν $\square^{ον}$, ἐὰν ἄρα τινὶ $\square^{\omega}$ προσθῶ $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$, ἕξω τὸν ὑπ' αὐτῶν· ἔστω τῷ $\bar{\delta}$. ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$. ἔστω ὁ $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$· ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. καὶ τετάχθω πάλιν ἐν $\varsigma^{οις}$ ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$, καὶ ἔστω ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ ς $\overline{\iota\delta}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ ς$^{\chi}$.

---

1 εὐχερὲς AB. ποιῶν B. ἔστι *Ba*. 5 ς ante δ^{χ} om. B, non *Ba*. 10 $\angle'$ scripsi, $\overline{\Gamma}$ AB, γ^{ς} *Ba*. 14 λήψει AB, $\wedge\!\!\wedge$ *Ba*.

quadratum. Hoc autem facile est[1]) et ut diximus tractabilem reddit aequationem. Erunt hi numeri 4 et $\frac{1}{4}$; uterque enim plus 12 facit quadratum.

Illis inventis redeo ad primum propositum et pono

$$X_1 = 4x, \quad X_2 = \frac{1}{x}, \quad X_3 = \frac{1}{4}x.$$

Restat ut et $X_1 X_3 + 12$ faciat $\square$. Sed

$$X_1 X_3 = x^2; \quad \text{ergo} \quad x^2 + 12 = \square.$$

Formo $\square$ a radice $x + 3$; erit ipse

$$\square = x^2 + 6x + 9, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{2}.$$

Constat propositum.

XI.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 13
quorumvis, minus dato, faciat quadratum.

Proponatur iam 10.

Quoniam postulatur $X_1 X_2 - 10$ facere quadratum, si alicui $\square$ addo 10, habebo $X_1 X_2$; esto $\square = 4$. Erit ergo

$$X_1 X_2 = 14.$$

Sit

$$X_1 = 14; \quad \text{ergo erit} \quad X_2 = 1.$$

Sed rursus ponantur in x, ita ut productus faciat 14; esto

$$X_1 = 14x, \quad X_2 = \frac{1}{x}.$$

1) Secundum problema II, x, bis quaerantur duo quadrati quorum differentia data sit 12. Si ponimus $12 = 6 \times 2$, inveniemus $\left(\frac{6+2}{2}\right)^2 = 16$ et $\left(\frac{6-2}{2}\right)^2 = 4$; si ponimus $12 = 4 \times 3$, habebimus $\left(\frac{4+3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ et $\left(\frac{4-3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$. In utroque pari minorem sumemus; uterque plus 12 facit maiorem.

πάλιν ἐὰν ἑτέρῳ □ω προσθῶ M̊ ῑ, ἕξω τὸν ὑπὸ τοῦ βου καὶ γου· ἔστω τῷ θ̄· ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ βου καὶ γου, M̊ ιθ̄· ὧν ὁ βος ἐστιν ᾱ ς^χ· λοιπὸς ἄρα ὁ γος ἔσται ς ιθ̄.

δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ γου καὶ αου ⋀ M̊ ῑ ⟨ποιεῖν □ον· ἀλλ' ὁ ὑπὸ γου καὶ αου ⋀ M̊ ῑ⟩ γίνεται Δ^Υ σξς ⋀ M̊ ῑ· ταῦτα ἴσα □ω. καὶ διὰ τὰ ἐν τῷ πρὸ τούτου εἰρημένα, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τετραγώνους ὧν ἑκάτερος λείψει M̊ ῑ ποιεῖ τετράγωνον· τοῦτο δὲ ῥᾴδιον.

[εὑρήσεις γάρ, ζητήσῃς ἄν τίς τετράγωνος λείψει M̊ ῑ ποιῇ τετράγωνον· καὶ ἐπεὶ ἐάν τινι ἀριθμῷ προστεθῇ μονάς, καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ τετραγωνίσωμεν, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου τετραγώνου ἀφέλωμεν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ὁ λοιπὸς πάλιν τετράγωνος ἔσται, προστίθημι ταῖς ῑ M̊, M̊ ᾱ, καὶ τῶν γενομένων τὸ ἥμισυ, τουτέστι τὰ ε̄ ∠′, τετραγωνίσας, ἀπὸ τῶν γενομένων M̊ λ̄ δ^χ ἀφελὼν τὰς M̊ ῑ, ἕξω □ον M̊ κ̄ δ^χ ἀπὸ πλ. δ̄ ∠′. τάσσω οὖν τὸν μὲν αον λ̄ δ^χ, τὸν δὲ γον Δ^Υ ᾱ· δεήσει

---

3 ᾱ ς^χ scripsi, ἐστιν ὁ ς′ A, ἐστιν ς̄ B, ἐστιν ὁ ᾱ^ς *Ba* qui sic hanc fractionem falso notat. 5/6 ποιεῖν τετράγωνον suppl. *Ba*. 6 ἀλλ' ὁ ὑπὸ γου καὶ αου ⋀ M̊ ῑ addidi. γίνεται δὲ *Ba*. σξζ B, corr. *Ba*. 9 ποιῇ *Ba*. 11 Locum εὑρήσεις . . . ποιοῦσι □ους (p. 164, 6) suspicari licet; libenter multo simplicius scriberem: καὶ ἔστιν ὁ μὲν λ̄ δ^χ, ὁ δὲ ιβ̄ δ^χ, οἵτινες κ. τ. ἑ. (p. 164, 5). γὰρ ἐὰν *Ba*. ζητήσεις AB. 15 τὸ ἐξ B, non *Ba*. 16 ταῖς M̊ ῑ *Ba*. 17 ε̄ om. B, non *Ba*.

Si rursus alteri quadrato addo 10, habebo $X_2 X_3$; esto [quadrato] 9; erit igitur

$$X_2 X_3 = 19; \quad \text{sed} \quad X_2 = \frac{1}{x}: \quad \text{ergo} \quad X_3 = 19x.$$

Oportebit adhuc $X_3 X_1 - 10$ ⟨facere □. Sed $X_3 X_1 - 10\rangle = 266x^2 - 10$; ista aequanda □.

Secundum ea quae in praecedenti dicta sunt, deducor ad inveniendum duos quadratos quorum uterque, minus 10, faciat quadratum. Quod facile est [et invenies[1]) quaerendo quis quadratus minus 10 faciat quadratum.

Et quoniam, si alicui numero additur unitas, dimidiaque summa quadratur et a quadrato sic formato subtrahimus numerum ab initio sumptum, residuus rursus quadratus erit, addo 10 et 1, dimidiam summam, nempe $5\frac{1}{2}$, quadro et ab eo qui fit, $30\frac{1}{4}$, subtrahens 10, quadratum habebo $20\frac{1}{4}$ a radice $4\frac{1}{2}$.

Pono[2]) igitur $X_1 = 30\frac{1}{4}$ et $X_3 = x^2$.

---

1) Vix ea quae uncis inclusi genuina credo. Satis erat dicere ut in praecedenti: 'Erunt hi quadrati $30\frac{1}{4}$ et $12\frac{1}{4}$; uterque enim minus 10, facit quadratum.'

Si nempe (secundum II, x) ponimus $10 = 10 \times 1$, invenientur quadrati quorum differentia sit 10: $\left(\frac{10+1}{2}\right)^2 = 30\frac{1}{4}$ et $\left(\frac{10-1}{2}\right)^2 = 20\frac{1}{4}$. Si ponimus $10 = 5 \times 2$, inveniemus: $\left(\frac{5+2}{2}\right)^2 = 12\frac{1}{4}$ et $\left(\frac{5-2}{2}\right)^2 = 2\frac{1}{4}$. In utroque pari maiorem quadratum sumemus.

2) Melius dictum fuisset: $X_1 X_2 = 30\frac{1}{4}$ et $X_2 X_3 = x^2$. Sed numeros auxiliares, de quibus agitur, ad postulatos sic referri et longiore via obtineri, omnino displicet.

ἄρα καὶ ἀπὸ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ἀφαιρεθεισῶν $\mathring{M}\bar{\iota}$ τὸν λοιπὸν γίνεσθαι $\square^{ον}$. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\iota}$ ἴση ἐστὶ $\square^{ῳ}$· πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ π^{λ}· ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\beta}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$ ⋔ ϛ $\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ ∟′. ἐπεὶ ἔταξα τὸν $\gamma^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἔσται $\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}. ἔστι δὲ καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ $\bar{\lambda}$ δ^{χ}· οἵτινες ⋔ $\mathring{M}\bar{\iota}$ ποιοῦσι $\square^{ους}$.]

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον καὶ τάσσω τὸν $\alpha^{ον}$ ϛ $\bar{\lambda}$ δ^{χ}, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ϛ$^{\chi}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ϛ $\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}, λοιπὸν δὴ τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ γίνεσθαι $\Delta^{Y}\overline{\tau o}$ ∟′ ιϛ$^{\chi}$· οὗτος ἄρα ⋔ $\mathring{M}\bar{\iota}$ ἴσος ἐστὶ $\square^{ῳ}$· καὶ ἵνα ὅλαι Δ^{Y} ὦσι, ποιῶ αὐτὰς ιϛ^{κις}.

Δ^{Y} ἄρα ͵ε$\overline{\text{ϡ}}$κθ ⋔ $\mathring{M}\overline{\rho\xi}$ ἴσαι $\square^{ῳ}$ τῷ ἀπὸ π^{λ}· ϛ $\overline{o\zeta}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\beta}$, τουτέστι Δ^{Y} ͵ε$\overline{\text{ϡ}}$κθ $\mathring{M}\bar{\delta}$ ⋔ ϛ $\overline{\tau\eta}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{o\zeta}{\overline{\mu\alpha}}$.

ἔταξα τὸν $\alpha^{ον}$ ϛ $\bar{\lambda}$ δ^{χ}, ἔσται ͵$\overset{o\zeta}{\overline{\alpha\sigma\mu}}$ δ^{χ}· τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ϛ$^{\chi}$, ἔσται $\overset{\mu\alpha}{\overline{o\zeta}}$· τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ϛ $\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}, ἔσται $\overset{o\zeta}{\overline{\varphi\beta}}$ δ^{χ}· καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.

ιβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν λοιπὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ προσλαβόντα

---

1 καὶ ὁ ἀπὸ B, non *Ba*. 9 δὴ A, δεῖ B, unde pro γίνεσθαι suppl. *Ba*: λείψει $\mathring{M}\bar{\iota}$ γίνεσθαι τετράγωνον, ὁ δὲ ὑπὸ πρώτου καὶ τρίτου ἐστὶ. 14 $\overline{\mu\alpha}^{o\zeta}$ *Ba*, μονὰς μία AB, $\mathring{\mu}\iota$ $\overset{\zeta}{\alpha}$ V, $\mathring{\mu}$ $\overset{\iota\zeta}{\mu\alpha}$ A rec. m. 15/16 Denom. suppl. *Ba*, numeros ͵$\overset{\tau\eta}{\overline{\delta\text{ϡ}\xi\alpha}}$, $\overset{\mu\alpha}{\overline{o\zeta}}$, $\overset{\tau\eta}{\overline{\beta\theta}}$ exhibet *Auria*.

Oportebit quoque, si ab x^2 subtraho 10, fieri quadratum; ergo $x^2 - 10 = \square$, quem formo a radice $(x - 2)$; erit ipse $\square = x^2 + 4 - 4x$ et fit $x = 3\frac{1}{2}$. Posui $X_3 = x^2$, erit $12\frac{1}{4}$: sed iam habemus $X_1 = 30\frac{1}{4}$. Ambo illi, minus 10, faciunt quadratos.]

Revertor ad primum quaesitum et pono

$$X_1 = \left(30\tfrac{1}{4}\right)x, \quad X_2 = \frac{1}{x}, \quad X_3 = \left(12\tfrac{1}{4}\right)x,$$

et insuper nempe fieri

$$X_1 X_3 = \left(370\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{16}\right)x^2.$$

Iste, minus 10, aequalis est $\square$; ut autem coefficiens x^2 integer sit, 16ies eum sumo. Ergo

$$5929x^2 - 160 = \square \text{ a radice } (77x - 2),$$

hoc est

$$= 5929x^2 + 4 - 308x,$$

et fit

$$x = \frac{41}{77}.$$

Posui

$$X_1 = \left(30\tfrac{1}{4}\right)x, \quad \text{erit } \frac{1240\frac{1}{4}}{77};$$

$$X_2 = \frac{1}{x}, \quad \text{erit } \frac{77}{41};$$

$$X_3 = \left(12\tfrac{1}{4}\right)x, \quad \text{erit } \frac{502\frac{1}{4}}{77},$$

et constat propositum.

XII.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 14
quorumvis plus reliquo faciat quadratum.

Quoniam quaerimus $X_1 X_2 + X_3$ facere $\square$, si

τὸν λοιπὸν ποιεῖν $\square^{ον}$, ἐὰν ἄρα ἐκθέμενοί τινα $\square^{ον}$, μέρος μέν τι αὐτοῦ τάξωμεν τὸν $γ^{ον}$, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ $β^{ου}$, λύσομεν ἓν τῶν ἐπιταγμάτων. πεπλάσθω ὁ $\square^{ος}$ ἀπὸ ς $\bar{α}$ $\overset{\circ}{M}\bar{γ}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται $Δ^{Y}\bar{α}$ ς $\bar{ς}$ $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$· τετάχθω ὁ $γ^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$· λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ ὑπὸ $α^{ου}$ καὶ $β^{ου}$ $Δ^{Y}\bar{α}$ ς $\bar{ς}$. τετάχθω ὁ $α^{ος}$ ς $\bar{α}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $β^{ος}$ ἔσται ⟨ς $\bar{α}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ς}$. δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ $β^{ου}$ καὶ $γ^{ου}$ προσλαβόντα τὸν $α^{ον}$ καὶ γινόμενον⟩ ς $\bar{ι}$ $\overset{\circ}{M}\overline{νδ}$ ἴσον εἶναι $\square^{ω}$ καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ $γ^{ου}$ καὶ $α^{ου}$ προσλαβόντα τὸν $β^{ον}$ καὶ γινόμενον ς $\bar{ι}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ς}$ ἴσον πάλιν γίνεσθαι $\square^{ω}$. καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης, καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ $\overset{\circ}{M}\bar{μη}$.

δεήσει ἄρα εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἐν ὑπεροχῇ $\overset{\circ}{M}\bar{μη}$· τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ ἀπειραχῶς γίνεται· καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\bar{ις}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\circ}{M}\bar{ξδ}$, καὶ πρὸς ὁποῖον ἂν αὐτῶν ποιήσωμαι τὴν ἰσότητα, εὑρήσω τὴν ὑπόστασιν τοῦ $ς^{ου}$· ἐάν τε γὰρ φήσωμεν τὰς τοῦ μείζονος $\overset{\circ}{M}\bar{ξδ}$ ἴσας εἶναι ς $\bar{ι}$ $\overset{\circ}{M}\overline{νδ}$, συνάγεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{α}$· ἐάν τε πάλιν φήσωμεν τὰς τοῦ ἐλάσσονος $\overset{\circ}{M}\bar{ις}$ ἴσας εἶναι ς $\bar{ι}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ς}$, συνάγεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{α}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $α^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{α}$, ὁ δὲ $β^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ζ}$· ἔστι δὲ καὶ ὁ $γ^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$, καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

ιγ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν λοιπὸν ποιῇ τετράγωνον.

---

3 λύσωμεν AB. 5 τετάχθω ὁ $γ^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$ A supra lineam 2ª m., om. B, ἔστω δὲ ὁ τρίτος $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$ suppl. *Ba*, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τούτου ἀφέλω $\overset{\circ}{M}\bar{θ}$ *Auria*. 7/8 Supplevi cum *Ba* nisi quod addidi ἄρα post δεήσει et καὶ γινόμενον scripsi pro τουτέστι. *Auria* dat: ς $\bar{α}$ $\overset{\circ}{M}\bar{ς}$· δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ β′ καὶ γ′ μετὰ τοῦ

sumpto aliquo quadrato, partem quandam ipsius ponimus X_3, et reliquam $X_1 X_2$, unam conditionem solvemus.

Formetur $\square$ ab $(x + 3)$; erit ipse $x^2 + 6x + 9$. Ponatur $X_3 = 9$; ergo residuus $X_1 X_2 = x^2 + 6x$. Ponatur $X_1 = x$; ergo reliquus $X_2 = \langle x + 6$.

Oportebit igitur et $X_2 X_3 + X_1$, qui fit$\rangle$

$$10x + 54, \quad = \square,$$

et adhuc $X_3 X_1 + X_2$, qui fit $10x + 6$, $= \square$.

Fit dupla aequatio, et est illorum differentia 48. Oportebit igitur invenire duos quadratos quorum differentia sit 48; quod est facile et fit infinitis modis.

Tales sunt minor $= 16$ et maior $= 64$; cuilibet horum aequationem faciam, valorem x inveniam. Si enim dico maiorem

$$64 = 10x + 54, \quad \text{concluditur} \quad x = 1;$$

si rursus dico minorem

$$16 = 10x + 6, \quad \text{concluditur} \quad x = 1.$$

Ad positiones. Erit $X_1 = 1$, $X_2 = 7$; est autem $X_3 = 9$, et conditioni satisfaciunt.

XIII.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum quorumvis minus reliquo faciat quadratum.

α′ ποιεῖν $\square$. *ἀλλὰ ὁ ὑπὸ β′ καὶ γ′ μετὰ τοῦ α′ ἐστι* ς ῑ $\overset{\circ}{M}\overline{\nu\delta}$· *δεῖ ἄρα.* 10 *καὶ γινόμενον* scripsi, *ἀριθμὸν γίνεσθαι* AB, *τουτέστιν Ba, ἴσους γίνεσθαι* $\square^{\varphi}$ *Auria* qui pergit: ς ῑ *ἄρα* $\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$ *ἴσον πάλιν γί.* $\square^{\varphi}$ *καὶ κ. τ. ἑ.* (11). 13 *δεήσει* .... $\overset{\circ}{M}\overline{\mu\eta}$ (14) A*Ba*, om. B. 19 *ἐλάττονος* B, non *Ba*. 20 ῑ *Ba*, ᾱ A, *ἑνὶ* B. 26 *λείψας Ba, λήψει* A, *λήψη* B.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\varsigma\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\varsigma\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$· *ὁ ἄρα ὑπ' αὐτῶν ἔσται* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\bar{\delta}$. *δεήσει ἄρα τοῦτον λείψαντα τὸν* γ^{ov} *ποιεῖν* $\square^{ov}$· *ἐὰν οὖν τὸν* γ^{ov} *τάξω* $\varsigma\bar{\delta}$, *⟨λυθήσεται ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.*

5 *δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ* β^{ou} *καὶ* γ^{ou} *λείψαντα τὸν* α^{ov} *ποιεῖν* $\square^{ov}$*⟩, καὶ τὸν ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *λείψαντα τὸν* β^{ov} *ποιεῖν* $\square^{ov}$· *ἀλλ' ὁ μὲν ὑπὸ* β^{ou} *καὶ* γ^{ou} *λείψας τὸν* α^{ov} *ἐστι* $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,\varsigma\overline{\iota\varepsilon}$, *ἴσος* $\square^{\omega}$· *ὁ δὲ ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *λείψας τὸν* β^{ov} *ἐστι* $\Delta^{Y}\bar{\delta}\wedge\varsigma\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\delta}$ *ἴσος* $\square^{\omega}$.

10 *καὶ γίνεται πάλιν διπλῆ ἡ ἴσωσις· τῆς γὰρ ὑπεροχῆς αὐτῶν τυγχανούσης* $\varsigma\overline{\iota\varsigma}\,\mathring{M}\bar{\delta}$, *ζητῶ δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπὸ ποιεῖ* $\varsigma\overline{\iota\varsigma}\,\mathring{M}\bar{\delta}$· *εἰσὶ δὲ* $\mathring{M}\bar{\delta}$ *καὶ* $\varsigma\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$.

πάλιν οὖν ἢ τῆς συνθέσεως τούτων τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον ἐστὶ τῷ μείζονι, ἢ τῆς ὑπεροχῆς τὸ ἥμισυ

15 *ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον τῷ ἐλάσσονι, καὶ συνάγεται ὁ* $\varsigma\,\overset{\kappa}{\overline{\kappa\varepsilon}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\rho\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{o\varsigma}$ $\bar{\rho}$, *καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως.*

ιδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν

20 *προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τετράγωνον ποιῇ τετράγωνον.*

3—6 Suppl. *Ba: λύσωμεν ἓν τῶν ἐπιταγμάτων. λοιπὸν δὴ καὶ τὸν ὑπὸ δευτέρου καὶ τρίτου ⋀ τὸν πρῶτον ποιεῖν τετράγωνον καὶ ἔτι* (omisso *καὶ* 6). *Auria λοιπὸς ἔσται* $\square^{o\varsigma}$· *δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ β' καὶ γ' ⋀ τοῦ α' ποιεῖν τετράγωνον.* A in mg. 2ª m.: *κείμενον· ἔσται ὁ ὑπὸ* α^{ou} *καὶ* β^{ou} *⋀ τοῦ* γ^{ou} *ποιῶν* $\square^{ov}$· *δεήσει ἄρα τὸν ὑπὸ* β^{ou} *καὶ* γ^{ou} *⋀ τοῦ* α^{ou} *ποιεῖν* $\square^{ov}$ *καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *⋀ τοῦ* β^{ou} *ποιεῖν* $\square^{ov}$ (7). Ex quibus mea conflavi. 6 *καὶ πρώτου Ba, ἀριθμοῦ ᾱ* A, *ἀριθμοῦ ἑνὸς* B. 12 *ποιῇ Ba.* *εἰσὶ Ba, ἔστι* AB. 13 *ἢ* om.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = x + 4;$$

erit ergo

$$X_1 X_2 = x^2 + 4x.$$

Oportet istum, minus X_3, facere quadratum; ergo, si pono $X_3 = 4x$, ⟨unam conditionem solvemus.

Oportebit adhuc

$$X_2 X_3 - X_1 \text{ facere } \square\rangle,$$

et

$$X_3 X_1 - X_2 \text{ facere } \square.$$

Sed

$$X_2 X_3 - X_1 \text{ est } 4x^2 + 15x = \square$$

et

$$X_3 X_1 - X_2 \text{ est } 4x^2 - x - 4 = \square,$$

et fit rursus dupla aequatio. Quum illorum differentia sit $16x + 4$, quaero duos numeros quorum productus sit $16x + 4$; sunt hi 4 et $4x + 1$.

Rursus igitur vel horum dimidia summa in seipsam aequalis est maiori vel dimidia differentia in seipsam aequalis minori, et concluditur $x = \frac{25}{20}$.

Erit

$$X_1 = \frac{25}{20}, \; X_2 = \frac{105}{20}, \; X_3 = \frac{100}{20},$$

et constat propositum.

XIV.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 16
quorumvis, plus quadrato reliqui, faciat quadratum.

B, non *Ba*. 14 τῆς ὑπεροχῆς *Ba*, τις ὑπερέχη A, τις ὑπερέχει B. 15 ἐλάττονι B, non *Ba*. 15/16 Denom. suppl. *Ba* (item p. 170, 7 et 8). 20 τοῦ om. B.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\delta}\,\mathring{M}\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, *ἵνα ᾖ λελυμένα δύο τῶν ἐπιταγμάτων.*

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *προσλαβόντα τὸν ἀπὸ τοῦ* β^{ou}, *ποιεῖν* $\square^{ov}$. *ἀλλ' ὁ ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ* β^{ou} *ποιεῖ* $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}\ \varsigma\,\overline{\lambda\gamma}\ \mathring{M}\overline{\iota\varsigma}$· *ταῦτα ἴσα* $\square^{\omega}$ *τῷ ἀπὸ πλευρᾶς* $\varsigma\,\bar{\delta} \wedge \mathring{M}\bar{\varepsilon}$ *τούτεστι* $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}\ \mathring{M}\overline{\kappa\varepsilon} \wedge \varsigma\,\bar{\mu}$· *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\,\overset{o\gamma}{\bar{\vartheta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\vartheta}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\tau\kappa\eta}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{o\varsigma}$ $\overline{o\gamma}$, *καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.*

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Πάντων δὴ δύο τετραγώνων κατὰ τὸ ἑξῆς ὁ ὑπὸ προσλαβὼν συναμφότερον ποιεῖ τετράγωνον.

Τετάχθω τοίνυν ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\vartheta}$, *ἵνα ὁ ὑπ' αὐτῶν γενόμενος* $\square^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\overline{\lambda\varsigma}$, *προσλαβὼν συναμφότερον, ποιῇ* $\square^{ov}$. *λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ* β^{ou} *καὶ* γ^{ou} *προσλαβόντα συναμφότερον καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou} *προσλαβόντα συναμφότερον ποιεῖν* $\square^{ov}$.

τετάχθω ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται ὁ ὑπὸ* β^{ou} *καὶ* γ^{ou}, *προσλαβὼν συναμφοτέρους,* $\varsigma\,\bar{\iota}\ \mathring{M}\bar{\vartheta}$ *ἴσος* $\square^{\omega}$, *καὶ ἔτι ὁ ὑπὸ* γ^{ou} *καὶ* α^{ou}, *προσλαβὼν συναμφοτέρους,* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}\ \mathring{M}\bar{\delta}$ *ἴσος* $\square^{\omega}$ *καὶ γίνεται πάλιν καὶ ἐνταῦθα διπλῆ ἡ ἴσωσις καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}\ \mathring{M}\bar{\varepsilon}$. *ζητῶ οὖν πάλιν δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστιν* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}\ \mathring{M}\bar{\varepsilon}$. *καί εἰσιν ὧν τὸ*

---

1 ᾱ prius *Ba*, om. AB. 5 *ποιεῖ Ba*, *γίνεται* B, *ποιεῖ γί*$^{\alpha\iota}$ A. *καὶ* ante $\mathring{M}$ add. *Ba*. 13 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 14 *ποιῇ Ba*. 15 $\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\mathring{M}$ om. AB, suppl. *Ba*. 21 $\bar{\vartheta}$ *Ba*, om. AB. 25 *ἐστι Ba*. *ὧν τὸ ὑπὸ ποιεῖ τὴν ὑπεροχὴν* (p. 172, 1) om. *Ba*.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 4x + 4, \quad X_3 = 1,$$

ut satisfiat duabus conditionibus.

Restat ut $X_3 X_1 + X_2^2$ faciat quadratum. Sed $X_3 X_1 + X_2^2$ facit $16x^2 + 33x + 16$. Ista aequentur $\square$ a radice $(4x - 5)$, hoc est $16x^2 + 25 - 40x$; fit $x = \frac{9}{73}$.

Erit

$$X_1 = 9, \quad X_2 = 328, \quad X_3 = 73,$$

et problema solvunt.

XV.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 17
quorumvis plus summa amborum faciat quadratum.

Quorumvis iam quadratorum duorum ex ordine sumptorum productus plus summa amborum facit quadratum.

Ponatur igitur

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 9,$$

ut productus, quadratus nempe 36, plus summa amborum, faciat quadratum. Restat ut et

$$X_2 X_3 + (X_2 + X_3) \quad \text{et adhuc} \quad X_3 X_1 + (X_3 + X_1)$$

faciant quadratos.

Ponatur $X_3 = x$. Fit

$$X_2 X_3 + (X_2 + X_3) = 10x + 9 = \square$$
$$X_3 X_1 + (X_3 + X_1) = 5x + 4 = \square.$$

Et rursus fit hîc dupla aequatio et est differentia $5x + 5$. Quaero igitur rursus duos numeros quorum productus sit $5x + 5$.

ὑπὸ ποιεῖ τὴν ὑπεροχήν, ὃς μὲν ς ᾱ M̊ ᾱ, ὃς δὲ M̊ ε̄. καὶ ὁμοίως [τὸ ἐν τῷ δευτέρῳ] ἢ τῆς συνθέσεως αὐτῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον τῷ μείζονι ἢ τῆς ὑπεροχῆς τὸ ἥμισυ ⟨ἐφ' ἑαυτὸ⟩ ἴσον τῷ ἐλάσσονι, καὶ γί-
5 νεται ὁ ς M̊ κη̄.

καὶ ἔστιν ὁ μὲν α^ος M̊ δ̄, ὁ δὲ β^ος M̊ θ̄, ὁ δὲ γ^ος M̊ κη̄. καὶ ποιοῦσι τὰ τῆς προτάσεως.

Ἄλλως.

Εὑρεῖν ἀριθμοὺς τρεῖς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν
10 προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν α^ος ς ᾱ, ὁ δὲ β^ος M̊ γ̄, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ς δ̄ M̊ γ̄· ταῦτα ἴσα □^ῳ· ἔστω M̊ κε̄, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ ε̄ ∠'. ἔσται ὁ μὲν α^ος M̊ ε̄ ∠', ὁ δὲ β^ος M̊ γ̄, καὶ λέλυται ἓν τῶν ἐπι-
15 ταγμάτων· ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ποιεῖ τὸν κε̄ □^ον. δεήσει ἄρα καὶ τὸν ὑπὸ β^ου καὶ γ^ου, καὶ ἔτι τὸν ὑπὸ γ^ου καὶ α^ου, προσλαβόντα συναμφότερον, ποιεῖν □^ον.

τετάχθω ὁ γ^ος ς ᾱ, καὶ γίνεται ὁ μὲν ὑπὸ β^ου καὶ
20 γ^ου προσλαβὼν συναμφότερους πάλιν ς δ̄ M̊ γ̄, ὁ δὲ ὑπὸ

---

2 τοῖς ἐν *Ba*. τὸ ἐν τῷ δευτέρῳ interpolata censeo. Non secundus liber (II, x), sed problema III, xiii, (τὸ δεύτερον πρὸ τούτου) indicatur. 4 ἐφ' ἑαυτὸ suppl. *Ba*. ἐλάττονι B, non *Ba*. 7 τὰ τῆς προτάσεως A*Ba*, τὸ πρόβλημα B. 8 Ἄλλως om. *Ba*. 9 τρεῖς ἀριθμοὺς *Ba*.

Sunt hi (quorum productus facit differentiam), alter $x + 1$, alter 5, et similiter [quod in secundo[1])] vel horum dimidia summa in seipsam aequalis est maiori, vel dimidia differentia in seipsam aequalis minori. Fit $x = 28$.

Erit

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 9, \quad X_3 = 28,$$

et proposita faciunt.

Aliter.[2])

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 18
quorumvis plus summa amborum faciat quadratum.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3.$$

Fit

$$X_1 X_2 + (X_1 + X_2) = 4x + 3.$$

Ista aequentur □, esto 25, et fit $x = 5\frac{1}{2}$.

Erit

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 3.$$

Una conditio soluta est; horum enim productus plus summa amborum facit quadratum 25. Oportebit adhuc et

$$X_2 X_3 + (X_2 + X_3) \quad \text{et} \quad X_3 X_1 + (X_3 + X_1)$$

facere quadratos.

Ponatur

$$X_3 = x;$$

fit ergo: rursus

$$X_2 X_3 + (X_2 + X_3) = 4x + 3,$$

1) Vocem 'similiter' interpretatus est scholiasta et ad secundum antecedens problema retulit, non ad secundum librum.

2) Haec altera solutio omnino genuina videtur.

πάλιν ἐπεὶ ὁ μὲν $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶ ς ᾱ, ὁ δὲ $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$, ἔσται ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρων ς $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$. ποιῶ τοὺς ς $\bar{\varepsilon}$ ε^{χ} $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\delta}$ ε^{χ} ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\varepsilon}$· γίνονται ς ρλ $\overset{\circ}{M}$ ρε̄ ἴσοι $\square^{\omega}$· καὶ ὁμοίως τὰ τοῦ ς $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\rho}$· γίνονται ς $\overline{\rho\lambda}$ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\lambda}$ ἴσοι πάλιν $\square^{\omega}$. καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{o\varepsilon}$, καὶ ἔστι διπλῆ πάλιν ἰσότης, καὶ συνάγεται ὁ ς $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$.

ἔσται ὁ μὲν $\gamma^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$· ἦν δὲ καὶ ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\iota}{\bar{\mu}\beta}$· καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον.

Ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου, τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ς ᾱ, ὁ $\beta^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}$ ὁσωνδήποτε, καὶ ἐλεύσομαι ὡσαύτως εἰς ἄπορον. ἵνα οὖν τὸ πλῆθος τῶν ς πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ς ἔχωμεν λόγον ἔχον ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ov}$ ἀριθμόν, ἀπῆκται εἰς τὸ ζητῆσαι δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιῇ τετράγωνον ⟨καὶ ἔτι οἱ μονάδι αὐτῶν ἐλάσσους πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν⟩.

Καὶ ἐπεὶ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τετραπλασίων ᾖ παρὰ $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\gamma}$, οἱ μονάδι αὐτῶν ἐλάσσους πρὸς ἀλλήλους

---

1 Denom. suppl. *Ba* hîc et infra in eod. probl. 2 $\square^{\omega}$] *Ba* add. ἔστω $\overset{\circ}{M}$ $\bar{\rho}$. 12 λείψας *Ba*, λήψει A B. 14 ὡσαύτις *Ba*. 17 ⋀ A *Ba*, λήψη B. 18 ποιεῖ A. καὶ ἔτι οἱ μονάδι ἐλάσ-

Rursus quoniam $X_3 = x$ et $X_1 = \frac{3}{10}$, erit

$$X_3 X_1 + X_3 + X_1 = \frac{13}{10}x + \frac{3}{10} = \square.$$

Multiplico

$$\left(5\tfrac{1}{5}\right)x + 4\tfrac{1}{5} \text{ in } 25; \text{ fit } 130x + 105 = \square,$$

et similiter

$$\frac{13}{10}x + \frac{3}{10} \text{ in } 100; \text{ fit } 130x + 30 = \square.$$

Est illorum differentia 75 et rursus dupla aequatio, unde concluditur $x = \frac{7}{10}$.

Erit $X_3 = \frac{7}{10}$; sunt autem $X_1 = \frac{3}{10}$ et $X_2 = \frac{42}{10}$, et conditioni satisfaciunt.

XVI.

Invenire tres numeros tales ut productus binorum 19
quòrumvis minus summa amborum faciat quadratum.

Ut in praecedenti, ponatur $X_1 = x$ et X_2 unitatum quotlibet; similiter in impervium deveniemus. Ut igitur habeamus coefficientem x ad coefficientem x in ratione quadrati numeri ad quadratum numerum, deducimur ad quaerendum duos numeros tales ut ipsorum productus, minus summa amborum, faciat quadratum ⟨et adhuc ipsi, unitate deminuti, inter se fiant in ratione numeri quadrati ad numerum quadratum⟩.

Et quoniam si numerus numeri est 4^{plus} minus 3, numeri illi, unitate deminuti, inter se in ratione fiunt

---

σονες αὐτῶν πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν ὃν τετράγωνος πρὸς τετράγωνον (20) suppl. *Ba*, quae mutavi ex seq. (22, 178, 1).

λόγον ἔχουσιν ὃν □ος ἀριθμὸς πρὸς □ον ἀριθμόν, [ἐπειδήπερ καὶ τῆς Μ̊ ᾱ ἀφ' ἑκατέρου ἀφαιρουμένης γίνεται ἐλάττωσις Μ̊ δ̄ καὶ ᾱ, καὶ δῆλόν ἐστιν ὡς ἀπὸ τετραπλασίων λόγου τετραπλασίων ἀφαιρουμένου, καὶ ὁ καταλειπόμενος ἔσται τετραπλασίων, τουτέστι □ πρὸς □], τάσσω οὖν τὸν μὲν αον ς ᾱ Μ̊ ᾱ, τὸν δὲ βον ς δ̄ Μ̊ ᾱ· καὶ μένει ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον, γί. Δ^Υ δ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ, ἴσος □ῳ, τῷ ἀπὸ πλευρᾶς ς β̄ ⋔ Μ̊ β̄, τουτέστι Δ^Υ δ̄ Μ̊ δ̄ ⋔ ς η̄· καὶ γίνεται ὁ ς ε̄^η. ἔσται ὁ μὲν αος ιγ̄^η, ὁ δὲ βος κη̄^η, καὶ λέλυται ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

Καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν αος ἐστι ιγ̄^η, ὁ δὲ βος Μ̊ γ̄ ∠′, τάσσω τὸν γον ς ᾱ. καὶ μένει ὁ ὑπὸ βου καὶ γου συναγόμενος ς γ̄ ∠′· λείψας τὸν συναμφότερον, ς ᾱ Μ̊ γ̄ ∠′, γί. ς β̄ ∠′ ⋔ Μ̊ γ̄ ∠′ ἴσ. □ῳ. ⟨ταῦτα δκις· γίνονται ς ῑ ⋔ Μ̊ ιδ̄.⟩

ὁ δὲ ὑπὸ γου καὶ αου γίνεται ς ιγ̄^η· λείψας συναμφότερον, γί. ς ε̄^η ⋔ Μ̊ ιγ̄^η ἴσ. □ῳ. ταῦτα ιϛκις· γίνονται ς ῑ ⋔ Μ̊ κϛ̄.

καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ Μ̊ ιβ̄· ὧν τὸ ὑπό; Μ̊ β̄

---

2 seq. Quae uncis inclusi imperito scholiastae tribuo. 3 ἐστιν ὡς scripsi, ἴσος A, ἴσως B, ὅτι *Ba*. 5 τουτέστι ὡς *Ba*. 7 ⋔ A, λήψει B. 7/8 συναμφοτέρου B. 8 γί. (= γινόμενος) scripsi, γίνεται A, γίνεσθαι B, om. *Ba*. ᾱ *Ba*, δ̄ AB. 9 Denom. suppl. *Ba* ubique in hoc problemate. 12 Μ̊ om. *Ba*. 13 μένει om. *Ba*. 14 γίνονται AB, μένει *Ba*. 15 □ῳ] AB add. ἔστω Μ̊ δ̄, omnino delenda; item (17) ἔστω Μ̊ ιϛ̄ post □ῳ. ταῦτα τετράκις γίνεται ς^οι ῑ ⋔ ιδ Μ̊ suppl. *Auria*. 18 κϛ̄] *Ba* ultra suppl. ἴσοι τετραγώνῳ καὶ ὁμοίως οἱ ς^οι β̄ ᾱ^β λείψει Μ̊ γ̄ ᾱ^γ τετράκις γίνον-

quadrati numeri ad quadratum numerum [ab utroque enim unitate subtracta fiunt deminutiones 4 et 1 et manifestum est, si a numeris in ratione 4^{pla} subtrahantur alii in ratione 4^{pla}, residuos fore etiam in ratione 4^{pla}, hoc est quadrati ad quadratum], pono igitur

$$X_1 = x + 1, \quad X_2 = 4x + 1,$$

et constat

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) = 4x^2 - 1.$$

Aequetur iste quadrato a radice $(2x - 2)$, hoc est $4x^2 + 4 - 8x$, et fit $x = \frac{5}{8}$.

Erit

$$X_1 = \frac{13}{8}, \quad X_2 = \frac{28}{8},$$

et uni conditioni satisfactum est.

Quoniam

$$X_1 = \frac{13}{8} \quad \text{et} \quad X_2 = 3\tfrac{1}{2},$$

pono $X_3 = x$, et constat $X_2 X_3$ (hoc est $3\frac{1}{2}x$), minus amborum summa $\left(x + 3\frac{1}{2}\right)$, fieri

$$2\tfrac{1}{2}x - 3\tfrac{1}{2} = \square.$$

⟨Omnia 4er; fit $10x - 14$.⟩

Est autem $X_3 X_1 = \frac{13}{8}x$; minus amborum summa, fit

$$\frac{5}{8}x - \frac{13}{8} = \square.$$

Omnia 16^{ies}; fit $10x - 26$.

Illorum est differentia $12 = 2 \times 6$. Factorum

ται s^{oi} ι λείψει $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$ ἴσοι πάλιν τετραγώνῳ. 19 ὧν] οὖσα *Ba;* signum interrogationis restitui.

καὶ $\dot{M}\bar{\varsigma}$· συναμφοτέρου τὸ $\llcorner'$ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται $\dot{M}\bar{\iota\varsigma}$ ἴσαι τῷ μείζονι, τουτέστιν $\varsigma\bar{\iota} \wedge \dot{M}\bar{\iota\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\bar{\gamma}$.

ἔσται ὁ μὲν $\gamma^{o\varsigma}$ $\dot{M}\bar{\gamma}$ τουτέστιν $\overline{\kappa\delta}^{\eta}$· ἔχομεν δὲ καὶ τὸν μὲν α^{ov} $\overline{\iota\gamma}^{\eta}$, τὸν δὲ β^{ov} $\dot{M}\bar{\gamma}\llcorner'$ τουτέστιν $\overline{\kappa\eta}^{\eta}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε ἑκάτερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν $\varsigma\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\varsigma\bar{\delta} \wedge \dot{M}\bar{\alpha}$, ἐπειδήπερ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ τετραπλασίων παρὰ μονάδα, ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ τετράγωνον.

ἑξῆς δεῖ καὶ τὰ λοιπὰ δύο ἐπιτάγματα κατασκευάσαι, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα ⟨τὸν β^{ov} ποιεῖν $\square^{ov}$ καὶ ἔτι τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα⟩ συναμφότερον ποιεῖν $\square^{ov}$. ἀλλ' ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν β^{ov} γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,\varsigma\bar{\gamma} \wedge \dot{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$· ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν συναμφότερον γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\delta}\,\varsigma\bar{\delta} \wedge \dot{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$.

καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ $\varsigma\bar{\alpha}$, καὶ περιέχεται ὑπὸ $\dot{M}\,\delta^{\chi}$, $\varsigma\,\bar{\delta}$· καὶ συνάγεται ὁ ς $\overline{\xi\varepsilon}^{\sigma\kappa\delta}$.

---

1 συναμφοτέρων *Ba*. 2 τουτέστι A. 4 τουτέστι *Ba* (item 5). 5 α^{ov}] *Ba* add. $\dot{M}$. 12 μονάδας B, non *Ba*. 13 ἐλάττονα B, non *Ba*. 15 ὑπ' αὐτὸν A. τὸν β^{ov} καὶ suppl. *Auria*, τὸν δεύτερον καὶ ἔτι *Ba*. Alia tentavi.

dimidia summa in seipsam fit 16, aequalis maiori (formae), hoc est $10x - 14$, et fit $x = 3$.

Erit $X_3 = 3$, hoc est $\frac{24}{8}$.

Habemus et $X_1 = \frac{13}{8}$, $X_3 = 3\frac{1}{2}$ hoc est $\frac{28}{8}$, et problema solvunt.

XVII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, 20 sive plus amborum summa, sive plus utroque, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$, $X_2 = 4x - 1$, quandoquidem, si numerus numeri sit 4^{plus} minus unitate, horum productus plus minore facit quadratum.

Deinceps oportet caeteris quoque duabus conditionibus satisfactionem praebere, scilicet

$$X_1 X_2 \langle + X_2 = \square \quad \text{et} \quad X_1 X_2 \rangle + X_1 + X_2 = \square.$$

Sed

$$X_1 X_2 + X_2 \quad \text{fit} \quad 4x^2 + 3x - 1 = \square,$$

$$X_1 X_2 + X_1 + X_2 \quad \text{fit} \quad 4x^2 + 4x - 1 = \square.$$

Et fit dupla aequatio. Illorum differentia est

$$x = \frac{1}{4} \times 4x,$$

et concluditur

$$x = \frac{65}{224}.$$

---

20 Λ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ἴσος bis scripsit A. 21 ἔστι *Ba*. 22 δ^{χ}] *Ba* add. καὶ. 23 Denom. suppl. *Ba* (item p. 182, 1).

ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\overline{\xi\varepsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ ποιοῦσι τὸ πρόβλημα.

ιη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε λείψῃ ἑκάτερον, ἐάν τε συναμφότερον, ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μὲν ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ς $\bar{\delta}$, ἐπειδήπερ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ᾖ τετραπλασίων παρὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν μείζονα ποιεῖ τετράγωνον.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα τὸν ἐλάσσονα ποιεῖν $\square^{ov}$, καὶ ἔτι τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν $\square^{ov}$· ἀλλ' ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν ἐλάσσονα γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ ἔστιν αὐτῶν ὑπεροχὴ ς $\bar{\delta}$· τάσσω τὸν μὲν ς $\bar{\delta}$, τὸν δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ δ^{χ}.

καὶ ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ δ^{χ}, ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

ιθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τεσσάρων τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ ἕκαστον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ παντὸς ὀρθογωνίου τριγώνου ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν δὶς ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖ τετράγωνον, ζητῶ πρότερον τέσσαρα τρίγωνα ὀρθογώνια

---

5 λήψει A, λήψῃ B. 8 λείψας *Ba*, λήψει AB. 9 δεῖ] δὴ *Ba*. λήψει B, ⋔ A*Ba*. 10 λείψαντα *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 11 λείψει *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 13 λείψας *Ba*, ⋔ A, λήψει B. 21 λήψει, ποιεῖ AB, λήψῃ, ποιῇ *Ba*. 22 ὀρθογώνου AB, corr. *Ba*. 24 λήψει AB, λήψῃ *Ba*.

Erit

$$X_1 = \frac{65}{224}, \quad X_2 = \frac{36}{224},$$

et problema solvunt.

XVIII.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus, 21
sive minus utroque, sive minus summa amborum, faciat quadratum.

Ponatur alter $= x + 1$, alter $= 4x$, quandoquidem, si numerus numeri sit 4^{plus} minus 4, horum productus minus maiore facit quadratum.

Reliquum oportet productum minus minore facere $\square$, et adhuc productum minus summa amborum facere $\square$.

Sed productus minus minore fit $4x^2 + 3x - 1$, et productus minus summa amborum, $4x^2 - x - 1$.

Uterque quadrato aequandus est; est illorum differentia $4x$; alterum (factorem) pono $4x$, alterum 1, et fit $x = 1\frac{1}{4}$.

Erit primus $= 2\frac{1}{4}$, secundus $= 5$, et probatio evidens.

XIX.

Invenire quatuor numeros tales ut summae quatuor 22
omnium quadratus, sive plus unoquoque ipsorum, sive minus, faciat quadratum.

Quoniam omnis rectanguli trianguli quadratus hypotenusae, sive plus sive minus duplo producto laterum circa rectum (angulum), facit quadratum, primum quaero quatuor triangula rectangula aequales

ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας· τὸ δ' αὐτό ἐστι τετράγωνόν τινα διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους ⟨τετραχῶς⟩, καὶ ἐμάθομεν τὸν δοθέντα □^{ον} διελεῖν εἰς δύο □^{ους} ἀπειραχῶς.

Νῦν οὖν ἐκθώμεθα δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὑπὸ ἐλαχίστων ἀριθμῶν, οἷον γ̄, δ̄, ε̄· ε̄, ιβ̄, ιγ̄. καὶ πολλαπλασίασον ἕκαστον τῶν ἐκκειμένων ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν τοῦ ἑτέρου, καὶ ἔσται τὸ μὲν α^{ον} τρίγωνον, λθ̄, νβ̄, ξε̄· τὸ δὲ β^{ον} κε̄, ξ̄, ξε̄. καὶ ἔστιν ὀρθογώνια ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας.

ἔτι δὲ φυσικῶς ὁ ξε̄ διαιρεῖται εἰς τετραγώνους διχῶς, εἴς τε τὸν ις̄ καὶ τὸν μθ̄, ἀλλὰ μὴν καὶ τὸν ξ̄δ̄ καὶ τὴν Μ̇. τοῦτο δὲ συμβαίνει ἐπεὶ ὁ ξε̄ ἀριθμὸς περιέχεται ὑπὸ τοῦ ιγ̄ καὶ τοῦ ε̄, ὧν ἕκαστος διαιρεῖται εἰς δύο τετραγώνους.

νῦν τῶν ἐκκειμένων, τοῦ τε μθ̄ καὶ τοῦ ις̄, λαμβάνω τὰς πλευράς· εἰσὶν δὲ ζ̄ καὶ δ̄, καὶ πλάσσω τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο τοῦ τε ζ̄ καὶ τοῦ δ̄ καὶ ἔστι λγ̄, νς̄, ξε̄.

ὁμοίως καὶ τοῦ ξ̄δ̄ καὶ τῆς Μ̇ αἱ πλευραὶ η̄ καὶ ᾱ, καὶ πλάσσω πάλιν ἀπ' αὐτῶν ὀρθογώνιον τρίγωνον οὗ αἱ πλευραὶ ις̄, ξγ̄, ξε̄.

Καὶ γίνεται τέσσαρα τρίγωνα ὀρθογώνια ἴσας ἔχοντα τὰς ὑποτεινούσας· ἐλθὼν οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς πρόβλημα, τάσσω τὸν μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν τεσσάρων, ξε̄, ἕκαστον δὲ τούτων τῶν τεσσάρων, Δ^{ν} τοσούτων

---

2 δύο *Ba*, τέσσαρας AB. τετραχῶς supplevi pro quo *Ba* τετράκις post διελεῖν. 8 τρίγωνον *Ba*, ▽' A, τετράγωνον B. 9 δὲ om. A*Ba*. 11 εἰς δύο *Ba*. 17 εἰσὶ B. τὸ A*Ba*, τὸν B. 19 τοῦ A*Ba*, om. B.

habentia hypotenusas; idem est problema, quadratum aliquem partiri in duos quadratos ⟨quater⟩, et didicimus datum quadratum partiri in duos quadratos infinitis modis.

Exponamus igitur nunc duo triangula rectangula sub minimis numeris, ut 3. 4. 5 et 5. 12. 13. Multiplica unumquemque positorum in hypotenusam alterius (trianguli); erit primum triangulum 39. 52. 65; secundum 25. 60. 65. Sunt rectangula aequales habentia hypotenusas.

At naturaliter 65 partiri est in (duos) quadratos duobus modis: in 16 et 49, aliter in 64 et 1. Quod evenit quia numerus 65 est productus factorum 13 et 5, quorum uterque partitur in duos quadratos.

Nunc expositorum 49 et 16 sumo radices, nempe 7 et 4, et formo triangulum rectangulum a duobus numeris[1]) 7 et 4: est 33. 56. 65.

Similiter 64 et 1 radices habent 8 et 1; formo rursus ab illis rectangulum triangulum cuius latera sunt 16. 63. 65.

Sic fiunt quatuor triangula rectangula aequales habentia hypotenusas; regressus igitur ad primitivum problema, pono summam quatuor numerorum esse $65x$,

---

1) Sint duo numeri p et q. Statuamus

$$a = p^2 + q^2, \qquad b = p^2 - q^2, \qquad c = 2pq.$$

Erit

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Triangulum rectangulum (a. b. c.) dicitur formatum a duobus numeris p et q.

ὅσων ἐστὶ δπλ. τοῦ ἐμβαδοῦ, τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ⟨Δ^{Y} ,δνς, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ Δ^{Y} ,γ, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$⟩ Δ^{Y} ,γχιδς, καὶ ἔτι τὸν $\delta^{ον}$ Δ^{Y} ,βις.

καί εἰσιν οἱ τέσσαρες Δ^{Y} $\overset{\alpha}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,βψξη ἴσοι ς ξε, καὶ γίνεται ὁ ς μορίου $\overset{\alpha}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,βψξη, ξε.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{,\alpha\psi\iota\gamma}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,ςχ ⟨ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{,\alpha\sigma\xi\zeta}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,ε⟩ μορίου τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{,\alpha\varphi\xi\alpha}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,εχ μορίου τοῦ αὐτοῦ, ὁ δὲ $\delta^{ος}$ $\overset{\upsilon\nu\alpha}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,ζχ μορίου τοῦ αὐτοῦ· τὸ δὲ μόριον $\overset{\alpha}{M}M^{Y}$. $\overset{,\varsigma\tau\beta}{M}{}^{Y}$. $\mathring{M}$,αωκδ.

κ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον ὃς λείψας ἑκάτερον τῶν διῃρημένων ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς $\mathring{M}\bar{\iota}$.

Τετάχθω ὁ προσευρισκόμενος τετράγωνος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· οὗτος ἐὰν μὲν λείψῃ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, καταλείπεται $\square^{ος}$, ἐὰν δὲ ς $\bar{\delta}$, πάλιν καταλείπεται $\square^{ος}$. τάσσω οὖν τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ς $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ς $\bar{\delta}$.

---

1 Δ^{Y} ,δνς . . . $\gamma^{ον}$ (2) suppl. *Ba; Auria* dat, ut ex codice: τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ Δ^{Y} ,γχιδς, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ Δ^{Y} 3000, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ Δ^{Y} 4056 (!).

4 et seq. Corruptos numeros restituit *Ba*: (4) $\overset{\alpha}{\mu}$,βψξη AB, (5) $\overset{\alpha}{\mu}$ (,βψξη om.) AB, (6) $\mu\varsigma$ $\mathring{\mu}$,ςχ A, μὴ μονάδες ,ςχ B, (8) $\mu\mathring{\mu}$,εχ A, μ̈ μονάδες ,εχ B, $\mu\mathring{\mu}$,ζχ A, $\bar{\mu}^{\varsigma}\mathring{\mu}$,ζχ B, (9) $\overset{\mu\alpha}{\mu}$ $\overset{,\varsigma\tau\varsigma}{\mu}$ $\mathring{\mu}$,αωκδ B et A (2ª m.; prior scriptura legi nequit). 5 μορίου scripsi, $\mathring{\mu}$ AB. 7 δὲ om. AB. 9 μόριον *Ba*, $\mathring{\mu}$ AB. 11 Τὸν δοθέντα B. 12 λείψας *Ba*, λήψει AB. 13 ποιεῖ AB, ποιῇ *Ba*. 14 δὴ scripsi, δὲ AB. 16 Λ A, λήψει B, λείψει *Ba*.

et unumquemque ipsorum esse x^2 cum coefficiente quadruplo areae, scilicet

$$X_1 = 4056x^2, \quad X_2 = 3000x^2, \quad X_3 = 3696x^2,$$
$$X_4 = 2016x^2.$$

Est summa quatuor numerorum

$$12768x^2 = 65,$$

et fit

$$x = \frac{65}{12768}.$$

Ad positiones; erunt cum communi denominatore

$$X_1 = 17136600, \quad X_2 = 12675000, \quad X_3 = 15615600,$$
$$X_4 = 8517600,$$

et denominator est 163021824.

XX.[1])

Datum numerum partiri in duos numeros et ad- 23
invenire quadratum qui minus utraque parte faciat quadratum.

Sit datus 10.

Ponatur adinveniendus $\square = x^2 + 2x + 1$.

Si ab illo subtrahitur $2x + 1$, residuus est quadratus; item si subtrahitur $4x$, rursus residuus est quadratus.

Pono igitur

$$X_1 = 2x + 1, \quad X_2 = 4x.$$

1) Idem est hoc problema quod II, xv, et sequens quod II, xiv. Elegantius hîc tractata ambo fuisse primo obtutu videntur; attamen, num genuinae sint hae novae solutiones, ambigi potest, quum ex antiquo commentario quae defluxerunt in textum praesertim in fine vel initio librorum occurrunt.

ταῦτα δεῖ συντεθέντα ποιεῖν τὸν δοθέντα, ἀλλὰ συντεθέντα ἐστὶν ϛ ς̄ M̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα M̊ ῑ, καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ ᾱ L′.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^ος δ̄ M̊, ὁ δὲ β^ος ς̄ M̊, ὁ δὲ □^ος M̊ ς̄ δ^χ.

κα.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς ἀριθμοὺς δύο καὶ προσευρεῖν αὐτοῖς τετράγωνον, ὃς προσλαβὼν ἕκαστον τῶν διῃρημένων ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ κ̄.

Καὶ τετάχθω ὁ τετράγωνος Δ^Υ ᾱ ϛ β̄ M̊ ᾱ· τούτῳ δὲ ἐὰν προσθῶ ϛ β̄ M̊ γ̄, ἔστι □^ος, ἀλλὰ μὴν καὶ ἐὰν προσθῶ ϛ δ̄ M̊ γ̄. συναμφότερος ἄρα ἔσται ϛ ς̄ M̊ ιᾱ .....

ἔσται ὁ μὲν α^ος τῶν διῃρημένων M̊ ς̄, ὁ δὲ β^ος M̊ ιδ̄, ὁ δὲ □^ος M̊ ς̄ δ^χ. καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.

---

2 *ἔστι* Ba. 4 A in mg. 2ª m.: *ὁ μὲν ς̄ δ′ τετράγωνος λείψει μὲν τοῦ δ′ γί. μ̊ β̄ δ′ □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ ᾱ L′· λείψει δὲ τῶν ς̄ μ̊, γί. δ′ □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ L′.* 7 *Τὸν δοθέντα* B. 8 *αὐτοῖς* A*Ba*, *αὐτῶν* B. 9 *ποιεῖ* AB, *ποιῇ* *Ba*. 13 Post *M̊ η̄* *Ba* suppl. *τάσσω οὖν τὸν μὲν πρῶτον ϛ β̄ M̊ γ̄, τὸν δὲ δεύτερον ϛ δ̄ M̊ η̄*; item post *M̊ ιᾱ* (13): *ταῦτα ἴσα M̊ κ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ ᾱ ᾱ^β*. In mg. habet A 2ª m.: *ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ ϛ ς̄ ἴσοι ι̊ θ̄ καὶ γίνεται ὁ ϛ μ̊ ᾱ L′· ταῖς οὖν ς̄ μ̊ προστιθέμενος ὁ μ̊ ς̄ δ′, □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ β̄ L′, γίνεται ιβ̄ δ′, □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ γ̄ L′· ταῖς δὲ ιδ̄, γίνεται ὁ κ̄ δ′, □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ δ̄ L′.* An revera mutilum sit problema mihi dubium videtur.

Horum summam oportet facere datum, sed facit $6x + 1$; ista aequentur 10; fit $x = 1\frac{1}{2}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 4, \quad X_2 = 6, \quad \square = 6\tfrac{1}{4}.$$

XXI.

Datum numerum partiri in duos numeros et ad- 24
invenire quadratum qui plus utraque parte faciat quadratum.

Sit datus 20.

Ponatur $\square = x^2 + 2x + 1$.

Huic si addo $2x + 3$, fit quadratus; item si addo $4x + 8$. Horum summa erit $6x + 11$ ....[1])

Erit prima pars 6, secunda 14, quadratus $6\frac{1}{4}$, et probatio evidens.

---

1) Manca solutio facile suppletur. Prima pars $= 2x + 3$; secunda $= 4x + 8$. Amborum summa $6x + 11$ aequatur 20 dato; unde $x = 1\frac{1}{2}$.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Δ.

α.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο κύβους ὧν αἱ πλευραί εἰσι δοθεῖσαι.

Ἔστω δὴ τὸν $\overline{\tau\circ}$ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο κύβους ὧν αἱ πλευραὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota}$.

Τετάχθω ἡ τοῦ $\alpha^{ου}$ κύβου π^{λ} ς $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\varepsilon}$ τουτέστι τοῦ $\angle'$ τῶν πλευρῶν. λοιπὸν ἄρα ἡ τοῦ ἑτέρου κύβου π^{λ} ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\varepsilon}$ ⋔ ς $\overline{\alpha}$· αὐτοὶ ἄρα ἔσονται οἱ κύβοι $\Delta^{Y}\overline{\lambda}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\sigma\nu}$· ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\overline{\tau\circ}$ τουτέστι τῷ δοθέντι, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overline{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ ⟨μὲν⟩ τοῦ $\alpha^{ου}$ κύβου π^{λ} $\overset{\circ}{M}\overline{\zeta}$, ἡ δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\gamma}$· αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\tau\mu\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\kappa\zeta}$.

β.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ποιῇ δοθέντα, καὶ ἔτι ἡ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ὑπεροχή.

Ἔστω δὴ τὴν μὲν ὑπεροχὴν αὐτῶν ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$, τὴν δὲ ὑπεροχὴν τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων $\overset{\circ}{M}\overline{\varphi\delta}$.

1/2 Titulum om. *Ba.* 5 *εἰσιν* A. 6 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB (item 19). 8/9 *τοῦ ἥμισυ* A, *τὸ ἥμισυ* B. 10 *ἄρα* om. *Ba.*

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER QUARTUS.

I.

Datum numerum partiri in duos cubos quorum 1
summa radicum data sit.

Esto iam 370 partiendus in duos cubos quorum summa radicum sit 10.

Ponatur primi radix $= x + 5$ (hoc est plus dimidia summa radicum). Ergo subtrahendo erit alterius radix $= 5 - x$.

Erit igitur summa cuborum $= 30x^2 + 250$; ista aequantur 370, hoc est dato, et fit $x = 2$.

Ad positiones. Erit primi radix 7, secundi 3; cuborum autem alter 343, alter 27.

II.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum differentia 2
faciat datum, sicut et differentia cuborum ab ipsis.

Sit iam ipsorum differentia $= 6$, et cuborum ab ipsis differentia $= 504$.

σν̄ A*Ba*, ν̄ B. 13 μὲν addidi. 17 ποιεῖ A. 18 δοθέντα ἀριθμὸν καὶ *Ba*.

Τετάχθω πάλιν ἡ τοῦ μείζονος κύβου π^{λ} ς $\bar{\alpha}$ ⟨$\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, *ἡ δὲ τοῦ ἐλάσσονος* ς $\bar{\alpha}$⟩ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· *καὶ μένει ὥστε τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι* $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$. *λοιπὸν δεῖ τῶν κύβων τὴν ὑπεροχὴν εἶναι* $\overset{\circ}{M}\overline{\varphi\delta}$· *ἀλλ' ἡ τῶν κύβων ὑπεροχή ἐστι* $\Delta^{Y}\overline{\iota\eta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\nu\delta}$· *ταῦτα ἴσα* $\overset{\circ}{M}\overline{\varphi\delta}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν τοῦ μείζονος κύβου π^{λ} $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$, *ἡ δὲ τοῦ ἐλάσσονος* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$. *αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι, ὃς μὲν* $\overline{\varphi\iota\beta}$, *ὃς δὲ* $\bar{\eta}$, *καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.*

γ.

Ἐπὶ τετράγωνον καὶ πλευρὰν πολλαπλασιάσαι τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὴν μὲν πλευρὰν κύβον, τὸν δὲ τετράγωνον πλευρὰν τοῦ κύβου.

Τετάχθω ὁ μὲν τετράγωνος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ἡ ἄρα* π^{λ} *αὐτοῦ ἔσται* ς $\bar{\alpha}$· *ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς ἔστω ἀριθμοστῶν κυβικῶν ὁσωνδήποτε· ἔστω δὴ* $\varsigma^{X}\bar{\eta}$. *ἐπὶ μὲν οὖν τὴν* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ *πολλαπλασιάσαντες, εὑρίσκομεν* ς $\bar{\eta}$· *ἐπὶ δὲ τὸν* ς ⟨$\bar{\alpha}$⟩ *πολλαπλασιάσαντες, εὑρίσκομεν* $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$.

θέλομεν δὲ τοὺς ς $\bar{\eta}$ *κυβικὴν εἶναι πλευρὰν τῶν* $\bar{\eta}$ $\overset{\circ}{M}$· $\overset{\circ}{M}$ *ἄρα* $\bar{\beta}$ *ἴσαι* ς $\bar{\eta}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς $\overset{\bar{\eta}}{\bar{\beta}}$, *ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ἀριθμὸς* $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$.

Ἐὰν δὲ θελήσωμεν μόρια μὴ ἐπιτιθέναι, εὑρήσομεν ς $\bar{\eta}$ *ἴσους* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς δ^{X}.

1/2 $\overset{\circ}{M}\gamma$, *τοῦ δὲ ἐλάσσονος* ς $\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*, *ἡ δὲ τοῦ* scripsi cum *Auria*. 6 $\overset{\circ}{M}$ (ante $\bar{\varepsilon}$) om. B, non *Ba*. 7 *ἔσται* om. B, supplevit *Ba* post π^{λ}. 8 *ἐλάττονος* B, non *Ba*. 11 *καὶ*] *ἀριθμὸν* AB, *ἀριθμὸν καὶ Ba*. 15 *δὲ* om. *Ba*. 15/16 *ἀριθμὸς ἔστω ἀριθμοστῶν*] ς $\bar{\alpha}$ *ἀριθμὸς τῶν* AB, *ἀριθμοστὸν* $\overset{\circ}{\mu}$ *Ba*. 16 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 18 $\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*. 19 *δὲ* scripsi, *δὴ*

Ponatur rursus maioris radix $= x + 3$, et minoris radix $= x - 3$; constat differentiam ipsorum esse 6; reliquum oportet cuborum differentiam esse 504; sed cuborum differentia est

$18x^2 + 54$; ista aequantur 504 et fit $x = 5$.

Ad positiones. Erit maioris cubi radix 8, minoris 2; cuborum autem alter 512, alter 8, et probatio evidens.

III.

Quadratum et radicem multiplicare in eundem 3
numerum, et radicem quidem facere cubum, quadratum autem facere huius cubi radicem.

Ponatur quadratus $= x^2$, ipsius radix erit x; multiplicandus numerus sit $\frac{1}{x}$ cum quolibet coefficiente cubico; esto $\frac{8}{x}$. Multiplicantes in x^2, invenimus $8x$; multiplicantes in x, invenimus 8.

Volumus autem $8x$ esse cubicam radicem ex 8. Ergo

$$2 = 8x \quad \text{et fit} \quad x = \frac{2}{8};$$

multiplicandus numerus erit 32.

Si nolumus denominatores imponere[1]), invenimus

$$8x = 2 \quad \text{et fiet} \quad x = \frac{1}{4}.$$

1) Hoc ad fractionum notationes apud autorem referendum est.

AB. 19/20 τῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$ *Ba*. 20 Denomin. om. AB, hîc et ubique infra, nisi contrarium adnotatum fuerit. καὶ γίνεται .... ἴσους $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ (23) delenda censuit *Ba* cum Xylandro.
21 ἀριθμὸς $\overline{\lambda\beta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$ AB.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν τετράγωνος ις$^{\chi}$, ἡ δὲ πλευρὰ δ$^{\chi}$, ὁ δὲ πολλαπλασιαζόμενος ὁ λβ. εἰ γὰρ ὁ ς ἐστι δ$^{\chi}$, τὸ ἀριθμοστόν ἐστι Μ̊ δ̄. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

δ.

Τετραγώνῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

Ἔστω ὁ μὲν τετράγωνος Δ^{Y} ᾱ, ἡ ἄρα πλευρὰ ἔσται ς ᾱ· ὁ δὲ προστιθέμενος ἔστω Δ^{Y} τοσούτων ἵνα μετὰ Δ^{Y} ᾱ ποιῇ □^{ον}. ἔστω Δ^{Y} γ̄· αὗται προστεθεῖσαι τῇ μὲν Δ^{Y}⟨ᾱ⟩ ποιοῦσι □^{ον}· τῷ δὲ ς ᾱ, ποιοῦσι Δ^{Y} γ̄ ς ᾱ· ταῦτα ἴσα τῇ τοῦ □^{ου} π$^{λ.}$ τῶν Δ^{Y} δ̄, τουτέστιν ς β̄· καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς γ^{ου}.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τετράγωνος ἑνὸς ϑ^{ου}, ἡ δὲ π$^{λ.}$ ἑνὸς γ^{ου}, ὁ δὲ προστιθέμενος ἀριθμὸς ϑ̄ γ̄.

ε.

Τετραγώνῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ τετράγωνος Δ^{Y} ᾱ, ἡ ἄρα πλευρὰ ἔσται ς ᾱ· ὁ δὲ προστιθέμενος, ἵνα τὴν π$^{λ.}$ ποιῇ □^{ον}, Δ^{Y} τετραγωνικῶν λείψει ς τῆς τοῦ τετραγώνου πλευρᾶς. ἔστω δὴ Δ^{Y} δ̄ ⋔ ς ᾱ. ⟨αὗται προστεθεῖσαι μὲν τῷ ς ᾱ ποι-

---

1 τετράγωνος *Ba*, ᾱ AB. 3 τὸ] *Ba* add. δὲ. 11 ᾱ suppl. *Ba*. □^{ον}] *Ba* add. τῶν Δ^{Y} δ̄. 12 τουτέστι *Ba*. 13 ἑνὸς γ^{ου}] ᾱ AB (item 15). 14/15 ἑνὸς ϑ^{ου}] ᾱ AB. 18 τὰ *Ba*, τὰς AB. 20 Δ^{Y}] δυνάμεων *Ba*, Δ^{Y}Δ^{Y} AB. 21 λείψει *Ba*, καὶ AB. ἀριθμῶν τοῦ τετραγώνου τῆς πλευρᾶς AB. 22 δὴ scripsi, δὲ AB. αὗται προστεθεῖσαι μὲν ς^{ω}

Ad positiones. Erit quadratus $= \frac{1}{16}$, radix $= \frac{1}{4}$, et multiplicandus $= 32$; si enim $x = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{x} = 4$. Est probatio evidens.

IV.

Quadrato et radici addere eundem numerum et 4
facere quadratum et radicem.

Sit quadratus $= x^2$, erit igitur radix $= x$. Addendus numerus sit x^2 cum coefficiente ita sumpto ut, addito x^2, fiat quadratus; esto $3x^2$.

Ista, si additur x^2, faciunt $\square$ [$= 4x^2$]; si x, faciunt $3x^2 + x$, quae aequantur radici quadrati $4x^2$, hoc est $2x$, et fit

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones. Erit quadratus $\frac{1}{9}$, radix $\frac{1}{3}$, addendus numerus $\frac{3}{9}$.

V.

Quadrato et radici addere eundem numerum et 5
inverso ordine facere radicem et quadratum.

Sit quadratus $= x^2$, erit igitur radix $= x$; addendus, ut radicem faciat quadratum, sit x^2 cum coefficiente quadratico minus x radice quadrati; esto iam $4x^2 - x$.

⟨Ista, si additur x, faciunt $\square$; si x^2, faciunt

ἑνὶ ποιοῦσι $\Delta^{Y}\bar{\delta}$, *τῷ δὲ* $\square^{\omega}$ *ἑνί*, $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}\,\Lambda\,\varsigma\,\bar{\alpha}$ (p. 196, 1) suppl. *Auria, καὶ ἐὰν προστεθῇ τῷ τετραγώνῳ, γίνεται* $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}\,\Lambda\,\varsigma\,\bar{\alpha}$ *Ba.*

οὖσι □^{ον}· τῇ δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ποιοῦσι $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$·⟩ ταῦτα ἴσα ϛ $\bar{\beta}$ τῇ π^{λ}· τοῦ □^{ου} τοῦ γεγενημένου ἐκ τῆς προσθέσεως, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τετράγωνις $\overset{\kappa\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$, ἡ δὲ π^{λ}· $\overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\kappa\alpha}}$.

ϛ.

Κύβω καὶ τετραγώνῳ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν τετράγωνον καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος $K^{Y}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ τετράγωνος Δ^{Y} ὁσωνδήποτε τετραγωνικῶν, ἔστω $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$.

καὶ ἐπεὶ θέλομεν τετράγωνόν τινα μετὰ $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$ ποιεῖν □^{ον}, ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστι $\mathring{M}\bar{\vartheta}$· ἔστω δὴ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ καὶ $\mathring{M}\bar{\vartheta}$. ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ τῶν $\bar{\vartheta}$ τὴν $\mathring{M}$, καὶ τῶν λοιπῶν τὸ ∟′ ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιάσω, ἕξω $\mathring{M}\overline{\iota\varsigma}$· οὗτος προσλαβὼν τὸν $\bar{\vartheta}$ ποιεῖ □^{ον}.

τάσσω οὖν τὸν προστιθέμενον τετράγωνον $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$· κἂν μὲν ταῖς $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$ προστεθῇ, γίνεται □^{ος}· ἐὰν δὲ τῷ $K^{Y}\bar{\alpha}$, γίνεται $K^{Y}\bar{\alpha}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ· ἔστω $K^{Y}\bar{\eta}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\zeta}{\overline{\iota\varsigma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{,\delta\,\text{ϟ}\,\varsigma}}$, ὁ δὲ τετράγωνος $\overset{\mu\vartheta}{\overline{,\beta\tau\delta}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος αὐτοῖς τετράγωνος $\overset{\mu\vartheta}{\overline{,\delta\,\text{ϟ}\,\varsigma}}$.

2/3 προσθέσεως *Ba*, προθέσεως AB. 5 $\kappa\alpha^{\kappa\varepsilon}$ *Ba*, $\overline{\kappa\delta}$ AB. 7 κύβῳ καὶ τετραγώνῳ *Ba*, κύβον καὶ πλευρὰν AB. 10 Δ^{Y}]

$5x^2 - x\rangle$, quae aequantur $2x$, radici quadrati ex additione conflati, et fit

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit quadratus $\frac{9}{25}$, radix $\frac{3}{5}$, et addendus $\frac{21}{25}$.

VI.

Cubo et quadrato addere eundem quadratum et 6
facere cubum et quadratum.

Sit cubus $= x^3$, quadratus vero x^2 cum quolibet coefficiente quadratico; esto $= 9x^2$.

Quoniam volumus quendam quadratum, addito $9x^2$, facere $\square$, expono duos numeros quorum productus sit 9; sint iam 1 et 9.

Si a 9 subtraho 1 et dimidium residuum in seipsum multiplico, habeo 16 qui, addito 9, facit $\square$.

Pono igitur addendum quadratum $= 16x^2$; si additur $9x^2$, fit $\square$; si x^3, fit $x^3 + 16x^2$.

Ista aequentur cubo; esto iam $8x^3$; fiet

$$x = \frac{16}{7}.$$

Ad positiones. Erit cubus $\frac{4096}{343}$, quadratus $\frac{2304}{49}$, et illis addendus quadratus $\frac{4096}{49}$.

δὲ AB, δὲ Δ^{Y} *Ba*. 11 θέλωμεν A. 13 δὴ scripsi, δὲ AB. τὸν $\dot{M}\bar{\theta}$ *Ba*. 18 ἔστω τοῖς κύβοις $\bar{\eta}$ *Ba*.

ζ.

Κύβῳ καὶ τετραγώνῳ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν τετράγωνον καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος ὁ $\alpha^{o\varsigma}$, *ὁ δὲ τετράγωνος ὁ* $\beta^{o\varsigma}$, *ὁ δὲ προστιθέμενος αὐτοῖς τετράγωνος ὁ* $\gamma^{o\varsigma}$.

Καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν προστιθέμενον $\square^{ov}$ *τὸν* γ^{ov} *τῷ* $\square^{\omega}$ *τῷ* β^{ω} *ποιεῖν κύβον, ποιείτω κύβον τὸν* α^{ov}· *ὥστε ὁ* $\alpha^{o\varsigma}$ *ὑπερέχει τοῦ* β^{ou} *τῷ* γ^{ω}, *τουτέστι* $\square^{\omega}$· *ὁ γὰρ* $\gamma^{o\varsigma}$ *ἐστὶ* $\square^{o\varsigma}$. *οἵους δὴ ἂν ἐκθῶμαι δύο ἀριθμούς, οἱ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνοι προσλαβόντες τὸν δὶς ὑπ' αὐτῶν ἢ λείψαντες ποιοῦσι τετράγωνον. ὀφείλω οὖν, ἐκθέμενος δύο ἀριθμούς, τοὺς μὲν ἀπ' αὐτῶν τάσσειν τὸν* α^{ov}, *ἐπεὶ ὁ* $\alpha^{o\varsigma}$ *τοῖς δυσὶ τετραγώνοις ἴσος ἐστί, τῷ ζητουμένῳ καὶ τῷ προστιθεμένῳ, τῷ* γ^{ω} *καὶ τῷ* β^{ω} *τετράγωνοις, τὸν δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν τὸν* γ^{ov}· *καὶ ἔστιν* ⟨*ὁ*⟩ $\gamma^{o\varsigma}$ $\square^{o\varsigma}$, *ὥστε καὶ ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ἐστι* $\square^{o\varsigma}$.

Τετάχθω ὁ μὲν ς $\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* ς $\bar{\beta}$, *ἵνα ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ᾖ* $\square^{o\varsigma}$· *λαβὼν οὖν τοὺς ἀπ' αὐτῶν* $\square^{ous}$, *τάσσω τὸν* α^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$· *τὸν δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, τὸν* γ^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\delta}$. *λοιπὸν ἄρα ἔσται τὸν* β^{ov} *εἶναι* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· *μετὰ γὰρ τοῦ* γ^{ou} *ἴσος ἐστὶ τῷ* α^{ω}. *λοιπόν ἐστι τὸν* α^{ov} *ποιεῖν κύβον.*

Δ^{Y} *ἄρα* $\bar{\varepsilon}$ *ἴσαι* $K^{Y}\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς⟨$\overset{\circ}{M}$⟩ $\bar{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\rho}\bar{\kappa\varepsilon}$, *ὁ δὲ τετράγωνος ὁ* $\beta^{o\varsigma}$ ⟨$\overset{\circ}{M}$⟩ $\overline{\kappa\varepsilon}$, *ὁ δὲ προστιθέμενος τετράγωνος ὁ* $\gamma^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\rho}$· *καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις.*

---

3 *τὰ* A*Ba*, *τὰς* B. 8 *ὑπερέχῃ Ba*. 9 *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 10/11 *ἢ λείψαντες*] *ἀριθμὸν* ⋔ AB, om. *Ba*. 14/15 *τετράγωνος* A, *τετραγώνῳ* B, om. *Ba*. 15 *καὶ* om. *Ba*, *ἀριθμὸν* B, compendium pro *ἀριθμὸν* A. *ἔστι* B, *ἐστὶ δὲ Ba*. *ὁ* suppl. *Ba*. 20 *μετὰ* . . . . . *τῷ* α^{ω} (21) om. B, non *Ba*. *τοῦ τρίτου Ba*, *τοὺς τρεῖς* A. 22 et 24 $\overset{\circ}{M}$ supplevi.

VII.

Cubo et quadrato addere eundem quadratum et 7
inverso ordine facere quadratum et cubum.

Sit cubus X_1, quadratus X_2, et addendus illis quadratus X_3.

Quoniam volo quadratum X_3, si additur quadrato X_2, facere cubum, cubum faciat X_1; ita $X_1 - X_2 = X_3$, hoc est quadrato; nam X_3 est quadratus.

Quoscumque duos numeros exponam, summa quadratorum ab ipsis, sive plus sive minus duplo producto, facit □.

Debeo igitur, duos numeros sumens, ponere X_1 esse summam quadratorum ab ipsis (quoniam X_1 aequalis est summae duorum quadratorum, nempe quaesiti et addendi, $X_2 + X_3$) et X_3 esse duplum productum. At X_3 est □; ergo duplus productus est □.

Ponatur igitur alter $= x$, alter $= 2x$, ut duplus productus sit □. Sumens quadratorum summam, pono $X_1 = 5x^2$; duplum vero productum, pono $X_3 = 4x^2$.

Subtrahendo, X_2 erit x^2; nam $X_2 + X_3 = X_1$.

Linquitur X_1 facere cubum. Ergo

$$5x^2 = x^3 \quad \text{et fit} \quad x = 5.$$

Ad positiones. Erit cubus $X_1 = 125$, quadratus $X_2 = 25$, et addendus quadratus $X_3 = 100$; est probatio evidens.

Ἄλλως.

Ἔστω κύβος ὁ $\alpha^{o\varsigma}$, *ὁ δὲ τετράγωνος ὁ* $\beta^{o\varsigma}$, *ὁ δὲ προστιθέμενος τετράγωνος ὁ* $\gamma^{o\varsigma}$.

Ἐπεὶ οὖν θέλω τὸν προστιθέμενον $\square^{ov}$ *προστεθέντα τῷ* β^{φ} *τουτέστι* $\square^{\varphi}$ *ποιεῖν κύβον, ποιείτω τὸν* α^{ov}· *ἐπεὶ δὲ πάλιν τὸν* α^{ov} *συντεθέντα τῷ* γ^{φ} *ποιεῖν* $\square^{ov}$, *ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο* $\square^{ovς}$ *ὧν ἡ σύνθεσις μετὰ ἑνὸς αὐτῶν ποιεῖ* $\square^{ov}$, [*διὰ τοῦτο δή, ἐπεὶ οἱ δύο* $\square^{oι}$, *ὅ τε προστιθέμενος τῷ* β^{φ} *καὶ ὁ* $\beta^{o\varsigma}$ *ποιοῦσι κύβον τουτέστι τὸν* α^{ov}].

τετάχθωσαν οἱ δύο $\square^{oι}$, *ὁ μὲν* $\alpha^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$· *καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν μετὰ ἑνὸς αὐτῶν γί.* $\Delta^{Y}\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi}$, *τῷ ἀπὸ* π^{λ}· $\varsigma\bar{\beta} \wedge \mathring{M}\bar{\beta}$· *γίνεται ὁ* $\square^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ $\langle\mathring{M}\bar{\delta}\rangle \wedge \varsigma\bar{\eta}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς $\mathring{M}\bar{\delta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\overline{\iota\varsigma}$.

Νῦν τάξον τὸν μὲν προστιθέμενον αὐτοῖς $\square^{ov}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma}$, *τὸν δὲ* β^{ov} $\Delta^{Y}\bar{\delta}$· *ὁ ἄρα* $\alpha^{o\varsigma}$ *ἔσται* $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$· *θέλομεν γὰρ συναμφοτέρῳ εἶναι αὐτὸν ἴσον. λοιπὸν δεῖ* $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$ *ἴσας εἶναι* $K^{Y}\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται ὁ* ς $\mathring{M}\bar{\kappa}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $,\bar{\eta}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ $,\overline{\alpha\chi}$, *ὁ δὲ προστιθέμενος* $,\overline{\varsigma\upsilon}$· *τοῦτο δὲ ἀπειραχῶς δείκνυται.*

η.

Κύβῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ αὐτά.

---

1 *Ἄλλως* om. *Ba*. 5 *τουτέστιν* A. *ποιείτω Ba*, *ποιεῖ* AB. 6 *πάλιν*] *Ba* add. *θέλω*. 8 *ποιῇ Ba*. *δὴ* scripsi, *δὲ* AB. 8—10 *διὰ τοῦτο . . . τὸν* α^{ov}] interpolata censeo. 9 *ποιῶσι Ba*, *ποιεῖ* AB. 12 *γίνεται* A*Ba*, *γίνονται* B. 14 $\mathring{M}\bar{\delta}$ suppl. *Ba*. $\mathring{M}$ om. *Ba*. 16 *τάξον*] *τάσσω Ba*.

Aliter.

Sit cubus X_1, quadratus X_2 et addendus quadratus X_3. 8

Quoniam volo addendum quadratum, addito X_2 hoc est $\square$, facere cubum, faciat X_1; quoniam rursus $X_1 + X_3$ facit $\square$, deductum est problema ad inveniendum duos quadratos, quorum summa plus altero ipsorum faciat $\square$.

Ponantur quadrati duo, primus $= x^2$, secundus $= 4$. Horum summa plus altero ipsorum fit $2x^2 + 4 = \square$. Esto a radice $2x - 2$; fit $\square = 4x^2 + 4 - 8x$ et $x = 4$.

Ad positiones; erit alter $= 4$, alter $= 16$.

Nunc pone addendum quadratum $= 16x^2$, et $X_2 = 4x^2$, ergo $X_1 = 20x^2$; volumus enim

$$X_1 = X_2 + X_3.$$

Reliquum oportet

$$20x^2 = x^3, \quad \text{et fit} \quad x = 20.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 8000, \quad X_2 = 1600, \quad \text{et addendus} = 6400.$$

Hoc autem infinitis modis solvi monstratum est.

VIII.

Cubo et radici addere eundem numerum et facere 9 cubum et radicem.

---

17 θέλωμεν A. 18 ἴσον A*Ba*, om. B. δεῖ $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$ A*Ba*, $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$ δεῖ B. 23 κύβον καὶ πλευρὰν AB, corr. *Ba*.

Ἔστω ὁ προστιθέμενος ς ᾱ, ἡ δὲ τοῦ κύβου πλευρὰ ς ὁσωνδήποτε· ἔστω ς β̄, ὁ ἄρα κύβος ἐστὶ K^{Y} η̄.

Ἐὰν ἄρα ς ᾱ προστεθῇ ς β̄, γίνονται ς γ̄· ἐὰν δὲ τοῖς K^{Y} η̄, γί. K^{Y} η̄ ς ᾱ· ταῦτα ἴσα K^{Y} κ̄ζ̄. ἀφῃρήσθω-
5 σαν οἱ K^{Y} η̄· λοιπὸν ἄρα K^{Y} ιθ̄ ἴσοι ς ᾱ. πάντα παρὰ ς. Δ^{Y} ἄρα ιθ̄ ἴσ. $\overset{\circ}{M}$ ᾱ.

Καὶ ἔστιν ἡ μία $\overset{\circ}{M}$ $\square^{\circ\varsigma}$· εἰ δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῶν ιθ̄ Δ^{Y} ἡ $\square^{\circ\varsigma}$, λέλυτο ἂν ἡ ἰσότης· ἀλλὰ αἱ Δ^{Y} ιθ̄ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν ἧς ὑπερέχουσι K^{Y} κ̄ζ̄ K^{Y} η̄, καὶ οἱ
10 μὲν K^{Y} κ̄ζ̄ ἀπὸ ς γ̄ κύβος εἰσίν, οἱ δὲ K^{Y} η̄ ἀπὸ ς β̄ κύβος ἐστίν· ὥστε τὰ ιθ̄ γέγονεν ἐκ τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ ἀπὸ ς γ̄ κύβος τοῦ ἀπὸ ς β̄ κύβου. ἀλλ' οἱ μὲν ς β̄ τῆς ὑποθέσεως εἰσίν, οἱ δὲ γ̄ ἀεὶ μονάδι μείζονες τοῦ τυχόντος πλήθους τῶν τῆς πλευρᾶς $\varsigma^{\omega\nu}$·
15 ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς $\overset{\circ}{M}$ ᾱ ἀλλήλων ὑπερέχοντας, ἵνα ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ μὲν ς ᾱ, ὁ δὲ ς ᾱ $\overset{\circ}{M}$ ᾱ, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ἐστὶ Δ^{Y} γ̄ ς γ̄ $\overset{\circ}{M}$ ᾱ· ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$
20 τῷ ἀπὸ π^{λ} $\overset{\circ}{M}$ ᾱ ⋔ ς β̄. γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}$ ζ̄· ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν ζ̄, ὁ δὲ η̄.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν μὲν προστιθέμενον ς ᾱ, τὴν δὲ τοῦ κύβου πλευρὰν ς ζ̄· ὁ ἄρα κύβος ἔσται K^{Y} τμγ̄, καὶ ὁ ς προστεθεὶς ἑκατέρῳ
25 αὐτῶν ποιεῖ ὃν μὲν ς η̄, ὃν δὲ K^{Y} τμγ̄ ς ᾱ· θέλομεν οὖν ταῦτα εἶναι κύβον πλευρὰν ἔχοντα ς η̄.

---

2 ἐστὶν A. 4 γί. A, γίνονται B, γίνεται *Ba*. 6 ιθ̄ om. A. 7 ἔστι *Ba*. 8 ἀλλ' αἱ *Ba*. 11 ἐστί *Ba*. 14 τῆς πλευρᾶς scripsi, τε π̄ AB, τεθέντων *Ba*. 15 μονάδι μιᾷ *Ba*, μονάδος μιᾶς AB. 17 ποιῇ *Ba*, ποιεῖ AB. 19 ᾱ

Esto addendus $= x$; cubi radix sit x cum quolibet coefficiente; esto $= 2x$; cubus igitur est $8x^3$.

Si x additur $2x$, fit $3x$; si $8x^3$, fit $8x^3 + x$. Ista aequentur $27x^3$. Subtrahantur $8x^3$; reliquum igitur

$$19x^3 = x.$$

Omnia per x; ergo

$$19x^2 = 1.$$

At 1 est □; si 19 coefficiens x^2 foret □, soluta esset aequatio. Sed $19x^2$ ex differentia provenit $(27x^3 - 8x^3)$; $27x^3$ est cubus a $3x$; et $8x^3$ cubus a $2x$; ita 19 ex differentia provenit cubi a $3x$ et cubi a $2x$.

Sed $2x$ ex hypothesi est; coefficiens autem 3 unitate maior est quam coefficiens x (in positione) radicis. Deductum est igitur problema ad inveniendum duos numeros quorum differentia sit unitas et differentia cuborum ab ipsis faciat quadratum.

Sit alter $= x$, alter $= x + 1$; differentia cuborum ab ipsis est $3x^2 + 3x + 1$.

Ista aequentur □ a radice $1 - 2x$; fit $x = 7$.

Ad positiones, alter erit 7, alter 8.

Redeo nunc ad primitivum problema et pono addendum $= x$, cubique radicem $= 7x$; cubus erit $343x^3$. Additus x utrique alterum facit $8x$, alterum

$$343x^3 + x,$$

quae volumus esse cubum habentem radicem $8x$.

---

om. A (et B in lacuna), suppl. *Ba*. 20 τῷ om. *Ba*. Ante γίνεται *Ba* add. καὶ. 25 θέλωμεν A.

K^{Y} ἄρα $\overline{\varphi\iota\beta}$ ἴσοι K^{Y} $\overline{\tau\mu\gamma}$ ϛ $\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ ἑνὸς ⟨$\iota\gamma^{ου}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{\beta\rho\,\iota\zeta}{\overline{\tau\mu\gamma}}$, ἡ δὲ πλευρὰ $\overset{\iota\gamma}{\overline{\zeta}}$, ὁ δὲ προστιθέμενος ἑνός.

ϑ.

Κύβῳ καὶ πλευρᾷ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ.

Ἔστω ὁ μὲν κύβος K^{Y} κυβικῶν ὁσωνδήποτε· ἔστω δὴ $\bar{\eta}$· ἡ ἄρα πλευρὰ αὐτοῦ ἔσται ϛ $\bar{\beta}$· ⟨ὁ δὲ προστιθέμενος, ἵνα τὴν πλευρὰν ποιῇ κύβον, K^{Y} κυβικῶν ⋔ ϛ $\bar{\beta}$⟩, τουτέστι τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου, K^{Y} $\overline{\kappa\zeta}$ ⋔ ϛ $\bar{\beta}$.

καὶ ἐὰν μὲν τοῖς ϛ $\bar{\beta}$ προστεθῶσι, ποιοῦσι K^{Y} $\overline{\kappa\zeta}$, καὶ ἔστιν ὁ κύβος ἀπὸ πλευρὰς ϛ $\bar{\gamma}$· ἐὰν δὲ τοῖς K^{Y} $\bar{\eta}$, ποιοῦσι K^{Y} $\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋔ ϛ $\bar{\beta}$.

θέλομεν δὴ ταῦτα πλευρὰν εἶναι κυβικὴν τῶν γενομένων K^{Y} $\overline{\kappa\zeta}$, τουτέστι ϛ $\bar{\gamma}$· K^{Y} ἄρα $\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋔ ϛ $\bar{\beta}$ ἴσοι ϛ $\bar{\gamma}$· καὶ γίνονται ϛ $\bar{\varepsilon}$ ἴσοι K^{Y} $\overline{\lambda\varepsilon}$· καὶ πάντα παρὰ ϛ· Δ^{Y} ἄρα $\overline{\lambda\varepsilon}$ ἴσαι $\dot{M}$ $\bar{\varepsilon}$.

καὶ γίνεται ὁ ϛ οὐ ῥητὸς τῷ μὴ τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχειν □^{ου} ἀριθμοῦ πρὸς □^{ον} ἀριθμόν· ἀλλ' αἱ μὲν Δ^{Y} $\overline{\lambda\varepsilon}$ σύνθεσίς ἐστι δύο κύβων, τοῦ τε $\overline{\kappa\zeta}$ καὶ τοῦ $\bar{\eta}$, αἱ δὲ $\dot{M}$ $\bar{\varepsilon}$ ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν πλευρῶν αὐτῶν· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους οἳ

---

2 ἑνὸς $\iota\gamma^{ου}$] $\bar{\alpha}$ AB. 6 κύβον καὶ πλευρὰν AB, corr. *Ba*. 8 K^{Y}] κύβων *Ba*, κύβων δύο AB. 9 δὴ] δὲ A*Ba* (B legi nequit). $\bar{\tau}$ K^{Y} *Ba*. 9/10 ὁ δὲ προστιθέμενος tantum suppl. *Auria*, τετάχθω δὲ ὁ προστιθέμενος κύβων κυβικῶν ὅσων δήποτε λειψάντων τὴν τοῦ πρώτου κύβου πλευρὰν ἔστω δὴ (omisso τουτέστι τῶν τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου) *Ba*; alia tentavi.

Ergo

$$512x^3 = 343x^3 + x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{13}.$$

Ad positiones.

Erit cubus $= \frac{343}{2197}$, radix $= \frac{7}{13}$, addendus $= \frac{1}{13}$.

IX.

Cubo et radici addere eundem numerum et inverso ordine facere radicem et cubum. 10

Sit cubus x^3 cum quolibet coefficiente cubico, esto 8; ergo radix erit $2x$. ⟨Addendus autem, ut radicem faciat cubum, sit $= x^3$ cum coefficiente cubico, minus $2x$⟩, hoc est minus radice cubi; esto

$$27x^3 - 2x.$$

Iste, si additur $2x$, facit $27x^3$, cubum a radice $3x$. Si additur $8x^3$, facit $35x^3 - 2x$, quae volumus esse radicem cubicam e conflato $27x^3$, hoc est $3x$. Ergo

$$35x^3 - 2x = 3x, \quad \text{et fit} \quad 5x = 35x^3.$$

Omnia per x. Ergo

$$35x^2 = 5.$$

Fit x irrationalis quia coefficiens ad coefficientem non habet rationem quadrati numeri ad quadratum numerum. Sed 35 coefficiens x^2 est summa duorum cuborum (27 + 8), et 5 coefficiens unitatis est summa radicum eorundem cuborum. Deductum est igitur problema ad inveniendum duos cubos quorum summa

---

11 τῶν] τοῦ AB. K^Y om. AB, habet *Ba*. 12 $\overline{\kappa\zeta}$ *Ba*, $\overline{\kappa\varsigma}$ AB. 20 □ου ἀριθμοῦ] ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς *Ba*. 21 ἐστι AB, εἰσι *Ba*.

συντεθέντες πρὸς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας λόγον ἕξουσιν ὃν $\square^{os}$ *ἀριθμὸς πρὸς* $\square^{ov}$ *ἀριθμόν.*

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν συντεθεῖσαι $\dot{M}$ *ὁσαιδήποτε· ἔστωσαν δὴ* $\bar{\beta}$*· καὶ τετάχθω ἡ μὲν τοῦ* α^{ou} *κύβου πλευρὰ* $\varsigma\,\bar{\alpha}$*, ἡ ἄρα τοῦ ἑτέρου ἔσται* $\dot{M}\,\bar{\beta} \wedge \varsigma\,\bar{\alpha}$*· καὶ οἱ αὐτῶν κύβοι συντεθέντες ποιοῦσι* $\Delta^{Y}\,\bar{\varsigma}\,\dot{M}\,\bar{\eta} \wedge \varsigma\,\overline{\iota\beta}$*.*

θέλομεν οὖν ταῦτα πρὸς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας, τουτέστι πρὸς $\dot{M}\,\bar{\beta}$*, λόγον ἔχειν ὃν* $\square^{os}$ *ἀριθμὸς πρὸς* $\langle\square^{ov}\rangle$ *ἀριθμόν. καί εἰσι* $\bar{\beta}\,\dot{M}$ *διπλάσιαι* $\square^{ou}$*· ὥστε καὶ* $\Delta^{Y}\,\bar{\varsigma}\,\dot{M}\,\bar{\eta} \wedge \varsigma\,\overline{\iota\beta}$ *διπλάσιαί εἰσι* $\square^{ou}$*· τὸ ἄρα* $\angle'$ *αὐτῶν ἴσον* $\square^{\omega}$*, τουτέστι*

$\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}\,\dot{M}\,\bar{\delta} \wedge \varsigma\,\bar{\varsigma}$ *ἴσαι γίνονται τῷ ἀπὸ* $\dot{M}\,\bar{\beta} \wedge \varsigma\,\bar{\delta}$*.*

καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\iota\gamma}{\bar{\iota}}$*· ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν* $\overset{\iota\gamma}{\bar{\iota}}$*, ἡ δὲ* $\overset{\iota\gamma}{\bar{\iota}\varsigma}$*. αἴρω τὰ* $\iota\gamma^{\alpha}$*, καὶ τὸ* $\angle'$*· αὐτῶν οὖν τῶν κύβων αἱ πλευραὶ ἡ μὲν* $\bar{\varepsilon}$*, ἡ δὲ* $\bar{\eta}$*.*

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὴν τοῦ κύβου πλευρὰν $\varsigma\,\bar{\varepsilon}$*· ὁ ἄρα κύβος ἔσται* $K^{Y}\,\overline{\rho\kappa\varepsilon}$*, ὁ δὲ προστιθέμενος, κύβος ἀπὸ τοῦ* $\bar{\eta}$*, τουτέστι* $K^{Y}\,\overline{\varphi\iota\beta} \wedge \varsigma\,\bar{\varepsilon}$*, καὶ προστεθεὶς* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}$*, ποιεῖ κύβον, τοῖς δὲ* $\overline{\rho\kappa\varepsilon}\,K^{Y}$ *προστεθεὶς ποιεῖ* $K^{Y}\,\overline{\chi\lambda\zeta} \wedge \varsigma\,\bar{\varepsilon}$*· θέλομεν οὖν ταῦτα κυβικὴν εἶναι* π^{λ}*.* $K^{Y}\,\overline{\varphi\iota\beta}$*.*

ς ἄρα $\bar{\eta}$ *ἴσοι εἰσὶ* $K^{Y}\,\overline{\chi\lambda\zeta} \wedge \varsigma\,\bar{\varepsilon}$*, καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς* $\langle\zeta^{ou}\rangle$*.*

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν κύβος $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{\rho\kappa\varepsilon}}$*, ὁ δὲ πλευρὰ* $\overset{\zeta}{\bar{\varepsilon}}$*, ὁ δὲ προστιθέμενος ἀριθμὸς* $\overset{\tau\mu\gamma}{\overline{\sigma\xi\zeta}}$*.*

4 δὴ] δὲ AB. 6 $\overline{\iota\beta}$] $\bar{\alpha}$ B_1. 9 τετράγωνον suppl. *Ba*. εἰσιν A. τετραγώνου *Ba*, τετραγώνῳ AB. 13 ς *Ba*, β′ A, δεύτερος B. 14 οὖν AB, λαμβάνω, γίνονται *Ba*. 18 ἀπὸ

ad summam radicum ex ipsis rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Sit summa radicum quilibet numerus unitatum; esto 2.

Ponatur primi cubi radix $= x$; alterius radix erit $2 - x$, et summa cuborum facit $6x^2 + 8 - 12x$, quae volumus ad summam radicum, hoc est 2, rationem habere quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sed 2 est duplus quadrati; ergo

$$6x^2 + 8 - 12x$$

est 2^{plum} $\square^1$; dimidium igitur est $\square$, scilicet

$$3x^2 + 4 - 6x = \square: \text{ a radice } (2 - 4x),$$

et fit $x = \frac{10}{13}$.

Ad positiones; altera radix erit $\frac{10}{13}$, altera $\frac{16}{13}$; tollo (denominatorem) 13 et dimidia sumo. Erunt cuborum radices altera 5, altera 8.

Redeo ad primitivum problema et pono cubi radicem $= 5x$; erit ergo cubus $= 125x^3$; addendus sit, nempe ex cubo ab 8, $512x^3 - 5x$. Si additur $5x$, facit cubum; si $125x^3$, facit $637x^3 - 5x$, quae volumus esse radicem cubicam ex $512x^3$. Ergo

$$8x = 637x^3 - 5x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{7}.$$

Ad positiones. Erit cubus $\frac{125}{343}$, radix $\frac{5}{7}$, et addendus numerus $\frac{267}{343}$.

τοῦ $\bar{\eta}$] *ἀπὸ τῶν* $\bar{\eta}$ ς *λείψει τῆς πλευρᾶς τοῦ πρώτου κύβου Ba.* 19 K^Y $\overline{\varrho\kappa\varepsilon}$ *Ba.* 19/20 *προστεθεὶς* om. *Ba*, *κύβος* add. AB_1. 20 *κυβικὴν*] K^Y A, *κύβους* B, om. *Ba.* 23 *ἑνὸς* $\zeta^{ου}$] $\bar{\alpha}$ AB_1.

ι.

Εὑρεῖν δύο κύβους ἴσους ταῖς ἰδίαις πλευραῖς.

Ἔστωσαν δὴ αἱ πλευραὶ τῶν κύβων ἐν ς, ἡ μὲν ς $\bar{\beta}$, ἡ δὲ ς $\bar{\gamma}$· οἱ ἄρα κύβοι συντεθέντες ποιήσουσι K^{Y} $\overline{\lambda\epsilon}$ ἴσους ταῖς πλευραῖς, τουτέστιν ς $\bar{\epsilon}$· καὶ πάντα παρὰ ς.

Δ^{Y} ἄρα $\overline{\lambda\epsilon}$ ἴσαι $M\bar{\epsilon}$· καὶ γίνεται ὁ ς οὐ ῥητός.

ἀλλ' αἱ Δ^{Y} $\overline{\lambda\epsilon}$ σύνθεσίς εἰσι κύβων δύο, τοῦ τε $\bar{\eta}$ καὶ τοῦ $\overline{\kappa\zeta}$, αἱ δὲ $\dot{M}\bar{\epsilon}$ συντεθεισῶν τῶν πλευρῶν αὐτῶν· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν κύβους δύο, οἳ συντεθέντες καὶ μερισθέντες εἰς τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας, ποιοῦσι τὴν παραβολὴν τετράγωνον.

Τοῦτο δὲ προεδείχθη, καί εἰσιν αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ς $\bar{\eta}$, ἡ δὲ ς $\bar{\epsilon}$· ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὰς πλευρὰς τῶν κύβων, ἣν μὲν ς $\bar{\eta}$, ἣν δὲ ς $^{-}$· καὶ οἱ κύβοι συντεθέντες γίνονται K^{Y} $\overline{\chi\lambda\zeta}$. ταῦτα ἴσα ταῖς πλευραῖς, τουτέστιν ς $\overline{\iota\gamma}$, καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$\zeta^{ου}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ἡ μὲν τοῦ $\alpha^{ου}$ κύβου π^{λ}· $\bar{\epsilon}$, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου $\bar{\eta}$· αὐτοὶ δὲ οἱ κύβοι, ὃς μὲν $\overline{\rho\kappa\epsilon}^{\tau\mu\gamma}$, ὃς δὲ $\overline{\varphi\iota\beta}^{\tau\mu\gamma}$.

ια.

Εὑρεῖν δύο κύβους ὧν ἡ ὑπεροχὴ ἴση ἔσται τῇ τῶν πλευρῶν αὐτῶν ὑπεροχῇ.

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν ἡ μὲν ς $\bar{\beta}$, ἡ δὲ ς $\bar{\gamma}$· καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων K^{Y} $\overline{\iota\vartheta}$, ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν πλευρῶν ς $\bar{\alpha}$. ς ἄρα $\bar{\alpha}$ ἴσος K^{Y} $\overline{\iota\vartheta}$.

---

5 τουτέστι *Ba*. 9 αἱ δὲ $\dot{M}\bar{\epsilon}$] αἱ δὲ $\Delta^{Y}\bar{\epsilon}$ AB, οἱ δὲ ς $\bar{\epsilon}$ *Ba*. 12 συντεθείσας om. *Ba*. ποιῶσι *Ba*. 18 ἑνὸς $\zeta^{ου}$] $\bar{\alpha}$ AB_1. 23 κύβους δύο B_1. 25 ἔστωσαν αἱ πλευραὶ αὐτῶν om. B_1.

X.

Invenire duos cubos quorum summa summae radicum ipsorum aequalis sit. 11

Sint cuborum radices in x, altera $2x$, altera $3x$.

Ergo summa cuborum faciet $35x$, aequales summae radicum, hoc est $5x$. Omnia per x; ergo

$$35x^2 = 5.$$

Fit x irrationalis; sed 35, coefficiens x^2, est summa cuborum duorum $(8 + 27)$, et 5 summa radicum. Deductus sum igitur ad inveniendum cubos duos quorum summa, per summam radicum divisa, quotientem faciat quadratum.

Hoc autem supra demonstratum est[1]) et sunt cuborum radices, altera $8x$, altera $5x$. Redeo igitur ad primitivum problema et pono radices cuborum, alteram $8x$, alteram $5x$; summa cuborum fit $637x^3$, quae aequantur summae radicum, hoc est $13x$, et fit $x = \frac{1}{7}$.

Ad positiones. Erit primi cubi radix $\frac{5}{7}$, alterius $\frac{8}{7}$; et cubi ipsi, alter $\frac{125}{343}$, alter $\frac{512}{343}$.

XI.

Invenire duos cubos quorum differentia differentiae radicum ipsorum aequalis sit. 12

Sint horum radices $2x$ et $3x$; est cuborum differentia $19x^3$, et radicum differentia x. Ergo

$$x = 19x^3.$$

1) In problemate praecedente.

Καὶ γίνεται ὁ ς οὐ ῥητὸς τῷ μὴ ἔχειν τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον □ου πρὸς □ον· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους ὅπως ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τῶν πλευρῶν αὐτῶν λόγον ἔχῃ ὃν □ος ⟨ἀριθμὸς⟩ πρὸς □ον ἀριθμόν.

Ἔστωσαν αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ς ᾱ, ἡ δὲ ς ᾱ M̊ ᾱ, ἵνα καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ᾖ □ος τουτέστι M̊ ᾱ· καὶ ἐπεί ἐστι τοῦ μὲν πλ. ς ᾱ, τοῦ δὲ M̊ ᾱ καὶ ς ᾱ, ἔσται ἄρα ἡ ὑπεροχὴ τῶν πλευρῶν M̊ ᾱ, ⟨ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν κύβων Δ^Υ γ̄ ς γ̄ M̊ ᾱ⟩. θέλομεν οὖν Δ^Υ γ̄ ς γ̄ M̊ ᾱ πρὸς τὴν M̊ ᾱ, τὴν ὑπεροχὴν τῶν πλευρῶν, λόγον ἔχειν ὃν □ος ἀριθμὸς πρὸς □ον ἀριθμόν· τὸν ἄρα ὑπ' αὐτῶν δεῖ εἶναι □ον· ἔστι δὲ ὁ ὑπ' αὐτῶν Δ^Υ γ̄ ς γ̄ M̊ ᾱ. ταῦτα ἴσα □ῳ τῷ ἀπὸ πλ. M̊ ᾱ ⋔ ς β̄· καὶ γίνεται ὁ ς M̊ ζ̄. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσονται αἱ πλευραὶ ἡ μὲν ζ̄, ἡ δὲ η̄.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὰς πλ. τῶν κύβων, ἣν μὲν ς ζ̄, ἣν δὲ ς η̄· καὶ ἡ μὲν τούτων ὑπεροχή ἐστιν ς ᾱ, ἡ δὲ τῶν ἀπ' αὐτῶν κύβων ὑπεροχὴ K^Υ ρξθ̄.

K^Υ ἄρα ρξθ̄ ἴσοι ς ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨ιγου⟩. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσονται αἱ πλευραὶ τῶν κύβων, ἡ μὲν ζ̄, ἡ δὲ η̄.

ιβ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος κύβος προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ἀριθμὸν ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κύβῳ προσλαβόντι τὸν μείζονα ἀριθμόν.

---

2 □ου] ὃν τετράγωνος *Ba.* 5 ἀριθμὸς supplevi. ἀριθμὸν om. *Ba.* 8 ἐστιν A. M̊ ᾱ καὶ ς ᾱ] ς ᾱ M̊ ᾱ *Ba.* 9/10 Supplementum ex *Auria* desumpsi, τῶν δὲ κύβων Δ^Υ γ̄ ς γ̄ M̊ ᾱ *Ba.* 12 πρὸς τὸν τετράγωνον B_1. 13 ἔστιν A.

Fit x irrationalis quia species ad speciem rationem non habet quadrati ad quadratum; deductus sum igitur ad inveniendum duos cubos quorum differentia ad differentiam radicum rationem habeat quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sint cuborum radices, altera x, altera $x + 1$, ut illarum differentia sit $\square$, scilicet 1. Quoniam alterius radix est x, alterius $x + 1$, radicum differentia erit 1 ⟨et cuborum differentia $3x^2 + 3x + 1$⟩. Volumus igitur $3x^2 + 3x + 1$ ad 1 (differentiam radicum) rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum; ergo productum oportet esse $\square$. Productus autem est $3x^2 + 3x + 1$; ista aequentur $\square$ a radice $1 - 2x$, et fit $x = 7$. Ad positiones. Erit radicum altera 7, altera 8.

Redeo ad primitivum problema et pono cuborum radices: alteram $7x$, alteram $8x$. Illarum differentia est x, et cuborum differentia $169x^3$. Ergo

$$169x^3 = x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{13}.$$

Ad positiones. Erunt cuborum radices, altera $\frac{7}{13}$, altera $\frac{8}{13}$.

XII.

Invenire duos numeros tales ut maioris cubus plus 13
minore numero aequalis sit minoris cubo plus maiore numero.

---

15 ἔσονται scripsi, ὧν A, ὧν B, εἰσὶ οἱ κύβοι, ὃς μὲν $\overline{\tau\mu\gamma}$, ὃς δὲ $\overline{\varphi\iota\beta}$, ὧν *Ba* (pro ἔσονται αἱ πλευραὶ *Auria* coniicit ἔσται τῶν πλευρῶν). 19 κύβων *Ba*, $K^Y K^Y$ A, κυβοκύβων B. 21 K^Y ἄρα $\overline{\rho\xi\theta}$ om. B_1. ἑνὸς ιγ^{ου}] ᾱ AB_1. 26 ἐλάττ. B_1 (item 27). 27 κύβου B_1.

Ἔστω ὁ μὲν ς $\bar{\beta}$, ὁ δὲ ς $\bar{\gamma}$. καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀριθμοῦ κύβος προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα ποιεῖ K^{Y} $\overline{\kappa\zeta}$ ς $\bar{\beta}$, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος κύβος προσλαβὼν τὸν μείζονα ποιεῖ K^{Y} $\bar{\eta}$ ς $\bar{\gamma}$.

5 K^{Y} ἄρα $\bar{\eta}$ ς $\bar{\gamma}$ ἴσοι εἰσὶ K^{Y} $\overline{\kappa\zeta}$ ς $\bar{\beta}$. καὶ πάντα παρὰ ς. καὶ γίνονται Δ^{Y} $\overline{\iota\vartheta}$ ἴσαι $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ ὁ ς οὐ ῥητός.

ἀλλὰ αἱ μὲν Δ^{Y} $\overline{\iota\vartheta}$ δύο εἰσὶ κύβων ὑπεροχή, ἡ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ τῶν πλευρῶν αὐτῶν ἐστιν ὑπεροχή. ἀπῆκται οὖν 10 μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο κύβους ὧν ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν πρὸς τὴν τῶν πλευρῶν αὐτῶν ὑπεροχὴν λόγον ἔχει ὃν $\square^{ος}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ον}$ ἀριθμόν.

Τοῦτο δὲ προεδείχθη, καί εἰσιν αἱ π^{λ} τῶν κύβων, ἡ μὲν $\bar{\zeta}$, ἡ δὲ $\bar{\eta}$. ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ 15 τάσσω ὃν μὲν ς $\bar{\zeta}$, ὃν δὲ ς $\bar{\eta}$. καὶ γίνονται K^{Y} $\overline{\tau\mu\gamma}$ ς $\bar{\eta}$ ἴσοι K^{Y} $\overline{\varphi\iota\beta}$ ς $\bar{\zeta}$, καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$\iota\gamma^{ου}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\bar{\zeta}$, ὁ δὲ $\bar{\eta}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

ιγ.

20 Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν καὶ συναμφότερος καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν, μετὰ μονάδος μιᾶς, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἀφέλω $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἕξω $\alpha^{ον}$·

---

2 ἀριθμοῦ om. *Ba*. $\overline{\kappa\zeta}$ *Ba*, K^{Y} A, κύβου B. 4 ποιεῖ *Ba*, ποιείτω AB. 5/6 καὶ πάντα παρὰ ς om. B_1. 8 ἀλλ' αἱ *Ba*. εἰσὶ δύο *Ba*. 9 ἐστι *Ba*. 10 αὐτῶν om. *Ba*. 15 γίνεται *Ba*. 16 ἑνὸς $\iota\gamma^{ου}$] $\bar{\alpha}$ AB_1. 20/21 καὶ συναμφότερος *Ba*, καὶ ὁ συναμφότερος *Auria*, ἀριθμὸν συναμφότερον AB. 22 ποιεῖ B_1. 23 ἀπὸ] ἐκ B_1.

πλάσσω τινὰ □ᵒᵛ ἀπὸ ς ὁσωνδήποτε καὶ Μ̊ α̅· καὶ ἔστω ς γ̅ Μ̊ α̅. αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □ᵒˢ, Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅ Μ̊ α̅, καὶ ἐὰν ἀφέλω τὴν Μ̊ α̅, τάσσω τὸν αᵒᵛ Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅.

πάλιν ἐπεὶ θέλομεν τὸν αᵒᵛ καὶ τὸν βᵒᵛ μετὰ Μ̊ α̅ ποιεῖν □ᵒᵛ, ἀλλὰ συναμφότερος ὁ αᵒˢ καὶ ὁ βᵒˢ μετὰ Μ̊ α̅, ⟨ὁ βᵒˢ μετὰ Μ̊ α̅⟩ καὶ Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅ εἰσιν, ὁ δὲ βᵒˢ μετὰ Μ̊ α̅ ἐστι □ᵒˢ, γέγονέ μοι ζητῆσαι τίς □ᵒˢ μετὰ Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅ ποιεῖ □ᵒᵛ.

ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστιν Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅. ⟨μετροῦσιν ς θ̅ Μ̊ ϛ̅ κατὰ ς α̅· καὶ ἐὰν τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ ἡμίσεος τάξω τὴν τοῦ ἐλάσσονος □ᵒᵛ πᵃ, ἔσται ς δ̅ Μ̊ γ̅·⟩ ταῦτα ἐφ' ἑαυτὰ γίνεται Δ^Υ ιϛ̅ ς κδ̅ Μ̊ θ̅· ἀφαιρῶ Μ̊ α̅ καὶ τάσσω τὸν βᵒᵛ Δ^Υ ιϛ̅ ς κδ̅ Μ̊ η̅· ἔστι δὲ καὶ ὁ αᵒˢ Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅· καὶ ἑκάτερος μετὰ Μ̊ α̅ ποιεῖ □ᵒᵛ. λοιπόν ἐστι τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν μετὰ Μ̊ α̅· ἔστι Δ^Υ ζ̅ ς ιη̅ Μ̊ θ̅ ἴσ. □ᵠ τῷ ἀπὸ πᵃ· Μ̊ γ̅ ⋀ ς γ̅, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ιη̅.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν αᵒˢ ,γκδ̅, ὁ δὲ βᵒˢ ,εχκδ̅, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

---

1 α̅] πρώτης AB_1. ἔστω] *Ba* add. ἀπὸ. 3 α̅ om. Ba_1. 5/6 ἀλλὰ . . . εἰσιν delenda censuit *Ba*. 6 ὁ βᵒˢ μετὰ Μ̊ α̅ supplevi. ϛ̅ εἰσιν] εἰσιν ϛ̅ AB. 9 ἐστιν] ἢ *Ba*. 10—12 καὶ εἰσὶ ς θ̅ Μ̊ ϛ̅ καὶ ς α̅· ὧν ὑπεροχὴ ς η̅ Μ̊ ϛ̅ καὶ αὐτῆς τὸ ἥμισυ ς δ̅ Μ̊ γ̅ suppl. *Ba*, □ᵒˢ, ἔστωσαν ς δ̅ Μ̊ γ̅ (deleto antea Δ^Υ θ̅ ς ϛ̅) *Auria;* alia tentavi. 14 ἑκάτερος] *Ba* add. καὶ συναμφότερος. 15 ἔστι posterius A, εἶναι B, ποιεῖν τετράγωνον. ἔστι ἄρα *Ba*, ποιεῖν □. ἔστι δὲ ἡ αὐτῶν ὑπεροχὴ *Auria*. 17 Μ̊ om. *Ba*. 18 ἔσται om. *Ba*.

formo quadratum quendam ab x cum quolibet coefficiente, plus 1; esto a $3x + 1$; ipse quadratus erit

$$9x^2 + 6x + 1,$$

et si subtraho 1, pono

$$X_1 = 9x^2 + 6x.$$

Rursus quoniam volumus $X_1 + X_2 + 1$ facere $\square$ et

$$X_1 + X_2 + 1 = X_2 + 1 + 9x^2 + 6x,$$

et
$$X_2 + 1 = \square,$$

quaerendum habeo quis quadratus plus $9x^2 + 6x$ faciat $\square$.

Expono duos numeros quorum productus sit

$$9x^2 + 6x.$$

⟨Huius divisor et quotiens sunt $9x + 6$ et x; quorum differentiam dimidiam si sumo pro minoris quadrati radice, erit $4x + 3$⟩; in seipsam multiplicata, fit

$$16x^2 + 24x + 9;$$

subtraho 1 et pono

$$X_2 = 16x^2 + 24x + 8.$$

Sed est

$$X_1 = 9x^2 + 6x.$$

et [sive] uterque [sive summa], plus unitate, facit $\square$.

Restat differentiam plus unitate (est $7x^2 + 18x + 9$) aequare $\square$ a radice $3 - 3x$, et fit $x = 18$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 3024, \quad X_2 = 5624,$$

et probatio evidens.

ιδ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ἀριθμοὺς οἳ συντεθέντες ἴσοι ἔσονται ταῖς ὑπεροχαῖς αὐτῶν συντεθείσαις.

Ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, ἴση ἐστὶ τοῖς τρισίν, ἀλλ' αἱ τῶν τριῶν ὑπεροχαὶ δίς ἐστιν ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχή, δὶς ἄρα ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τοῖς τρισί.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων $\square^{os}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ μέγιστος* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· *καὶ δὶς ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ἐστὶ* $\Delta^{Y}\bar{\beta}\ \varsigma\bar{\delta}$· *εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς* $\square^{oi}$, *ὧν οἱ δύο εἰσὶ* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· ⟨*λοιπὸς ἄρα ὁ μέσος ἔσται* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}\ \wedge\ \overset{\circ}{M}\bar{\beta}$·⟩ *δεῖ ἄρα ταῦτα ἴσα εἶναι* $\square^{\omega}$· *ἔστω τῷ ἀπὸ* π^{λ} $\varsigma\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. *καὶ γίνεται ὁ* ς $\epsilon^{\omega\nu}$ $\bar{\vartheta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν μέγιστος $\overline{\rho\iota\gamma\varsigma}^{\,\kappa\epsilon}$, *ὁ δὲ μέσος* $\overline{\rho\kappa\alpha}^{\,\kappa\epsilon}$, *ὁ δὲ ἐλάχιστος* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. *καὶ πάντα* $\kappa\epsilon^{\kappa\iota\varsigma}$. *ἔσται ὁ μὲν μέγιστος* $\overline{\rho\iota\gamma\varsigma}$, *ὁ δὲ μέσος* $\overline{\rho\kappa\alpha}$, *ὁ δὲ ἐλάχιστος* $\overline{\kappa\epsilon}$.

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες καὶ ἐπὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιασθέντες ποιῶσι τοὺς δοθέντας ἀριθμούς.

---

2 τετραγώνους A (2ª m. supra lineam), om. B, suppl. post ἀριθμοὺς *Ba*, *Auria*. 4 τοῦ post. om. *Ba*. 5/6 καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου om. B_1. 5 ἡ post. om. *Ba*. 6 ἐστὶν A. 7 ἐστι *Ba*. 13 εἰσὶ (εἰσὶν A)

XIV.

Invenire tres quadratos numeros quorum summa 15
aequalis sit summae differentiarum inter ipsos.

Quoniam summa differentiarum, maximi et medii, medii et minimi, maximi et medii, aequalis est summae trium (quadratorum), at summa differentiarum est dupla differentia maximi et minimi, ergo dupla differentia maximi et minimi aequalis est summae trium.

Ponatur minimus quadratus $= 1$, maximus

$$= x^2 + 2x + 1;$$

dupla differentia maximi et minimi est $2x^2 + 4x$ et est summa trium, quorum duo faciunt $x^2 + 2x + 2$, ⟨ergo, subtrahendo, medius erit $x^2 + 2x - 2$⟩. Ista oportet aequari □; esto a radice $x - 4$, et fit $x = \frac{9}{5}$.

Ad positiones; erit maximus $\frac{196}{25}$, medius $\frac{121}{25}$, minimus 1.

Omnia 25ies. Erit maximus 196, medius 121, minimus 25.

XV.

Invenire tres numeros tales ut omni modo summa 16
binorum in reliquum multiplicata faciat datum numerum.

δὲ οἱ τρεῖς □οι (quae AB_1 habent post ὧν οἱ δύο εἰσι $\Delta^Y \bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\beta}$ $\mathring{M}\bar{\beta}$)] εἰσὶ ἄρα οἱ τρεῖς τετράγωνοι $\Delta^Y \bar{\beta}$ ϛ $\bar{\delta}$ *Ba*. 14/15 Lacunam suppl. *Ba*. 16 ε^ων] μ̊ A*Ba*, μονάδες B. 23 καὶ *Ba*, ἀριθμὸν AB_1.

Ἐπιτετάχθω δὴ συναμφότερον τὸν $\alpha^{ον}$ καὶ τὸν $\beta^{ον}$ ἐπὶ τὸν $\gamma^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\epsilon}$, συναμφότερον δὲ τὸν $\beta^{ον}$ καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ ἐπὶ τὸν $\alpha^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\zeta}$, καὶ ἔτι συναμφότερον τὸν $\alpha^{ον}$ καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ πολλαπλασιασθέντα ἐπὶ τὸν $\beta^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$.

Τετάχθω ὁ $\gamma^{ος}$ $\varsigma\,\overline{\alpha}$· λοιπὸν ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ $\varsigma^{\chi}\,\overline{\lambda\epsilon}$· ἔστω ὁ $\alpha^{ος}$ $\varsigma^{\chi}\,\overline{\iota}$· ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $\varsigma^{\chi}\,\overline{\kappa\epsilon}$.

Καὶ λοιπόν ἐστι δύο ἐπιτάγματα· τὸ συναμφότερον τὸν $\beta^{ον}$ καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ ἐπὶ τὸν $\alpha^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\zeta}$, ⟨καὶ ἔτι τὸ συναμφότερον τὸν $\alpha^{ον}$ καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ ἐπὶ τὸν $\beta^{ον}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$⟩. ἀλλὰ ὁ $\beta^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ ἐπὶ τὸν $\alpha^{ον}$ ⟨ποιεῖ⟩ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$· $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\overline{\iota}$ μετὰ $\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$ ἴσαι $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\zeta}$. ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ ἐπὶ τὸν $\beta^{ον}$ ποιεῖ

$\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\epsilon}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$, καὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota}$ καὶ $\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\zeta}$. καὶ ὑπερέχουσιν αἱ $\overset{\circ}{M}$ τὰς $\overset{\circ}{M}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\epsilon}$· ὡσεὶ καὶ αἱ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\epsilon}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\iota}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$ ὑπερεῖχον $\overset{\circ}{M}\overline{\epsilon}$, ἦν ἂν ἴση ἡ ὑπεροχή.

ἀλλὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\epsilon}$ ἐκ τοῦ $\beta^{ου}$ εἰσίν, αἱ δὲ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota}$ ἐκ τοῦ $\alpha^{ου}$ εἰσίν. θέλομεν οὖν τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν εἶναι $\overset{\circ}{M}\overline{\epsilon}$· αὐτοὶ δὲ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ οὐκ εἰσὶ τυχόντες, ἀλλὰ συναμφότεροι $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\epsilon}$ εἰσίν. γέγονεν οὖν μοι τὸν $\overline{\lambda\epsilon}$ διελεῖν

2/3 συναμφότερος A (item 4). 3/4 πολλαπλασιασθέντα *Ba*, πολλαπλασίασας AB_1 (item 5). 7 $\beta^{ος}$] *Ba* add. ἄρα. 8 τὸ] τὸν B_1. 9—11 Lacunam suppl. *Ba* et *Auria*. 9/10 καὶ ἔτι τὸ scripsi, καὶ ἔτι ὁ *Auria*, τό τε *Ba*. 10 τὸν α′ καὶ τὸν γ′ *Auria*, τὸν τρίτον καὶ τὸν πρῶτον *Ba*. 11 ποιεῖ suppl. *Ba*, *Auria*. 12 $\overline{\iota}$ prius] καὶ add. *Ba*. 14 ἴσ. (prius) scripsi, καὶ AB_1, $\overset{\circ}{M}$ ἄρα $\overline{\kappa\epsilon}$ μετὰ $\Delta^{\Upsilon\chi}\,\overline{\sigma\nu}$ ἴσαι *Ba*, *Auria*. 16 αἱ om. B_1. $\overline{\kappa\epsilon}$] $\overline{\iota}$ AB_1. $\overline{\iota}$] $\overline{\kappa\epsilon}$ AB_1. 19 εἰσὶ B. 20/21 συναμφότερος *Ba*. 21 εἰσὶν om. *Ba*. γέγονε B.

Proponatur iam

$$(X_1 + X_2) \times X_3 \text{ facere } 35,$$
$$(X_2 + X_3) \times X_1 \text{ facere } 27,$$

et adhuc

$$(X_1 + X_3) \times X_2 \text{ facere } 32.$$

Ponatur $X_3 = x$; restat igitur

$$X_1 + X_2 = \frac{35}{x}.$$

Sit

$$X_1 = \frac{10}{x}; \quad \text{erit} \quad X_2 = \frac{25}{x}.$$

Restant duae conditiones:

$(X_2 + X_3) \times X_1 = 27$, ⟨et $(X_1 + X_3) \times X_2 = 32$⟩.

Sed $(X_2 + X_3) \times X_1$ facit $10 + \frac{250}{x^2}$; ergo

$$10 + \frac{250}{x^2} = 27.$$

Item $(X_3 + X_1) \times X_2$ facit

$$25 + \frac{250}{x^2} = 32,$$

quum sit

$$10 + \frac{250}{x^2} = 27.$$

Sed differentia datorum est 5; si haberemus quoque

$$\left(25 + \frac{250}{x^2}\right) - \left(10 + \frac{250}{x^2}\right) = 5,$$

differentia aequalis foret.

Sed 25 coefficiens est ex X_2, 10 ex X_1; horum volumus differentiam esse 5. Sed X_1 et X_2 non sunt ad libitum sumpti, quum summa coefficientium sit 35. Est igitur mihi 35 partiendus in duos numeros quo-

εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου ὑπερέχῃ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$· *καὶ ἔστιν ὁ μὲν* $\overline{\iota\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\bar{\kappa}$.

τάσσω τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ $\varsigma^{\chi}\,\overline{\iota\varepsilon}$, *τὸν δὲ* $\beta^{ον}$ $\varsigma^{\chi}\,\bar{\kappa}$· *καὶ συναμφότερος ὁ* $\beta^{ος}$ *καὶ ὁ* $\gamma^{ος}$ *ἐπὶ τὸν* $\alpha^{ον}$ *ποιεῖ* $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varepsilon}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\bar{\tau}$ *ἴσ.* $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\xi}$· *συναμφότερος δὲ ὁ* $\alpha^{ος}$ *καὶ ὁ* $\gamma^{ος}$ *ἐπὶ τὸν* $\beta^{ον}$ *ποιεῖ* $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\bar{\tau}$ *ἴσ.* $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$. *καὶ ἐὰν* $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}\,\Delta^{\Upsilon\chi}\,\bar{\tau}$ *ἰσώσω* $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\beta}$, *γίνεται ὁ* ς $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$.

ιϛ.

Εὑρεῖν ⟨τρεῖς⟩ ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος προσλαβὼν τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ μέσος ς *ὁσωνδήποτε· ἔστω* $\varsigma\,\bar{\delta}$. *καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ* $\alpha^{ου}$ $\square^{ον}$ *προσλαβόντα τὸν* $\beta^{ον}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *ἀπῆκται εἰς τὸ εὑρεῖν τίς* $\square^{ος}$ *προσλαβὼν* $\varsigma\,\bar{\delta}$ *ποιεῖ* $\square^{ον}$.

Ζήτησον πρῶτον ἀριθμοὺς δύο ὧν τὸ ὑπό ἐστιν $\varsigma\,\bar{\delta}$· *μετροῦσιν* $\varsigma\,\bar{\beta}$ *κατὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· *καὶ ἐὰν τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ* $\llcorner'$ *τάξω τὸν* $\alpha^{ον}$, *ἔσται* $\varsigma\,\bar{\alpha}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, *καὶ λέλυταί μοι ὥστε τὸν ἀπὸ τοῦ* $\alpha^{ου}$ $\square^{ον}$ *προσλαβόντα τὸν* $\beta^{ον}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$.

δεῖ δὲ καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ μέσου $\square^{ον}$ *προσλαβόντα τὸν* $\gamma^{ον}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *τουτέστι* $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\iota\varsigma}$ *μετὰ τοῦ* $\gamma^{ου}$

---

2 *ἐστὶ Ba.* 4 *Ba* add. *καὶ* ante $\Delta^{\Upsilon\chi}$ (item 6). 5 *τὸν* (ante $\beta^{ον}$) om. *Ba.* 6 *ἐὰν*] *ἐπεὶ Ba.* $\bar{\kappa}$ post. scripsi, $\overline{\iota\varepsilon}$ AB. 7 $\overline{\lambda\beta}$] $\overline{\kappa\xi}$ *Ba.* 11 *τρεῖς* suppl. *Ba.* 18 *ζητῶ πρότερον Auria.* *πρῶτον* om. *Ba.* *ἐστι* B. 19 *μετροῦσιν*] *Auria* add. *δὲ* $\varsigma^{ούς}\,\bar{\delta}$. 23 *δεῖ . . . . μέσου* $\square^{ον}$] *λοιπόν ἐστι τὸν ἀπὸ τοῦ δευτέρου τετράγωνον Ba.* *δὲ*] *δὴ* AB. 24 *ποιεῖν* $\square^{ον}$] *Auria* add. *ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.*

rum alter alterum superet 5 unitatibus.[1]) Est alter 15, alter 20.

Pono igitur

$$X_1 = \frac{15}{x}, \quad X_2 = \frac{20}{x}.$$

$$(X_2 + X_3) \times X_1 \text{ facit } 15 + \frac{300}{x^2} = 27;$$

$$(X_1 + X_3) \times X_2 \text{ facit } 20 + \frac{300}{x^2} = 32;$$

et si aequo

$$20 + \frac{300}{x^2} = 32, \quad \text{fit} \quad x = 5.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 3, \quad X_2 = 4, \quad X_3 = 5.$$

XVI.

Invenire ⟨tres⟩ numeros quorum summa sit quadrato aequalis, et uniuscuiusque quadratus, plus sequente numero, faciat quadratum. 17

Ponatur medius (X_2) esse x cum coefficiente quolibet; esto $4x$. Quoniam volo $X_1^2 + X_2$ facere □, deducor ad inveniendum quis quadratus, plus $4x$, faciat □.

Quaere primum numeros duos quorum productus sit $4x$; huius divisor et quotiens sunt $2x$ et 2, quorum dimidiae differentiae si aequalem pono X_1, erit $x - 1$, et soluta est conditio: $X_1^2 + X_2$ facere □.

Sed oportet quoque $X_2^2 + X_3$ facere □, hoc est $16x^2 + X_3$ facere □. Ergo si a quodam □ subtraho

1) Problema I, 1.

⟨ποιεῖν⟩ $\square^{\omega}$· ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{\omega}$ ἀφέλω τὰς Δ^{Y} $\overline{\iota\varsigma}$, ἕξω τὸν $\gamma^{o\varsigma}$· τάσσω τὸν $\square^{\omega}$ ἀπὸ τῆς π^{λ} τῶν Δ^{Y} ιϛ, ϛ δ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ $\square^{o\varsigma}$ Δ^{Y} ιϛ ϛ η $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. ἐὰν ἀφέλω τὰς Δ^{Y} $\overline{\iota\varsigma}$, λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ ϛ η $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι $\square^{\omega}$, εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς ϛ $\overline{\iota\gamma}$, ταῦτα ἴσα $\square^{\omega}$· ἔστω τετραγωνικαῖς Δ^{Y} $\overline{\rho\xi\theta}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ Δ^{Y} $\overline{\iota\gamma}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ Δ^{Y} $\overline{\iota\gamma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὁ $\beta^{o\varsigma}$ Δ^{Y} $\overline{\nu\beta}$, ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ Δ^{Y} $\overline{\rho\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ λέλυταί μοι ἐν τῷ ἀορίστῳ τρία τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γ^{ou} $\square^{ov}$, τουτέστι $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}.\overline{\omega\iota\varsigma}$ Δ^{Y} $\overline{\sigma\eta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, μετὰ τοῦ α^{ou}, τουτέστι Δ^{Y} $\overline{\iota\gamma}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ποιεῖν $\square^{ov}$· ποιεῖ δὲ $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}.\overline{\omega\iota\varsigma}$ Δ^{Y} $\overline{\sigma\kappa\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. πάντα παρὰ Δ^{Y}· γίνονται ἄρα Δ^{Y} $\bar{\alpha}.\overline{\omega\iota\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, τῷ ἀπὸ π^{λ}· ϛ $\overline{\rho\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\nu\beta}{\nu\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\gamma}$. $\overset{\beta\psi\delta}{\overline{,\varsigma\chi\kappa\alpha}}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overset{\beta\psi\delta}{\overline{,\zeta\tau}}$, ὁ δὲ $\gamma^{o\varsigma}$ $\overline{\lambda\alpha}$. $\overset{\beta\psi\delta}{\overline{,\zeta\tau\delta}}$.

ιζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους τετραγώνῳ, ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος λείψας τὸν ἑξῆς ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω πάλιν ὁ μέσος ϛ $\bar{\delta}$, καὶ ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ α^{ou} $\square^{ov}$ λείψαντα τὸν β^{ov}, τουτέστι τοὺς $\bar{\delta}$ ϛ,

---

1 ποιεῖν suppl. *Ba*. ἀπό] ἐκ B_1. 2 τῆς om. B_1. $\overline{\iota\varsigma}$] *Ba* add. τουτέστι. 3 ἐὰν . . . $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ (4) om. B_1. 5 εἰσὶν A. 10 τουτέστι *Ba*, τούτων AB. 11 $\overline{,\alpha,\ \omega\iota\varsigma}$ *Ba*, $\overline{,\alpha\omega\iota}$ ϛ A, $\overline{,\alpha\omega\iota}$ καὶ B (item 12). 15/16 $\alpha^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{\mu}$ γ. $\overline{,\varsigma\kappa\alpha}$ . . . $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overline{,\zeta\tau o\delta}$ . . . $\gamma^{o\varsigma}$ $\overset{\circ}{\mu}$ $\overline{\lambda\alpha}$. $\overline{,\zeta\tau\delta}$ AB_1. 19 ποιεῖ B_1. 22 λείψει τοῦ δευτέρου *Ba*. τουτέστι τοὺς $\bar{\delta}$ ϛ om. *Ba*.

$16x^2$, habebo X_3. Pono $\square$ (secundum radicem ex $16x^2$) a $4x + 1$. Erit ipse $\square = 16x^2 + 8x + 1$. Si subtraho $16x^2$, remanebit

$$X_3 = 8x + 1.$$

Rursus, quoniam volo $X_1 + X_2 + X_3 = \square$, at haec summa est $13x$, aequetur $\square$; esto cum coefficiente quadratico, $169x^2$; fit $x = 13x^2$. Ad positiones: erit

$$X_1 = 13x^2 - 1, \quad X_2 = 52x^2, \quad X_3 = 104x^2 + 1,$$

et solutae sunt in indeterminato tres conditiones.

Restat ut X_3^2 (hoc est $10816x^4 + 208x + 1$) plus X_1 (hoc est plus $13x^2 - 1$) faciat $\square$; sed facit

$$10816x^4 + 221x^2 = \square.$$

Omnia per x^2; fit

$$10816x^2 + 221 = \square: \text{ a radice } (104x + 1)$$

unde

$$x = \frac{55}{52}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{36621}{2704}, \quad X_2 = \frac{157300}{2704}, \quad X_3 = \frac{317304}{2704}.$$

XVII.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadrato 13
aequalis, et uniuscuiusque quadratus, minus sequente numero, faciat quadratum.

Ponatur rursus $X_2 = 4x$, et quoniam volo: $X_1^2 - X_1$

ποιεῖν □^{ον}, ἀπῆκταί μοι ⟨εἰς τὸ⟩ εὑρεῖν τίς ὁ □^{ος} λείψας ς δ̄ ποιεῖ □^{ον}.

Καὶ ζητῶ πρότερον ἀριθμοὺς δύο ὧν τὸ ὑπό ἐστιν ς δ̄. μετροῦσι δὲ ς^{οὺς} δ̄, Μ̊ β̄ κατὰ ς β̄. νῦν τῆς συν-
5 θέσεως αὐτῶν λαβὼν τὸ ∠′, τάσσω τὸν α^{ον} ς ᾱ Μ̊ ᾱ, καὶ λέλυταί μοι ἓν τῶν ἐπιταγμάτων.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ἀπὸ τοῦ β^{ου} □^{ον}, τουτέστι Δ^{Υ} ιϛ̄, λείψαντα τὸν γ^{ον}, ποιεῖν □^{ον}, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν Δ^{Υ} ιϛ̄ ἄρωμέν τινα □^{ον}, ἀπὸ ς δ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ, γίνονται
10 Δ^{Υ} ιϛ̄ Μ̊ ᾱ ⋔ ς η̄· ταῦτα ἀφαιρῶ ἀπὸ Δ^{Υ} ιϛ̄· λοιποὶ ς η̄ ⋔ Μ̊ ᾱ. τάσσω οὖν τὸν γ^{ον} ς η̄ ⋔ Μ̊ ᾱ· καὶ λέλυται ἕτερον ἐπίταγμα.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τοὺς τρεῖς, τουτέστιν ς ιγ̄, ἴσους εἶναι □^{ῳ}, ἔστω Δ^{Υ} ὁ ἴσος ρξθ̄, καὶ γίνεται ὁ ς Δ^{Υ} ιγ̄.
15 ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} Δ^{Υ} ιγ̄ Μ̊ ᾱ, ὁ δὲ β^{ος} Δ^{Υ} νβ̄, ὁ δὲ γ^{ος} Δ^{Υ} ρδ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ, καὶ πάλιν λέλυταί μοι ἐν τῷ ἀορίστῳ τρία τῶν ἐπιταγμάτων.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ γ^{ου} □^{ον} λείψαντα τὸν α^{ον} ποιεῖν □^{ον}· ἀλλὰ ὁ ἀπὸ τοῦ γ^{ου} □^{ος} λείψας τὸν
20 α^{ον} ποιεῖ Δ^{Υ}Δ ᾱ . ωιϛ̄ ⋔ Δ^{Υ} σκᾱ ἴσ. □^{ῳ}. καὶ πάντα παρὰ Δ^{Υ}· γίνονται Δ^{Υ} ᾱ . ωιϛ̄ ⋔ Μ̊ σκᾱ ἴσ. □^{ῳ}· τῷ ἀπὸ π^{λ}· ς ρδ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς ρ^{ρδ}ια.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^{ος} ιζ̄ . $^{α\,.\,ωιϛ}$ ϡπθ̄, ὁ δὲ β^{ος} ξδ̄ . $^{α\,.\,ωιϛ}$ χϟβ̄, ὁ δὲ γ^{ος} ρκζ̄ . $^{α\,.\,ωιϛ}$ φξη̄.

1 εἰς τὸ suppl. *Ba*, *Auria*. ὁ om. B$_1$. 2 λήψας AB. 3 ἐστι *Ba*. 4 ς^{οὺς} δ̄, Μ̊ β̄ κατὰ ς β̄] ἀριθμοὶ β̄ Μ̊ β̄ *Ba*. 8 λείψαντα *Ba*, ⋔ A, λήψειν B. 9 τινα □^{ον}] *Ba* add. ἕξωμεν τὸν τρίτον, πλάσσω τὸν τετράγωνον. 10/11 λοιποὶ ς η̄ ⋔ Μ̊ ᾱ scripsi, ⋔ ς τ̄ Μ̊ ᾱ AB$_1$, λοιπὸς ἄρα ὁ γ′ ς τ̄ ⋔ Μ̊ ᾱ *Auria*, om. *Ba*. 11 τάσσω οὖν τὸν τρίτον] λοιπός ἐστι ὁ

(hoc est minus $4x$) facere $\square$, deducor ad inveniendum quis quadratus, minus $4x$, faciat $\square$.

Et quaero primum numeros duos quorum productus sit $4x$; huius $4x$ divisor et quotiens sunt 2 et $2x$; quorum nunc summam dimidiam sumens, pono $X_1 = x + 1$, et soluta est una conditio.

Rursus, quoniam volo X_2^2 (hoc est $16x^2$) $- X_3$ facere $\square$, si a $16x^2$ subtrahimus quendam $\square$, (esto a $4x - 1$, fit $4x^2 + 1 - 8x$, quae subtrahimus a $16x^2$), remanent $8x - 1$.

Pono igitur $X_3 = 8x - 1$, et soluta est secunda conditio.

Rursus, quoniam volo $(X_1 + X_2 + X_3)$, hoc est $13x$, aequalem esse $\square$, esto aequalis $169x^2$, et fit $x = 13x^2$. Ad positiones. Erit

$$X_1 = 13x^2 + 1, \quad X_2 = 52x^2, \quad X_3 = 104x^2 - 1,$$

et rursus solutae sunt mihi in indeterminato tres conditiones.

Restat ut $X_3^2 - X_1$ faciat $\square$; sed $X_3^2 - X_1$ facit

$$10816x^4 - 221x^2 = \square.$$

Omnia per x^2; fit

$$10816x^2 - 221 = \square : \text{a radice } (104x - 1),$$

unde

$$x = \frac{111}{104}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{170989}{10816}, \quad X_2 = \frac{640692}{10816}, \quad X_3 = \frac{1270568}{10816}.$$

τρίτος *Ba.* 13 τουτέστι *Ba.* 14 ὁ ἴσος] ὁ ᾗ A, ὁ ἀριθμὸς B, om. *Ba.* 17 τρία] τρίτῳ AB_1. 18/19 λήψει τοῦ πρώτου B_1. 19 λήψας AB. 22 ρδ] δ̄ AB_1. 23 ιζ̄ . μ̊ ππθ̄ *Ba.* 24 ξδ . μ̊ χ^ι^β AB.

$\mathring{M}\,\bar{\xi}\bar{\delta}$· καὶ γίνεται ὁ $\square^{ος}$ $K^{Y}K\bar{\alpha}\,\mathring{M}\,\overline{,\delta\,\text{ϟ}\,\text{ϛ}}\,K^{Y}\,\overline{\rho\kappa\eta}$. καὶ γίνονται λοιποὶ $K^{Y}\,\overline{\sigma\nu\varsigma}$ ἴσ. ς $\bar{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨ιϛ^{ου}⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ ἑνὸς ιϛ^{ου}, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\kappa\varsigma}\,.\,\overline{,\beta\rho\mu\gamma}$ (,δϟϛ).

ιθ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῷ ἀορίστῳ, ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν μετὰ μονάδος μιᾶς ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, ἐὰν ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἀφέλω τὴν $\mathring{M}$, ἕξω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$. πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ ς ὁσωνδήποτε καὶ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· ἔστω ς $\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$· ἐὰν ἀφέλω τὴν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, λοιπὰ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$· ἔσται ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$.

ἔστω ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}\,\mathring{M}\bar{\beta}$.

πάλιν ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ ποιεῖν $\square^{ον}$ μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἐὰν ὁμοίως ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἀφέλω $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἕξω τὸν ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$. πεπλάσθω ὁ $\square^{ος}$ ἀπὸ ς $\bar{\gamma}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἔσται ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$ ς $\bar{\varsigma}\,\mathring{M}\bar{\alpha}$. ἐὰν ἄρα ἀφέλω $\mathring{M}\bar{\alpha}$, γίνονται $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$ ς $\bar{\varsigma}$. δεῖ ἄρα τὸν ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$ ς $\bar{\varsigma}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ ἐστιν ς $\bar{\alpha}$. λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἔσται ς $\bar{\vartheta}\,\mathring{M}\bar{\varsigma}$.

---

1 $K^{Y}\,\overline{\rho\kappa\eta}$ *Ba*, ἀριθμοῦ $\bar{\alpha}$ ⋔ $K^{Y}\rho\eta$ A, ἀριθμοῦ ἑνὸς λείψει κύβων $\overline{\rho\kappa\eta}$ B. 2/3 ἑνὸς ιϛ^{ου}] $\bar{\alpha}\,\bar{\varepsilon}$ A, εἷς $\bar{\varepsilon}$ B_1. 4 ἑνὸς $\overline{\iota\varsigma}$ AB_1. 11 ἀπὸ] ἔκ B. 12 πλάττω B_1. 14 λοιπὸν *Ba*. ὁ] τὸ AB. 16 $\bar{\alpha}$ prius] $\bar{\delta}$ AB_1. 19 $\gamma^{ου}$] AB_1 add. ποιεῖν τετράγωνον. πεπλάσσω *Ba*. 22 ἐστι A*Ba*.

Fit

$$\square = x^6 + 4096 + 128x^3,$$

et remanent

$$256x^3 = x, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{16}.$$

Ad positiones; erit

$$X_1 = \frac{1}{16}, \quad X_2 = \frac{262143}{4096}.$$

XIX.

Invenire tres numeros in indeterminato, tales ut 20
binorum quorumvis productus, plus unitate, faciat quadratum.

Quoniam volo $X_1 X_2 + 1$ facere $\square$, si a quodam quadrato subtraho 1, habebo $X_1 X_2$.

Formo quadratum ab x cum quolibet coefficiente, plus 1. Esto ab $x + 1$; erit ipse quadratus

$$x^2 + 2x + 1;$$

si subtraho 1, remanent $x^2 + 2x$; quod erit $X_1 X_2$.

Sit

$$X_2 = x, \quad \text{erit ergo} \quad X_1 = x + 2.$$

Rursus quoniam volo $X_2 X_3 + 1$ facere $\square$, si subtraho similiter 1 a quodam quadrato, habebo $X_2 X_3$.

Formetur quadratus a $(3x + 1)$; erit ipse

$$\square = 9x^2 + 6x + 1,$$

a quo si subtraho 1, fit $9x^2 + 6x$. Oportet igitur

$$X_2 X_3 = 9x^2 + 6x;$$

quum sit

$$X_2 = x,$$

remanet

$$X_3 = 9x + 6.$$

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, ἀλλὰ ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\theta}\ \varsigma\ \overline{κδ}\ \overset{\circ}{M}\overline{ιγ}$, ἴσ. $\square^{ω}$. καὶ ἔχω τὰς Δ^{Y} τετραγωνικάς· ⟨εἰ καὶ αἱ $\overset{\circ}{M}$ ἦσαν τετραγωνικαί⟩ καὶ τὸ δὶς τὸ ὑπὸ τῶν πλευρῶν τῶν Δ^{Y} καὶ τῶν $\overset{\circ}{M}$ ἴσον ἦν τοῖς ς, ἦν ἂν ἀορίστως τὰ τρία ἐπιτάγματα λελυμένα.

ἀλλ' αἱ $\overset{\circ}{M}\overline{ιγ}$ εἰσιν ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἀλλ' αἱ μὲν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἐκ τοῦ δὶς ὑπὸ $\varsigma\ \bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, αἱ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$ πάλιν ἐκ τοῦ δὶς ὑπὸ $\varsigma\ \bar{\gamma}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. θέλω δὶς τοὺς ς ἐπὶ δὶς τοὺς ς μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλὰ δὶς οἱ ς ἐπὶ δὶς τοὺς ς ὁ $\delta^{κις}$ ὑπὸ τῶν ς ἐστιν. θέλω οὖν τὸν $\delta^{κις}$ ὑπ' αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλὰ μὴν καὶ πάντων δύο ἀριθμῶν ὁ $\delta^{κις}$ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ποιεῖ $\square^{ον}$. ἐὰν οὖν τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ κατασκευάσωμεν, ὁ $\delta^{κις}$ ὑπ' αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖ $\square^{ον}$.

Εἰ οὖν ὁ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστι $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. δεῖ οὖν ἀπὸ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς ς πλάσσειν καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἀπὸ $\varsigma\ \bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ καὶ ἀπὸ $\varsigma\ \bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. καὶ ἔσται ὁ μὲν ἀπὸ $\varsigma\ \bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ $\square^{ος}$, $\Delta^{Y}\ \varsigma\ \bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. ἐὰν ἀφέλω τὴν $\overset{\circ}{M}$, λοιπὸν γίνεται $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}$. δεῖ ἄρα τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}$. τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ $\varsigma\ \bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ ἔσται $\varsigma\ \bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

Πάλιν, ἐπεὶ ὁ ἀπὸ $\varsigma\ \bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ $\square^{ος}$ ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$,

---

2 ἀλλὰ . . . $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ om. *Ba*. 4 εἰ δὲ καὶ αἱ $\overset{\circ}{M}$ ἦσαν τετραγωνικαὶ suppl. *Ba*. τὸ post. om *Ba*. 8 δὶς om. B_1. 10 θέλω οὖν δὶς *Ba*. 11 τετράκις *Ba*, διακεκριμένος AB (item 12, 13). 14 αὐτῶν] *Ba* add. τετραγώνου. 15 μονάδα μίαν post κατασκευάσωμεν B_1. 17 ὁ om. B_1. 19 καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ prius] τετραγώνους. ἔστω *Ba*. καὶ alt. om. *Ba*. 21 λοιπὸς AB. 22 τὸ AB.

Rursus, quoniam volo $X_1 X_3 + 1$ facere $\square$, at $X_1 X_3 + 1$ est

$$9x^2 + 24x + 13 = \square.$$

Habeo coefficientem x^2 quadratum; ⟨si foret quoque quadraticus coefficiens unitatis⟩ et duplus productus radicum e coefficientibus x^2 et 1 foret aequalis coefficienti x, tres conditiones solverentur in indeterminato.

Sed 13 (coefficiens 1) factus est ex $2 \times 6 + 1$; 2 ex bis $x \times 1$, 6 rursus ex bis $3x \times 1$. Volo igitur 2^{plum} coefficientem x in 2^{plum} coefficientem x, addito 1, facere $\square$. Sed 2^{plus} coefficiens x in 2^{plum} coefficientem x est 4^{plus} productus coefficientium. Volo igitur 4^{plum} productum coefficientium, plus 1, facere $\square$. Sed omnium binorum numerorum 4^{plus} productus plus quadrato differentiae facit $\square$; ergo si quadratum differentiae construamus aequalem 1, 4^{plus} productus, plus 1, faciet $\square$.

Sed si quadratus differentiae est 1, differentia quoque erit 1; oportet igitur formare ab x, cum coefficientibus deinceps sumptis, plus 1, esto ab $(x + 1)$ et $(2x + 1)$. Erit

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1.$$

Si subtraho 1, remanet $x^2 + 2x$. Oportet igitur esse

$$X_1 X_2 = x^2 + 2x.$$

Ponatur

$$X_2 = x;$$

remanet igitur

$$X_1 = x + 2.$$

Rursus, quoniam

$$(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1,$$

ἐὰν ὁμοίως ἀφέλω τὴν $\dot{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}$· δεῖ δὴ τὸν ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ ἐστιν $\varsigma\ \bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἔσται $\varsigma\ \bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\delta}$.

Καὶ λέλυται ἐν τῷ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν μετὰ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ γίνεται ὁ ς ὅσου τις θέλει. τὸ γὰρ ἀορίστως ζητεῖν ἐστιν ἵνα ἡ ὑπόστασις τοιαύτη ᾖ, ἵνα ὅσου τις θέλει τὸν ς εἶναι, ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις ποιήσας, σώσῃ τὸ ἐπίταγμα.

κ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ μετὰ $\dot{M}\bar{\alpha}$ εἶναι $\square^{ον}$, ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἄρω $\dot{M}\bar{\alpha}$, ἕξω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$. πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ $\underline{\varsigma}\ \bar{\alpha}\ \dot{M}\bar{\alpha}$ καὶ γίνεται αὐτὸς ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}\ \dot{M}\bar{\alpha}$. ἐὰν ἀφέλω τὴν $\dot{M}\bar{\alpha}$, λοιπὸς γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}$ ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$. ἔστω ὁ $\alpha^{ος}$ $\varsigma\ \bar{\alpha}$· ⟨ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται $\varsigma\ \bar{\alpha}$⟩ $\dot{M}\bar{\beta}$.

Πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ $\varsigma\ \bar{\beta}\ \dot{M}\bar{\alpha}$, τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς διὰ τὸ προδειχθέν, καὶ λαβὼν τὸν ἀπό, αἴρω τὴν $\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ τάσσω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}$, ὧν ὁ $\alpha^{ος}$ ἐστιν $\varsigma\ \bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ ἐστὶν $\varsigma\ \bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\delta}$.

---

4 τῷ B, τῇ A*Ba*. 6 τὸ] τῷ AB_1. ἀορίστω B_1.
10/11 ὁποιοῦν AB_1. 11 ποιεῖ AB_1. 12 ἐπεὶ] ἐπὶ A.
17 ὁ ἄρα $\beta^{ος}$ ἔσται $\varsigma\ \bar{\alpha}$ suppl. *Ba*, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ κ. τ. ἑ. *Auria*.
21 ἐστὶ *Ba*. 22 ἐστὶ A.

ıi subtraho similiter 1, remanet $4x^2 + 4x$; oportet ıempe esse

$$X_2 X_3 = 4x^2 + 4x;$$

ıuorum quum sit

$$X_2 = x,$$

'emanet

$$X_3 = 4x + 4.$$

Solutum est problema in indeterminato, ita ut ›inorum quorumvis productus, plus unitate, faciat ıuadratum, et x fit quoti quisque velit. Hoc est enim ın indeterminato quaerere talem fieri positionem ut, quoti quisque velit esse x, ad positiones eundo, conditioni satisfactum sit.

XX.

Invenire quatuor numeros tales ut binorum quo- 21
rumvis productus, plus unitate, faciat quadratum.

Quoniam volo $X_1 X_2 + 1$ esse $\square$, si a quodam $\square$ subtraho 1, habebo $X_1 X_2$. Formo $\square$ ab $(x + 1)$ et fit ipse

$$\square = x^2 + 2x + 1.$$

Si subtraho 1, remanet $x^2 + 2x = X_1 X_2$.

Sit $X_1 = x$, ⟨ergo $X_2 = x$⟩ + 1.

Rursus, quoniam volo $X_1 X_3 + 1$ facere $\square$, formo $\square$ ab $(2x + 1)$, cum coefficiente x deinceps sumpto, secundum praecedentem demonstrationem[1]); quadratum sumens, subtraho 1 et pono $X_1 X_3 = 4x^2 + 4x$, quorum quum sit $X_1 = x$, remanet igitur

$$X_3 = 4x + 4.$$

1) Vide problema praecedens. Si

$$xy + 1 = [mx + 1]^2, \quad xz + 1 = [(m + 1)x + 1]^2,$$

erit

$$yz + 1 = [m(m + 1)x + 2m + 1]^2.$$

Πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\delta^{ου}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *πλάσσω* $\square^{ον}$ *ἀπὸ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς,* $\varsigma\bar{\gamma}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, *καὶ λαβὼν τὸν ἀπό, ἀφελὼν* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, *ἕξω τὸν ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\delta^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}\,\varsigma\bar{\xi}$, *ὧν ὁ* $\alpha^{ος}$ *ἐστιν* $\varsigma\bar{\alpha}$· *λοιπὸς ἄρα ὁ* $\delta^{ος}$ *ἔσται* $\varsigma\bar{\vartheta}\,\overset{\circ}{M}\bar{\xi}$.

Καὶ ἐπεὶ συμβαίνει τὸν ὑπὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ *καὶ* $\delta^{ου}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *ἀλλὰ ὁ ὑπὸ* $\beta^{ου}$ *καὶ* $\delta^{ου}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ποιεῖ*

$\Delta^{Y}\vartheta\,\varsigma\overline{\kappa\delta}\,\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$, *ἴσ.* $\square^{ῳ}$ *τῷ ἀπὸ* π^{λ}· $\varsigma\bar{\gamma}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· *καὶ γίνεται ὁ* ς *ἑνὸς* ⟨$\iota\varsigma^{ου}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* $\beta^{ος}$ $\overline{\lambda\gamma}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{ος}$ $\overline{\xi\eta}$, *ὁ δὲ* $\delta^{ος}$ $\overline{\rho\epsilon}$.

κα.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἀνάλογον, ὅπως δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχὴ ᾖ τετράγωνος.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάσσων $\varsigma\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ μέσος* $\varsigma\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *ἵνα ἡ ὑπεροχὴ ᾖ* $\square^{ος}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{ος}$ $\varsigma\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$, *ἵνα καὶ ἡ τούτου πρὸς τὸν μέσον ὑπεροχὴ ᾖ* $\square^{ος}$.

ἔτι δέ, εἰ ἡ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου ὑπεροχὴ ἦν $\square^{ος}$, *ἦν ἂν λελυμένον ἐν τῷ ἀορίστῳ δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχὴ* $\square^{ος}$.

ὁ δὲ μέγιστος τοῦ ἐλαχίστου ὑπερέχει $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$· *αἱ δὲ* $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$ *συντεθεῖσαί εἰσι* $\square^{ων}$ *τοῦ* $\bar{\delta}$ *καὶ τοῦ* $\bar{\vartheta}$· *γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν δύο τετραγώνους ἴσους ἑνὶ τετραγώνῳ.*

---

1 τοῦ om. B. 3 καὶ ἀφελὼν *Ba*. 6 ἐπεὶ] ἔτι *Ba*. τοῦ om. B_1. 7 $\square^{ον}$] *Auria* add. ἀπὸ π^{λ}· $\varsigma\bar{\xi}\,\overset{\circ}{M}\bar{\epsilon}$. ὑπὸ] ἀπὸ AB. μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ om. B_1. 8 ποιεῖν A. Post ποιεῖ, B_1 add. τετράγωνον (deletum in A). 9 $\wedge$ om. AB_1. 10 ἑνὸς $\iota\varsigma^{ου}$] $\bar{\alpha}$ A, εἷς B_1. 11/12 Denomin. add. *Ba*. 14/15 ὁποιονοῦν A. 16 μέσος $\varsigma\bar{\alpha}$] μέσος ἀριθμῶν $\bar{\beta}$ AB_1. 19 εἰ ἡ *Auria*,

Rursus, quoniam volo $X_1 X_4 + 1$ facere $\square$, formo $\square$ (cum coefficiente deinceps sumpto) a $(3x + 1)$, et quadratum sumens, subtrahens 1, habebo

$$X_1 X_4 = 9x^2 + 6x,$$

quorum quum sit $X_1 = x$, remanet $X_4 = 9x + 6$.

Et quoniam evenit $X_3 X_4 + 1$ facere $\square$, at $X_2 X_4 + 1$ facit

$9x^2 + 24x + 13$; ista aequo $\square$ a radice $(3x - 4)$, et fit

$$x = \frac{1}{16}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{1}{16}, \quad X_2 = \frac{33}{16}, \quad X_3 = \frac{68}{16}, \quad X_4 = \frac{105}{16}.$$

XXI.

Invenire tres numeros in proportione, tales ut bi- 22
norum quorumvis differentia sit quadratus.

Ponatur minor $(X_1) = x$, medius $(X_2) = x + 4$, ut differentia sit $\square$; denique (maximus) $X_3 = x + 13$, ut huius quoque ad X_2 differentia sit $\square$.

Si adhuc $X_3 - X_1$ foret $\square$, solveretur in indeterminato problema: binorum quorumvis differentiam esse $\square$.

Sed $X_3 - X_1 = 13$ et 13 est summa quadratorum, $4 + 9$; quaerendi sunt igitur mihi duo quadrati quorum summa sit aequalis quadrato.

ἡ A, καὶ ἡ B, εἰ *Ba*. 20 ἦν prius] ἦ AB. ἂν λελυμένον] ἀναλελυμένον A*Ba*. τῷ] τῇ A*Ba*. 23 σύνθεμα εἰσὶ *Ba*. εἰσιν A. τετράγωνοι AB_1.

τοῦτο δὲ ῥᾴδιον ἀπὸ τριγώνου ὀρθογωνίου· ἔστι δὴ ὁ $\overline{\vartheta}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\varsigma}$· καὶ τάσσω τὸν μὲν ἐλάχιστον ς $\overline{\alpha}$, τὸν δὲ μέσον ς $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ς $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$, καὶ δύο ὁποιωνοῦν ἡ ὑπεροχή ἐστι $\square^{ος}$.

λοιπόν ἐστιν αὐτοὺς ἀνάλογον εἶναι· ἐὰν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου.

ἀλλὰ ὁ ὑπὸ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, τουτέστιν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἔστι $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\kappa\varepsilon}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ μέσου

$\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\iota\eta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\pi\alpha}$, ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\kappa\varepsilon}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\zeta}{\overline{\pi\alpha}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\pi\alpha}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\rho\mu\delta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\sigma\nu\varsigma}$.

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\beta}$, ὁ δὲ $\alpha^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$, ἵνα ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς μετὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ ποιῇ $\square^{ον}$.

πάλιν, ἐπεὶ θέλω τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν μετὰ τοῦ $\beta^{ου}$ ποιεῖν $\square^{ον}$, ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἄρω $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\beta}$, ἕξω τὸν $\beta^{ον}$. πλάσσω $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\gamma}$, καὶ ὁ ἀπὸ τούτου $\square^{ος}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ς $\overline{\beta}$ ποιεῖ ς $\overline{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$· τάσσω οὖν τὸν $\beta^{ον}$ ς $\overline{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$.

---

1 ἔστιν A (item 6 et 9). 2 δή] δὲ AB. 5 ἐστι *Ba*. 8/9 τουτέστι *Ba*. 12/13 Denomin. add. *Ba*. 13 $\overline{\rho\mu\delta}$] $\overline{\rho\mu}$ AB_1. $\overline{\sigma\nu\varsigma}$] $\overline{\nu\varsigma}$ AB_1, $\overline{\rho\nu\varsigma}$ A (2ª m.). 17 τῶν om. *Ba*. 19 ποιεῖ A. 20 τῶν om. B_1. στερεῶν A_1.

Hoc est facile ex [aliquo] triangulo rectangulo; [tales] sunt scilicet 9 et 16. Pono

$$X_1 = x, \quad X_2 = x + 9, \quad X_3 = x + 25,$$

et binorum quorumvis differentia est □.

Restat ut sint in proportione. Si tres numeri sint in proportione, productus extremorum aequalis est quadrato medii.

Sed X_3X_1 hoc est productus extremorum, est

$$x^2 + 25x;$$

quadratus medii est

$$x^2 + 18x + 81 = x^2 + 25x, \text{ et fit } x = \frac{81}{7}.$$

Ad positiones; erit

$$X_1 = \frac{81}{7}, \quad X_2 = \frac{144}{7}, \quad X_3 = \frac{256}{7}.$$

XXII.

Invenire tres numeros tales ut productus ipsorum, 23
plus unoquoque, faciat quadratum.

Ponatur productus trium $(X_1X_2X_3) = x^2 + 2x$, et $X_1 = 1$, ut $X_1X_2X_3 + X_1$ faciat □.

Rursus quoniam volo $X_1X_2X_3 + X_2$ facere □, si a quodam quadrato subtraho $x^2 + 2x$, habebo X_2. Formo □ ab $(x + 3)$:

$$(x + 3)^2 - (x^2 + 2x) \text{ facit } 4x + 9.$$

Ergo pono

$$X_2 = 4x + 9.$$

ἀλλ' ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}$, ὁ δὲ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ $\varsigma\bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\vartheta}$, ἐὰν ἄρα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}$ παραβάλω παρὰ $\varsigma\bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\vartheta}$, ἕξω τὸν $\gamma^{ον}$.

Οὐ δυνατὴ δὲ ἡ παραβολή· ἵνα δὲ δύνηται ἡ παραβολή, δεῖ εἶναι ὡς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ πρὸς $\varsigma\bar{\delta}$, οὕτως $\varsigma\bar{\beta}$ πρὸς $\dot{M}\bar{\vartheta}$, καὶ ἐναλλάξ· ὡς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ πρὸς $\varsigma\bar{\beta}$, οὕτως $\varsigma\bar{\delta}$ πρὸς $\dot{M}\bar{\vartheta}$. ἡ δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ τῶν $\varsigma\bar{\beta}$, L' ἐστι τῷ πλήθει. ὡσεὶ οὖν καὶ $\varsigma\bar{\delta}$ τῶν $\dot{M}\bar{\vartheta}$, L' ἦν, ἦν ἂν ἡ παραβολή· ἀλλὰ οἱ $\bar{\delta}$ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν, ἧς ὑπερέχουσιν $\varsigma\bar{\varsigma}$, $\bar{\beta}\varsigma$. ἀλλὰ οἱ $\bar{\varsigma}\varsigma$ ἐκ τοῦ δίς εἰσιν ὑπὸ τῶν $\dot{M}\bar{\gamma}$ καὶ $\varsigma\bar{\alpha}$, τουτέστι δὶς τῶν $\dot{M}\bar{\gamma}$· αἱ δὲ $\bar{\vartheta}\ \dot{M}$ ὁ ἀπὸ $\dot{M}\bar{\gamma}$ ἐστι $\square^{ος}$· ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὡς τὰς $\dot{M}\bar{\gamma}$, ὅστις δὶς γενόμενος καὶ λείψας δυάδα, L' ᾗ τοῦ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνου.

Ἔστω ὁ ζητούμενος $\varsigma\bar{\alpha}$· οὗτος δὶς γενόμενος καὶ λείψας δυάδα, γίνονται $\varsigma\bar{\beta}\wedge\dot{M}\bar{\beta}$· ὁ δὲ ἀπ' αὐτοῦ $\square^{ος}$ ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. θέλομεν οὖν $\varsigma\bar{\beta}\wedge\dot{M}\bar{\beta}$, L' εἶναι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

Δ^{Y} ἄρα $\bar{\alpha}$ ἴση $\varsigma\bar{\delta}\wedge M\bar{\delta}$, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\ \dot{M}\bar{\beta}$.

Νῦν ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ εἶχον τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ἀριθμὸν $\dot{M}\bar{\alpha}$, τὸν δὲ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}$. δεῖ δὲ καὶ τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν προσλαβόντα τὸν $\beta^{ον}$ ποιεῖν $\square^{ον}$· ἐὰν ἄρα ἀπό τινος $\square^{ου}$ ἀφέλω τὴν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}$, ἕξω τὸν $\beta^{ον}$. πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ $\varsigma\bar{\alpha}$ καὶ $\dot{M}$ τοσούτων, ἵνα αἱ $\dot{M}$, δὶς γενόμεναι καὶ λείψασαι δυάδα, L' ᾗ τοῦ ἀπ' αὐτῶν $\square^{ου}$· καὶ προδέδεικται, καὶ

---

1 $\bar{\beta}$ om. AB_1. 2 ὑπὸ] *Ba* add. τοῦ. παραβάλλω AB. 4/5 ἵνα δὲ δύνηται ἡ παραβολή om. B_1. 5 εἶναι] εἰδέναι AB. 10 οἱ ἀριθμοὶ $\bar{\varsigma}$ *Ba*, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ A. τῶν om. *Ba*. 11 τουτέστι δὶς τῶν $\dot{M}\bar{\gamma}$ om. B_1. αἱ *Ba*, ἔσται AB_1. $\bar{\vartheta}\ \dot{M}$] $\dot{M}\bar{\vartheta}$ *Ba*. ἐστιν A. 13 λήψας δυάδος B_1. L'] τὸ ἥμισυ *Ba* (item 17). ᾗ *Ba*, τῇ AB. 17 θέλωμεν A.

Sed quoniam

$$X_1 X_2 X_3 = x^2 + 2x, \quad \text{et} \quad X_1 X_2 = 4x + 9,$$

si divido $x^2 + 2x$ per $4x + 9$, habebo X_3.

At impossibilis est divisio, et ut possimus divisionem facere, oporteret esse

$$x^2 : 4x :: 2x : 9,$$

et vicissim

$$x^2 : 2x :: 4x : 9.$$

At coefficiens x^2 est dimidius coefficiens $2x$; ergo si coefficiens $4x$ dimidius 9 esset, foret divisio; sed 4 factus est ex differentia $6x - 2x$; $6x$ ex bis $3 \times x$, hoc est 2×3; 9 denique est 3^2. Deducor igitur ad inveniendum quendam numerum, ut 3, qui, duplicatus et subtracto 2, sit dimidius quadratus ab ipso.

Sit quaesitus x; hic, duplicatus et subtracto 2, fit $2x - 2$, et huius quadratus est x^2. Volumus igitur $(2x - 2)$ esse $\frac{1}{2}x^2$. Ergo

$$x^2 = 4x - 4, \quad \text{et fit} \quad x = 2.$$

Nunc redeo ad primitivum problema; habebam

$$X_1 = 1, \quad X_1 X_2 X_3 = x^2 + 2x.$$

Oportet $X_1 X_2 X_3 + X_2$ facere $\square$; ergo si a quodam quadrato subtraho $x^2 + 2x$, habebo X_2. Formo $\square$ ab x plus numero unitatum ita sumpto ut duplicatus et subtracto 2, fiat dimidius quadratus ab ipso; quod supra monstratum est, et est 2.

---

20 στερεῶν B_1. 23 καὶ $\dot{M}$ . . . ἀπὸ ς ᾱ (p. 240, 1) om. B_1.
25 αὐτοῦ A.

ἔστι $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$. πλάσσω τὸν $\square^{ον}$ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· ἔσται ἄρα ὁ ἀπό, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. ἐὰν ἄρω τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεόν, τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$, λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. καὶ ἔστιν ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, ⟨ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· ἐὰν ἄρα τὸν ἐκ
5 τῶν τριῶν στερεόν, τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$, μερίσω εἰς τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$⟩ τουτέστιν εἰς ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ἕξω τὸν $\gamma^{ον}$· ἀλλ' ἔστιν ὁ μερισμὸς ς $\llcorner'$.

Καὶ λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ ποιεῖν $\square^{ον}$. ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς
10 μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\llcorner'$ ἴσ. $\square^{ῳ}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varsigma}{\bar{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ λδ, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\bar{\beta}$ $\llcorner'$.

κγ.

15 Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς λείψας ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\alpha}$· καὶ λείψας τὸν $\alpha^{ον}$ ποιεῖ $\square^{ον}$. καὶ ἐπεὶ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\alpha^{ος}$ ἐστιν ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα
20 ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ ἔσται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ἔστω ὁ $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· λοιπὸς ἄρα ἔσται ὁ $\gamma^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν λείποντα τὸν $\beta^{ον}$ καὶ τὸν $\gamma^{ον}$ ποιεῖν $\square^{ον}$· λιπὼν δὲ ὃν μὲν ποιεῖ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\alpha}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square$· ὃν δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⋀ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$.

1/2 ὁ ἀπό om. *Ba*. 3 τουτέστιν A. 3/4 καὶ ἔστιν ὁ] εἰ δὲ καὶ τὸν ὑπὸ τριῶν στερεὸν μερίσω εἰς τὸν *Ba*. 4 ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ . . . καὶ $\beta^{ου}$ (6) supplevi. 6 τουτέστι *Ba*. $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$] *Auria* add.: ἐὰν ἄρα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ παραβάλλω παρὰ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. 7 $\llcorner'$] τὸ ἥμισυ *Ba*. 9 ἀλλ' ὁ *Ba*. 10 ἐστιν A. 12/13 Denomin. add. *Ba*. 13 $\llcorner'$ om. A. 17 τῶν om. *Ba*. 18 $\bar{\alpha}$ posterius om. B_1. 19 ἐστι *Ba*. 22 τῶν om. B_1. 23 τὸν $\gamma^{ον}$] τρία B_1. λιπὸν *Ba*.

Formo $\square$ ab $(x + 2)$; erit igitur

$$\square = x^2 + 4x + 4.$$

Si subtraho $X_1 X_2 X_3$, hoc est $x^2 + 2x$, remanebit

$$X_2 = 2x + 4.$$

Est quoque $X_1 X_2 = \langle 2x + 4$; ergo si divido $X_1 X_2 X_3$, (hoc est $x^2 + 2x$), per $X_1 X_2 \rangle$, (hoc est $2x + 4$), habebo X_3; sed quotiens est $\frac{1}{2}x$.

Restat ut $X_1 X_2 X_3 + X_3$ faciat $\square$. At

$$X_1 X_2 X_3 + X_3 \text{ facit } x^2 + \left(2\tfrac{1}{2}\right)x = \square = 4x^2,$$

et fit

$$x = \frac{5}{6}.$$

Ad positiones; erit

$$X_1 = \frac{6}{6}, \quad X_2 = \frac{34}{6}, \quad X_3 = \frac{2\frac{1}{2}}{6}.$$

XXIII.

Invenire tres numeros tales ut productus ipsorum, 24 minus unoquoque, faciat quadratum.

Ponatur $X_1 = x$ et $X_1 X_2 X_3 = x^2 + x$, qui, subtracto X_1, facit $\square$.

Quoniam $X_1 X_2 X_3 = x^2 + x$, et $X_1 = x$, erit

$$X_2 X_3 = x + 1.$$

Sit $X_2 = 1$; remanet ergo $X_3 = x + 1$.

Restat ut $X_1 X_2 X_3$, subtracto sive X_2 sive X_3, faciat $\square$. Sed

$$X_1 X_2 X_3 - X_2 \text{ facit } x^2 + x - 1 = \square,$$
$$X_1 X_2 X_3 - X_3 \qquad x^2 - 1 = \square,$$

καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης. καὶ λαμβάνω τὴν ὑπεροχήν· ἔστι δὲ ϛα· ἐκτίθεμαι ἀριθμοὺς δύο ὧν ὁ ὑπὸ τηλικοῦτός ἐστι. τοῦτον ϛα μετρείτω ΜΛ′ κατὰ ϛβ̄, τουτέστι κατὰ πλευρὰς β τῆς Δ^Υ· καὶ ἔστιν αὐτῶν ὡς οἶδας ἡ ἴσωσις, καὶ γίνεται ὁ ϛ η^ων ιζ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^ος ιζ̄, ὁ δὲ β^ος Μ̊ᾱ, ὁ δὲ γ^ος η^ων κε̄.

κδ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον παρὰ πλευράν.

Ἔστω δὴ ὁ δοθεὶς ὁ ϛ̄.

Τετάχθω ὁ α^ος ϛᾱ, λοιπὸς ἄρα ὁ β^ος ἔσται Μ̊ϛ̄ ⋔ ϛᾱ.

λοιπὸν δεῖ εἶναι τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον παρὰ πλευράν· ἀλλ' ὁ ὑπ' αὐτῶν ἔσται ϛϛ̄ ⋔ Δ^Υᾱ· ταῦτα ἴσα κύβῳ παρὰ πλευράν· πλάσσω κύβον ἀπὸ ϛ ὁσωνδήποτε ⋔ Μ̊ᾱ· ἔστω δὴ ἀπὸ ϛβ̄ ⋔ Μ̊ᾱ. καὶ ὁ ἀπὸ τούτου κύβος λείψας αὐτὸν ποιεῖ Κ^Υη̄ ϛδ̄ ⋔ Δ^Υιβ̄. ταῦτα ἴσα ϛϛ̄ ⋔ Δ^Υᾱ.

Καὶ εἰ ἦσαν οἱ ϛ ἐν ἑκατέρᾳ τῇ ἰσώσει ἴσοι, λοιπὸν ἐγίνετο ἰσῶσαι Κ^Υ ἴσους Δ^Υ, καὶ ὁ ϛ ἦν ῥητός· ἀλλὰ οἱ ϛβ̄ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς εἰσιν ὑπὲρ ϛβ̄, τουτέστιν ἐκ τῶν τρὶς τῶν βϛ· καὶ ἐὰν τρὶς οἱ βϛ λείψωσιν ϛβ̄,

---

2 ἔστιν A. ὁ] τὸ *Ba*. 3 τοῦτον scripsi, τούτων AB. Μ̊ τὸ ἥμισυ κατὰ ϛ^ους β̄ *Ba*, ϛβ̄ κατὰ Μ̊Λ′ B. 5 η^ων] μονάδων AB (item 7). 11 δὴ scripsi, δὲ AB, om. *Ba*. 12 α^ος] εἰς B_1. 14 δεῖ] δὴ *Ba*. τὸν ὑπ' αὐτῶν κύβον om. B_1. 15 ἔσται A, ἐστιν B. 17 δὴ] δὲ AB. 18 λείψας om. B_1. 20 οἱ om. B_1. ἴσος B_1. 21 λοιπὸς AB_1. 22 ἀλλ' οἱ *Ba*. εἰσιν] τῶν ϛϛ̄ add. *Auria*. ὑπὲρ ϛ^ους δύο *Ba*, ἐπεὶ ἀριθμοὶ δύο AB. τουτέστι *Ba*. 23 λείψωσι A*Ba*.

et fit dupla aequatio; differentiam sumo, quae est x; expono duos numeros quorum productus huic differentiae aequalis sit. Dividatur x per $\frac{1}{2}$ secundum $2x$, hoc est secundum duplam radicem termini in x^2. Aequatio fit ut scis[1]), et $x = \frac{17}{8}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{17}{8}, \quad X_2 = 1, \quad X_3 = \frac{25}{8}.$$

XXIV.

Datum numerum partiri in duos numeros et facere 25 illorum productum cubum minus radice.

Esto iam datus 6.

Ponatur $X_1 = x$, ergo erit $X_2 = 6 - x$.

Reliquum oportet $X_1 X_2$ esse cubum minus radice; sed $X_1 X_2$ erit $6x - x^2$; ista aequentur cubo minus radice. Formo cubum ab x cum quolibet coefficiente, minus unitate; esto ab $(2x - 1)$; huius cubus, minus ipsa radice, facit:

$8x^3 + 4x - 12x^2$. Ista aequantur $6x - x^2$.

Si coefficientes x in utraque parte aequales essent, restarent aequandi termini in x^3 et x^2, foretque x rationalis. At $4x$ ex differentia provenit supra $2x$, scilicet ex 3^{plo} $(2x)$; et $3 \times 2x - 2x$ faciunt $2 \times 2x$;

1) Nempe

$$\left[\frac{1}{2}\left(2x - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = x^2 - 1,$$

vel

$$\left[\frac{1}{2}\left(2x + \frac{1}{2}\right)\right]^2 = x^2 + x - 1.$$

στερεός ἐστι $K^{Y}\bar{\eta}$, ὁ δὲ ὑπὸ ⟨τοῦ⟩ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\gamma^{\chi}$.

Καὶ εἰ μὲν ἦν ὁ $\beta^{ος}$ τοῦ $\alpha^{ου}$ μείζων, ἐλάσσων δὲ τοῦ $\gamma^{ου}$, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· ἀλλὰ ὁ $\beta^{ος}$ ἐγένετο ἐκ τοῦ τὸν $\bar{\eta}$ μερισθῆναι εἰς τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$. ἀλλὰ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ οὔκ εἰσι τυχόντες, ἀλλὰ μονάδι διαφέροντες· ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς μονάδι ἀλλήλων ὑπερέχοντας, ὅπως ὁ $\bar{\eta}$ μεριζόμενος εἰς τὸν ὑπ' αὐτῶν ποιῇ τινα ὃς τοῦ μὲν ἐλάσσονος μείζων ᾖ, τοῦ δὲ μείζονος ἐλάσσων.

Τετάχθω ὁ ἐλάσσων $\varsigma\,\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα μείζων ἔσται $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\alpha}$. καὶ τὸν $\bar{\eta}$ ἐὰν μερίσω εἰς τὸν ὑπ' αὐτῶν, τουτέστιν εἰς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$, εὑρεθήσεται ὁ μέσος $\dot{M}\bar{\eta}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$. θέλομεν δὲ τοῦτον μείζονα μὲν εἶναι $\varsigma\,\bar{\alpha}$, ἐλάσσονα δὲ $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\alpha}$· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἐστι $\dot{M}\bar{\alpha}$, ὥστε ἡ ὑπεροχὴ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ τοῦ $\beta^{ου}$ ἐλάσσων ἐστὶ $\dot{M}\bar{\alpha}$, ὥστε ὁ $\beta^{ος}$ μετὰ $\dot{M}\bar{\alpha}$ μείζων ἐστὶ τοῦ $\alpha^{ου}$. ἀλλὰ ὁ $\beta^{ος}$, προσλαβὼν τὴν $\dot{M}$ καὶ ἀναλυθεὶς εἰς τὴν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\eta}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$· ὥστε ταῦτα μείζονά ἐστιν $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\alpha}$· καὶ πάντα ἐπὶ τὸ μόριον·

$$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\eta} \text{ μείζονά εἰσιν } K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\beta}\,\varsigma\,\bar{\alpha}.$$

καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια καὶ γίνονται $M\bar{\eta}$ μείζονες $K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$.

πλάσσω κύβον ὃς ἔχει $K^{Y}\bar{\alpha}\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· ἔσται ἄρα ἡ π^{λ} τοῦ κύβου $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\,\gamma^{\chi}$. ἀλλὰ ἐπεὶ $\dot{M}\bar{\eta}$ μείζους εἰσὶ

---

1 τοῦ suppl. *Ba*. 4 ἀλλ' ὁ *Ba*. 5 τὸν post.] τὸ AB. 6 ἀλλ' ὁ *Ba*. $\gamma^{ος}$] δεύτερος AB_1. εἰσιν A. 9 τὸν] τὸ AB. 13 τουτέστι B_1. εἰς om. B_1. 15 ἐλάσσονα] τὸν ἐλάττονα B_1. 16 ἐστιν A. τοῦ ante $\beta^{ου}$ om. *Ba*. 18 ἀλλ' ὁ *Ba*. 19 μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$ om. B_1. 20 ἐστι *Ba*.

$X_3 = 3x$, et quoniam $X_1 X_2 X_3 = 8x^3$, et $X_1 X_3 = 6x^2$, reliquus $X_2 = \left(1\frac{1}{3}\right)x$.

Si foret $X_2 > X_1$ et $X_2 < X_3$, soluta esset quaestio. Sed X_2 factus est ex 8 diviso per $X_1 X_3$; at X_1 et X_3 non sunt fortuiti, sed (ipsorum coefficientium) differentia est unitas. Deducor igitur ad inveniendum duos numeros quorum differentia sit unitas et productus, dividens 8, (quotientem) faciat maiorem minore, minoremque maiore.

Ponatur minor $= x$, ergo erit maior $= x + 1$; si divido 8 per ipsorum productum, hoc est per $(x^2 + x)$, invenietur medius $= \frac{8}{x^2 + x}$.

Hunc volumus esse $> x$, et $< x + 1$; quum horum differentia sit 1, differentia[1]) inter 1um et 2um est < 1; est scilicet $2^{us} + 1 > 1^{o}$. Sed $2^{us} + 1$, reductione ad (denominatorem) $x^2 + x$, fit $\frac{x^2 + x + 8}{x^2 + x}$; quae sunt $>$ $x + 1$. Omnia in denominatorem:

$$x^2 + x + 8 > x^3 + 2x^2 + x.$$

A similibus similia; fit

$$8 > x^3 + x^2.$$

Formo cubum qui terminos habeat $x^3 + x^2$; erit igitur cubi radix $= x + \frac{1}{3}$. Sed quoniam $8 > x^3 + x^2$

1) Hîc '1us' vocatur idem numerus qui paulo antea 'maior' dictus est, et '2us' idem qui 'medius'; 3us erit idem qui minor.

22 *εἰσι* B_1. 23 *M̊*] *δυνάμεις* B_1. *μείζονα* AB_1. 26 *ἀλλ' ἐπεὶ Ba.* *εἰσὶ* om. B_1.

$K^{Y}\bar{\alpha}\ \Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἔστι δὲ καὶ ὁ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\gamma^{\chi}$ κύβος μείζων $K^{Y}\bar{\alpha}\ \Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ἐὰν ἰσώσω καὶ τὴν πλευράν, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἴσ. ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\gamma^{\chi}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\gamma^{\omega\nu}$ $\bar{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\overset{\gamma}{\bar{\eta}}$, ὁ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overset{\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$, ὁ $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\overset{\gamma}{\bar{\varepsilon}}$, καὶ πάντα εἰς $\iota\varepsilon^{\alpha}$. ἔσται ὁ $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\bar{\mu}$, ὁ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overline{\kappa\zeta}$, ὁ $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$. κοινὸν γὰρ ἤρθη τὸ $\overline{\iota\varepsilon}$ μόριον, καὶ ηὑρημένοι εἰσὶν τρεῖς ἀριθμοὶ ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς ᾖ κύβος πλευρὰν ἔχων τὰς ὑπεροχὰς αὐτῶν συντεθείσας.

Τάσσω τοίνυν τὸν μὲν $\alpha^{\circ\nu}$ ς $\bar{\mu}$, τὸν δὲ $\beta^{\circ\nu}$ ⟨ς $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν δὲ $\gamma^{\circ\nu}$⟩ ς $\overline{\kappa\varepsilon}$, καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς κύβος οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ἐστὶ ταῖς ὑπεροχαῖς αὐτῶν συντεθείσαις· λοιπὸν δεῖ ἰσῶσαι τοὺς τρεῖς ταῖς δοθείσαις $\overset{\circ}{M}$, ἐδόθησαν δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· ς ἄρα $\overline{\iota\beta}$ ἴσοι $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ς ἑνὸς ⟨$\kappa\gamma^{ou}$⟩.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\bar{\mu}$, ὁ δὲ $\beta^{\circ\varsigma}$ $\overline{\kappa\zeta}$, ὁ δὲ $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$.

κϛ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἑκάτερον ποιῇ κύβον.

Τάσσω τὸν $\alpha^{\circ\nu}$ ἐκ κυβικῶν ς· ἔστω δὴ $\bar{\eta}$· τὸν $\beta^{\circ\nu}$

---

1 ἔστιν A. καὶ om. *Ba*. 2 τὴν πλευράν] τὰς πλευράς *Ba*. 3 καὶ om. *Ba*. $\gamma^{\omega\nu}$] $\overset{\circ}{M}$ A, μονάδι B_1. 5 $\iota\varepsilon^{\alpha}$] πεντεκαίδεκα AB. 7 κύβος *Ba*, κύβου A, κύβων B. 9/10 ς $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν δὲ τρίτον suppl. *Ba*. 12 λοιπὸν δεῖ] λοιπὸν δέ A, θέλω δὲ B. 12/13 ἰσῶσαι τοὺς τρεῖς ταῖς δοθείσαις] τοὺς τρεῖς ἴσους εἶναι δοθεῖσι *Ba*. 14 ἑνὸς $\kappa\gamma^{ou}$] $\bar{\alpha}$ A, εἷς B_1. 15/16 Denomin. add. *Ba*. 20 ἔστι B_1. δὲ] δὴ AB. $\bar{\eta}$] ς ς $\bar{\eta}$ *Ba*.

et est quoque $\left(x + \frac{1}{3}\right)^3 > x^3 + x^2$, si radices aequo, hoc est

$$2 = x + \frac{1}{3}, \quad \text{fit} \quad x = \frac{5}{3}.$$

Ad positiones. Erit

$$1^{us} = \frac{8}{3}, \quad 2^{us} = \frac{9}{5}, \quad 3^{us} = \frac{5}{3}.$$

Omnia in 15. Erit

$$1^{us} = 40, \quad 2^{us} = 27, \quad 3^{us} = 25.$$

Sic sublatus est denominator 15 et inventi sunt tres numeri tales ut ipsorum productus sit cubus radicem habens summam differentiarum.

Pono[1]) igitur

$$X_1 = 40x, \quad X_2 = 27x, \quad X_3 = 25x;$$

horum productus est cubus cuius radix aequalis est summae differentiarum. Restat ut summa trium aequetur dato numero; datus vero est 4; ergo

$$92x = 4, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{1}{23}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{40}{23}, \quad X_2 = \frac{27}{23}, \quad X_3 = \frac{25}{23}.$$

XXVI.

Invenire duos numeros quorum productus plus 27
utroque faciat cubum.

Pono X_1 esse x cum coefficiente cubico; esto 8;

1) Ordinem ab initio propositum ($X_1 < X_2 < X_3$) invertit Diophantus.

Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ᾱ· καὶ συμφωνεῖ μοι ἓν ἐπίταγμα. ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν α^ον ποιεῖ κύβον.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν προσλαβόντα τὸν β^ον ποιεῖν κύβον. ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν β^ον ποιεῖ Κ^Υ η̄ Δ^Υ ᾱ ⋔ ς η̄ M̊ ᾱ ἴσ. κύβῳ· πλάσσω τὸν κύβον ἀπὸ ς β̄ ⋔ M̊ ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ς ιδ̄ ιγ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ ⟨μὲν⟩ α^ος ριβ̄ ιγ̄, ὁ δὲ β^ος κζ̄ ρξθ̄.

κζ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας ἑκάτερον ποιῇ κύβον.

Ὁμοίως ὁ α^ος τετάχθω κυβικῶν ς η̄, ὁ β^ος Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ ἀεί, καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας ⟨τὸν α^ον κύβος. πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας⟩ τὸν β^ον ποιεῖ Κ^Υ η̄ ς η̄ ⋔ Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα κύβῳ· καὶ ἔστιν ἀδύνατον.

Τάσσω τοίνυν πάλιν τὸν μὲν κυβικῶν ς M̊ ᾱ· ἔστω ς η̄ M̊ ᾱ· τὸν δὲ Δ^Υ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν β^ον κύβος. πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας τὸν α^ον ποιεῖ Κ^Υ η̄ Δ^Υ ᾱ ⋔ ς η̄ M̊ ᾱ· ταῦτα ἴσα κύβῳ τῷ ἀπὸ π^λ· ς β̄ ⋔ M̊ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς ιδ̄ ιγ̄.

---

1 συμφωνῇ AB. 2 προσλαβὼν om. B₁. 4 ἀλλ' ὁ Ba. προσλαβὼν τὸν β^ον om. B₁. 5 ἴσους AB. τὸν om. B₁. 7 μὲν suppl. Ba. ριβ] ριγ AB. 12 ὁ δὲ δεύτερος Ba. 13 καὶ om. Ba. τὸν α^ον . . . . λείψας (14) suppl. Ba. 14 πάλιν scripsi, ἀλλὰ Ba. ποιεῖν B₁. 16 μὲν scripsi, πρῶτον Ba, δεύτερον AB₁. κυβικὸν A. M̊ ᾱ] ᾱ M̊ A, ἕνα M̊ B, μετὰ M̊ ᾱ Ba. 17 τὸν δὲ] ὁ δὲ AB, τὸν δὲ δεύτερον Ba. 18 πάλιν ὁ ὑπ' αὐτῶν] ἀλλὰ Ba.

$X_2 = x^2 - 1$. Uni conditioni satisfactum est; nam $X_1 X_2 + X_1$ facit cubum.

Reliquum oportet $X_1 X_2 + X_2$ facere cubum. Sed

$$X_1 X_2 + X_2 \text{ facit } 8x^3 + x^2 - 8x - 1, \text{ aeq. cubo.}$$

Formo cubum ab $(2x - 1)$ et fit $x = \frac{14}{13}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{112}{13}, \quad X_2 = \frac{27}{169}.$$

XXVII.

Invenire duos numeros quorum productus minus utroque faciat cubum. 28

Similiter ponatur cum coefficiente cubico $X_1 = 8x$, et semper $X_2 = x^2 + 1$. Sic $X_1 X_2 - X_1$ facit cubum.

Rursus $X_1 X_2 - X_2$ facit $8x^3 + 8x - x^2 - 1$ aeq. cubo; quod est impossibile.[1])

Pono igitur alterum esse x cum coefficiente cubico, plus unitate: esto $8x + 1$; alterum x^2. Horum productus minus X_2 fit cubus; rursus

$$X_1 X_2 - X_1 \text{ facit } 8x^3 + x^2 - 8x - 1 \text{ aeq. cubo}$$
$$\text{a radice } (2x - 1),$$

et fit

$$x = \frac{14}{13}.$$

---

1) Facile solvetur aequatio, si sumas cubum a radice $\left(2x - \frac{1}{12}\right)$ vel $\left(\frac{8}{3}x - 1\right)$, qua methodo usus est supra Diophantus (IV, xxv).

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\iota\gamma}{\overline{\rho\kappa\varepsilon}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\rho\xi\vartheta}{\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}}$.

κη.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ κύβον.

Ἐπεὶ οὖν ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ κύβον, ποιείτω $\overset{\circ}{M}\overline{\xi\delta}$. πάλιν, ἐπεὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ ⟨κύβον, ποιείτω⟩ $\overset{\circ}{M}\overline{\eta}$. δὶς ἄρα συναμφότερος, ποιῶν αὐτῶν τὴν ὑπεροχήν, ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\nu\varsigma}$· ὥστε συναμφότερος ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\eta}$· ἀλλὰ καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ $\overset{\circ}{M}\overline{\xi\delta}$· λοιπὸς ἄρα ὁ ὑπ' αὐτῶν ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$. ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ⟨ὥστε συναμφότερον ποιεῖν⟩ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\eta}$, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$.

Τετάχθω ὁ μείζων $\text{ϛ}\,\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$· ὁ ἄρα ἐλάσσων ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$ ⋔ $\text{ϛ}\,\overline{\alpha}$. λοιπόν ἐστι τὸν ὑπ' αὐτῶν, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, ἰσῶσαι $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ γίνεται $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ἴση $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\xi}$.

Καὶ εἰ ἦσαν $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\xi}$ τετραγωνικαί, λελυμένον μοι ἦν τὸ ζητούμενον. ἀλλὰ αἱ $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\xi}$ ὑπεροχή ἐστιν ᾗ ὑπερέχουσι $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$ τῶν $\overline{\lambda\varsigma}$. ἀλλὰ αἱ $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$ ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\delta}$ ἐστι $\square^{ος}$· ὁ δὲ $\overline{\iota\delta}$ ἥμισύ ἐστι τῶν $\overline{\kappa\eta}$· ὥστε τὰ $\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$ τὸ $\angle'$ ἐστι τῶν $\overline{\kappa\eta}$ ἐφ' ἑαυτά· ἀλλὰ ὁ $\overline{\kappa\eta}$ ἥμισύ ἐστι τῶν $\overline{\nu\varsigma}$, ὥστε τὰ $\overline{\iota\delta}$, $\delta^{ον}$ ἐστι τοῦ $\overline{\nu\varsigma}$· ἀλλὰ ὁ $\overline{\nu\varsigma}$

2 $\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$] $\overline{\rho\text{ϟ}\beta}$ B_1. 5 λείψει AB_1. ποιεῖ A. 6 οὖν om. *Ba*. μετὰ συναμφοτέρου] προσλαβὼν συναμφότερον *Ba*. 8 κύβον ποιείτω *Ba*, om. A, κύβον, μονάδας $\overline{\xi\delta}$, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ B. 9 συναμφοτέρων AB_1. 10 συναμφότερα AB_1. 13 ὥστε συναμφότερον ποιεῖν suppl. *Auria*, οἳ συντεθέντες ποιοῦσι *Ba*. 18 μοι] μὲν *Ba*. 19 ἀλλ' αἱ *Ba* (item 20). ἐστι *Ba*. 20 τῶν] τὰς *Ba*. 21 ἐστιν (bis) A. ὥστε .... τῶν $\overline{\kappa\eta}$ (22) om. B_1. 22 ἑαυτό melius *Ba*. ἀλλ' ὁ *Ba* (item 23).

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{125}{13}, \quad X_2 = \frac{196}{169}.$$

XXVIII.

Invenire duos numeros quorum productus, sive 2 plus sive minus summa ipsorum, faciat cubum.

Quoniam

$$X_1 X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, faciat } 64,$$

et quoniam

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, faciat } 8.$$

Ergo $2(X_1 + X_2)$ facit differentiam $[64 - 8]$; erit 56, et

$$X_1 + X_2 = 28.$$

Sed $X_1 X_2 + (X_1 + X_2)$ facit 64; reliquus ergo $X_1 X_2$ erit 36.

Deducor igitur ad inveniendum duos numeros quorum summa faciat 28 et productus 36.

Ponatur[1]) maior $= x + 14$; erit igitur minor $= 14 - x$.

Restat ut productus, hoc est $196 - x^2$, aequetur 36, et fit

$$x^2 = 160.$$

Si foret coefficiens unitatis, 160, quadraticus, soluta esset quaestio. Sed

$$160 = 196 - 36; \quad 196 = (14)^2 \quad \text{et} \quad 14 = \frac{1}{2} \times 28.$$

Sic $196 = \left(\frac{1}{2} \times 28\right)^2$. Sed $28 = \frac{1}{2} \times 56$; ergo

$$14 = \frac{1}{4} \times 56,$$

1) Cf. problema I, XXVII.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ ζητῶ τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν κύβον τῶν ͵δϡιγ, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν κύβον τὸ ᾱ.

Ἐπεὶ οὖν ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖ κύβον, τουτέστι $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵δϡιγ, ὧν ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ κύβον, τουτέστι $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ᾱ, ὁ δὶς ἄρα συναμφότερός ἐστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχή, τουτέστι ͵δϡιβ, ὥστε συναμφότερος ἔσται ͵βυνϛ· ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ͵δϡιγ, ὧν συναμφότερος ͵βυνϛ· ἔσται ἄρα ὁ ὑπ' αὐτῶν $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵βυνζ. καὶ προδέδεικται αὕτη ἡ ἀπόδειξις ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, καὶ νῦν δὲ δειχθήσεται διὰ τὸ πρόβλημα.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$, ϛ ᾱ καὶ $\mathring{M}$ τοῦ ∠′ ὧν εἰσι συναμφότερα, τουτέστι $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵ασκη· ὁ $\beta^{ος}$ ἔσται $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵ασκη ⋔ ϛ ᾱ· καὶ ἔστι μὲν συναμφότερος $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵βυνϛ· ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι $\overset{Y}{M}$ ρν . ͵ζϡπδ μορίου κϛ . ͵βρμδ ⋔ Δ^{Y} ᾱ· ταῦτα ἴσα $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ ͵βυνζ· καὶ πάντα ἐπὶ ⟨τὸ⟩ μόριον, τουτέστιν κϛ . ͵βρμδ· καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. γίνεται Δ^{Y} κϛ . ͵βρμδ ἴσαι $\overset{Y}{M}$ κε. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\varphi\iota\beta}{\mathring{M}}$ φ.

2 τῶν] τὸν B. 2 et 4 Denomin. add. *Ba*. 3 λείψας AB_1. 4 τὸ] τὸν AB. 6 τουτέστιν A (item 7). 8 ἐστι A*Ba*. 8—10 Denomin. add. *Ba* (item p. 258, 1). 9 ἀλλ' ὁ *Ba*. 10 συναμφοτέρου] *Ba* add. ἐστὶ. 12 δὲ om. B_1. 14 τοῦ ∠′] τῆς ἡμισείας AB. 14/15 συναμφότεροι *Ba*. 17 $\overset{Y}{M}$] μονάδας AB. 18 τὸ addidi. τουτέστι A*Ba*. 20 $\overset{Y}{M}$] μονάδων A, $\mathring{M}$ B.

Redeo nunc ad primitivum problema et quaero

$$X_1 X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facere cubum } \frac{4913}{512},$$

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facere cubum } \frac{1}{512}.$$

Quoniam

$$X_1 X_2 + (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, hoc est } \frac{4913}{512},$$

et

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) \text{ facit cubum, hoc est } \frac{1}{512},$$

ergo

$2(X_1 + X_2)$ est differentia $\frac{4912}{512}$, et $X_1 + X_2 = \frac{2456}{512}$.

Sed

$X_1 X_2 + (X_1 + X_2) = \frac{4913}{512}$, quorum $X_1 + X_2 = \frac{2456}{512}$;

ergo

$$X_1 X_2 = \frac{2457}{512}.$$

Iam demonstrata est in Libro I solutio[1]); nunc quoque demonstrabitur huius problematis gratia.

Ponatur X_1 esse x plus dimidia summa, hoc est $\frac{1228}{512}$; ergo

$$X_2 = \frac{1228}{512} - x; \quad \text{est} \quad X_1 + X_2 = \frac{2456}{512}$$

et

$$X_1 X_2 = \frac{1507984}{262144} - x^2; \quad \text{aeq. } \frac{2457}{512}.$$

Omnia in denominatorem, hoc est 262144, et a similibus similia; fit

$$262144 x^2 = 250000, \quad \text{et} \quad x = \frac{500}{512}.$$

1) I, XXVII.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ $\overline{\alpha\psi\kappa\eta}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\overline{\psi\kappa\eta}$, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

Ἄλλως.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ κύβον.

Ἐν δὲ τῷ τοιούτῳ, ἅπας τετράγωνος ἀριθμὸς διαιρεθεὶς εἴς τε τὴν πλευρὰν καὶ τὸν λοιπόν, ποιεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου κύβον. τετάχθω τοίνυν ὁ τετράγωνος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, καὶ διῃρήσθω εἴς τε τὴν π^{λ} καὶ τὸν λοιπόν. ἔσται $\varsigma\,\bar{\alpha}$ καὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge \varsigma\,\bar{\alpha}$· καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου κύβος.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν κύβον. ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ $K^{Y}\bar{\alpha} \wedge \Delta^{Y}\bar{\beta}$· ταῦτα ἴσα κύβῳ ἐλάσσονι τοῦ $K^{Y}\bar{\alpha}$· πλάσσω $K^{Y}\eta^{\chi}$, καὶ πάντα $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$· γίνονται

$$K^{Y}\bar{\eta} \wedge \Delta^{Y}\overline{\iota\varsigma} \text{ ἴσ. } K^{Y}\bar{\alpha}, \text{ καὶ γίνεται ὁ } \varsigma\ \frac{\zeta}{\overline{\iota\varsigma}}.$$

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\frac{\zeta}{\overline{\iota\varsigma}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\frac{\mu\vartheta}{\overline{\rho\mu\delta}}$.

κθ.

Εὑρεῖν τέσσαρας ἀριθμοὺς ⟨τετραγώνους⟩, οἳ συντεθέντες καὶ προσλαβόντες τὰς ἰδίας πλευρὰς συντεθείσας ποιοῦσι δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω δὴ τὸν $\overline{\iota\beta}$.

---

3 Ἄλλως om. *Ba.* 5 λείψει A. ποιεῖ AB_1. 6 δὲ om. *Ba.* ἀριθμὸς om. B_1. 8/9 ὁ τετράγωνος τοίνυν B_1. 14 ἐλάττονι B_1. 15 πλάσσω κύβον ἀπὸ $\varsigma\,\bar{\alpha}^{\beta}$, τουτέστι $K^{Y}\bar{\alpha}^{\eta}$ *Ba.* η^{χ}] ϛ $\bar{\eta}$ AB (an μορίου $\bar{\eta}$?) 17 ἔσται om. B_1. 19 τετραγώνους suppl. *Ba.* 21 ποιῶσι *Ba.* 22 δὲ] δὴ AB.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{1728}{512}, \quad X_2 = \frac{728}{512},$$

et probatio evidens.

Aliter.[1])

Invenire duos numeros quorum productus, sive plus 30
sive minus summa ipsorum, faciat cubum.

In tali quaestione, omnis quadratus numerus, partitus in radicem ipsius et residuum, facit duos numeros quorum productus, plus summa, est cubus.

Ponatur igitur quadratus x^2, et partes sint radix et residuus, scilicet x et $x^2 - x$; productus plus summa est cubus.

Reliquum oportet productum minus summa facere cubum, sed productus minus summa facit $x^3 - 2x^2$; ista aequentur cubo qui sit $< x^3$. Formo $\frac{1}{8}x^3$, et omnia 8ies. Fit

$$8x^3 - 16x^2 = x^3, \quad \text{et} \quad x = \frac{16}{7}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{16}{7}, \quad X_2 = \frac{144}{49}.$$

XXIX.

Invenire quatuor numeros quadratos quorum 31
summa, plus ipsorum radicum summa, faciat datum numerum.

Esto iam 12.

1) Haec solutio altera, priore elegantior, a Diophanti abiudicari nequit.

Ἐπεὶ πᾶς $\square^{ος}$ προσλαβὼν τὴν ἰδίαν π^{λ} καὶ $\overset{\circ}{M}\delta^{\chi}$, ποιεῖ $\square^{ον}$, οὗ ἡ π^{λ} $\wedge\overset{\circ}{M}\angle'$ ποιεῖ ἀριθμόν τινα, ὅς ἐστι τοῦ ἐξ ἀρχῆς $\square^{ου}$ πλευρά, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἄρα, προσλαβόντες μὲν τὰς ἰδίας π^{λ}, ποιοῦσι $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$, προσ-
5 λαβόντες δὲ καὶ $\bar{\delta}$ δ^{α}, ποιοῦσι τέσσαρας $\square^{ους}$· εἰσὶ δὲ καὶ αἱ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ μετὰ $\bar{\delta}$ $\delta^{\omega\nu}$, ὅ ἐστι $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$. τὰς $\overline{\iota\gamma}$ ἄρα $\overset{\circ}{M}$ διαιρεῖν δεῖ εἰς τέσσαρας $\square^{ους}$, καὶ ἀπὸ τῶν πλευρῶν, ἀφελὼν ἀπὸ ἑκάστης π^{λ} $\overset{\circ}{M}\angle'$, ἕξω τῶν $\bar{\delta}$ $\square^{ων}$ τὰς π^{λ}.

10 Διαιρεῖται δὲ ὁ $\overline{\iota\gamma}$ εἰς δύο $\square^{ους}$, τόν τε $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\vartheta}$. καὶ πάλιν ἑκάτερος τούτων διαιρεῖται εἰς δύο $\square^{ους}$, εἰς $\overset{\kappa\varepsilon}{\xi\delta}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\lambda\varsigma}}$, καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\mu\delta}}$ καὶ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\pi\alpha}}$. λαβὼν τοίνυν ἑκάστου τὴν πλευράν, $\overset{\varepsilon}{\bar{\eta}}$, $\langle\overset{\varepsilon}{\bar{\varsigma}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}\rangle$, $\overset{\varepsilon}{\bar{\vartheta}}$, καὶ αἴρω ἀπὸ ἑκάστου τούτων πλευρᾶς $\overset{\circ}{M}\angle'$, καὶ ἔσονται αἱ π^{λ} τῶν
15 ζητουμένων $\square^{ων}$, $\overset{\iota}{\overline{\iota\alpha}}$, $\overset{\iota}{\bar{\zeta}}$, $\overset{\iota}{\overline{\iota\vartheta}}$, $\overset{\iota}{\overline{\iota\gamma}}$. αὐτοὶ ἄρα οἱ $\square^{οι}$, ὅς μὲν $\overset{\varrho}{\rho\overline{\kappa\alpha}}$, ὅς δὲ $\overset{\varrho}{\overline{\mu\vartheta}}$, ὅς δὲ $\overset{\varrho}{\overline{\tau\xi\alpha}}$, ὅς δὲ $\overset{\varrho}{\rho\overline{\xi\vartheta}}$.

λ.

Εὑρεῖν τέσσαρας τετραγώνους οἳ συντεθέντες καὶ λείψαντες τὰς πλευρὰς αὐτῶν συντεθείσας ποιοῦσι
20 δοθέντα ἀριθμόν.

---

2 λείψασα μονάδος ἡμίσεως A*Ba*, λείψασα μονάδος ἥμισυ B. 6 ἐστιν A. τὰς] ταῖς A. 7/8 καὶ ἀπὸ ἑκάστης πλευρᾶς ἀφελὼν μονάδος τὸ ἥμισυ *Ba*. 10 διαιροῦνται δὲ οἱ τρεῖς AB, διαιροῦνται δὲ οἱ $\overline{\iota\gamma}$ *Ba*. 13 τὴν πλευράν] τὰς πλευράς B_1. $\bar{\varsigma}^{\varepsilon}$, $\overline{\iota\beta}^{\varepsilon}$ suppl. *Ba*. καὶ om. *Ba*. 14 πλευρᾶς om. *Ba*. μονάδος τὸ ἥμισυ *Ba*. 19 λείψαντες *Ba*, ∧ A, λείψει B. ποιῶσι *Ba*.

Quoniam omnis quadratus, plus radice ipsius et $\frac{1}{4}$, facit quadratum cuius radix minus $\frac{1}{2}$ facit numerum qui radix est primitivi quadrati, ergo summa quatuor (quaesitorum), plus radicibus ipsorum, facit 12, et plus $4 \times \frac{1}{4}$ insuper, facit summam quatuor quadratorum; at 12 plus $4 \times \frac{1}{4}$ (hoc est 1) est 13; oportet partiri 13 in quatuor quadratos, quorum ab unaquaque radice subtrahens $\frac{1}{2}$, habebo radices quatuor quaesitorum.

Partitur autem 13 in duos quadratos 4 et 9, et rursus uterque in duos quadratos, alter in $\frac{64}{25}$ et $\frac{36}{25}$, alter in $\frac{144}{25}$ et $\frac{81}{25}$. Sumens uniuscuiusque radicem,

$$\frac{8}{5}, \quad \frac{6}{5}, \quad \frac{12}{5}, \quad \frac{9}{5},$$

ab unaquaque radice subtraho $\frac{1}{2}$; erunt quaesitorum quadratorum radices

$$\frac{11}{10}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{19}{10}, \quad \frac{13}{10},$$

et quadrati ipsi

$$\frac{121}{100}, \quad \frac{49}{100}, \quad \frac{361}{100}, \quad \frac{169}{100}.$$

XXX.

Invenire quatuor quadratos quorum summa, minus 31 ipsorum radicum summa, faciat datum numerum.

Ἔστω δὴ Μ̊ δ̄.

Ἐπεὶ οὖν τὸν $\alpha^{ον}$ λείψαντα αὐτοῦ τὴν $\pi^{λ.}$, καὶ τὸν $\beta^{ον}$ λείψαντα αὐτοῦ τὴν $\pi^{λ.}$, καὶ τὸν $\gamma^{ον}$, καὶ τὸν $\delta^{ον}$, ὁμοίως λείψαντα, ⟨δεῖ⟩ ποιεῖν Μ̊ δ̄, ἀλλὰ μὴν καὶ πᾶς □^{ος}, λείψας τὴν ἑαυτοῦ $\pi^{λ.}$, καὶ προσλαβὼν Μ̊ $\delta^{χ}$, ποιεῖ □^{ον}, οὗ ἡ $\pi^{λ.}$ προσλαβοῦσα Μ̊ ∟′ ποιεῖ τὴν τοῦ ἐξ ἀρχῆς □^{ου} πλευράν, ὥστε οἱ τέσσαρες, λείψαντες αὐτῶν τὰς $\pi^{λ.}$, καὶ προσλαβόντες Μ̊^{ος} δ̄ $\delta^{α}$, τουτέστι Μ̊ ᾱ, ποιήσουσι τέσσαρας □^{ους}· ἀλλὰ καὶ οἱ τέσσαρες, λείψαντες αὐτῶν τὰς $\pi^{λ.}$, ποιοῦσι Μ̊ δ̄· προσλαβόντες δὲ καὶ Μ̊ ᾱ, ποιοῦσι Μ̊ ε̄. ἀπῆκται οὖν μοι τὸν ε̄ διελεῖν εἰς τέσσαρας □^{ους}. [ἑκάστῃ τῶν $\pi^{λ.}$ προσέθηκα Μ̊ ∟′ καὶ εὗρον τὰς τῶν ζητουμένων □^{ων} $\pi^{λ.}$.]

Διαιρεῖται δὲ ὁ ε̄ εἰς τέσσαρας □^{ους}, $\overset{κε}{\overline{\vartheta}}$ καὶ $\overset{κε}{\overline{\iota\varsigma}}$ καὶ $\overset{κε}{\overline{\xi\delta}}$ καὶ $\overset{κε}{\overline{\lambda\varsigma}}$. λαμβάνω τούτων τὰς πλευράς, γίνονται $\overset{ε}{\overline{\gamma}}$, $\overset{ε}{\overline{\delta}}$, $\overset{ε}{\overline{\eta}}$, $\overset{ε}{\overline{\varsigma}}$. προστίθημι ἑκάστῳ τούτων Μ̊ ∟′ καὶ εὑρίσκω τὰς πλευράς, ἣν μὲν $\overset{ι}{\overline{\iota\alpha}}$, ἣν δὲ $\overset{ι}{\overline{\iota\gamma}}$, ἣν δὲ $\overset{ι}{\overline{\kappa\alpha}}$, ἣν δὲ $\overset{ι}{\overline{\iota\zeta}}$. ἔσονται δὲ ἄρα οἱ ζητούμενοι τετράγωνοι, ὃς μὲν $\overset{ϙ}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{ϙ}{\overline{\rho\xi\vartheta}}$, ὃς δὲ $\overset{ϙ}{\overline{\upsilon\mu\alpha}}$, ὃς δὲ $\overset{ϙ}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$.

---

1 δὲ Μ̊ ᾱ A, δὲ μονὰς μία B, δὲ τὸν δ̄ *Ba*. 2 οὖν] *Ba* add. θέλω. λείψαντα] λείψει B_1. καὶ τὸν $\beta^{ον}$ . . . τὴν $\pi^{λ.}$ (3) om. B_1, καὶ $\beta^{ον}$ τοῦ αὐτοῦ Λ τὴν $\pi^{λ.}$ *Auria*. 4 λείψαντας *Ba* qui add. αὐτῶν τὰς πλευράς. δεῖ suppl. *Auria*. 7 τέσσαρες] *Ba* add. τετράγωνοι. 12 τέσσαρας *Ba*, δύο A, β̄ B. ἑκάστῃ . . . □^{ων} $\pi^{λ.}$ (13) interpolata censeo. μονάδος τὸ ἥμισυ *Ba* (item 16). 19 ὃς δὲ $\overline{\rho\xi\vartheta}^{ϙ}$ om. *Ba*.

Esto iam 4.

Quoniam oportet [simul additos] 1um minus ipsius radice, et 2um minus ipsius radice, et similiter 3um et 4um minus radicibus, facere 4; sed omnis quadratus, minus radice ipsius, et plus $\frac{1}{4}$, quadratum facit cuius radix plus $\frac{1}{2}$ facit primitivi quadrati radicem; quatuor quaesitorum summa, minus radicibus ipsorum et plus $4 \times \frac{1}{4}$, hoc est 1, faciet summam quatuor quadratorum. Sed summa quatuor (quaesitorum), minus radicibus ipsorum, facit 4; et insuper addito 1, facit 5.

Deducor igitur ad partiendum 5 in quatuor quadratos; [unicuique radix addens $\frac{1}{2}$, habeo quaesitorum quadratorum radius].

Partitur autem 5 in quatuor quadratos,

$$\frac{9}{25}, \quad \frac{16}{25}, \quad \frac{64}{25}, \quad \frac{36}{25};$$

horum sumo radices, fiunt

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{8}{5}, \quad \frac{6}{5};$$

unicuique horum addo $\frac{1}{2}$ et invenio radices

$$\frac{11}{10}, \quad \frac{13}{10}, \quad \frac{21}{10}, \quad \frac{17}{10}.$$

Erunt igitur quaesiti quadrati,

$$\frac{121}{100}, \quad \frac{169}{100}, \quad \frac{441}{100}, \quad \frac{289}{100}.$$

λα.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ δοθέντα ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν τετράγωνον.

Ἔστω τὴν Μ̊ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ᾧ μὲν προστιθέναι Μ̊ γ̄, ᾧ δὲ Μ̊ ε̄, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν □^{ον}.

Τετάχθω ὁ $α^{ος}$ ς ᾱ, *ὁ ἄρα* $β^{ος}$ *ἔσται* Μ̊ ᾱ ⋔ ς ᾱ· *καὶ ἐὰν μὲν τῷ* $α^{ῳ}$ *προστεθῶσι* Μ̊ γ̄, *ἔσται* ς ᾱ Μ̊ γ· *ἐὰν δὲ τῷ* $β^{ῳ}$ Μ̊ ε̄, *ἔσται* Μ̊ ε̄ ⋔ ς ᾱ· *καὶ γίνεται ὁ ὑπ' αὐτῶν* ς γ̄ Μ̊ ιη ⋔ Δ^{Υ} ᾱ *ἴσ.* □^{ῳ}. *ἔστω* Δ^{Υ} δ̄. *καὶ κοινῇ προσκείσθω τὰ τῆς λείψεως· γίνονται* ς γ̄ Μ̊ ιη̄ *ἴσ.* Δ ε̄, *καὶ οὐκ ἔστιν ἡ ἴσωσις ῥητή.*

ἀλλὰ αἱ Δ^{Υ} ε̄ *ἐστὶ* □^{ος} *μετὰ* Μ̊ ᾱ· *δεῖ ταύτας ἐπὶ τὰς* ιη̄ Μ̊ *πολλαπλασιασθείσας καὶ προσλαβούσας τὸν ἀπὸ τοῦ* ∠′ *τῶν* γ̄ ς □^{ον}, *τουτέστι* β̄ δ^{χ}, *ποιεῖν* □^{ον}. *διὰ τοῦτο τοίνυν ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ ζητῆσαι* □^{ῳ}, ⟨*ὃς*⟩ *προσλαβὼν* Μ̊ ᾱ, *καὶ* $ιη^{κις}$ *γενόμενος, καὶ προσλαβὼν* Μ̊ β̄ δ^{χ}, *ποιεῖ* □^{ον}.

ἔστω ὁ □^{ος} Δ^{Υ} ᾱ· *οὗτος μετὰ* Μ̊ ᾱ, $ιη^{κις}$ *γενόμενος καὶ προσλαβὼν* Μ̊ β̄ δ^{χ}, ⟨*ποιεῖ*⟩ Δ^{Υ} ιη̄ Μ̊ κ̄ δ^{χ} *ἴσ.* □^{ῳ}. *πάντα* $δ^{κις}$, *γίνονται* Δ^{Υ} οβ̄ Μ̊ πᾱ *ἴσ.* □^{ῳ}. *καὶ πλάσσω τὸν* □^{ον} *ἀπὸ* ς η̄ Μ̊ θ̄· *γίνεται ὁ* ς Μ̊ ιη̄. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ* □^{ος} τκδ̄.

---

4 αὐτῶν *Ba*, αὐτοῦ AB. 6 προστιθέναι] προσθεῖναι *Ba*. 11 ἔστω] ἔσται A. 14 ἀλλ' αἱ *Ba*. ἐστὶν A. δεῖ δὴ *Ba*. ταύτας scripsi, ταῦτα AB. 15 πολλαπλασιασθέντα καὶ προσλαβόντα *Ba*. 16 τοῦ ∠′] τῆς ἡμισείας AB. τουτέστιν A. 18 ὃς suppl. *Ba*. προσλαβὼν prius] προσλαβόντα B_1. 19 ποιῇ *Ba*. 21 ποιεῖ suppl. *Ba*.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, ἰσῶσαι ς $\bar{\gamma}$ $\overset{\circ}{M}$ $\overline{\iota\eta}$ ⋀ Δ^{υ} $\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$·

νῦν τάσσω Δ^{υ} $\overline{\tau\kappa\delta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa\varepsilon}{\tau\kappa\varepsilon}^{\omega\upsilon}$ $\bar{o}\eta$, τουτέστιν $\overset{\kappa\varepsilon}{\bar{\varsigma}}$.

5 ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\varsigma}$· ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\overline{\iota\theta}$.

Ἄλλως.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ δοθέντα ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν τετράγωνον.

10 Ἔστω δὴ τὴν $\overset{\circ}{M}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, καὶ ᾧ μὲν προσθεῖναι $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ᾧ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$, καὶ ποιεῖν τὸν ὑπ' αὐτῶν $\square^{o\upsilon}$.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ς $\bar{\alpha}$ καὶ ⋀ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ἃς προσλαμβάνει. λοιπὸς ἄρα ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$.

15 καὶ ἐὰν μὲν τῷ α^{ω} προστεθῶσι $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, γί. ς $\bar{\alpha}$, ἐὰν δὲ τῷ β^{ω} $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$, γί. $\overset{\circ}{M}\bar{\theta}$ ⋀ ς $\bar{\alpha}$. καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν ς $\bar{\theta}$ ⋀ Δ^{υ} $\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$· ἔστω Δ^{υ} $\bar{\delta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\bar{\theta}}$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ οὐ δύναμαι ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ $\varsigma^{o\upsilon}$ $\bar{\gamma}$ $\overset{\circ}{M}$.

20 Δεῖ οὖν τὸν ς μείζονα μὲν εἶναι $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. ὁ δὲ ς εὕρηται ἐκ τοῦ τὸν $\bar{\theta}$ μερισθῆναι εἰς τὸν $\bar{\iota}$, ὅς ἐστι $\square^{o\varsigma}$ σὺν $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. εἰ δὲ ὁ $\bar{\theta}$, μεριζόμενος εἴς τινα $\square^{o\upsilon}$ σὺν $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ποιεῖ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, εἰς ὃν ἄρα μερίζεται, ἔστι δὴ ὁ $\bar{\gamma}$· εἰς ὃν δὲ ὁ $\bar{\theta}$ μερίζεται, $\square^{o\varsigma}$ ἐστι

---

3 νῦν] δν νῦν *Ba*. τκε$^{\omega\upsilon}$] $\overset{\circ}{\mu}$ A, μονάδων B_1. 5 Denomin. add. *Ba* 6 Ἄλλως om. *Ba*. 8 δοθέντι ἀριθμῷ AB_1. 10 δὴ] δὲ AB. 13 λεῖψις AB. 15 γί. A, γίνονται B, γίνεται *Ba* (item 16). 16 ⋀ om. A. 18/19 τοῦ $\varsigma^{o\upsilon}$, $\bar{\gamma}$ $\overset{\circ}{M}$] $\varsigma^{o\upsilon}$ $\bar{\alpha}$ μονάδας $\bar{\gamma}$ *Ba*. 22 ἐστιν τετράγωνος *Ba*, ἐστιν ὁ

Redeo nunc ad primitivum problema; aequandum

$$3x + 18 - x^2 = \square.$$

Nunc pono $324x^2$, et fit $x = \frac{78}{325}$ hoc est $\frac{6}{25}$.
Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{6}{25}, \quad X_2 = \frac{19}{25}.$$

Aliter.

Unitatem partiri in duos numeros et utrique ad- 3
dere datum numerum ita ut productus summarum faciat quadratum.

Sit iam unitas partienda in duos numeros, et addendus alteri 3, alteri 5, ita ut productus summarum faciat quadratum.

Ponatur

$$X_1 = x - 3,$$

nempe minus addendo numero. Erit igitur

$$X_2 = 4 - x.$$

Et si ad X_1 addo 3, fit x; si ad X_2 addo 5, fit $9 - x$, eritque productus $9x - x^2 = \square$; esto $= 4x^2$, et fit

$$x = \frac{9}{5}.$$

Ad positiones; non possum subtrahere 3 ab x. Oportet igitur esse $x > 3$ et < 4. Sed x inventus est ex divisione 9 per 5, qui est quadratus plus unitate; si autem 9, divisus per summam $(\square + 1)$, dat quo-

---

A, ἐστιν ō B. 23 ποιεῖ] ἀριθμὸν ποιεῖ μείζονα Ba.. 24 ἔστι δὴ ὁ $\bar{\gamma}$ scripsi, ἔστι δὲ ὁ τρίτος AB, ἐλάσσων ἐστὶ τῶν [redacted]

⟨σὺν⟩ $\dot{M}$, ὥστε ὁ $\square^{ος}$ σὺν $\dot{M}\bar{\alpha}$ ⟨ἐλάσσων ἐστὶ $\dot{M}\bar{\gamma}$⟩. καὶ ἤρθω ἡ $\dot{M}$· ὁ ἄρα $\square^{ος}$ ⟨ἐλάσσων⟩ ἐστὶ $\dot{M}\bar{\beta}$.

πάλιν θέλομεν τὸν $\bar{\vartheta}$ μερίζοντες εἰς $\square^{ον}$ σὺν $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖν $\dot{M}\bar{\delta}$. εἰς ὃν ἄρα μερίζεται, ⟨ἔστι δὴ $\dot{M}\bar{\beta}\,\delta^{\chi}$· εἰς ὃν δὲ μερίζεται⟩ ὁ $\bar{\vartheta}$, $\square^{ός}$ ἐστι σὺν $\dot{M}\bar{\alpha}$, ὥστε ὁ $\square^{ος}$ σὺν τῇ $\dot{M}$ μείζων ἐστὶ $\dot{M}\bar{\beta}\,\delta^{\chi}$· καὶ ἤρθω ἡ $\dot{M}\bar{\alpha}$· ὥστε ὁ $\square^{ος}$ μείζων $\dot{M}\bar{\alpha}\,\delta^{\chi}$.

ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσων $\bar{\beta}$ $\square^{ος}$· γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν τινα $\square^{ον}$ ὅς ἐστι μείζων $\dot{M}\bar{\alpha}\,\delta^{\chi}$, ἐλάσσων δὲ $\bar{\beta}$. καὶ ἀναλύω ταῦτα εἰς μόρια τετραγωνικά, εἰς $\xi\delta^{\alpha}$, καὶ γίνονται $\bar{\pi}$ καὶ $\overline{\rho\kappa\eta}$· τοῦτο δέ ἐστι ῥάδιον, καὶ ἔστιν ὁ $\square^{ος}$ $\overset{\xi\delta}{\rho}$, τουτέστιν $\overset{\iota\varsigma}{\kappa\epsilon}$.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ ἐζήτουν $\varsigma\,\bar{\vartheta}$ $\wedge\,\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, τουτέστι τῷ εὑρημένῳ ἴσ. $\Delta^{Y}\overset{\iota\varsigma}{\kappa\epsilon}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\mu\alpha}{\rho\mu\delta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ $\overline{\kappa\alpha}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\bar{\kappa}$.

λβ.

Δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν τρίτον, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς ὁ $\bar{\varsigma}$.

Τετάχθω ὁ $\gamma^{ος}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}$, καὶ ὁ $\beta^{ος}$ $\dot{M}$ ἐλασσόνων τοῦ $\bar{\varsigma}$·

---

1 σὺν suppl. *Ba*. ὥστε *Ba*, ὧν AB. ἐλάσσων ἐστὶ τῶν $\bar{\gamma}$ suppl. *Ba*. 2 ἐλάσσων suppl. *Ba*. 3 $\bar{\vartheta}$ scripsi, δεύτερον AB. μερίζοντα *Ba*. 4 ποιεῖν] *Ba* add. ἀριθμὸν ἐλάσσονα. εἰς ὃν] ἴσον AB_1. ἔστι . . . μερίζεται (5)] μείζων ἔστι $\dot{M}\bar{\beta}\,\bar{\alpha}^{\delta}$, εἰς ὃν δὲ μερίζεται suppl. *Ba*; aliter tentavi. 7 μείζων ἐστὶ μονάδος καὶ $\bar{\alpha}^{\delta}$ *Ba*. 8 ἐλάσσων $\bar{\beta}$ $\square^{ος}$ scripsi,

tientem[1]) 3, divisor est 3; sed divisor est $\square + 1$; ergo $\square + 1 < 3$; tollatur 1; ergo $\square < 2$.

Rursus si volumus 9 divisum per $(\square + 1)$ dare quotientem 4, divisor est $2\frac{1}{4}$; sed divisor est $\square + 1$; ergo $\square + 1 > 2\frac{1}{4}$; tollatur 1; ergo $\square > 1\frac{1}{4}$.

Sed monstratus quoque est < 2; est igitur mihi inveniendus $\square$ qui sit $> 1\frac{1}{4}$, et < 2.

Ista reduco ad denominatorem quadraticum 64; fiunt 80 et 128. Facile est invenire $\square = \frac{100}{64}$, hoc est $\frac{25}{16}$.

Redeo nunc ad primitivum problema; quaerebam $9 - x^2 = \square$, hoc est invento $\frac{25}{16}x^2$, et fit $x = \frac{144}{41}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{21}{41}, \quad X_2 = \frac{20}{41}.$$

XXXII.

Datum numerum partiri in tres numeros ita ut 35
primi et secundi productus, sive plus sive minus tertio, faciat quadratum.

Sit datus 6.

Ponatur $X_3 = x$, et X_2 esse numerum unitatum

1) De textu dubitare licet; attamen Diophantus inaequalitates tractare videtur primo ut aequationes.

ὁ δεύτερος $\square^{o\varsigma}$ AB, ἐλάσσων $\overset{\circ}{M}\,\bar{\beta}$ *Ba*. γέγονε *Ba*. 10 τετραγωνικά *Ba*, $\overset{\alpha}{\square}\,\overset{\alpha}{\square}$ A, τετράγωνα B. 14 τουτέστιν A. 16 Denomin. add. *Ba*. 20 λείψει, ποιεῖ A. 22 ἐλασσόνων τοῦ $\bar{\varsigma}$ scripsi, ψ' ὧν τὸ ϟ' A, ὑπὲρ ὧν τὸ $\bar{\beta}$ B, ὑπὲρ ὧν τὸ $\bar{\varsigma}$ *Ba*.

ἔστω $M\bar{\beta}$· ὁ ἄρα $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται $M\bar{\delta} \wedge \varsigma\bar{\alpha}$· καὶ λοιπά ἐστι δύο ἐπιτάγματα, τὸν ὑπὸ α^{ou} καὶ β^{ou}, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν γ^{ou}, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν $\square^{ou}$. καὶ γίνεται διπλῆ ἡ ἰσότης· $\overset{\circ}{M}\bar{\eta} \wedge \varsigma\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{ou}$· καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\eta} \wedge \varsigma\bar{\gamma}$ ἴσ. $\square^{ou}$· καὶ
5 οὐ ῥητόν ἐστι διὰ τὸ μὴ εἶναι τοὺς ς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχοντας ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ou}$ ἀριθμόν.

ἀλλὰ ὁ ς ὁ $\bar{\alpha}$ μονάδι ἐλάσσων τοῦ $\bar{\beta}$, οἱ δὲ ς $\bar{\gamma}$ ὁμοίως μείζ. ⟨$\overset{\circ}{M}{}^{\iota}$⟩ τοῦ $\bar{\beta}$. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν ἀριθμόν τινα, ὡς τὸν $\bar{\beta}$, ἵνα ὁ $\overset{\circ}{M}{}^{\iota}$ αὐτοῦ μεί-
10 ζων, πρὸς τὸν $\overset{\circ}{M}{}^{\iota}$ ⟨αὐτοῦ ἐλάσσονα, λόγον ἔχῃ ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς⟩ $\square^{ou}$ ἀριθμόν.

Ἔστω ἡ ζητούμενος ς $\bar{\alpha}$, καὶ ⟨ὁ⟩ $\overset{\circ}{M}{}^{\iota}\bar{\alpha}$ αὐτοῦ μείζων ἔσται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\overset{\circ}{M}{}^{\iota}$ αὐτοῦ ἐλάσσων ς $\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. θέλομεν οὖν αὐτοὺς πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχειν ὃν $\square^{o\varsigma}$
15 ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ou}$ ἀριθμόν. ἔστω ὃν $\bar{\delta}$ πρὸς $\bar{\alpha}$· ὥστε ς $\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἐπὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ γίνονται ς $\bar{\delta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· καὶ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἐπὶ τὴν $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ⟨γίνονται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$⟩. καί εἰσιν οὗτοι οἱ ἐκκείμενοι ἀριθμοὶ λόγον ἔχοντες πρὸς ἀλλήλους ὃν ἔχει $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{ou}$ ἀριθμόν· νῦν ς $\bar{\delta} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$
20 ἴσ. ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\bar{\varepsilon}}$.

τάσσω οὖν τὸν β^{ou} $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\bar{\varepsilon}}$· ὁ γὰρ $\gamma^{o\varsigma}$ ἐστὶν ς $\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα $\alpha^{o\varsigma}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\overset{\gamma}{\iota\bar{\gamma}} \wedge \varsigma\bar{\alpha}$.

---

1 $\bar{\delta}$] $\bar{\alpha}$ A. λοιπά ἐστι δύο *Ba*, λοιπός ἐστι δεύτερος AB. 3 λείψει, ποιεῖ A. 4 ἰσώτης A*Ba*. ς $\bar{\alpha}$ . . . . $\wedge$ om. B_1. 7 ὁ (ante $\bar{\alpha}$) om. *Ba*. 8 μείζ.] μείζων A, μείζους B, μείζονες *Ba*. μονάδι suppl. *Ba*. μοι om. *Ba*. 9 μονάδι μιᾷ *Ba*. 10 αὐτοῦ . . . πρὸς (11) suppl. *Ba*. 12 ὁ suppl. V. αὐτοῦ . . . . $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ om. B_1. 15 ὃν om. *Ba*. 17 γίνεται ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*. 20 $\overset{\circ}{M}$ post. om. B_1. 21 ἐστι *Ba*.

minorem quam 6; esto 2. Erit igitur $X_1 = 4 - x$. Supersunt duae conditiones:

$$X_1 X_2 \pm X_3 = \square;$$

et fit dupla aequatio:

$$8 - x = \square, \quad 8 - 3x = \square;$$

quod haud rationale est quia coefficientes x inter se non habent rationem quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sed 1 coefficiens x est $(2 - 1)$, et 3 coefficiens x est similiter $(2 + 1)$; deducor igitur ad inveniendum numerum talem ut, addita et subtracta unitate, numeri facti inter se habeant rationem quadrati numeri ad quadratum numerum.

Sit quaesitus x; si additur 1, fit $x + 1$; si subtrahitur 1, $x - 1$; illos volumus inter se rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum: esto 4 ad 1. Ergo

$$(x - 1) \times 4 \text{ fit } 4x - 4, \quad \text{et} \quad (x + 1) \times 1 \text{ fit } x + 1.$$

Et sunt hi numeri expositi[1]) rationem habentes inter se quadrati numeri ad numerum quadratum. Nunc aequo

$$4x - 4 = x + 1, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{5}{3}.$$

Pono igitur $X_2 = \frac{5}{3}$; nam $X_3 = x$; erit

$$X_1 = \frac{13}{3} - x.$$

1) Haud integer esse videtur textus.

λοιπὸν δεῖ εἶναι τὸ ἐπίταγμα, ἔστω τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, προσλαβόντα τὸν $\gamma^{ον}$, ποιεῖν $\square^{ον}$, καὶ λείψαντα τὸν $\gamma^{ον}$, ποιεῖν $\square^{ον}$· ἀλλ' ὁ ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, προσλαβὼν τὸν $\gamma^{ον}$, ποιεῖ $\overset{\vartheta}{\mathring{M}}\,\xi\varepsilon \pitchfork \mathsf{S}\,\omega$ ἴσ. $\square^{\omega}$· $\pitchfork$ δὲ τοῦ $\gamma^{ου}$, ποιεῖ $\overset{\vartheta}{\mathring{M}}\,\overline{\xi\varepsilon} \pitchfork \mathsf{S}\,\overline{\beta}\,\omega$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ πάντα ἐπὶ τὸν $\overline{\vartheta}$, καὶ γίνονται $\mathring{M}\,\overline{\xi\varepsilon} \pitchfork \mathsf{S}\,\overline{\varsigma}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, καὶ $\mathring{M}\,\overline{\xi\varepsilon} \pitchfork \mathsf{S}\,\overline{\kappa\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ ἐξισῶ, τοὺς S τῆς μείζονος ἰσότητος ποιήσας $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$, καὶ ἔστι

$$\mathring{M}\,\overline{\sigma\xi} \pitchfork \mathsf{S}\,\kappa\delta \text{ ἴσ. } \square^{\omega} \text{ καὶ } \mathring{M}\,\overline{\xi\varepsilon} \pitchfork \mathsf{S}\,\overline{\kappa\delta} \text{ ἴσ. } \square^{\omega}.$$

νῦν τούτων λαμβάνω τὴν ὑπεροχὴν καὶ ἔστι $\mathring{M}\,\overline{\rho\,\text{ϟ}\,\varepsilon}$· καὶ ἐκτίθεμαι δύο ἀριθμοὺς ὧν τὸ ὑπό ἐστι $\mathring{M}\,\overline{\rho\,\text{ϟ}\,\varepsilon}$, καί εἰσι $\overline{\iota\varepsilon}$ καὶ $\overline{\iota\gamma}$· καὶ τῆς τούτων ὑπεροχῆς τὸ $\angle'$ ἐφ' ἑαυτὸ ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάσσονι $\square^{\omega}$, καὶ γίνεται ὁ S $\gamma^{ων}$ $\overline{\eta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\varepsilon}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\varepsilon}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\eta}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

λγ.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἕτερος, παρὰ τοῦ ἑτέρου προσλαβὼν τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, λόγον ἔχῃ πρὸς τὸν περιλειφθέντα ὑπὸ τοῦ δοθέντος τὸν ἐπιταχθέντα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\alpha^{ον}$, προσλαβόντα παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ μέρος τι ἢ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$,

---

1 ἔστω] τουτέστι *Ba*. 2 λείψας A. 3 ἀλλ' ὁ *Ba*. 4 ω] ϟ A, $\overline{\beta}$ B, $\overline{\beta}^{\gamma}$ ss *Ba*. $\pitchfork$ δὲ τῷ τρίτῳ A, λείψας δὲ τὸν τρίτον *Ba*. 5 $\overline{\mathsf{S}}$ β ω] ϥϥ $\overline{\mathsf{S}}$ A, ἀριθμῶν $\overline{\varsigma}$ B, ss $\overline{\eta}^{\gamma}$ *Ba*. ἐπὶ scripsi, εἰς AB. 6 $\overline{\varsigma}$ *Ba*, $\overline{o}$ AB. 7 μείζονος] μιᾶς *Ba*. 8 ἔστιν B_1. 10 ἔστιν A. 12 εἰσι *Ba*, ἔστι AB.

Reliquum oportet conditioni satisfacere; esto

$$X_1 X_2 + X_3 = \square, \quad \text{et} \quad X_1 X_2 - X_3 = \square.$$

Sed

$$X_1 X_2 + X_3 \text{ facit } \frac{65}{9} - \frac{2}{3} x = \square;$$

$$X_1 X_2 - X_3 \text{ facit } \frac{65}{9} - \frac{2}{3} x = \square.$$

Omnia in 9; fiunt

$$65 - 6x = \square, \quad \text{et} \quad 65 - 24x = \square.$$

Coefficientes x exaequo, maioris formae terminos multiplicando in 4; fit

$$260 - 24x = \square, \quad \text{et} \quad 65 - 24x = \square.$$

Nunc illarum sumo differentiam, quae est 195, et expono duos numeros quorum productus sit 195; tales sunt 15 et 13, quorum dimidia differentia, in seipsam multiplicata, aequalis est minori quadrato, et fit $x = \frac{8}{3}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{5}{3}, \quad X_2 = \frac{5}{3}, \quad X_3 = \frac{8}{3},$$

et probatio evidens.

XXXIII.

Invenire duos numeros tales ut uterque, ab altero 36
accipiens eandem fractionem aliquotam vel non aliquotam, ad residuum ex dante rationem habeat propositam.

Proponatur iam X_1, ab X_2 accipientem quandam huius fractionem (aliquotam vel non aliquotam), re-

---

13 ἐφ' ἑαυτοῦ ἴσα εἰσὶ AB_1. γ^ων] μ̇ AB. 19 ὑπὸ τοῦ δοθέντος om. *Ba*, ἀπὸ τοῦ διδόντος libentius scriberem.
21 παρὰ] πρὸς A.

προσλαβόντα παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$.

Τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ $ς\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, τὸ δὲ μέρος ἢ μέρη αὐτοῦ ἔστω $\dot{M}\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται $ς\bar{\gamma}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ ὁ $\alpha^{ος}$, ἐὰν προσλάβῃ τοῦ $\beta^{ου}$ μέρος τι ἢ μέρη, τουτέστι $\dot{M}\bar{\alpha}$, γίνεται τοῦ λοιποῦ $\gamma^{πλ.}$. θέλομεν δὲ καὶ τὸν $\beta^{ον}$, προσλαβόντα ⟨τοῦ $\alpha^{ου}$⟩ τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, τοῦ λοιποῦ εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$.

ἀλλ' ἐπειδὴ οἱ δύο εἰσὶν $ς\bar{\delta}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ λαμβάνει τι καὶ ὁ $\alpha^{ος}$ δίδωσι, καὶ ὁ γενόμενος τοῦ λοιποῦ γίνεται $\varepsilon^{πλ.}$, ὥστε ὁ συναμφότερος, ὁ γενόμενος καὶ ὁ λοιπός, ἔσται $ς\bar{\delta}$, ὥστε ὁ λοιπὸς ἔσται ἐὰν τῶν $ς\bar{\delta}$ λάβωμεν τὸ $ϛ^{ον}$, τουτέστιν $ς\omega$· ἐὰν ἄρα ἀπὸ $ς\bar{\gamma}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ἄρωμεν $ς\omega$, ἕξομεν τοῦ $\alpha^{ου}$ μέρος ἢ μέρη.

ἐὰν δὲ ἄρωμεν, λοιπός ἐστι γενόμενος $ς\overset{\gamma}{\bar{\zeta}}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$·

λαβὼν γὰρ ὁ $\beta^{ος}$, ὁ $ς\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, παρὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ $ς\overset{\gamma}{\bar{\zeta}}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$, γίνεται $\varepsilon^{πλ.}$ τοῦ καταλιμπανομένου τοῦ $\alpha^{ου}$.

λοιπὸν δεῖ ἐνθάδε ζητῆσαι, εἰ ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη $\dot{M}\bar{\alpha}$, $ς^{ου}\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, τὸ αὐτὸ μέρος ἢ τὰ αὐτὰ μέρη $ς^{ων}\bar{\gamma}$ ∧ $M\bar{\alpha}$ οἱ $ς\overset{\gamma}{\bar{\zeta}}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$.

ὅταν δέ τι τοιοῦτο ζητῇς, τὸ ὑπὸ ⟨τῶν⟩ $ς\overset{\gamma}{\bar{\zeta}}$ ∧ $\dot{M}\alpha$ καὶ $ς\bar{\alpha}$ $M\bar{\alpha}$ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ $ς\bar{\gamma}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ἐπὶ τὴν $\dot{M}$,

---

5 τί μέρος B_1. 6 δὲ] δὴ AB. 7 τοῦ πρώτου suppl. *Ba*. 13 $ϛ^{ον}$] ἀριθμοστόν AB_1. τουτέστι *Ba*. ω] δύο A, β B_1. 14 ω] $\bar{\alpha}$ AB_1. 15 λοιπός ἐστι γενόμενος] ∧ ·/· $\gamma^{ν}$ AB, γίνεται *Ba*. $ς\overset{\zeta}{\bar{\gamma}}$ ∧ $\dot{M}\bar{\alpha}$] *Ba* add. τοῦτο ἄρα τοῦ πρώτου μέρος ἐστὶν ἢ μέρη. 16 ὁ $ς\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$ om. *Ba*. 18 ἐστὶ

sidui esse 3^{plum}; et X_2, ab X_1 accipientem eandem huius fractionem[1]), residui esse 5^{plum}.

Ponatur $X_2 = x + 1$, et fractio huius sit 1.

Erit igitur $X_1 = 3x - 1$; sic enim X_1, ab X_2 accipiens fractionem huius quandam, hoc est 1, residui fit 3^{plus}.

Volumus adhuc et X_2, ab X_1 accipientem eandem fractionem huius, residui esse 5^{plum}.

Sed quoniam $X_1 + X_2 = 4x$, et quod X_2 accipit, hoc dat X_1, et auctus residui fit 5^{plus}, ergo summa aucti et residui erit $4x$, et residuum habebimus, si sumpserimus $\frac{1}{6} \times 4x$, hoc est $\frac{2}{3}x$. Ergo si ab $(3x - 1)$ subtrahimus $\frac{2}{3}x$, habebimus fractionem ipsius X_1.

Subtrahendo, residuus factus est $\frac{7}{3}x - 1$; sic X_2, hoc est $x + 1$, ab X_1 accipiens $\frac{7}{3}x - 1$, fit 5^{plus} residui ex X_1.

Reliquum oportet hîc quaerere num quae fractio est 1 ad $(x + 1)$, eadem fractio sit $\left(\frac{7}{3}x - 1\right)$ ad $(3x - 1)$.

Quando tale quid quaeris, aequales sunt producti

$$\left(\frac{7}{3}x - 1\right) \times (x + 1) \quad \text{et} \quad (3x - 1) \times 1;$$

fractiones nempe invertendo multiplicantur.

1) Hîc et ubique infra subaudi 'aliquotam vel non aliquotam'.

A. 20 οἱ] εἰσὶ οἱ *Ba*. 21 τὸ ὑπὸ τῶν *Ba*, τοὺς AB. 22 ὑπὸ] ὑπὸ τῶν *Ba*.

τουτέστι τὰ μέρη ἐναλλὰξ πολλαπλασιάζεται· ὧν εἰσιν $\Delta^{\gamma}\overset{\gamma}{\overline{\zeta}}$ ϛ $\overset{\gamma}{\overline{\delta}}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. ϛ $\bar{\gamma}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\zeta}{\overline{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\zeta}{\overline{\eta}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\zeta}{\overline{\iota\beta}}$. Ἦν δὲ τοῦ $\beta^{ου}$ μέρη $\mathring{M}\bar{\alpha}$· σκεπτόμεθα· ἡ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ τοῦ $\beta^{ου}$· εἰσὶ δὲ $\overset{\iota\beta}{\overline{\zeta}}$· καὶ ποιῶ $\zeta^{κις}$ τοὺς δύο ἀριθμούς. ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\eta}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\overline{\iota\beta}$, τὰ δὲ μέρη $\overset{\iota\beta}{\overline{\zeta}}$. ἀλλὰ ἐπεὶ ὁ $\alpha^{ος}$ οὐκ ἔχει $\iota\beta^{ον}$, ποιῶ αὐτὰ τρίς, ἵνα μὴ εἰς μόρια ἐμπίπτῃ· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ $\overline{\kappa\delta}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\overline{\lambda\varsigma}$, τὰ δὲ μέρη τῶν $\overset{\iota\beta}{\overline{\zeta}}$, καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν. ποιείτω $\mathring{M}\bar{\eta}$.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$· καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ἐστὶν ϛ $\bar{\delta}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\bar{\eta}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\delta^{ων}$ ⟨$\bar{\varepsilon}$⟩. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ $\delta^{ων}$ $\bar{\varepsilon}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$.

Νῦν σκέπτομαι ὁ ϛ πόθεν ἐγένετο $\overset{\delta}{\overline{\varepsilon}}$· ἐκ τοῦ τὸν $\bar{\varepsilon}$ μερισθῆναι εἰς τοὺς ϛ $\bar{\delta}$· ἀλλ' ὁ $\bar{\varepsilon}$ ἐστὶν ἐκ τῆς ὑπερ-

1 ὧν om. B_1. 2 Δ^{γ}] ἀριθμοὶ AB_1. ϛ primum] καὶ AB_1. 3 $\bar{\eta}$] $\overline{\iota\varepsilon}$ AB_1. 4 ἡ scripsi, ἢ AB, ἃ μέρη ᾖ *Ba*. 5 $\beta^{ου}$] *Auria* add. ὃ μέρος ἢ μέρη ἔσται. εἰσὶν A, ἐστὶ *Ba*. 7 μόρια scripsi, μονάδα AB. 8 ἐμπίπτει A*Ba*. $\zeta^{\iota\beta}$] *Ba* add. τοῦ μὲν $\overline{\iota\delta}$, τοῦ δὲ $\overline{\kappa\alpha}$. 10 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 16 $\delta^{ων}$] δ' AB_1. 17 $\delta^{ων}$] μονάδων AB.

Ex quibus

$$\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - 1 = 3x - 1, \quad \text{et} \quad x = \frac{5}{7}\cdot$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{8}{7}, \quad X_2 = \frac{12}{7}\cdot$$

Fractio ex X_2 erat 1; consideramus : 1 ad X_2. Est $\frac{7}{12}\cdot$ Duos numeros multiplico in 7.

Erit $X_1 = 8$, $X_2 = 12$, et horum fractio $\frac{7}{12}\cdot$

Sed quoniam X_1 per 12 non dividitur, ista multiplico in 3, ut fractiones vitemus. Erit $X_1 = 24$, $X_2 = 36$, horum fractio $\frac{7}{12}$, et probatio evidens.

Lemma ad sequens problema.

Invenire duos numeros indeterminatos tales ut pro- 37
ductus ipsorum plus summa faciat datum numerum.

Faciat 8.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3;$$

$X_1 X_2 + X_1 + X_2 = 4x + 3$: ista aequentur 8.

Et fit $x = \frac{5}{4}\cdot$ Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{5}{4}, \quad X_2 = 3.$$

Nunc considero unde x factus est $\frac{5}{4}$; ex 5 diviso

οχῆς τοῦ ἡ ἧς ὑπερέχει τὸν γ̄. οἱ δὲ ς δ̄ εἰσιν ὁ Μ̇ μείζων τοῦ β^ου^.

ἐὰν ἄρα τάξωμεν τὸν β^ον^ ς^οῦ^ οἱουδήποτε, καὶ ἄρω αὐτὸν ἀπὸ Μ̇η̄, καὶ τὰ λοιπὰ μερίσω παρὰ τὸν Μ̇ι μείζονα τοῦ β^ου^, ἕξω τὸν α^ον^.

οἷον, ἔστω ὁ β^ος^ ς ᾱ ⋔ Μ̇ᾱ· ταῦτα αἴρω ἀπὸ Μ̇η̄· λοιπὸν Μ̇θ̄ ⋔ ς ᾱ· ταῦτα μερίζω εἰς τὸν Μ̇ι ᾱ μείζονα, τουτέστιν εἰς ς ᾱ, καὶ γίνεται ς^χ^ θ̄ ⋔ Μ̇ᾱ· ἔσται ὁ α^ος^.

Καὶ λέλυται ἐν τῇ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̇η̄. τὸ δὴ ἐν τῇ ἀορίστῳ τοιοῦτόν ἐστιν, ἵνα τὸν ς, ὅσων ἄν τις θέλῃ Μ̇ εἶναι, ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις ποιήσας, περανῇ τὸ πρόβλημα.

λδ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν συναμφότερον ποιῇ τοὺς δοθέντας ἀριθμούς. — Δεῖ δὴ τοὺς δοθέντας τετραγώνους εἶναι παρὰ μονάδα μίαν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ α^ου^ καὶ β^ου^ μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̇η̄, τὸν ὑπὸ τοῦ β^ου^ καὶ γ^ου^ μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̇ιε̄, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ α^ου^ καὶ τοῦ γ^ου^ μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̇κδ̄.

Ἐπεὶ οὖν θέλω τὸν ὑπὸ α^ου^ καὶ β^ου^ μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν Μ̇η̄, ἐὰν ἄρα τάξω τὸν β^ον^ ὁσουδήποτε καὶ ἀπὸ Μ̇η̄ ἄρω αὐτόν, καὶ μερίσω παρὰ τὸν Μ̇ι μείζονα τοῦ β^ου^, ἕξω τὸν α^ον^.

---

1 η̄] β̄ AB$_1$. ἧς] ἧ B$_1$. 4 τὴν μονάδα AB$_1$ (item 7, 24). 7 μείζονα] *Ba* add. τοῦ δευτέρου. 9 ὑπὸ αὐτῶν A. 10 συναμφότερον A (item 18/19). τὸ δὴ] τῷ δὲ AB$_1$, τὸ δὲ *Ba*. 11 ἐστι A. θέλει A*Ba*. 12 ποιήσας, περανῇ τὸ πρόβλημα om. *Ba*. 14 δύο om. *Ba*. 15 τοὺς om. *Ba*.

er 4 coefficientem x. Sed 5 est excessus 8 supra 3, t 4 coefficiens x est $X_2 + 1$.

Ergo si ponamus X_2 quocumque modo in x, et llum subtrahamus a 8, et residuum dividamus per $X_2 + 1$), habebimus X_1.

Exempli gratia, esto $X_2 = x - 1$; hunc subtraho 8; residuus est $9 - x$; dividimus per $X_2 + 1$, hoc st per x; fit $\frac{9}{x} - 1 = X_1$.

Haec est solutio indeterminata quaestionis: productum plus summa facere 8. Indeterminata nempe olutio est quum sumendo in positionibus x quot uniatum quisque velit, peragatur problema.

XXXIV.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis 38
roductus plus eorundem summa faciat datum nuerum. Oportet datos esse quadratos minus unitate.

Proponatur iam facere

$$X_1 X_2 + X_1 + X_2 = 8, \quad X_2 X_3 + X_2 + X_3 = 15,$$
$$X_1 X_3 + X_1 + X_3 = 24.$$

Quoniam volo

$$X_1 X_2 + X_1 + X_2 = 8,$$

i ponam X_2 quocumque modo, et illum subtraham 8, et residuum dividam per $X_2 + 1$, habebo X_1.

---

9 β^{ou}] α^{ou} AB_1. 21 *τοῦ* om. *Ba.* *ποιεῖν* om. B_1.
4 *μερίσω*] *τὸν λοιπὸν μερίσω Ba.*

τετάχθω ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· καὶ ἐὰν ἀπὸ $\mathring{M}\bar{\eta}$ ἄρω αὐτά, καὶ μερίσω παρὰ τὸν $\mathring{M}^{\iota}\bar{\alpha}$ μείζονα τοῦ $\beta^{ου}$, ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ ς$^{\times}\bar{\vartheta}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$.

πάλιν ὁμοίως ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ μετὰ συναμφοτέρου ποιεῖν $\mathring{M}\overline{\iota\varepsilon}$, ⟨ἐὰν ἀπὸ $\mathring{M}\overline{\iota\varepsilon}$⟩ ἀφέλω ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ καὶ μερίσω εἰς τὸν $\mathring{M}^{\iota}\bar{\alpha}$ μείζονα τοῦ $\beta^{ου}$, τουτέστιν εἰς ς $\bar{\alpha}$, γίνονται ς$^{\times}\overline{\iota\varsigma}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, ἕξω τὸν $\gamma^{ον}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ μετὰ συναμφοτέρου· ποιεῖ $\Delta^{\Upsilon\times}\overline{\rho\mu\delta}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\mathring{M}\overline{\kappa\delta}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\iota\beta}{\overline{\lambda\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\zeta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\iota\beta}{\overline{\xi\eta}}$. καὶ πάντα εἰς ἓν μόριον καὶ γίνεται ὁ $\alpha^{ος}$ $\overset{\xi}{\overline{\rho\xi\varepsilon}}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\overset{\xi}{\overline{\pi\delta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\xi}{\overline{\tau\mu}}$.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν τὸν δοθέντα. Ἔστω τὸν $\bar{\eta}$.

Τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν λείψας συναμφότερον ποιεῖ ς $\bar{\beta}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ ἴσ. $\mathring{M}\bar{\eta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\mathring{M}\bar{\varepsilon}\llcorner'$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\varepsilon}\llcorner'$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$.

---

2 καὶ τὰ λοιπὰ μερίσω *Ba*. παρὰ τὴν μονάδα μία AB_1. $\bar{\alpha}$ om. *Ba*. 3 $\mathring{M}\bar{\alpha}$] AB, add. τάσσω τὸν α' ἀριθμῶν $\bar{\vartheta}$ λεῖψις $\mathring{M}\bar{\alpha}$. 4 τοῦ post. om. A*Ba*. 5 ἐὰν ἀπὸ $\mathring{M}\overline{\iota\varepsilon}$ suppl. *Auria*. 6 καὶ τὸν λοιπὸν μερίσω *Ba*. τὸν] τὴν AB_1. $\bar{\alpha}$ post. om. *Ba*. $\beta^{ου}$] πρώτου AB_1. 7 τουτέστι *Ba*. 9 ποιεῖ] ποιεῖν AB_1, ποιεῖν $\mathring{M}\overline{\kappa\delta}$· ποιεῖ δὲ *Ba*. ἴσα om. AB_1.

Ponatur $X_2 = x - 1$.

Si ista subtrahimus a 8, et residuum dividimus per $X_2 + 1$, erit

$$X_1 = \frac{9}{x} - 1.$$

Rursus similiter quoniam volo $X_2 X_3 + X_2 + X_3$ facere 15, si a 15 subtraho $x - 1$, et residuum divido per $X_2 + 1$, hoc est per x, fit

$$\frac{16}{x} - 1 = X_3.$$

Restat $X_1 X_3 + X_1 + X_3$; facit

$\frac{144}{x^2} - 1$; quae aequantur 24, et fit $x = \frac{12}{5}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{33}{12}, \quad X_2 = \frac{7}{5}, \quad X_3 = \frac{68}{12}.$$

Omnia reducamus ad eundem denominatorem; fit

$$X_1 = \frac{165}{60}, \quad X_2 = \frac{84}{60}, \quad X_3 = \frac{340}{60}.$$

Lemma ad sequens problema.

Invenire duos numeros indeterminatos tales ut 39
productus ipsorum minus summa faciat datum. Esto 8.

Ponatur

$$X_1 = x, \quad X_2 = 3.$$

$X_1 X_2 - (X_1 + X_2)$ facit $2x - 3 = 8$, et fit $x = 5\frac{1}{2}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 5\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 3.$$

---

11 δὲ om. AB_1. 13 $\overline{\tau\mu}$] $\overline{\sigma\mu}$ AB. 14 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 16 λείψει συναμφοτέρου B_1 (item 19). 19 ποιεῖν A. 21 δὲ om. AB.

Πάλιν οὖν σκέπτομαι πόθεν ἐγένετο ὁ ϛ Μ̊ ε̄ ∟'· ἐκ τοῦ τὸν ῑᾱ μερισθῆναι εἰς τὸν β̄· ἀλλὰ ὁ ῑᾱ ὁ δοθείς ἐστι μετὰ τοῦ β^ου· οἱ δὲ ϛ β̄ εἰσὶν ὁ Μ̊^ι ἐλάσσων τοῦ β^ου.

ἐὰν οὖν τάξω τὸν β^ον ὁσουδήποτε καὶ προσθῶμεν αὐτὸν τῷ δοθέντι, καὶ τὰ γενόμενα μερίσωμεν παρὰ τὸν Μ̊^ι ᾱ ἐλάσσονα τοῦ β^ου, εὑρήσομεν τὸν α^ον.

ἔστω ὁ β^ος ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ· ταῦτα μετὰ Μ̊ η̄ ποιεῖ ϛ ᾱ Μ̊ θ̄. μερίζω ταῦτα εἰς τὸν Μ̊^ι ᾱ ἐλάσσονα τοῦ β^ου, τουτέστιν εἰς ϛ ᾱ, καὶ γίνεται Μ̊ ᾱ ϛ^χ θ̄.

καὶ λέλυται ἐν τῇ ἀορίστῳ, ὥστε τὸν ὑπ' αὐτῶν λείψαντα συναμφότερον ποιεῖν Μ̊ η̄.

λε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας συναμφότερον ποιῇ τοὺς δοθέντας. — Δεῖ δὴ τοὺς δοθέντας τετραγώνους εἶναι παρὰ μονάδα.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ τοῦ α^ου καὶ τοῦ β^ου, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν Μ̊ η̄, τὸν δὲ ὑπὸ β^ου καὶ γ^ου, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν Μ̊ ιε̄, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ γ^ου καὶ τοῦ α^ου, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν Μ̊ κδ̄.

Ἐπεὶ θέλω τὸν ὑπὸ τοῦ α^ου καὶ τοῦ β^ου, λείψαντα συναμφότερον, ποιεῖν Μ̊ η̄, ἐὰν ἄρα τάξω τὸν β^ον οἱουδήποτε, καὶ προσθῶμεν αὐτὸν εἰς Μ̊ η̄, καὶ τὰ γενόμενα μερίσω παρὰ τὸν Μ̊^ι ἐλάσσονα τοῦ β^ου, ἕξω τὸν α^ον, κατὰ τὸ λῆμμα τὸ προγεγραμμένον.

---

2 ἀλλ' ὁ *Ba*. 3 ἐστιν A. Μ̊^ι] μοναδικὸς AB$_1$, μοναδικῶς *Ba*. 5 τάξωμεν *Ba*. 6 τῷ om. B$_1$. 6/7 παρὰ τὴν μονάδα ᾱ AB, ᾱ om. *Ba*. 7 εὑρήσωμεν A*Ba*. 9 τὸν

Rursus considero unde x factus est $5\frac{1}{2}$; ex 11 diviso per 2. Sed 11 est datus plus X_2, et 2, coefficiens x, est $X_2 - 1$.

Ergo si ponamus X_2 quocumque modo et addamus eum dato, summamque dividamus per $(X_2 - 1)$, inveniemus X_1.

Sit $X_2 = x + 1$; addendo 8, fit $x + 9$; dividendo per $X_2 - 1$, hoc est per x, fit $1 + \frac{9}{x}$.

Solutio est indeterminata quaestionis: productum minus summa facere 8.

XXXV.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis 40
productus minus eorundem summa faciat datum numerum. Oportet datos esse quadratos minus unitate.

Proponatur iam

$$X_1 X_2 - (X_1 + X_2) = 8, \quad X_2 X_3 - (X_2 + X_3) = 15,$$
$$X_3 X_1 - (X_1 + X_3) = 24.$$

Quoniam volo $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)$ facere 8, si ponam X_2 quocumque modo, et addamus eum ad 8, summamque dividam per $X_2 - 1$, habebimus X_1 secundum praecedens lemma.

μονάδι ἐλάσσονα μιᾶς τοῦ β^{ou} B_1. *τουτέστι Ba.* 11 *ὑπὸ αὐτῶν* A. 12 *λείψει συναμφοτέρου* B_1 (item 15). 17/18 *λείψει συναμφοτέρου* B (item 19, 20, 22/23). 19/20 *τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου Ba.* 24 *προσθῶ Ba.* 25 *μερίζω Ba.*

ἔστω ὁ $\beta^{ος}$ ς ᾱ Μ ᾱ· προστίθημι αὐτῷ Μ̊ η̄· γίνεται ς ᾱ Μ ϑ· ταῦτα μερίζω εἰς τὸν πρῶτον ἐλάσσονα τοῦ $\beta^{ου}$, τουτέστιν εἰς ς ᾱ, καὶ γίνεται Μ ᾱ ς$^{\times}$ ϑ· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$.

ὁμοίως δὲ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ ἔσται Μ ᾱ ς$^{\times}$ ις, καὶ λέλυταί μοι δύο ἐπιτάγματα.

λοιπὸν δεῖ τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ λείψαντα συναμφότερον· ποιεῖ $\Delta^{\Upsilon\times}$ ρμδ ⋔ Μ̊ ᾱ ἴσ. Μ̊ κδ· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\iota\beta}{\overline{\nu\zeta}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\zeta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\iota\beta}{\overline{\text{ϟ}\beta}}$· καὶ ἐὰν θέλῃς αὐτοὺς εἶναι ἑνὸς μορίου, πάντα εἰς ξ^{α}, ἔσται ⟨ὁ $\alpha^{ος}$⟩ σπε, ὁ $\beta^{ος}$ σδ, ὁ $\gamma^{ος}$ υξ.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν ἀριθμοὺς ἀορίστους δύο, ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν πρὸς συναμφότερον λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ὑπὸ αὐτῶν συναμφότερον εἶναι τρίς.

Καὶ τετάχθω ὁ $\alpha^{ος}$ ς ᾱ, ὁ $\beta^{ος}$ Μ̊ ε̄. καὶ ἔστιν ὁ ὑπ' αὐτῶν ς ε̄· ταῦτα θέλομεν εἶναι τρὶς ς ᾱ Μ̊ ε̄. ὥστε ς γ̄ Μ̊ ιε̄ ἴσοι εἰσὶν ς ε̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ζ̄ ∠′. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ Μ̊ ζ̄ ∠′, ὁ $\beta^{ος}$ Μ̊ ε̄.

---

2 πρῶτον AB, μονάδι *Ba*, forsan Μ̊ ᾱ. 3 τουτέστι *Ba*. 4 ὁμοίως δὲ *Ba*, ο δ̄ AB. $\gamma^{ος}$] δεύτερος AB_1. 6/7 λείψει συναμφοτέρου B_1. 7 ποιεῖ] ποιεῖν AB_1, ποιεῖν Μ̊ κδ· ποιεῖ δὲ *Ba*. 8 ιβ̄] ιε̄ AB_1. 11 ὁ πρῶτος suppl. *Ba*. Denom. add. *Ba*. 12 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς A, ἄλλως B, om. *Ba*. 13 δύο ἀριθμοὺς ἀορίστους B_1. 15 ὑπ' αὐτῶν *Ba*. συναμφοτέρου *Ba*. 16 τρίς] γ′ AB, τριπλασίονα *Ba*. 18 τρὶς] γ′ AB_1, τριπλάσια *Ba*.

Sit $X_2 = x + 1$; addendo 8, fit $x + 9$; dividendo er $(X_2 - 1)$ hoc est per x, fit

$$1 + \frac{9}{x} = X_1.$$

Similiter erit

$$X_3 = 1 + \frac{16}{x},$$

t duabus conditionibus satisfactum est.

Reliquum oportet $X_1 X_3 - (X_1 + X_3)$: facit

$$\frac{144}{x^2} - 1 = 24, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{12}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{57}{12}, \quad X_2 = \frac{17}{5}, \quad X_3 = \frac{92}{12}.$$

Et si velis communem esse denominatorem, sit 60; rit

$$X_1 = \frac{285}{60}, \quad X_2 = \frac{204}{60}, \quad X_3 = \frac{460}{60}.$$

Lemma ad sequens problema.

Invenire numeros indeterminatos duos quorum pro- 41
uctus ad summam rationem habeat datam.

Proponatur iam productum summae esse 3^{plum}.

Ponatur $X_1 = x$, $X_2 = 5$; est $X_1 X_2 = 5x$, quod olumus esse 3^{plum} $(x + 5)$. Ergo

$$3x + 15 = 5x, \quad \text{et fit} \quad x = 7\tfrac{1}{2}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 7\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 5.$$

Οὕτως· ὅταν γὰρ δεήσῃ συνθεῖναι μόρια, οἷον·

ς $\bar{\gamma}$ μορ. ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ καὶ ς $\bar{\delta}$ μορ. ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$,

οἱ ς τοῦ μέρους ἐπὶ τὰ ἐναλλὰξ μόρια πολλαπλασιασθήσονται, οἷον ς $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὰ τοῦ ἑτέρου μόρια τουτέστιν ἐπὶ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, καὶ πάλιν οἱ ς $\bar{\delta}$ ἐπὶ τὰ μόρια τοῦ ἑτέρου, ἐπὶ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$. οὕτως ἐποίησεν ἡ σύνθεσις $\Delta^{Y}\bar{\zeta}$ ⋔ ς $\overline{\kappa\delta}$ μορίου τοῦ ὑπὸ τῶν μορίων, τουτέστι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ⋔ ς $\bar{\zeta}$.

ἔχομεν δὲ καὶ τὸν ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ⋔ ς $\bar{\zeta}$.

Δ^{Y} ἄρα $\overline{\iota\beta}$ ⟨μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$⟩ ⋔ ς $\bar{\zeta}$ $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ εἰσι τῆς συνθέσεως. $\varepsilon^{\kappa\iota\varsigma}$ ἄρα ἡ σύνθεσις· γίνεται $\Delta^{Y}\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋔ ς $\overline{\rho\kappa}$ μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ⋔ ς $\bar{\zeta}$. καὶ πάντα ἐπὶ τὸ κοινὸν αὐτῶν μόριον ἐπὶ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ⋔ ς $\bar{\zeta}$· καὶ γίνονται $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$ ἴσαι $\Delta^{Y}\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋔ ς $\overline{\rho\kappa}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa\gamma}{\overline{\rho\kappa}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· εἶχες δὴ τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ ς $\bar{\gamma}$ μορ. ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ ς $\bar{\alpha}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ς $\bar{\delta}$ μορ. ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$.

εὑρέθη δὲ ὁ ς $\overset{\kappa\gamma}{\overline{\rho\kappa}}$. ἐὰν μὲν ἐπὶ τὸν $\alpha^{ον}$ ποιῇς, ἐπὶ ς $\bar{\gamma}$, ἔσονται $\overset{\circ}{M}\overline{\tau\xi}$· λοιπὸς ἐπὶ τὸ μόριον, $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\kappa}$ ἐπὶ ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$. γίνονται $\overset{\circ}{M}\overline{\nu\alpha}$. λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ $\overset{\nu\alpha}{\overline{\tau\xi}}$· ὁ δὲ

---

1 δεήσει *Ba*. 2 ς $\bar{\alpha}$ post om. AB_1. 3 ς τοῦ μέρους] ξη̄ τοῦ μ^{ε} AB_1, μὲν ς$ς^{οι}$ *Ba*. 4 ς $\bar{\gamma}$] ϥϥ ς̀ $\bar{\gamma}$ A, ἀριθμοὶ $\bar{\varsigma}$ γ B_1. 6 ς $\bar{\alpha}$] AB_1 add. μονάδας δ' καὶ πάλιν οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἐπὶ τὰ μόρια τοῦ ἑτέρου ἐπὶ ἀριθμὸν $\bar{\alpha}$ (ex repet.). 7/8 τουτέστι A. 9 εἴχομεν B. τὸν] τὸ AB. 11 μορίου $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*. εἰσὶν A. 13 ς $\bar{\zeta}$] *Ba* add. ἴσαι $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$ μορίου τοῦ αὐτοῦ. 14 ἐπὶ] $\bar{\varepsilon}$ A, om. B. 16 εἶχε B, εἶχον *Ba*. δὴ] δὲ AB. μορίου *Ba*, μείζονος AB_1. 19 $\overline{\tau\xi}$] $\overline{\tau\xi\alpha}$ *Ba*. $\overset{\circ}{M}$ ante $\overline{\rho\kappa}$ om. *Ba*. Denom. add. *Ba* (item 20, p. 290, 2, 3).

Sic: quando oportebit addere fractiones, ut

$$\frac{3x}{x-3} \quad \text{et} \quad \frac{4x}{x-4},$$

numeratores in denominatores invertendo multiplicabuntur, ut $3x$ in denominatorem alterius, hoc est in $(x-4)$; et rursus $4x$ in denominatorem alterius, in $(x-3)$. Sic fecit numeratorum additio $7x^2 - 24x$, cum denominatore, producto denominatorum, hoc est

$$x^2 + 12 - 7x.$$

Habemus autem

$$X_1 X_2 = \frac{12x^2}{x^2 + 12 - 7x}.$$

Ergo $\frac{12x^2}{x^2 + 12 - 7x}$ est $5 \times (X_1 + X_2)$; sed

$$5 \times (X_1 + X_2) = \frac{35x^2 - 120x}{x^2 + 12 - 7x}.$$

Omnia in communem denominatorem, $(x^2 + 12 - 7x)$; fit

$$12x^2 = 35x^2 - 120x, \quad \text{et} \quad x = \frac{120}{23}.$$

Ad positiones. Habebas

$$X_1 = \frac{3x}{x-3}, \quad X_2 = x, \quad X_3 = \frac{4x}{x-4}.$$

Inventus est autem $x = \frac{120}{23}$. Si facis in X_1, in $3x$, erit 360; restat in denominatorem[1]), 120 in $x - 3$; fit 51. Erit ergo

$$X_1 = \frac{360}{51}, \quad \text{et} \quad X_2 = \frac{120}{23};$$

non habet enim denominatorem in x.

1) $120 - 3 \times 23 = 51$. Ibidem infra $120 - 4 \times 23 = 28$.

$\beta^{ος}$ $\overset{\kappa\gamma}{\bar{\rho}\kappa}$, οὐ γὰρ εἶχεν ἀριθμητικὸν μόριον· ὁ δὲ $\gamma^{ος}$· ὁμοίως $\bar{\rho}\bar{\kappa}$ ἐπὶ τοὺς $\bar{\delta}$ ς, γίνονται $\bar{\upsilon}\bar{\pi}$· ὁμοίως καὶ ἐπὶ τὸ μόριον, $\bar{\rho}\bar{\kappa}$ ἐπὶ ς $\bar{\alpha}$ ∧ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, γίνονται $\overset{\circ}{M}\overset{\kappa\eta}{\bar{\kappa}\bar{\eta}}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\overset{\kappa\eta}{\upsilon\pi}$. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

λξ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν λόγον ἔχῃ δεδομένον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν μὲν ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ τοῦ $\beta^{ου}$ τῶν τριῶν εἶναι $\gamma^{πλ.}$, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ τῶν τριῶν εἶναι $\delta^{πλ.}$, τὸν δὲ ὑπὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ καὶ τοῦ $\alpha^{ου}$ τῶν τριῶν εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$.

Ἐπεὶ οὖν ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν ἐκ τῶν τριῶν λόγον ἔχει δεδομένον, ζητῶ πρότερον τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ τυχόντα ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν πρὸς τὸν τυχόντα λόγον ἔχῃ τὸν ἐπιταχθέντα.

ἔστω ὁ τυχὼν $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$· καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ τοῦ $\beta^{ου}$, τυχόντος ἐστὶ $\gamma^{πλ.}$, τουτέστι τοῦ $\bar{\varepsilon}$, ὁ ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ ἄρα καὶ τοῦ $\beta^{ου}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{\iota\varepsilon}$. ἔστω ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα $\alpha^{ος}$ ἔσται ς^{χ} $\bar{\iota\varepsilon}$.

πάλιν ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$, τοῦ $\bar{\varepsilon}$ ἐστὶ $\delta^{πλ.}$, ὁ ἄρα ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$ ἔσται $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$. ἔστι δὲ ὁ $\beta^{ος}$ ς $\bar{\alpha}$· ὁ ἄρα $\gamma^{ος}$ ἔσται ς^{χ} $\bar{\kappa}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ καὶ τοῦ $\alpha^{ου}$, ὃς $\Delta^{\gamma\chi}$ εἰσι $\bar{\tau}$, ταῦτα τοῦ $\bar{\varepsilon}$ εἶναι $\varepsilon^{πλ.}$· γίνονται $\Delta^{\gamma\chi}$ $\bar{\tau}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa\varepsilon}$.

---

3 τὸ μόριον *Ba*, τῶν μορίων AB_1. $\overline{\kappa\eta}$] $\bar{\kappa}$ AB_1. 9 τῶν τριῶν *Ba*, τὸν τρίτον AB_1 (item 10, 11). 12 δύο *Ba*, ξ AB_1. 15 ἔχῃ *Ba*, ἔχει AB. 16 τυχὸν A. 18 $\beta^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ AB_1 (item 21/22). 20 ἐστὶν A. 24/25 γίνονται $\overset{\circ}{M}\bar{\tau}$ ἴσαι Δ^{γ} $\overline{\kappa\varepsilon}$ *Ba*.

X_3: similiter $\frac{120}{23}$ in $4x$, fit 480; et in denominatorem, 120 in $x - 4$, fit 28; erit ergo $X_3 = \frac{480}{28}$, et probatio evidens.

XXXVII.

Invenire tres numeros tales ut binorum quorumvis productus ad summam trium rationem habeat datam. 43

Proponatur iam

$$X_1 X_2 = 3(X_1 + X_2 + X_3); \quad X_2 X_3 = 4(X_1 + X_2 + X_3);$$
$$X_3 X_1 = 5(X_1 + X_2 + X_3).$$

Quoniam binorum quorumvis productus ad summam trium rationem habet datam, quaero primum tres numeros et alium arbitrarium ita ut binorum quorumvis productus ad arbitrarium rationem habeat propositam.

Sit arbitrarius 5. Quoniam $X_1 X_2$ est 3^{plus} arbitrarii, hoc est 5,

$$X_1 X_2 = 15.$$

Sit

$$X_2 = x; \quad \text{erit} \quad X_1 = \frac{15}{x}.$$

Rursus quoniam $X_2 X_3$ est 4^{plus} 5, ergo

$$X_2 X_3 = 20.$$

Sed

$$X_2 = x; \quad \text{igitur} \quad X_3 = \frac{20}{x}.$$

Restat ut $X_3 X_1$, qui est $\frac{300}{x^2}$, sit 5^{plus} 5. Fiunt

$$\frac{300}{x^2} = 25.$$

Καὶ εἰ ἦν τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχον ὃν $\square^{\circ\varsigma}$ *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$, *λελυμένον ἂν ἦν μοι τὸ ζητούμενον. ἀλλὰ τὰ* $\bar{\tau}$ $\Delta^{\Upsilon\chi}$ *ὑπὸ τοῦ* $\overline{\iota\varepsilon}$ *ἐστι καὶ τοῦ* $\bar{\kappa}$. *ἀλλὰ ὁ* $\overline{\iota\varepsilon}$ $\gamma^{\pi\lambda.}$ *ἐστὶ τοῦ* $\bar{\varepsilon}$, *ὁ δὲ* $\bar{\kappa}$ $\delta^{\pi\lambda.}$ *τοῦ* $\bar{\varepsilon}$. *θέλομεν οὖν τὸν* $\gamma^{\pi\lambda.}$ *τοῦ* $\bar{\varepsilon}$ *ἐπὶ τὸν* $\delta^{\pi\lambda.}$ *τοῦ* $\bar{\varepsilon}$ *γενόμενον πρὸς τὸν* $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ *τοῦ* $\bar{\varepsilon}$ *λόγον ἔχειν ὃν* $\square^{\circ\varsigma}$ *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$. *ὁ δὲ* $\bar{\varepsilon}$ *τυχών ἐστιν. ἀπῆκται οὖν μοι εἷς τὸ ζητεῖν τινα ἀριθμόν, ὅπως ὁ* $\gamma^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν* $\delta^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ καὶ ὁ γενόμενος πρὸς τὸν* $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ λόγον ἔχῃ ὃν* $\square^{\circ\varsigma}$ *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος $\varsigma\,\bar{\alpha}$. *καὶ ὁ* $\gamma^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν* $\delta^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ ποιείτω* $\Delta^{\Upsilon}\overline{\iota\beta}$. *δεῖ τοίνυν τοῦτον πρὸς τὸν* $\varepsilon^{\pi\lambda.}$ *αὐτοῦ λόγον ἔχειν ὃν* $\square^{\circ\varsigma}$ *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$. Δ^{Υ} *ἄρα* $\overline{\iota\beta}$ *πρὸς* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}$ *θέλομεν εἶναι ἐν λόγῳ ᾧ ἔχει* $\square^{\circ\varsigma}$ *ἀριθμὸς πρὸς* $\square^{\circ\nu}$ *ἀριθμόν. ὁ ἄρα ὑπ' αὐτῶν καὶ αὐτὸς ἔσται* $\square^{\circ\varsigma}$. K^{Υ} *ἄρα* $\bar{\xi}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi}$. *τοῦτο δὲ ῥᾴδιον. ἴσ.* $\Delta^{\Upsilon}\overline{\mathrm{M}}$. *καὶ γίνεται ὁ* ς $\dot{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ ζητούμενος* $\dot{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$.

τάσσω οὖν αὐτὸν $\dot{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$. *ἔσται ἄρα ὁ ὑπὸ τοῦ* $\alpha^{\circ\upsilon}$ *καὶ τοῦ* $\beta^{\circ\upsilon}$ $\dot{M}\,\overline{\mu\varepsilon}$. *καὶ ἔστιν ὁ* $\beta^{\circ\varsigma}$ $\varsigma\,\bar{\alpha}$. *ὁ ἄρα* $\alpha^{\circ\varsigma}$ *ἔσται* $\varsigma^{\chi}\,\overline{\mu\varepsilon}$. *ὁμοίως καὶ ὁ* $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\varsigma^{\chi}\,\bar{\xi}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ὑπὸ $\alpha^{\circ\upsilon}$ *καὶ* $\gamma^{\circ\upsilon}$, *τουτέστι* $\Delta^{\Upsilon\chi}\overline{\beta\psi}$, *τῶν* $\dot{M}\,\overline{\iota\varepsilon}$ *κατασκευάσαι* $\varepsilon^{\pi\lambda.}$. $\Delta^{\Upsilon\chi}\overline{\beta\psi}$ *ἴσ.* $\dot{M}\,\overline{\circ\varepsilon}$. *καὶ γίνεται ὁ* ς $\dot{M}\,\bar{\varsigma}$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ* $\alpha^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\,\bar{\xi}\,\angle'$, *ὁ δὲ* $\beta^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\,\bar{\varsigma}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{\circ\varsigma}$ $\dot{M}\,\bar{\iota}$.

---

3 *ἀλλὰ τὰ* $\bar{\tau}$ $\Delta^{\Upsilon\chi}$] *ἀλλὰ αἱ* $\bar{\Gamma}$ *δυνάμεις* AB, *ἀλλ' αἱ* $\dot{M}\,\bar{\tau}$ *Ba.* *ἐστιν* A (item 4). *ἀλλ' οἱ* $\overline{\iota\varepsilon}$ *Ba.* 4/5 *τοῦ τριπλασίονος Ba.* 5 *γενόμενον*] *γενομένου* AB, *πολλαπλασιασθέντος γενόμενον Ba.* 7 *ἐστι* A *Ba.* 12 *ποιείτω*] *ποιεῖ Ba.* 14 *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$] AB_1 repet. *ἔστω ὁ ζητούμενος* (11) . . . . . *πρὸς* $\square^{\circ\nu}$. *ἐθέλομεν Ba.* 15 *ᾧ*] *ὃν Ba.* *ἀριθμὸς* om. B_1. *ἀριθμὸν* om. B_1.

Si coefficiens ad coefficientem rationem haberet quadrati ad quadratum, soluta mihi foret quaestio. Sed 300, coefficiens $\frac{1}{x^2}$, est 15×20; 15 est 3×5; 20 est 4×5. Volumus igitur productum 3^{pli} 5 et 4^{pli} 5 ad 5^{plum} 5 rationem habere quadrati ad quadratum; at 5 arbitrarius est. Deducor igitur ad quaerendum quendam numerum talem ut productus 3^{pli} ipsius et 4^{pli} ipsius ad 5^{plum} ipsius rationem habeat quadrati ad quadratum.

Sit quaesitus $= x$. 3^{plus} ipsius multiplicatus in 4^{plum} ipsius faciat $12x^2$. Oportet hunc ad 5^{plum} ipsius rationem habere quadrati ad quadratum. Volumus ergo $12x^2$ ad $5x$ rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum. Illorum ergo productus erit ipse quadratus; ergo $60x^3 = \square$.

Hoc facile est; aequo $900x^2$, et fit $x = 15$. Ad positiones. Quaesitus erit 15.

Illum igitur pono $= 15$. Erit ergo $X_1 X_2 = 45$; est $X_2 = x$. Ergo

$$X_1 = \frac{45}{x}. \quad \text{Similiter} \quad X_3 = \frac{60}{x}.$$

Restat ut $X_1 X_3$, hoc est $\frac{2700}{x^2}$, fiat 5^{plus} 15. Ergo

$$\frac{2700}{x^2} = 75, \quad \text{et fit} \quad x = 6.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 7\tfrac{1}{2}, \quad X_2 = 6, \quad X_3 = 10.$$

---

16 τοῦτο] οὗτος *Ba*. 17 ῥᾴδιον] ἄρα *Ba*. 𝔇 *Ba*, μ AB. Ṁ om. B_1. 21 $\overline{\mu\varepsilon}$] $\overline{\kappa\varepsilon}$ B_1. 23 $\varepsilon^{\pi\lambda.}$] *Ba* add. τὸ ἄρα. $\overline{o\varepsilon}$ *Ba*, $\overline{o\vartheta}$ AB.

Καὶ ὡσεὶ ἦν ἡ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν Μ̇ ιε̄, λελυμένον ἂν ἦν μοι τὸ ζητούμενον· τάσσω οὖν τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν Δ^Υ ιε̄, αὐτοὺς δὲ τοὺς τρεῖς ἐν ς, ὡς εὕρομεν, τὸν μὲν α^ον ς ξ̄ ∟′, τὸν δὲ β^ον ς ξ̄, τὸν δὲ γ^ον ς ῑ.

Καὶ λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς εἶναι Δ^Υ ιε̄· εἰσὶ δὲ οἱ τρεῖς ς κγ̄ ∟′·

ς ἄρα κγ ∟′ ἴσ. Δ^Υ ιε̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̇ λ μξ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος τνβ ∟′, ὁ δὲ β^ος σπβ, ὁ δὲ γ^ος νο.

λη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ μὲν τὸν πρῶτον ποιῇ τρίγωνον, ἐπὶ δὲ τὸν δεύτερον ποιῇ τετράγωνον, ἐπὶ δὲ τὸν τρίτον ποιῇ κύβον.

Τετάχθω δὴ οἱ τρεῖς Δ^Υ ᾱ, ὁ δὲ α^ος δυναμοστῶν τριγωνικῶν· ἔστω Δ^Υ χ ξ̄· ὁ δὲ β^ος Δ^Υ χ δ̄, ὁ δὲ γ^ος δυναμοστῶν κυβικῶν· ἔστω Δ^Υ χ η̄.

Καὶ ἡ Δ^Υ ᾱ πολλαπλασιασθεῖσα ἐπὶ μὲν τὸν α^ον ποιεῖ Μ̇ ξ̄ ὅς ἐστι τρίγωνος· ἐπὶ δὲ τὸν β^ον ποιεῖ Μ̇ δ̄, ὅς ἐστι □^ος· ἐπὶ δὲ τὸν γ^ον ποιεῖ Μ̇ η̄, ὅς ἐστι κύβος.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς εἶναι Δ^Υ ᾱ· ἀλλὰ οἱ τρεῖς

---

1 ὡσεὶ] εἰ B. 2 ἂν om. A*Ba*. τάττω B₁. 4 ς ante ξ̄ et ῑ (5) om. B₁. 8 Denom. add. B 2ª m. (item 9/10). 9 τῆ AB₁. 10 σπβ ∟′ AB₁. 16 δυναμοστῶν] δυνάμεων A, δυνάμεως B, δυναμοστὸν μονάδων *Ba* (item 18). 17 β^ος] *Ba* add. δυναμοστὸν μονάδων τετραγωνικῶν· ἔστω. 20 ποιεῖ post.] ποιείτω AB₁ (item 21). 21 ἐστιν bis A. Μ̇ om. AB₁. 22 ἀλλ' οἱ *Ba*.

Ita si foret

$$X_1 + X_2 + X_3 = 15,$$

soluta mihi esset quaestio. Pono igitur

$$X_1 + X_2 + X_3 = 15x^2,$$

et unumquemque trium in x cum coefficiente invento:

$$X_1 = \left(7\tfrac{1}{2}\right)x, \quad X_2 = 6x, \quad X_3 = 10x.$$

Reliquum oportet summam trium esse $15x^2$; sed summa trium est $\left(23\tfrac{1}{2}\right)x$. Ergo

$$\left(23\tfrac{1}{2}\right)x = 15x^2, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{47}{30}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{352\frac{1}{2}}{30}, \quad X_2 = \frac{282}{30}, \quad X_3 = \frac{470}{30}.$$

XXXVIII.

Invenire tres numeros tales ut summa trium multiplicata in primum faciat triangulum, in secundum faciat quadratum, in tertium faciat cubum. 44

Ponatur $X_1 + X_2 + X_3 = x^2$.

X_1 sit $\frac{1}{x^2}$ cum coefficiente triangulo; esto $\frac{6}{x^2}$.

X_2 sit $\frac{4}{x^2}$, et X_3 sit $\frac{1}{x^2}$ cum coefficiente cubico; esto $\frac{8}{x^2}$.

Sic x^2 multiplicata in X_1 facit 6 qui est triangulus, in X_2 facit 4 qui est quadratus, in X_3 facit 8 qui est cubus.

Restat ut summa trium sit x^2; sed summa trium est

$$\frac{18}{x^2} = x^2.$$

εἰσι $\Delta^{\text{Y}}\overline{\iota\eta}$ *ἴσ.* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$. *καὶ πάντα ἐπὶ* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$· *γίνεται* $\Delta^{\text{Y}}\Delta\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\eta}$.

δεῖ οὖν τὸν $\overline{\iota\eta}$ *εἶναι* $\square^{\text{ον}}$, *πλευρὰν ἔχοντα* $\square^{\text{ον}}$, *ἀλλὰ ὁ* $\overline{\iota\eta}$ *σύνθεσίς ἐστι τριγώνου καὶ τετραγώνου καὶ κύβου. ἀπῆκται οὖν μοι εὑρεῖν·* $\square^{\text{ον}}$, *πλευρὰν ἔχοντα* $\square^{\text{ον}}$, *διελεῖν εἰς τρίγωνον καὶ τετράγωνον καὶ κύβον.*

ἔστω ὁ τετράγωνος $\Delta^{\text{Y}}\Delta\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}\wedge\overline{\Delta^{\text{Y}}\beta}$. *ἐὰν ἄρα ἀπὸ* $\Delta^{\text{Y}}\Delta\bar{\alpha}$ *ἄρω* $\Delta^{\text{Y}}\Delta\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}\wedge\Delta^{\text{Y}}\bar{\beta}$, *λοιπὸς καταλείπεται* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\beta}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· *πάλιν ταῦτα δεῖ διαιρεθῆναι εἴς τε κύβον καὶ τρίγωνον. καὶ ἔστω ὁ κύβος* $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$. *λοιπὸς ἄρα ὁ τρίγωνος* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\beta}\wedge\overset{\circ}{M}\vartheta$ *ἴσ. τριγώνῳ.*

πᾶς δὲ τρίγωνος, $\eta^{\text{κις}}$ *γενόμενος καὶ προσλαβὼν* $M\bar{\alpha}$, $\square^{\text{ος}}$ *γίνεται.*

Δ^{Y} *ἄρα* $\overline{\iota\varsigma}\wedge M\bar{o}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi}$· *πλάσσω τὸν* $\square^{\text{ον}}$ *ἀπὸ* $\varsigma\,\bar{\delta}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. *γίνεται ὁ* $\square^{\text{ος}}$, $\Delta^{\text{Y}}\overline{\iota\varsigma}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}\langle\wedge\varsigma\,\bar{\eta}\rangle$· *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$. *ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν τρίγωνος* $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\nu\gamma}$, *ὁ δὲ τετράγωνος* $\overset{\circ}{M}\,\overline{\varsigma\upsilon}$, *ὁ δὲ κύβος* $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$.

Ἔρχομαι εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω τὸν ἐκ τῶν τριῶν συγκείμενον τετράγωνον $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$, *τὸν δὲ* $\alpha^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\times\overline{\rho\nu\gamma}$, *ἐπεὶ δεῖ τρίγωνον γενέσθαι, τὸν δὲ* $\beta^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\times\overline{\varsigma\upsilon}$, *ἐπεὶ δεῖ τετράγωνον γενέσθαι, τὸν δὲ* $\gamma^{\text{ον}}$ $\Delta^{\text{Y}}\times\bar{\eta}$, *ἐπεὶ δεῖ κύβον γενέσθαι· καὶ ἡ* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$, *τετράγωνος οὖσα, ἐφ' ὃν ἂν πολλαπλασιασθῇ, ποιεῖ ὃν μὲν τρίγωνον, ὃν δὲ τετράγωνον, ὃν δὲ κύβον.*

---

1 *εἰσιν* A. 3 $\square^{\text{ον}}$ *πλευρὰν ἐχόντων* $\square^{\text{ων}}$ AB, *δυναμοδύναμιν Ba.* 4 *ἀλλ' ὁ Ba.* 6 $\square^{\text{ον}}$ om. AB_1, *Ba* add. *καὶ αὐτὸν.* 7 *ὁ*] *ὁ δὲ Ba.* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ om. AB_1. 11 *ἴσας τετραγώνῳ* A', om. *Ba.* 13 $\bar{\alpha}$ om. *Ba.* 14 *δύναμις ἄρα* $\Delta^{\text{Y}}\overline{\iota\varsigma}$ A. 15 *γίνεται . . .* $\wedge\varsigma\,\bar{\eta}$ *καὶ* om. B, ultima supplevi. 17 $\overset{\circ}{M}\,\overline{\varsigma\upsilon}$] ☺ $\bar{o}$ AB_1, $\overline{\varsigma\upsilon}$ *Ba.* 20 *ἐπεὶ δεῖ*] *ἐπειδὴ* AB_1 (item 21, 22).

Omnia in x^2, fit $x^4 = 18$.

Oportet igitur 18 esse quadratum pro radice habentem quadratum. Sed 18 summa est trianguli, quadrati et cubi. Deducor igitur: invenire quadratum pro radice habentem quadratum et partiendum in triangulum, quadratum et cubum.

Sit quadratus $= x^4 + 1 - 2x^2$. Si ab x^4 subtraho $(x^4 + 1 - 2x^2)$, residuus superest $(2x^2 - 1)$, quem rursus oportet partiri in cubum et triangulum. Sit cubus 8. Reliquus ergo triangulus

$$2x^2 - 9 = \text{triangulo}.$$

Omnis triangulus, 8ies sumptus et addito 1, fit quadratus. Ergo

$$16x^2 - 71 = \square.$$

Formo $\square$ ab $(4x - 1)$; fit ipse $\square = 16x^2 + 1 - 8x$ et

$$x = 9.$$

Ad positiones. Erit triangulus 153, quadratus 6400, cubus 8.

Redeo ad primitivum problema et pono

$$X_1 + X_2 + X_3 = x^2,$$

$X_1 = \frac{153}{x^2}$, quoniam debet triangulus fieri,

$X_2 = \frac{6400}{x^2}$, quoniam debet quadratus fieri,

$X_3 = \frac{8}{x^6}$, quoniam debet cubus fieri.

Quadratus enim quum sit x^2, si multiplicatur in unumquemque horum, illum facit triangulum, illum quadratum, hunc cubum.

δεῖ δὴ τοὺς τρεῖς εἶναι $\Delta^{\text{Υ}}\bar{\alpha}$· *εἰσὶ δὲ* $\Delta^{\text{Υ}\times}\overline{\text{ϛφξα}}$ *ἴσ.* $\Delta^{\text{Υ}}\bar{\alpha}$. *καὶ πάντα ἐπὶ* $\Delta^{\text{Υ}}$· *γίνεται* $\Delta^{\text{Υ}}\Delta\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ϛφξα}}$· *καὶ ἔστιν ὁ* ϛ $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ $\overset{\pi\alpha}{\overline{\rho\nu\gamma}}$, *ὁ δὲ* $\beta^{\text{ος}}$ $\overset{\pi\alpha}{\overline{\text{ϛυ}}}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{\text{ος}}$ $\overset{\pi\alpha}{\overline{\eta}}$. *καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.*

λθ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλάσσονος λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔτι δὲ καὶ σὺν δύο λαμβανόμενοι, ποιῶσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου εἶναι $\gamma^{\pi\lambda.}$.

Ἐπεὶ δὲ συναμφότερος ὁ μέσος καὶ ὁ ἐλάσσων ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$, *ποιείτω* $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. *ὁ ἄρα μέσος μείζων ἐστὶ δυάδος· ἔστω* ϛ $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$. *ὁ ἄρα ἐλάχιστος ἔσται* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$.

Καὶ ἐπειδὴ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου $\gamma^{\pi\lambda.}$ ⟨*ἐστί*⟩, *καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου* ϛ $\bar{\beta}$, *ἡ ἄρα ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου ἔσται* ϛ $\bar{\xi}$, *καὶ ὁ μείζων ἄρα ἔσται* ϛ $\bar{\zeta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

λοιπόν ἐστι δύο ἐπιτάγματα, τό τε συναμφότερον ⟨*τὸν μείζονα καὶ τὸν ἐλάχιστον ποιεῖν* $\square^{\text{ον}}$, *καὶ τὸ τὸν μείζονα*⟩ *καὶ τὸν μέσον ποιεῖν* $\square^{\text{ον}}$. *καὶ γίνεταί μοι διπλῆ ἡ ἰσότης·*

ϛ $\bar{\eta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$, *καὶ* ϛ $\bar{\xi}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$.

---

1 *εἰσὶν* A. 2 $\Delta^{\text{Υ}}$] B_1 add. *μίαν.* 3 *ἔστι Ba.* 4 *δὲ*

Summam trium oportet esse x^2; est autem

$$\frac{6561}{x^2} = x^2.$$

Omnia in x^2; fit $x^4 = 6561$, et est $x = 9$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{153}{81}, \quad X_2 = \frac{6400}{81}, \quad X_3 = \frac{8}{81},$$

et probatio evidens.

XXXIX.

Invenire tres numeros tales ut differentia maximi 45
et medii ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam, et adhuc bini quomodocumque additi faciant quadratum.

Proponatur iam differentiam maximi (G) et medii (M) differentiae medii (M) et minimi (P) esse 3^{plam}.

Quoniam ($M + P$) facit $\square$, faciat 4. Ergo

$M > 2$; esto $M = x + 2$; igitur $P = 2 - x$.

Et quoniam ($G - M$) est 3^{pla} ($M - P$), et

$$M - P = 2x,$$

ergo $G - M$ erit $6x$, et $G = 7x + 2$.

Restant duae conditiones:

$$G + P = \square, \quad \text{et} \quad G + M = \square.$$

Mihi fit dupla aequatio:

$$8x + 4 = \square, \quad \text{et} \quad 6x + 4 = \square.$$

---

om. AB_1. 15 ἐστὶν A. 19 ἐστί suppl. *Ba*. 20/21 ἡ ἄρα ἡ A. 24/25 τὸν μείζονα καὶ τὸν μέσον ποιεῖν τετράγωνον τό τε τὸν μείζωνα καὶ τὸν ἐλάχιστον ποιεῖν *Ba*; supplementum paulum mutavi. 25 τὸν] τὸ AB_1. 26 ἰσώτης A.

καὶ διὰ τὸ τὰς Μ̊ εἶναι τετραγωνικάς, εὐχερής ἐστιν ἡ ἴσωσις.

πλάσσω ἀριθμοὺς δύο ἵνα ὁ ὑπ' αὐτῶν ᾖ ς β̄, καθὼς ἴσμεν διπλῆν ἰσότητα· ἔστω οὖν ς ∟′ καὶ Μ̊ δ̄· καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ ριβ̄. ἐλθὼν ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις, οὐ δύναμαι ἀφελεῖν ἀπὸ Μ̊ β̄ τὸν ς ᾱ τουτέστι τὰς Μ̊ ριβ̄· θέλω οὖν τὸν ς εὑρεθῆναι ἐλάττονα Μ̊ β̄, ὥστε καὶ ς ς̄ Μ̊ δ̄ ἐλάσσονες ἔσονται Μ̊ ιϛ̄. ἐὰν γὰρ ἡ δυὰς ἐπὶ ς ς̄ γένηται καὶ προσλάβῃ Μ̊ δ̄, ποιεῖ Μ̊ ιϛ̄.

ἐπεὶ οὖν ζητῶ ς η̄ Μ̊ δ̄ ἴσ. □ᵛ καὶ ς ς̄ Μ̊ δ̄ ἴσ. □ᵛ, ἀλλὰ καὶ ὁ ἀπὸ τῆς δυάδος, τουτέστι Μ̊ δ̄, □ᵒᵘˢ ἐστι, γεγόνασι τρεῖς □ᵒᵢ, ς η̄ Μ̊ δ̄, καὶ ς ς̄ Μ̊ δ̄, καὶ Μ̊ δ̄, καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γᵒᵛ μέρος ἐστίν. ἀπῆκται οὖν μοι εἰς τὸ εὑρεῖν ⟨τρεῖς⟩ τετραγώνους, ὅπως ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γᵒᵛ μέρος ᾖ, ἔτι δὲ ὁ μὲν ἐλάχιστος ᾖ Μ̊ δ̄, ὁ δὲ μέσος ἐλάσσων Μ̊ ιϛ̄.

Τετάχθω ὁ μὲν ἐλάχιστος Μ̊ δ̄, ἡ δὲ τοῦ μέσου πλ. ς ᾱ Μ̊ β̄· αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □ᵒᵘˢ, Δ^Υ ᾱ ς δ̄ Μ̊ δ̄.

ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος καὶ τοῦ μέσου τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου γᵒᵛ μέρος ἐστίν, καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου Δ^Υ ᾱ ς δ̄, ὥστε ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου ἔσται Δ^Υ γ^Χ ς ᾱ γ^Χ· καὶ ἔστιν ὁ μέσος Δ^Υ ᾱ ς δ̄ Μ̊ δ̄· ὁ ἄρα μέγιστος ἔσται Δ^Υ ᾱ γ^Χ ς ε̄ γ^Χ Μ̊ δ̄ ἴσ. □ᵛ·

---

3 τὸ ὑπ' AB, τὸ ὑπὸ *Ba*. 4 ἔστωσαν ς^οῦ τὸ ἥμισυ *Ba*. 5 ριβ̄] ιβ̄ B_1. 6 τουτέστιν A. 15 τρεῖς suppl. *Ba*. τετράγωνον A. 23 ἐστί prius B. 25 γ^Χ alterum om. AB_1. ᾱ (post Δ^Υ) om. *Ba*. 26 γ^Χ prius om. A (1ª m.) B_1.

Quum coefficientes unitatis sint quadratici, tractabilis est aequatio.

Formo duos numeros quorum productus sit $2x$, secundum quod scimus de dupla aequatione. Sint $\frac{1}{2}x$ et 4; fit $x = 112$.

Ad positiones transiens, non possum a 2 subtrahere x, hoc est 112; volo igitur inventum iri $x < 2$, itaque $6x + 4 < 16$. Nam si 2 multiplicetur in 6 coefficientem x et addatur 4, fit 16.

Quoniam igitur quaero

$$8x + 4 = \square, \quad \text{et} \quad 6x + 4 = \square,$$

est autem $(2)^2$, hoc est 4, quadratus, sunt tres quadrati

$$8x + 4, \quad 6x + 4, \quad 4,$$

et differentia maximi et medii differentiae medii et minimi tertia pars est. Deducor igitur ad inveniendum tres quadratos $[\square_g, \square_m, \square_p]$, tales ut $(\square_g - \square_m)$ sit $\frac{1}{3}(\square_m - \square_p)$, et adhuc sit $\square_p = 4$, $\square_m < 16$.

Ponatur $\square_p = 4$, $\square_m$ radix $= x + 2$; ergo erit ipse

$$\square_m = x^2 + 4x + 4.$$

Quoniam igitur

$$(\square_g - \square_m) \quad \text{est} \quad \frac{1}{3}(\square_m - \square_p),$$

et est

$$\square_m - \square_p = x^2 + 4x,$$

erit

$$\square_g - \square_m = \frac{1}{3}x^2 + 1\tfrac{1}{3}x.$$

Sed est

$$\square_m = x^2 + 4x + 4;$$

ergo

$$\square_g = 1\tfrac{1}{3}x^2 + 5\tfrac{1}{3}x + 4 = \square.$$

Καὶ χωρίον χωρίῳ ἄνισον· ὁ ἄρα ὑπὸ ς ϛ̄ Μ̊ ιβ καὶ Μα ἐλάσσων ἐστὶν τοῦ ὑπὸ δυάδος καὶ Δ^Υ α ⋔ Μ̊ γ̄, τουτέστιν ς ϛ̄ Μ̊ ιβ ἐλάσσονές εἰσιν Δ^Υ β̄ ⋔ Μ̊ ϛ̄. καὶ κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ Μ̊ ϛ̄. ς ϛ̄ Μ̊ ιη ἐλάσσονες Δ^Υ β̄.

ὅταν δὲ τοιαύτην ἴσωσιν ἰσώσωμεν, ποιοῦμεν τῶν ς τὸ L′ ἐφ' ἑαυτό, γίνεται θ̄, καὶ τὰς Δ^Υ β̄ ἐπὶ τὰς Μ̊ ιη̄, γίνονται λϛ· πρόσθες τοῖς θ̄, γίνονται με̄, ὧν π^λ· οὐκ ἔλαττόν ἐστι Μ̊ ζ̄· πρόσθες τὸ ἡμίσευμα τῶν ς· ⟨γίνεται οὐκ ἔλαττον Μ̊ ι· καὶ μέρισον εἰς τὰς Δ^Υ·⟩ γίνεται οὐκ ἔλαττον Μ̊ ε̄.

γέγονεν οὖν μοι Δ^Υ γ̄ ς ιβ̄ Μ̊ θ̄ ἴσ. □^ου τῷ ἀπὸ π^λ Μ̊ γ̄ ⋔ ς ε̄, καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ $\overset{\text{κβ}}{\overline{\text{μβ}}}$ τουτέστιν $\overset{\text{ια}}{\overline{\text{κα}}}$.

τέταχα δὲ τὴν τοῦ μέσου □^ου π^λ ς ᾱ Μ̊ β̄· ἔσται ἡ τοῦ □^ου π^λ Μ̊ $\overset{\text{ια}}{\overline{\text{μγ}}}$. αὐτὸς δὲ ὁ □^ος Μ̊ $\overset{\text{ρκα}}{\overline{\text{,αωμθ}}}$.

Ἔρχομαι οὖν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω Μ̊ $\overset{\text{ρκα}}{\overline{\text{,αωμθ}}}$, ὄντα □^ον, ἴσ. τοῖς ς ϛ̄ Μ̊ δ̄· καὶ πάντα εἰς ρκᾱ· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\text{ψκς}}{\overline{\text{,ατξε}}}$, καὶ ἔστιν ἐλάσσων δυάδος.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις τοῦ προβλήματος τοῦ ἐξ ἀρχῆς· ὑπέστημεν δὴ τὸν μὲν μέσον ς ᾱ Μ̊ β̄, τὸν δὲ ἐλάχιστον Μ̊ β̄ ⋔ ς ᾱ, τὸν δὲ μέγιστον ς ζ̄ Μ̊ β̄. ἔσται ὁ μὲν μέ-

---

1 χωρίον corr. ex χωρίων A (1ª m.?). ἀνίσω B_1. 2 ἐλάσσονές εἰσι *Ba*. ἐστὶ B_1. 2/3 τουτέστι *Ba*. 3 εἰσι B. 4 ϛ̄ (prius) scripsi, μείζονες AB. ἐλάσσονες] αἱ *Ba*. Δ^Υ] μ̊ AB_1. 9 καὶ μέριζον εἰς δυνάμεις suppl. *Ba*, alia tentavi. 10 γίνεται ὁ ς οὐκ ἐλάττων *Ba*. 12 τουτέστι *Ba*. 13 τέταχα] τέθεικα *Ba*. 14 ,αωνθ AB_1 (item 15). 17 ,αψξε AB_1. 19 δὴ scripsi, δὲ AB. μὲν om. B_1. β̄] θ̄ AB_1.

Productus producto inaequale: ergo

$$(6x + 12) \times 1 < 2 \times (x^2 - 3),$$

hoc est

$$6x + 12 < 2x^2 - 6.$$

Utrimque addantur 6:

$$6x + 18 < 2x^2.$$

Quando talem aequationem solvimus, multiplicamus dimidium coefficientem x in seipsum, — fit 9 —; 2 coefficientem x^2 in coefficientem unitatis 18, — fit 36 —; adde ad 9, fit 45, cuius radix: haud minor[1]) quam 7; adde dimidium coefficientem x: fit haud minor quam 10; divide per coefficientem x^2: fit haud minor quam 5.

Mihi igitur aequandum est

$$3x^2 + 12x + 9 = \square \text{ a radice } (3 - 5x),$$

et fit

$$x = \frac{42}{22}, \text{ hoc est } \frac{21}{11}.$$

Posui medii quadrati radicem esse $x + 2$; erit quadrati radix $\frac{43}{11}$, quadratus ipse $\frac{1849}{121}$.

Redeo ad primitivum problema et pono $\frac{1849}{121}$, qui est $\square$, $= 6x + 4$. Omnia in 121. Fit $x = \frac{1365}{726}$, et est minor quam 2.

Ad positiones problematis primitivi. Posuimus nempe

$$M = x + 2, \quad P = 2 - x, \quad \text{et} \quad G = 7x + 2.$$

1) Exactum limitem x haud quaerit Diophantus; sed quum cadat $\sqrt{45}$ inter integros 6 et 7, maiorem sumit 7 et notat sibi licere numero ex operationibus fingendo aequalem vel maiorem ponere x.

γιστος α. ,αζ, ὁ δὲ β^ος ,βωιζ, ὁ δὲ ἐλάχιστος ὁ γ^ος πζ καὶ ἐπεὶ τὸ μόριον, ἔστι τὸ ψκς^ον, οὐκ ἔστιν □^ος, ς^ον δέ ἐστιν αὐτοῦ, ἐὰν λάβωμεν ρκα, ὅ ἐστι □^ος, πάντων οὖν τὸ ς^ον, καὶ ὁμοίως ἔσται ὁ μὲν α^ος ρκα^ων ,αωλδ L′, ὁ δὲ β^ος υξθ L′, ὁ δὲ γ^ος ιδ L′.

Καὶ ἐὰν ἐν ὁλοκλήροις θέλῃς ἵνα μὴ τὸ L′ ἐπιτρέχῃ, εἰς δ^α ἔμβαλε. καὶ ἔσται ὁ α^ος ,ζτλη υπδ, ὁ δὲ β^ος ,αωοη υπδ, ὁ δὲ γ^ος νη υπδ. καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.

μ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἡ ὑπεροχὴ ἧ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ μεγίστου τετράγωνος τοῦ ἀπὸ τοῦ μέσου τετραγώνου, πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, λόγον ἔχῃ δεδομένον, ἔτι δὲ σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ἡ δὴ ὑπεροχὴ ἧ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ μ^γ· □^ος τοῦ ἀπὸ τοῦ μ^σ· □^ου, τῆς ὑπεροχῆς ἧς ὑπερέχει ὁ μ^σ· τοῦ ἐ^λ·, ἔστω γ^πλ·.

Ἐπεὶ ὁ μ^γ· καὶ ὁ μ^σ· ποιοῦσι □^ον, ποιείτωσαν Δ^Υ ις· ὁ ἄρα μ^γ· ἔσται μείζων Δ^Υ η· ἔστω Δ^Υ η Μ β.

καὶ ἐπεὶ συναμφότερος ὁ μ^γ· καὶ ὁ μ^σ· μείζων ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ μ^γ· καὶ τοῦ ἐ^λ·, καὶ ἔστι συναμφότερος ὁ μ^γ· καὶ ὁ μ^σ· Δ^Υ ις, συναμφότερος ὁ ἄρα μ^γ· καὶ ἐ^λ· ἐλάσσων μέν ἐστι Δ^Υ ις, μείζων δὲ Δ^Υ η. ἔστω

1, 4, 5 Denom. add. *Ba*. 1 ἐλάχιστος ὁ om. B_1. πζ] ωπζ AB_1. 2 ἔστι prius om. *Ba*. 3 ἔστι (ante αὐτοῦ) A. ρκα *Ba*, κα AB. 4 ρκα^ων] μονάδων AB_1. 6/7 ἐπιτρέχει B_1. 7 δ^α] τέσσαρα A*Ba*. ἔμβαλες *Ba*. 15 δὴ scripsi, δὲ AB. μ^γ· — μεγίστου] μέσου AB_1 (item 21). 16 ἧς AB,

Erit

$$G = \frac{11007}{726}, \quad M = \frac{2817}{726}, \quad P = \frac{87}{726}.$$

Quoniam denominator 726 non est □, sed tantum $\frac{1}{6}$ huius, si sumimus 121 qui est □, omnia per 6; similiter erit

$$G = \frac{1834\frac{1}{2}}{121}; \quad M = \frac{469\frac{1}{2}}{121}, \quad \text{et} \quad P = \frac{14\frac{1}{2}}{121}.$$

Si mavis in integris, ne excurrat $\frac{1}{2}$, in 4 resolve. Erit

$$G = \frac{7338}{484}, \quad M = \frac{1878}{484}, \quad P = \frac{58}{484},$$

et probatio evidens.

XL.

Invenire tres numeros tales ut differentia qua 46
maximi quadratus superat medii quadratum ad differentiam medii et minimi rationem habeat datam, et adhuc bini quocumque modo additi faciant quadratum.

Sit differentia quadrati a G supra quadratum ab M, differentiae $(M - P)$ 3^{pla}.

Quoniam $G + M = \square$, faciant $16x^2$. Ergo $G > 8x^2$. Sit

$$G = 8x^2 + 2.$$

Et quoniam $G + M > G + P$, et $G + M = 16x^2$, ergo

$$16x^2 > G + P > 8x^2.$$

ἡ *Ba.* 19 ἔσται B_1. 22 $\mu^{\gamma\cdot}$ posterius] μέσος AB_1. 23 καὶ ὁ ἐλάχιστος *Ba.*

οὖν συναμφότερος ὁ μ· καὶ ὁ ἐ^λ· Δ^Υ ϑ. ἔστιν καὶ ὁ μ· καὶ ὁ μ· Δ^Υ ιϛ, ὧν ὁ μ· ἐστι Δ^Υ η Μ̊ β. ἔσται ἄρα καὶ ὁ μ^σ· Δ^Υ η ⋔ Μ β. ὁ δὲ γ^ος Δ^Υ α ⋔ Μ̊ β̄.

καὶ ἐπεὶ ϑέλω τὴν ὑπεροχὴν ἣν ὑπερέχει ὁ ἀπο τοῦ μ^γ· τὸν ἀπὸ τοῦ μ^σ·, τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μ^σ· καὶ τοῦ ἐ^λ· εἶναι γ^πλ·, ἀλλὰ ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ ἀπὸ τοῦ μ^γ· □^ος τοῦ ἀπὸ τοῦ μ^σ· □^ου ἐστὶν Δ^Υ ξδ, ἡ δὲ ὑπεροχὴ τοῦ μ^σ· καὶ τοῦ ἐ^λ· ἐστιν Δ^Υ ζ̄· καὶ ϑέλομεν τὰς Δ^Υ ξδ τῶν Δ^Υ ζ̄ εἶναι γ^πλ· ἀλλὰ αἱ Δ^Υ ζ̄ γ^πλ· γενόμεναι ποιοῦσι Δ^Υ κ̅α̅. ἀλλὰ αἱ Δ^Υ ξ̅δ̅ ἐκ τοῦ λβ^κις ἐστι τῶν Μ̊ β̄· γέγονεν οὖν μοι εὑρεῖν τινα ἀριϑμόν, ὃς λβ^κις γενόμενος ποιεῖ Μ̊ κ̅α̅· ἔστιν δὴ τὰ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$.

τάσσω οὖν τὸν μὲν α^ον Δ^Υ η̄ Μ̊ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$, τὸν δὲ μ^σ· Δ^Υ η̄ ⋔ Μ̊ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$, τὸν δὲ γ^ον Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$.

καὶ λοιπόν ἐστιν ἓν ἐπίταγμα συναμφότερον τὸν μ^σ· καὶ τὸν ἐ^λ· εἶναι □^ον. ἔστιν δὲ ὁ μ^σ· καὶ ὁ ἐ^λ· Δ^Υ ϑ ⋔ Μ̊ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\mu\beta}}$ ἴσ. □^ῳ ἀπὸ π^λ· ϛ γ̄ ⋔ Μ̊ ϛ̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\varphi o\varsigma}{\overline{\varphi\,\iota\zeta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· ἔσται ὁ μὲν α^ος τ̅ϛ̅ . ͵ϑ̅ μορ. λ̅γ̅ . ͵αψοϛ̅, ὁ δὲ β^ος σ̅ξ̅γ̅ . ͵γφμδ̅, ὁ δὲ γ^ος ι̅γ̅ . ͵ηχπ̅α̅.

---

1 ἔστι B. 4 ἣν] ᾗ *Ba*. 5 τὸν] τὸ A. 7 ἐστι B (item 8, 12, 16). 8 ζ ∠′ AB$_1$. ϑέλωμεν *Ba*. 9 ἀλλ' αἱ B. 10 ἀλλ' αἱ *Ba*. 12 ποιεῖν A, ποιῇ *Ba*. δὴ] δὲ AB. 14 τὸν δὲ γ^ον Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ $\overset{\lambda\beta}{\overline{\kappa\alpha}}$ om. *Ba*. 15 ἐστι A. 16 ἐ^λ· prius] ἐλάσσονα AB, ubique supra ἐλάχιστ. 19/20 τ̅ϛ̅ . ͵ϑ̅ μορ. λ̅γ̅ . ͵αψοϛ̅] τϛ (correcta ex λ̅ϛ̅ A) ὁ ἄρα τρίτος ͵ατοϛ̅ AB$_1$. 20 σ̅ξ̅γ̅ . φμδ̅ AB$_1$.

Sit igitur

$$G + P = 9x^2.$$

Est autem

$$G + M = 16x^2, \quad \text{et} \quad G = 8x^2 + 2.$$

Erit igitur

$$M = 8x^2 - 2, \quad P = x^2 - 2.$$

Et quoniam volo esse

$$(G)^2 - (M)^2 = 3^{\text{plum}}(M - P),$$

sed

$$(G)^2 - (M)^2 = 64x^2, \quad \text{et} \quad M - P = 7x^2,$$

et volumus $64x^2$ esse $3^{\text{plum}}(7x^2)$, sed $3 \times (7x^2)$ facit $21x^2$, quum 64 coefficiens x^2 factus sit ex 32^{ies} . 2 coefficiente unitatis, mihi inveniendus est numerus qui 32^{ies} sumptus faciat 21. Est ille $\frac{21}{32}$.

Pono igitur

$$G = 8x^2 + \frac{21}{32}, \quad M = 8x^2 - \frac{21}{32}, \quad P = x^2 - \frac{21}{32}.$$

Restat una conditio:

$$M + P = \square.$$

Sed est

$$M + P = 9x^2 - \frac{42}{32} = \square : \text{a radice } (3x - 6).$$

Fit

$$x = \frac{597}{576}.$$

Ad positiones. Erit

$$G = \frac{3069000}{331776}, \quad M = \frac{2633544}{331776}, \quad P = \frac{138681}{331776}.$$

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ Ε.

α.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν λείψας τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$.

Γεωμετρικὴ δή ἐστιν ἀναλογία ὅταν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἀριθμὸς πλευρὰν ἔχῃ τὸν μέσον. — ζητῶ πρότερον τίς ⟨τετράγωνος⟩ $\wedge\, \overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ *⟨ποιεῖ* $\square^{ον}$*⟩· ἔστιν δὲ τοῦτο ῥᾴδιον καὶ ἔστιν ὁ* $\overline{\mu\beta}\,\delta^{\chi}$.

⟨Τάσσω οὖν τὸν $\alpha^{ον}$ *τῶν ἄκρων* $\overset{\circ}{M}\overline{\mu\beta}\,\delta^{\chi}$*⟩, τὸν δὲ* $\beta^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· *ὁ ἄρα μέσος ἔσται* $\varsigma\,\bar{\varsigma}\,\llcorner'$.

λοιπόν ἐστιν ἑκάτερον τῶν λοιπῶν $\wedge\, \overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$ *καὶ ἔστιν*

$$\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\iota\beta \text{ ἴσ. } \square^{\varphi} \quad \text{καὶ} \quad \varsigma\,\bar{\varsigma}\,\llcorner' \wedge \overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta} \text{ ἴσ. } \square^{\varphi}.$$

ἡ τούτων ὑπεροχή ἐστιν $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge \varsigma\,\bar{\varsigma}\,\llcorner'$· *ἡ μέτρησις·*

1/2 Tit. om. *Ba.* 1 ἀλεξανδρέως om. A. 2 βιβλίον ε' A. 8 δή scripsi, δέ AB. ἐστι *Ba.* 9 πλευρὰν] πλέονα AB_1. 9/10 πρότερον τίς *Ba*, πότερον τῆς AB. 10 τετράγωνος et ποιεῖ τετράγωνον suppl. *Ba.* ἐστι B. 10/11 δὲ τοῦτο A*Ba*, τοῦτο δὲ B. 12 τάσσω οὖν τὸν ἕνα τῶν ἄκρων

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER QUINTUS.

I.

Invenire tres numeros in geometrica proportione, 1
ita ut unusquisque ipsorum minus dato numero faciat quadratum.

Esto datus 12.

Geometrica proportio est quando extremorum productus medium habet ut radicem. Quaero quis (quadratus), minus 12, quadratus sit. Hoc est facile[1]); talis erit $42\frac{1}{4}$.

Pono igitur extremorum $1^{\text{um}} = 42\frac{1}{4}$, et $2^{\text{um}} = x^2$. Ergo medius erit $6\frac{1}{2}x$.

Restat ut uterque caeterorum, minus 12, faciat $\square$, et est

$$x^2 - 12 = \square, \quad \text{et} \quad 6\tfrac{1}{2}x - 12 = \square.$$

Horum differentia est $x^2 - 6\frac{1}{2}x$. Divisio: dividit

1) Vide problema II, x.

$\overset{\circ}{\mu}\ \overline{\mu\beta}\ \bar{\alpha}^{\delta}$ suppl. *Ba*. 13 β^{ov}] ἕτερον *Ba* melius. 14 ἐστι A. 15 ἐστι B. 16 ἴσ. post. om. AB_1.

μετρεῖ ϛ ᾱ κατὰ ϛ ᾱ ∧ M̊ ϛ̄ L′. τῆς ὑπεροχῆς τὸ L′ ἐφ' ἑαυτό ἐστι M̊ ιϛ ρξθ· ταῦτα ἴσα τῷ ἐλάσσονι, τουτέστιν ϛ ϛ̄ L′ ∧ M̊ ιβ̄. καὶ γί. ⟨ὁ ϛ⟩ ρδ τξα.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος M̊ μβ̄ δ^χ, ὁ δὲ β^ος ρδ βτμϛ L′, ὁ δὲ γ^ος α.ωιϛ ιγ.τκα.

β.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἐν τῇ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τὸν κ̄.

Πάλιν ζητῶ τίς □^ος προσλαβὼν M̊ κ̄ ποιεῖ □^ον· ἔστιν δὲ ὁ ιϛ̄. τάσσω τοίνυν ἕνα τῶν ἄκρων M̊ ιϛ̄, τὸν δὲ ὕστερον τῶν ἄκρων Δ^Υ ᾱ· ὁ ἄρα μέσος ἔσται ϛ δ̄· καὶ κατὰ τὴν προτέραν λοιπὸν γίνεται ζητεῖν

ϛ δ̄ M̊ κ̄ ἴσ. □^ῳ καὶ Δ^Υ ᾱ M̊ κ̄ ἴσ. □^ῳ.

καὶ ἔστιν αὐτῶν ἡ ὑπεροχὴ Δ^Υ ᾱ ∧ ϛ δ̄· μέτρησις· μετρεῖ ⟨ϛ ᾱ κατὰ⟩ ϛ ᾱ ∧ M̊ δ̄. τῆς ὑπεροχῆς τὸ L′ ἐφ' ἑαυτὸ ποιεῖ M̊ δ̄ ἴσας τῷ ἐλάσσονι ϛ δ̄ M̊ κ̄· ὅπερ ἄτοπον, δεῖ γὰρ τὰς δ̄ M̊ μὴ ἐλάσσονας εἶναι M̊ κ̄.

ἀλλὰ αἱ δ̄ M̊, δ^ον τῶν ιϛ̄· αἱ δὲ M̊ ιϛ̄ οὐκ εἰσὶν αἱ τυχοῦσαι, ἀλλὰ ὁ □^ος ἐστιν ὁ προσλαβὼν M̊ κ̄ καὶ ποιῶν □^ον· ἀπῆκται οὖν μοι ζητῆσαι τίς □^ος ἔχει μέρος

2 τουτέστι A Ba. 3 γί.] γίνονται A, γίνεται B. ὁ ϛ suppl. Ba. 5 β^ος τμϛ L′ ρμδ [corruptum ex β^ος βτμϛ L′ μ(ορίου)?] A. 8 ποιεῖ A. 10 δὴ] δὲ AB. 13 ὕστερον] ἕτερον Ba. 14 προτέραν B, προ^τ A (an πρὸ ταύτης).

x secundum $\left(x - 6\frac{1}{2}\right)$. Factorum dimidia differentia in seipsam est $\frac{169}{16}$.

Aequetur minori, hoc est $6\frac{1}{2}x - 12$, fit $x = \frac{361}{104}$.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 42\frac{1}{4}, \quad X_2 = \frac{2346\frac{1}{2}}{104}, \quad X_3 = \frac{130321}{10816}.$$

II.

Invenire tres numeros in geometrica proportione, 2
ita ut unusquisque ipsorum plus dato faciat quadratum.

Esto plus 20.

Rursus quaero quis quadratus plus 20 faciat quadratum; est 16. Pono igitur unum extremorum 16, alterum extremorum x^2. Erit igitur medius $4x$, et secundum primam propositionem restat quaerendum:

$$4x + 20 = \square, \quad \text{et} \quad x^2 + 20 = \square.$$

Illorum differentia est $x^2 - 4x$. Divisio: dividit x secundum $x - 4$. Factorum dimidia differentia in seipsam facit 4 aequandum minori $(4x + 20)$, quod est absurdum. Oportet enim 4 non esse minorem quam 20.

Sed 4 est $\frac{1}{4} \times 16$, et 16 non est quilibet, sed est $\square$ qui, plus 20, facit $\square$. Deducor igitur ad quaerendum quis quadratus habeat 4^{am} partem maiorem

---

16 ς ιδ̄ AB_1. ἡ μέτρησις *Ba*. 17 ς ᾱ κατὰ suppl. *Ba*.
19 τὰς om. *Ba* ἐλάττονας B_1. 20 ἀλλ' αἱ Μ̄ δ̄ *Ba*.
δ^ον] *Ba* add. εἰσι. 21 ἀλλ' ὁ *Ba*.

δ^ον καὶ μεῖζον Μ̊ κ̄, προσλαβὼν δὲ Μ̊ κ̄ ποιεῖ □^ον. ὥστε ὁ □^ος γίνεται μείζων Μ̊ π̄.

Ἔστιν δὲ ὁ π̄α □^ος μείζων π̄· ἐὰν ἄρα τὴν τοῦ ζητουμένου □^ου π^λ. κατασκευάσωμεν ἀπὸ ς ᾱ Μ̊ θ̄, αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ □^ος, Δ^Υ ᾱ ς ιη̄ Μ̊ π̄α· οὗτος μετὰ Μ̊ κ̄ ὀφείλει γενέσθαι □^ος· ἔστιν ἄρα Δ^Υ ᾱ ς ιη̄ Μ̊ ρα ἴσ. □^ῳ. ἔστω ἀπὸ π^λ. ς ᾱ ⋀ Μ̊ ια· ὁ ἄρα □^ος ἔσται Δ^Υ ᾱ Μ̊ ρκα ⋀ ς κβ̄· ταῦτα ἴσα Δ^Υ ᾱ ς ιη̄ Μ̊ ρα. καὶ γίνεται ὁ ς Μ̊ L′. ἦν δὲ ἡ τοῦ ζητουμένου □^ου π^λ. ς ᾱ Μ̊ θ̄· ἔσται ἄρα ὁ □^ος Μ̊ ⌐ δ^χ.

Νῦν ἀνατρέχω ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσω ἕνα τῶν ἄκρων Μ̊ ⌐ δ^χ, τὸν δὲ γ^ον Δ^Υ ᾱ· ὁ ἄρα μέσος ἔσται ς θ̄ L′· καὶ ἔρχομαι εἰς τὸ ζητεῖν

Δ^Υ ᾱ Μ̊ κ̄ ἴσ. □^ῳ καὶ ς θ̄ L′ Μ̊ κ̄ ἴσ. □^ῳ.

καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ Δ^Υ ᾱ ⋀ ς θ̄ L′· μετρεῖ ς ᾱ κατὰ ς ᾱ ⋀ Μ̊ θ̄ L′. τῆς ὑπεροχῆς τὸ L′ ἐφ' ἑαυτό ἐστι τξα (ις) ἴσα τῷ ἐλάσσονι, τουτέστιν ς θ̄ L′ Μ̊ κ̄· καὶ γίνεται ὁ ς ρνβ/μα.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν α^ος ⌐ δ^χ, ὁ ⟨δὲ⟩ β^ος τπθ̄ L′, ὁ ⟨δὲ⟩ γ^ος β.,γρδ/,αχπα.

---

1 καὶ μείζων ἐστὶν (ἐστὶ B) μονάδων κ̄ A B₁, ὁ μεῖζον ἐστὶν Μ̊ κ̄ Ba. 3 ἔστι B. 6 ρᾱ Ba, ρκᾱ AB. 8 ρᾱ Ba, πᾱ AB. 11 ἕνα] πρῶτον Ba. 14 L′] καὶ add. AB₁. 15 ⋀ om. AB₁. 17 τουτέστι A Ba. 19 δὲ supplevi (item 20).

quam 20, et plus 20 faciat □; ille quadratus erit maior quam 80.

Sed 81 quadratus maior est quam 80; ergo si construimus quaesiti quadrati radicem $= x + 9$, erit ipse quadratus $x^2 + 18x + 81$, et addito 20 debet fieri □. Ergo

$x^2 + 18x + 101 = \square$. Esto □ a radice $x - 11$.

Erit igitur

$$\square = x^2 + 121 - 22x = x^2 + 18x + 101,$$

et fit

$$x = \frac{1}{2}.$$

Erat quaesiti quadrati radix $= x + 9$. Erit igitur quadratus $= 90\frac{1}{4}$.

Nunc redeo ad primitivum problema et pono extremorum

$$X_1 = 90\tfrac{1}{4}, \quad X_3 = x^2.$$

Ergo medius erit $9\frac{1}{2}x$, et venio ad quaerendum

$$x^2 + 20 = \square, \quad \text{et} \quad 9\tfrac{1}{2}x + 20 = \square.$$

Illorum differentia est $x^2 - 9\frac{1}{2}x$, quam dividit x secundum $x - 9\frac{1}{2}$. Factorum dimidia differentia in seipsam est $\frac{361}{16}$, aequanda minori, hoc est

$$9\tfrac{1}{2}x + 20, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{41}{152}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = 90\tfrac{1}{4}, \quad X_2 = \frac{339\frac{1}{2}}{152}, \quad X_3 = \frac{1681}{23104}.$$

γ·

Δοθέντι ἀριθμῷ προσθεῖναι τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστός τε αὐτῶν καὶ ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω δὴ τὸν ε̄.

Καὶ ἐπεὶ ἔχομεν ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἑκάτερός τε καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ αὐτοῦ δοθέντος ποιῇ τετράγωνον, γεγόνασιν ἀπὸ δύο τετραγώνων τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς', ἐκτίθεμαι οὖν δύο □ᵒᵘˢ τῶν κατὰ τὸ ἑξῆς, ὧν μὲν ἀπὸ ϛ ᾱ Μ̊ γ̄, ὧν δὲ ἀπὸ ϛ ᾱ Μ̊ δ̄. καὶ γίνονται οἱ □ᵒᵢ, ὧς μὲν Δ^Υ ᾱ ϛ ϛ̄ Μ̊ θ̄, ὧς δὲ Δ^Υ ᾱ ϛ η̄ Μ̊ ιϛ̄. αἴρω ἀπὸ ἑκάστου Μ̊ ε̄ καὶ τάσσω ὧν μὲν Δ^Υ ᾱ ϛ ϛ̄ Μ̊ δ̄, ὧν δὲ Δ^Υ ᾱ ϛ η̄ Μ̊ ιᾱ, τὸν δὲ γᵒᵛ, συναμφότερον τὸν δὶς παρὰ Μ̊ ᾱ, τουτέστιν Δ^Υ δ̄ ϛ κη̄ Μ̊ κθ̄.

λοιπὸν ἄρα καὶ τοῦτον μετὰ Μ̊ ε̄ δεῖ ποιεῖν □ᵒᵛ. Δ^Υ ἄρα δ̄ ϛ κη̄ Μ̊ λδ̄ ἴσ. □ᵒᵛ τῷ ἀπὸ πλ· ϛ β̄ ⋔ Μ̊ ϛ̄. καὶ γίνεται ὁ □ᵒᵢ Δ^Υ δ̄ Μ̊ λϛ̄ ⋔ Μ̊ κδ̄ ἴσ. Δ^Υ δ̄ ϛ κη̄ Μ̊ λδ̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ ἑνὸς κϛ^ου.

---

5 δὴ scripsi, δὲ AB. 8 δοθέν A. 12 ἕκαστον A. 13 ιᾱ] ιβ̄ B₁. γᵒᵛ] *Ba* add. τὸν. 14 τὸν δὶς] δίς *Ba*, τὰν δύο AB. τουτέστι B. δ̄ *Ba*, ᾱ AB (item 18 post.). 19 ἑνὸς κϛ^ου] ᾱ κϛ̄ A, μία κϛ̄ B₁.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\chi o \varsigma}{\overline{,\beta\omega\xi\alpha}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\chi o \varsigma}{\overline{,\zeta\chi\mu\varepsilon}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\chi o \varsigma}{\overline{\beta\,.\,\tau\lambda\varsigma}}$.

δ.

Δοθέντι ἀριθμῷ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἑκάτερός τε αὐτῶν καὶ ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}\bar{\varsigma}$.

Πάλιν δὴ ὁμοίως ἐκτίθεμαι δύο $\square^{ους}$ τοὺς κατὰ τὸ ἑξῆς ὄντας ὃν μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, ὃν δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}\ \mathring{M}\bar{\alpha}$, καὶ τούτοις προστίθημι τὸν δοθέντα καὶ τάσσω τὸν μὲν $\alpha^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \mathring{M}\bar{\varsigma}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}\ \mathring{M}\bar{\zeta}$, τὸν δὲ $\gamma^{ον}$ ὁμοίως τοῦ δὶς συναμφότερον παρὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$, τουτέστιν $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}\ \mathring{M}\langle\overline{\kappa\varepsilon}$. λοιπὸν ἄρα καὶ τοῦτον, $\wedge\!\!\!\!\wedge\ \mathring{M}\bar{\varsigma}$, ποιεῖν $\square^{ον}$. Δ^{Y} ἄρα $\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}\ \mathring{M}\overline{\iota\vartheta}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$ τῷ ἀπὸ π^{λ}. $\varsigma\ \bar{\beta}\ \wedge\!\!\!\!\wedge\ \mathring{M}\bar{\varsigma}$. καὶ γίνεται ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \mathring{M}\overline{\lambda\varsigma}\ \wedge\!\!\!\!\wedge\ \varsigma\ \overline{\kappa\delta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\varsigma}\ \mathring{M}\rangle\overline{\iota\vartheta}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\kappa\eta}{\overline{\iota\zeta}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\psi\pi\delta}{\overline{,\delta\mathcal{D}\,{}^{\iota}\gamma}}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overset{\psi\pi\delta}{\overline{,\varsigma\psi\kappa\vartheta}}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overset{\psi\pi\delta}{\overline{\beta\,.\,,\beta\chi\xi}}$.

---

1 δὲ om. B. 2 $\overline{,\beta\tau\lambda\varsigma}$ AB_1. 6 ἀριθμὸν om. *Ba*. 10 τάττω B_1. τὸν μὲν] μὲν τὸν *Ba*. 11 δὲ prius om. *Ba*. $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ post. om. B_1. 12 δὶς] διπλασίονος A*Ba*, διπλασίου B. συναμφοτέρου *Ba*. τουτέστι B. 13—15 $\overline{\kappa\varepsilon}$ . . . $\mathring{M}$ suppl. *Ba*, $\overline{\kappa\varepsilon}$· αἴρω ἀπὸ τούτου $\mathring{M}\bar{\varsigma}$· λοιπὸν ἄρα $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}\ \mathring{M}$ *Auria*, qui post $\overline{\iota\vartheta}$ (15) add. ἴσ. $\square^{ῳ}$ ἀπὸ π^{λ}. $\bar{\varsigma}\ \bar{\beta}\ \wedge\!\!\!\!\wedge\ \mathring{M}\bar{\varsigma}$. 17 $\overline{,\delta\mathcal{D}\,{}^{\iota}\varsigma}$ . . . $\overline{\psi\kappa\vartheta}$ (18) AB_1. δὲ om. B_1.

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{2861}{676}, \quad X_2 = \frac{7645}{676}, \quad X_3 = \frac{20336}{676}.$$

IV.

Dato numero adinvenire tres numeros tales ut sive 4 unusquisque ipsorum, sive binorum quorumvis productus, minus dato numero, faciat quadratum.

Esto datus 6.

Rursus similiter expono duos quadratos deinceps, scilicet x^2 et $x^2 + 2x + 1$, illisque addo datum et pono

$$X_1 = x^2 + 6, \quad X_2 = x^2 + 2x + 7,$$

et similiter

$$X_3 = 2(X_1 + X_2) - 1,$$

hoc est,

$$4x^2 + 4x + 25.$$

⟨Restat ut $X_3 - 6$ faciat □. Ergo

$$4x^2 + 4x + 19 = \square : \text{a radice } (2x - 6).$$

Fit □:

$$4x^2 + 36 - 24x = 4x^2 + 4x + 19\rangle,$$

et

$$x = \frac{17}{28}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{4993}{784}, \quad X_2 = \frac{6729}{784}, \quad X_3 = \frac{22660}{784}.$$

ε.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἔχομεν πάλιν ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι Ἁπᾶσι δύο τετραγώνοις τοῖς κατὰ τὸ ἑξῆς προσευρίσκεται ἕτερος ἀριθμός, ὁ ὢν ὁἷς συναμφότερος καὶ δυάδι μείζων, ὅστις τὸν ἀριθμὸν μείζονα τριῶν ἀριθμῶν ποιεῖ, ⟨ὥστε⟩ τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιεῖν τετράγωνον'.

Τάσσομεν οὖν τῶν ἐκκειμένων τριῶν $\square^{\omega\nu}$, *ὃν μὲν* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}\ \dot{M}\bar{\alpha}$, *ὃν δὲ* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\delta}$, *τὸν δὲ* $\gamma^{o\nu}\ \Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\overline{\iota\beta}$ $\langle\dot{M}\overline{\iota\beta}\rangle$.

λοιπὸν δεῖ κατασκευάσαι τὸν $\gamma^{o\nu}$ *τουτέστι* $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\overline{\iota\beta}\ \langle\dot{M}\overline{\iota\beta}\rangle$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$. *καὶ κοινὸν τὸ* $\delta^{o\nu}$, *γίνεται* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\gamma}\ \dot{M}\bar{\gamma}$ *ἴσ.* $\square^{\omega}$. *πλάσσω τὸν* $\square^{o\nu}$ *ἀπὸ* $\varsigma\bar{\alpha}\ \wedge\ \dot{M}\bar{\gamma}$· *αὐτὸς ἄρα ἔσται ὁ* $\square^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \dot{M}\bar{\vartheta}\ \wedge\ \varsigma\bar{\xi}$ *ἴσ.* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\gamma}\ \dot{M}\bar{\gamma}$· *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\ \dot{M}\omega$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}\ \overset{\vartheta}{\bar{\kappa}\bar{\epsilon}}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}\ \overset{\vartheta}{\xi\delta}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{o\varsigma}\ \overset{\vartheta}{\rho\,\iota\,\xi}$.

3/4 *τὸν λοιπόν* A, *λείψῃ* B, *λοιπόν Ba.* 7 *ὁ*] *ὃς Ba.* *ὁἷς*] *διπλασίων* AB. *συναμφοτέρου Ba.* 7/8 *δυάδι μείζονι* AB_1. 8 *ὅστις τὸν ἑκκαίδεκα μείζονα τρεῖς ἀριθμοὺς ποιεῖ τὸν* (9) AB_1, *τρεῖς ἀριθμοὺς ποιεῖ ὧν ὁ Ba.* 9 *ὥστε* suppl. *Auria.* 10 *τὸν λοιπόν*] *λείψει* A, *λείψῃ* B, *λοιπόν Ba.* *ποιεῖ* B. 11 *τάσσωμεν Ba.* *τετράγωνον Ba.* 13 $\dot{M}\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*, *καὶ* $\dot{M}\overline{\iota\beta}$ *Auria.* 15 $\dot{M}\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba.* *κοινὸν*] *ἐκείνου Ba.* 18 $\dot{\mu}$ $\mu\gamma^{\nu}$ A, $\beta\ \Gamma'$ B, $\dot{\mu}\ \bar{\beta}^{\gamma}$ *Ba.* 19 *δὲ* om. A. 20 *ὁ* om. *Ba.*

V.

Invenire tres quadratos tales ut binorum quorumvis 5 productus, plus sive amborum summa sive reliquo, faciat quadratum.

Habemus rursus in Porismatîs[1]): 'Omnibus binis quadratis ex ordine sumptis adinvenitur alius numerus, scilicet dupla amborum summa, binario aucta, qui fit maximus trium numerorum talium ut binorum quorumvis productus plus sive amborum summa sive reliquo faciat quadratum.'

Ponimus ergo trium expositorum quadratorum, alterum $x^2 + 2x + 1$, alterum $x^2 + 4x + 4$, 3um vero $4x^2 + 12x + 12$.

Reliquum oportet construere 3um, hoc est:

$$4x^2 + 12x + 12 = \square.$$

Utrimque 4^a pars: fit

$$x^2 + 3x + 3 = \square.$$

Formo $\square$ ab $(x - 3)$; fit ergo $\square$ ipse

$$x^2 + 9 - 6x = x^2 + 3x + 3,$$

t

$$x = \frac{2}{3}.$$

Ad positiones. Erit

$$1^{us} = \frac{25}{9}, \quad 2^{us} = \frac{64}{9}, \quad 3^{us} = \frac{196}{9}.$$

1) Hoc porisma deperditum videtur referendum ad proma III, xv. Cf. quoque III, xii.

ϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ἕκαστος μὲν αὐτῶν λείψας δυάδα ποιῇ τετράγωνον, ὁ δὲ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε λείψῃ συναμφότερον, ἐάν τε τὸν λοιπόν, ποιῇ τετράγωνον.

Ἐὰν ἑκάστῳ τῶν ἐν τῷ πρὸ τούτου εὑρεθέντων ἀριθμῶν προσθῶ δυάδα, οἱ γενόμενοι ποιοῦσι τὸ προκείμενον· τὸ δὴ λεγόμενον τοιοῦτόν ἐστι.

Τάσσομεν γὰρ ἕνα τῶν ζητουμένων $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \dot{M}\bar{\beta}$, *τὸν δὲ ἕτερον* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\beta}\ \dot{M}\bar{\gamma}$, *τὸν δὲ* $\gamma^{ον}$ $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\varsigma}$, *καὶ μένει τὰ ἐπιταχθέντα.*

λοιπόν ἐστι $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \varsigma\bar{\delta}\ \dot{M}\bar{\delta}$ *ἰσῶσαι* $\square^{\varphi}$· *καὶ τὸ* $\delta^{ον}$, *ὥστε καὶ* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\alpha}\ \dot{M}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi}$· *καὶ ἐὰν τάξωμεν τὴν* π^{λ} *τοῦ* $\square^{ου}$ *ἀπὸ διαφορᾶς, ἔστω ἀπὸ* $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \dot{M}\bar{\beta}$, *γίνεται ὁ* $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \dot{M}\bar{\delta} \wedge \varsigma\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\bar{\alpha}\ M\bar{\alpha}$. *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\ \overset{\varepsilon}{\bar{\gamma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\nu\vartheta}}$, *ὁ ⟨δὲ⟩* $\beta^{ος}$ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\rho\iota\delta}}$, *ὁ δὲ* $\gamma^{ος}$ $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\sigma\mu\xi}}$, *καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά.*

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν τὸν ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν ⟨τὸν⟩ τῆς συνθέσεως ποιῇ τετράγωνον.

---

4 *λείψει* A. *τὸν λοιπόν*] *τὸν ὅλον* A, *λοιπόν* *Ba*. 9 *τάσσωμεν* *Ba*. *γὰρ* om. B_1. 10 $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ *Ba*, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ AB (item 12). 13/14 *τὴν τοῦ τετραγώνου πλευρὰν* *Ba*. 15 $\bar{\delta}$ prius] $\bar{\varepsilon}$ B_1. 17 *δὲ* supplevi. 21 *τὸν* prius] *τοὺς* *Ba*. *τὸν* post. suppl. *Auria*. *τῆς συνθέσεως*] *τετραγώνους τὴν σύνθεσιν* *Ba*.

VI.

Invenire tres numeros tales ut unusquisque ipso- 6
rum minus 2 faciat quadratum, et binorum quorumvis productus, minus sive amborum summa sive reliquo, faciat quadratum.

Si unicuique inventorum[1]) in praecedenti numerorum addo 2, facti propositum solvunt: nempe hocce dicimus:

Ponimus unum quaesitorum $x^2 + 2$, alterum $x^2 + 2x + 3$, 3um vero $4x^2 + 4x + 6$; constant proposita.

Restat aequandum

$$4x^2 + 4x + 4 = \square,$$

et 4^{am} partem, hoc est

$$x^2 + x + 1 = \square.$$

Si ponimus radicem $\square^{\text{i}}$ esse differentiam, esto $(x - 2)$, fit $\square$

$$x^2 + 4 - 4x = x^2 + x + 1,$$

et

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{59}{25}, \quad X_2 = \frac{114}{25}, \quad X_3 = \frac{246}{25},$$

et probatio evidens.

⟨Primum⟩ lemma ad sequens.

Invenire duos numeros tales ut ipsorum productus 7
plus summa quadratorum ab ipsis faciat quadratum.

1) Dicendum erat: 'numerorum quos praebet Porisma in praecedenti'.

Ἔστω ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ ς $\bar{\alpha}$, ὁ $\beta^{o\varsigma}$ $\dot{M}$ ὅσων θέλεις· ἔστω $\dot{M}\bar{\alpha}$· καὶ γίνεται ὁ μὲν ὑπὸ αὐτῶν ς $\bar{\alpha}$· ὁ δὲ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν $\square^{o\varsigma}$ ποιεῖ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$· μετὰ τοῦ ς $\bar{\alpha}$, γίνεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$· ἔστω δὴ τῷ ἀπὸ π^{λ} ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\dot{M}\bar{\beta}$. γίνεται ὁ $\square^{o\varsigma}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\delta}$ ⋔ ς $\bar{\delta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\alpha}$ $\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\varepsilon}{\gamma}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ $\bar{\varepsilon}$· καὶ ἀρθέντος τοῦ μορίου, ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$ $\bar{\gamma}$ $\dot{M}$, ὁ ⟨δὲ⟩ $\beta^{o\varsigma}$ $\bar{\varepsilon}$, καὶ ποιοῦσι τὸ προκείμενον· τὰ γὰρ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον, ὁσάκις δὲ ἂν θέλῃς τὸν $\bar{\gamma}$ καὶ τὸν $\bar{\varepsilon}$ ποιῆσαι, ποιήσουσιν οἱ γενόμενοι ἀριθμοὶ τὸ ἐπίταγμα.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ἴσα ἔχοντα τὰ ἐμβαδά.

Πρότερον δεῖ ζητῆσαι δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιῇ ⟨τετράγωνον. τοῦτο δὲ προδέδεικται καί εἰσι $\bar{\gamma}$ καὶ $\bar{\varepsilon}$ ὧν τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ ὑπ' αὐτῶν ποιεῖ τετράγωνον⟩ πλευρὰν ἔχοντα τὸν $\bar{\zeta}$.

Νῦν τάσσω τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ἀπὸ ἀριθμῶν δύο, ἀπό τε τοῦ $\bar{\zeta}$ καὶ τοῦ $\bar{\gamma}$, καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ $\bar{\zeta}$ καὶ τοῦ $\bar{\varepsilon}$, καὶ ἔτι ἀπὸ τοῦ $\bar{\zeta}$ καὶ τῆς συνθέσεως τῶν εὑρη-

---

2 ὑπὸ A, ὑπ' B. 3 ποιεῖ] καὶ ποιεῖ B_1. 4 ς $\bar{\alpha}$ prius *Ba*, ἴση δυνάμει μιᾷ AB_1. 5 $\bar{\alpha}$ prius om. A. 8 $\bar{\gamma}$ $\dot{M}$ A, $\dot{M}\bar{\gamma}$ *Ba*, μονάδων $\bar{\gamma}$ B. δὲ supplevi. 9 τὰ . . . τετράγωνα (10) scripsi, ὁ . . . τετράγωνος AB_1. τὰ γὰρ . . . ὑπ' αὐτῶν (10)] ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν *Ba*. 11 ὁσάκις A. ἂν scripsi, ἐὰν AB. ποιῆσαι om. *Ba*. 13 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 16 δεῖ] δὴ A. τὰ ἀπ' αὐτῶν μετὰ τοῦ

Sit $X_1 = x$, X_2 quotlibet unitatum, esto 1; fit

$$X_1 X_2 = x, \quad \text{et} \quad X_1^2 + X_2^2 = x^2 + 1.$$

ıddito x, fit $x^2 + x + 1 = \square$: esto a radice $(x - 2)$.
'it $\square = x^2 + 4 - 4x = x^2 + x + 1$, et

$$x = \frac{3}{5}.$$

Ad positiones. Erit

$$X_1 = \frac{3}{5}, \quad X_2 = \frac{5}{5},$$

t sublato denominatore,

$$X_1 = 3, \quad X_2 = 5.$$

Faciunt propositum: nam summa quadratorum ab psis plus ipsorum producto facit $\square$, et in quemcumque ıumerum multiplicare velis 3 et 5, producti condi- ioni satisfacient.

⟨Secundum⟩ lemma ad sequens.

Invenire tria triangula rectangula aequales haben- 8
ıa areas.

Primo oportet quaerere duos numeros tales ut ımma quadratorum ab ipsis plus ipsorum producto ıciat ⟨quadratum.

Hoc supra demonstratum est; sunt 3 et 5 quorum ımma quadratorum plus producto facit quadratum⟩ ıius radix est 7.

Nunc formo tria triangula rectangula a duobus umeris, nempe 7 et 3, rursus 7 et 5, denique 7 et

---

ε' αὐτῶν (17)] ὁ ὑπ' αὐτῶν μετὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν *Ba* (item 3/19). 17 τετράγωνον . . . τετράγωνον (19) suppl. *Ba*.
1 νῦν τάσσω scripsi, συντάσσω AB.

μένων ἀριθμῶν τοῦ τε $\bar{\gamma}$ καὶ τοῦ $\bar{\varepsilon}$, τουτέστιν $\bar{\eta}$, ἀπὸ ἄρα τοῦ $\bar{\zeta}$ καὶ τοῦ $\bar{\eta}$.

ἔσται τὰ τρίγωνα·

$\bar{\mu}$, $\overline{\mu\beta}$, $\overline{\nu\eta}$, καὶ $\overline{\kappa\delta}$, $\bar{o}$, $\overline{o\delta}$, καὶ $\overline{\iota\varepsilon}$, $\overline{\rho\iota\beta}$, $\overline{\rho\iota\gamma}$,
5 καὶ ἔστιν τὰ τρίγωνα ἴσα ἔχοντα ἐμβαδὰ ἀπὸ $\overline{M\omega\mu}$.

ζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν τετράγωνος, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

10 Καὶ ἐπεὶ ζητοῦμεν τὸν ἀπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ $\square^{ον}$, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν $\square^{ον}$, παντὸς δὲ τριγώνου ὀρθογωνίου ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης $\square^{ος}$, ἐάν τε προσλάβῃ $\delta^{κις}$ τὸ ἐμβαδόν, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖ $\square^{ον}$, οἱ ἄρα τρεῖς ἀριθμοὶ
15 ἔσονται ὀρθογωνίου τριγώνου ὑποτείνουσαι, ὁ δὲ ἐκ τῶν τριῶν συγκείμενος ἔσται τεσσάρων ἐμβαδῶν ⟨τῶν⟩ τριγώνων ὧν εἰσιν αἱ ὑποτείνουσαι. ἀπῆκται οὖν μοι ζητῆσαι τρίγωνα τρία ἴσα ⟨ἔχοντα⟩ ἐμβαδά. τοῦτο δὲ προδέδεικται καί εἰσιν τὰ τρίγωνα· $\bar{\mu}$. $\overline{\mu\beta}$. $\overline{\nu\eta}$, καὶ
20 $\overline{\kappa\delta}$. $\bar{o}$. $\overline{o\delta}$, καὶ $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overline{\rho\iota\beta}$. $\overline{\rho\iota\gamma}$.

Νῦν τάσσω, ἐλθὼν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, τοὺς τρεῖς ἐν ϛ τῶν ὑποτεινουσῶν τῶν τριγώνων· καὶ ἔσται ὁ $\alpha^{ος}$ ϛ $\overline{\nu\eta}$, ὁ $\beta^{ος}$ ϛ $\overline{o\delta}$, ὁ $\gamma^{ος}$ ϛ $\overline{\rho\iota\gamma}$· τὸν δὲ συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἐν Δ^{γ} τοῦ $\delta^{πλ.}$ τοῦ ἐμβαδοῦ.

25 Δ^{γ} ἄρα $\overline{,\gamma\tau\xi}$ ἴσαι ϛ $\overline{\sigma\mu\varepsilon}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\iota\varepsilon}{\overline{\zeta}}$.

---

1 τουτέστι *Ba*. 3 ἔσται οὖν τὰ *Ba*. 5 ἔστι B. ἔχοντα τὰ ἐμβαδὰ B_1. 13/14 τὸ ἐμβαδόν *Ba*, τὰ ἐμβαδά AB. 14 λείψει A. 15 ὀρθογώνιοι τρίγωνοι AB, corr. *Ba*. δὲ *Ba*, ἄρα AB. 16 τῶν prius] τὸν *Ba*. τέσσαρα A *Ba*, δ̄ B.

amborum inventorum 3 et 5 summa, hoc est 8, ergo a 7 et 8.

Erunt triangula

40. 42. 58, et 24. 70. 74, et 15. 112. 113,

et sunt triangula aequales habentia areas, scilicet 840.

VII.

Invenire tres numeros tales ut uniuscuiusque qua- 9
dratus, sive plus sive minus summa trium, faciat quadratum.

Quoniam quaerimus $X_1^2 \pm (X_1 + X_2 + X_3)$ facere □, et omnis trianguli rectanguli hypotenusae quadratus, sive plus sive minus area 4er, facit □, illi tres numeri (quaesiti) erunt rectanguli trianguli hypotenusae, et summa trium erit 4er area triangulorum quorum sunt hypotenusae. Deducor igitur ad quaerendum triangula tria aequales habentia areas. Hoc supra monstratum est et sunt triangula:

40. 42. 58, et 24. 70. 74, et 15. 112. 113.

Nunc, revertens ad primitivum problema, pono tres quaesitos in x cum hypotenusis triangulorum (pro coefficientibus). Erit

$$X_1 = 58x, \quad X_2 = 74x, \quad X_3 = 113x.$$

Summam trium pono in x^2 cum 4^{pla} area (pro coefficiente). Ergo

$$3360x^2 = 245x, \quad \text{et fit} \quad x = \frac{7}{96}.$$

ἐμβαδὰ *Ba*. τῶν post. suppl. *Auria*. 17 τριγώνων B, τρίγωνα A (B₁ add. συγκειμένων, A sup. lin. συγκείμενα). 18 τρία τρίγωνα *Ba*. ἔχοντα suppl. *Ba*. 19 εἰσι B. τὰ om. B₁.
21 τοὺς τρεῖς *Ba*, τῆς τρίτης AB. 23 $\overline{\text{οδ}}$ *Ba*, $\overline{\text{οβ}}$ AB.
24 $\delta^{\pi\lambda.}$] τετραπλασίονος *Ba*, τετάρτου AB.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\upsilon\varsigma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\overline{\varphi\iota\eta}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\overline{\psi\,\text{ϟ}\alpha}$.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Τριῶν τετραγώνων ἀπὸ δοθέντων δυνατόν ἐστιν εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ποιῇ τοὺς δοθέντας τετραγώνους ἀριθμούς.

Ἐὰν γὰρ ὦσιν οἱ δοθέντες τετράγωνοι, ὅ τε $\overline{\delta}$ καὶ ὁ $\overline{\vartheta}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\varsigma}$, καὶ τάξωμεν ἕνα τῶν ζητουμένων $\varsigma\,\overline{\alpha}$, ἔσονται τῶν λοιπῶν δύο, ὁ μὲν $\varsigma^{\times}\,\overline{\delta}$, ὁ δὲ $\varsigma^{\times}\,\overline{\vartheta}$, καὶ λοιπόν ἐστι τὸ ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ ποιεῖν $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma}$.

ἀλλὰ ὁ ὑπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἐστὶ $\Delta^{\Upsilon\times}\,\overline{\lambda\varsigma}$ ἴσ. $\square^{\omega}$ $\overline{\iota\varsigma}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\circ}{M}\,\overline{\alpha}\,\llcorner'$. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ $\overline{\alpha}\,\llcorner'$, ὁ ⟨δὲ⟩ $\beta^{ος}$ $\overline{\beta}\,\llcorner'\,\varsigma'$, ὁ ⟨δὲ⟩ $\gamma^{ος}$ $\overline{\varsigma}$.

Ἵνα δὲ καὶ ἐν μεθόδῳ κείμενον ᾖ, εὗρον $\Delta^{\Upsilon\times}\,\overline{\lambda\varsigma}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\varsigma}$ καὶ πάντα ἐπὶ $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\alpha}$· γίνονται $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\iota\varsigma}$ ἴσαι $\overset{\circ}{M}\,\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ γίνεται ἡ $\Delta^{\Upsilon}\,\iota\varsigma^{\omega\nu}\,\overline{\lambda\varsigma}$ οὗ πλευρὰ $\delta^{\omega\nu}$ $\overline{\varsigma}$. ἀλλὰ τὰ $\overline{\varsigma}$, τὰ ὑπὸ τῶν $\pi^{\lambda\cdot}$ τοῦ $\overline{\delta}$ καὶ τοῦ $\overline{\vartheta}$, τουτέστιν τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$, τὸ δὲ μόριον, τουτέστιν τὰ $\overline{\delta}$, πλευρά ἐστιν τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$ τετραγώνου.

Ὅταν οὖν σοι προβληθῇ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ποιῇ τοὺς δοθέντας τετραγώνους, οἷον τὸν $\overline{\delta}$ καὶ τὸν $\overline{\vartheta}$ καὶ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$, ποίει τὸ ὑπὸ τῶν $\pi^{\lambda\cdot}$ τοῦ $\overline{\delta}$ καὶ τοῦ $\overline{\vartheta}$, γίνεται $\overline{\varsigma}$, μέρισον ταῦτα παρὰ τὴν $\pi^{\lambda\cdot}$ τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$ $\square^{ου\cdot}$ [καὶ] γίνεται ὁ $\alpha^{ος}$ $\overset{\delta}{\overline{\varsigma}}$.

1/2 Denomin. add. *Ba*. 3 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 4 ἀποδοθέντων AB. 9 τὸν λοιπὸν A, τὸ λοιπὸν *Ba*, λοιπὸν B. 12 $\square^{\omega}$] τετραγώνοις AB, $\overset{\circ}{\mu}$ *Ba*. 13 δὲ prius suppl. *Ba*, posterius ego. 16 $\iota\varsigma^{\omega\nu}$] $\overline{\alpha}$ AB_1. $\delta^{\omega\nu}$] ὁ AB. 17 τουτέστι B (item 18). 17/18 τοῦ $\beta^{ου}$ καὶ τοῦ $\gamma^{ου}$] τοῦ πρώτου καὶ τοῦ δευτέρου *Ba*. 19 ἐστι B. 21 ποιεῖ *Ba*.

νῦν πάλιν τὸν $\bar{\delta}$ $\square^{ον}$ παρὰ τὸν $\overset{\delta}{\bar{\varsigma}}$, γίνονται ⟨$\overset{\varsigma}{\iota\bar{\varsigma}}$, καὶ ἔτι τὸν $\bar{\vartheta}$ $\square^{ον}$ παρὰ τὸν $\overset{\delta}{\bar{\varsigma}}$, γίνονται⟩ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$.

ἔσται ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ $\overset{\delta}{\bar{\varsigma}}$, ὁ $\beta^{ος}$ $\overset{\varsigma}{\iota\bar{\varsigma}}$, ὁ $\gamma^{ος}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$.

η.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν, ἐάν τε προσλάβῃ τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν, ἐάν τε λείψῃ, ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν ζητοῦμεν πρῶτον τρία τρίγωνα ⟨ἴσα ἔχοντα τὰ⟩ ἐμβαδά, καὶ εὑρόντες, λαμβάνομεν τοὺς ἀπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν τετραγώνους· ἔστιν δὲ ὁ μὲν $\overline{,\gamma\tau\xi\delta}$, ὁ δὲ $\overline{,\varepsilon\upsilon o\varsigma}$, ὁ δὲ $\bar{\alpha}\,.\,\overline{,\beta\psi\xi\vartheta}$. καὶ ἔχοντες τούτους, εὑρίσκομεν ὡς προγέγραπται τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ποιῇ τοὺς δοθέντας $\square^{ους}$, ἔστω δὴ τοὺς κειμένους.

Τούτους δὲ ἐξεθέμεθα, διὰ τὸ ἕκαστον τῶν $\square^{ον}$, ἐάν τε προσλάβῃ $\overset{\circ}{M}\,\overline{,\gamma\tau\xi}$, ἐάν τε λείψῃ, ποιεῖν $\square^{ον}$· ἀλλ' αἱ $\overline{,\gamma\tau\xi}$ $\overset{\circ}{M}$ ὁ $\delta^{πλ.}$ ἐστὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ἑκάστου τῶν τριγώνων, καὶ διὰ τοῦτο τοίνυν τάσσω ἑν ς, ὃν μὲν $\overset{\rho\iota\gamma}{\varsigma}\,\overline{,\delta\sigma\,{}^{L}\beta}$, ὃν δὲ καὶ † $\overset{,\delta\sigma\,{}^{L}\beta}{\delta\,.\,\overline{,\gamma\psi\lambda\beta}}$, ὃν δὲ $\overset{,\delta\sigma\,{}^{L}\beta}{\zeta\,.\,\overline{,\alpha\rho\pi\eta}}$, καὶ ὁ ὑπὸ δύο αὐτῶν ποιεῖ τοὺς ἑπάνω $\square^{ους}$.

---

1 τὸν om. B_1. 1/2 $\overset{\circ}{\mu}$ $\overset{\varsigma}{\iota\bar{\varsigma}}$ καὶ πάλιν τὸν $\bar{\vartheta}$ τετράγωνον παρὰ τὸν $\overset{\delta}{\bar{\varsigma}}$, γίνονται suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 7 λείψει A (item 16). 8 πρῶτον] πρότερον *Ba*. 8/9 ἴσα ἔχοντα τὰ suppl. *Ba*. 10 ἔστι *Ba*. $\overline{,\gamma\tau\xi\delta}$ *Ba*, τρίτος τλδ AB. 11 $\overline{,\varepsilon\upsilon o\varsigma}$ *Ba*, πέμπτος $\overline{\upsilon o\varsigma}$ AB. $\bar{\alpha}\,.\,\overline{,\beta\psi\xi\vartheta}$ *Ba*, πρῶτος $\overline{\beta\psi\xi\delta}$ AB. 13 δὴ] δὲ AB. 16 ποιεῖ A, ποιῇ B_1. 17 $\delta^{πλ.}$ δὶς AB, τετράκις *Ba*. 18 τῶν τριγώνων scripsi, τοῦ τριγώνου

Nunc rursus divide qua[illegible]

et adhuc quadratum [illegible]

Erit igitur

$$X_1 = \frac{6}{4} \cdot \quad X_{[illegible]} =$$

Invenire tres num[illegible]
productus, sive plus [illegible]
quadratum.

Rursus quaerimu[illegible]
habentia> areas, et [illegible]
rum quadratos. Sun[illegible]
habentes, invenimus [illegible]
numeros ita ut bino[illegible]
datos quadratos, ne[illegible]

Illos autem sum[illegible]
quadratorum, sive [illegible]
3360 est 4plum area[illegible]
hoc igitur pono qua[illegible]

unum $\frac{42[illegible]}{1[illegible]}$ [illegible]

et binorum pro[illegible]

1) Numeros [illegible]
in textu graeco [illegible]

AB. 19 † A[illegible]
dosi sunt quun[illegible]
ex mente autor[illegible]

λοιπὸν δεῖ τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι Δ^{γ} *,γτξ, καὶ πάντα, ἵνα ἓν μόριον γένηται, βάλλομεν ⟨εἰς⟩ ε̄ . ,εψιϛ. καὶ ⟨γίνεται ὁ* $\alpha^{o\varsigma}$ *ϛ ,αωμβ . ,ασξδ μορίου ε̄ . ,εψιϛ·⟩ ὁ* $\beta^{o\varsigma}$ *ϛ νϛ̄ . ,ηφιϛ μορίου τοῦ αὐτοῦ· ὁ* $\gamma^{o\varsigma}$ *ϛ ιβ . ,ευμδ μορίου τοῦ αὐτοῦ. καὶ γίνονται οἱ τρεῖς ϛ ,αϡια . ,εσκδ μορίου ε̄ . ,εψιϛ ἴσ. Δ^γ ,γτξ. καὶ πάντα εἰς ε̄ . ,εψιϛ. καὶ γίνεται ϛ ,αϡια . ,εσκδ ἴσ. Δ^γ ᾱ . ,ηψμζ . ,δφξ. καὶ γίνεται ὁ ϛ ,αϡια . ,εσκδ μορίου β′ Μ^γ ᾱ καὶ α′. ,ηψμζ καὶ Μ̊ ,δφξ. μορίου κοινοῦ ληφθέντος τινός, [ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον, πρῶτοι γὰρ πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν οἱ ἀριθμοί], ἔσται ὁ ϛ [Μ̊ ,αϡια . ,εσκδ μορίου ᾱ . ,ηψμζ . ,δφξ]. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν* $\alpha^{o\varsigma}$ † . . . . .

ϑ.

Τὴν μονάδα διελεῖν εἰς δύο μόρια καὶ προσθεῖναι ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων τὸν δοθέντα καὶ ποιεῖν τετράγωνον. — Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον μήτε περισσὸν εἶναι, μήτε † τὸν διπλάσιον αὐτοῦ καὶ μονάδι μιᾷ μείζονα

---

2 *εἰς* supplevi, item (3) *γίνεται . . . ε . ,εψιϛ.* 3 $\beta^{o\varsigma}$] *ἀριθμὸς* AB. 4 *νϛ̄ . ,ηφι* AB. *ιβ . ,ευλα* AB. 5 *,αϡλα . ,εσια* AB (item 7). 7 ϛ] *ὁ* ϛ AB. *ᾱ . ,ηψμζ . ,δφμζ Ba.* 8 ϛ] *Μ̊* add. *Ba.* *,απια . ,εσιδ* AB (item 11). *μορίου δευτέρου μυριάδος (μοριάδος* A) *ᾱ καὶ πρώτων ,ηψμζ* AB. 9 *καὶ* om. *Ba.* 9—11 *ὅπερ . . . ἀριθμοὶ* interpolata esse manifestum; (item valorem ϛ 11/12). 10 *πρὸς*] ⌣ AB, *ἥμισυ Ba.* *ἀλλήλους*] *ἄλλους* A, *ἄλλοι* B, *ἄλλη Ba.* 11 *οἱ* om. *Ba.* 12 *ᾱ . ,ηψμζ . μ̊ φξε* AB. 12/13 *ἔσται ὁ μὲν* $\alpha^{o\varsigma}$ om. B_1. 13 † Lacunam fere totius lineae A, dimidiae B praebet. 16 *καὶ*] *ἀριθμὸν* AB, *ἀριθμὸν καὶ Ba.* 18 *μήτε τὸν . . . . τέταρτον* (p. 334, 2)] *μήτε ὁ διπλασίων αὐτοῦ ᾗ (ἀριθμὸν* B) *μ̊ (μονάδα* B) *ᾱ μείζονα ἔχῃ μέρος δ′ (τέταρτον* B) *ἢ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ πρώτου ἀριθμοῦ* AB. De loco desperavit *Ba*:

Restat ut summa trium aequetur $3360x^2$, et omnia, t unum denominatorem habeamus, reducimus in 184996]. ⟨Fit

$$X_1 = \frac{18421264}{484996}x\rangle, \qquad X_2 = \left[\frac{42954916}{484996}\right]x,$$

$$X_3 = \left[\frac{69923044}{484996}\right]x.$$

umma trium fit

$$\left[\frac{131299224}{484996}\right]x = 3360x^2.$$

t omnia in [484996]:

Fit

$$[131299224]\,x = [1629586560]\,x^2,$$

;

$$x = \left[\frac{131299224}{1629586560}\right].$$

ommuni divisore sumpto quodam[1]), erit

$$x = \left[\frac{781543}{9699920}\right].$$

Ad positiones. Erit

$$\langle X_1 = \frac{781543}{255380}, \quad X_2 = \frac{781543}{109520}, \quad X_3 = \frac{781543}{67280}\rangle.$$

IX.

Unitatem partiri in duas fractiones et addere 12
trique segmento datum numerum ita ut fiat quaratus. Oportet nempe datum neque imparem esse

1) Imperitus scholiasta addidit 'quod est impossibile, imi enim inter se sunt numeri', eundemque valorem x retivit.

ῆτε τὸν διπλασίονα αὐτοῦ ἀριθμὸν μονάδι μείζονα ἔχειν, ὃς τρεῖται ὑπό τινος πρώτου ἀριθμοῦ propos. *Nesselmann* et *Schulz*.

μετρεῖσθαι ὑπό του πρώτου ἀριθμοῦ ⟨οὗ ὁ μονάδι μιᾷ μείζων⟩ ἔχῃ μέρος τέταρτον †.

Ἐπιτετάχθω δὴ ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων προσθεῖναι $\dot{M}\bar{\varsigma}$ καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$.

Ἐπεὶ οὖν θέλομεν τὴν $\dot{M}$ τεμεῖν καὶ ἑκατέρῳ τῶν τμημάτων προσθεῖναι $\dot{M}\bar{\varsigma}$ καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$, τὸ ἄρα σύνθεμα τῶν $\square^{ων}$ ἐστὶν $\dot{M}\,\overline{\iota\gamma}$. δεήσει ἄρα τὸν $\overline{\iota\gamma}$ διελεῖν εἰς δύο $\square^{ους}$ ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μείζων ᾖ $\dot{M}\bar{\varsigma}$.

ἐὰν οὖν τὸν $\overline{\iota\gamma}$ διέλω εἰς δύο $\square^{ους}$, ὧν ἡ ὑπεροχὴ ἐλάσσων ἐστὶν $\dot{M}\bar{\alpha}$, λύω τὸ ζητούμενον· λαμβάνω τοῦ $\overline{\iota\gamma}$ τὸ $\llcorner'$, γίνεται $\bar{\varsigma}\llcorner'$, καὶ ζητῶ τί μόριον προσθεῖναι $\dot{M}\bar{\varsigma}\llcorner'$ καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$. καὶ πάντα $\delta^{κις}$· ζητῶ ἄρα μόριον τετραγωνικὸν προσθεῖναι ταῖς $\overline{κς}\,\dot{M}$, καὶ ποιεῖν $\square^{ον}$· ἔστω τὸ προστιθέμενον μόριον $\Delta^{Y}\chi\bar{\alpha}$ καὶ γίνονται $\dot{M}\overline{κς}\,\Delta^{Y}\chi\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{ω}$.

καὶ πάντα ἐπὶ Δ^{Y}· γίνονται $\Delta^{Y}\overline{κς}\,\dot{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{ω}$· ἔστω τῷ ἀπὸ π^{λ}· $\varsigma\bar{\varepsilon}\,\dot{M}\bar{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\dot{M}\bar{\iota}$· Δ^{Y} ἄρα $\dot{M}\bar{\rho}$, τὸ $\Delta^{Y}\chi\,\dot{M}\rho^{\chi}$. ἔσται ἄρα τὸ ταῖς $\overline{κς}$ προστιθέμενον ρ^{χ}· τὸ ἄρα ταῖς $\dot{M}\bar{\varsigma}\llcorner'$ καὶ γίνεται υ^{χ} καὶ ποιεῖ $\square^{ον}$ τὸν ἀπὸ π^{λ}· $\overline{\overset{\kappa}{\nu}\alpha}$.

Δεῖ οὖν τὸν $\overline{\iota\gamma}$ διαιρούμενον εἰς δύο $\square^{ους}$ κατασκευάζειν τὴν ἑκάστου π^{λ}· ὡς ἔγγιστα $\overline{\overset{\kappa}{\nu}\alpha}$, καὶ ζητῶ τί ἡ τριὰς λείψασα, προσλαβοῦσα δυὰς ποιεῖ τὸν αὐτόν, τουτέστιν $\overline{\overset{\kappa}{\nu}\alpha}$.

---

7 ἐστὶ B (item 10). 9 $\square^{ους}$] ἀριθμοὺς A. 10/11 τοῦ $\overline{\iota\gamma}$ τὸ $\llcorner'$] τὸν $\overline{\iota\gamma}$ ἥμισυ A. 12 ποιῶ A. 13 τετράκις A. 17 τῷ] τὸ A. $\bar{\iota}$ *Ba*, $\overline{\iota\eta}$ AB. ἄρα scripsi, γὰρ AB. 19 καὶ prius om. *Ba*. 23 αὐτῶν *Ba*. 24 τουτέστι B.

neque huius duplum plus 1 dividi per aliquem primum numerum qui, addito 1, habeat quadrantem.

Proponatur iam utrique segmento addere 6 et facere □.

Quoniam volumus unitatem secare et utrique segmento addere 6 et facere □, summa quadratorum est 13. Oportebit igitur partiri 13 in duos quadratos quorum uterque maior sit quam 6.

Si partior 13 in duos quadratos quorum differentia sit minor quam 1, solvo quaesitum. Sumo dimidium 13, fit $6\frac{1}{2}$, et quaero fractionem quae, addito $6\frac{1}{2}$, faciat □.

Omnia 4er. Quaero igitur fractionem quadraticam addendam ad 26, ut fiat □. Sit addenda fractio $\frac{1}{x^2}$; fit

$$26 + \frac{1}{x^2} = \square.$$

Omnia in x^2. Fiunt

$$26x^2 + 1 = \square : \text{esto a radice } (5x + 1),$$

et fit

$$x = 10.$$

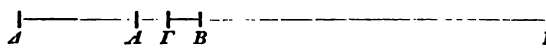
Ergo $x^2 = 100$, $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{100}$. Addendum igitur ad 26 erit $\frac{1}{100}$, ergo ad $6\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{400}$, et facit quadratum a radice $\frac{51}{20}$.

Oportet igitur utriusque quadratorum quorum est summa 13, radicem construere quam proximam $\frac{51}{20}$, et quaero quid subtractum a 3 et additum ad 2, hunc faciat, nempe $\frac{51}{20}$.

τάσσω οὖν δύο $\square^{ους}$, ἕνα μὲν ἀπὸ ϛ ιᾱ $\mathring{M}\bar{\beta}$, ι
δὲ ἕτερον ἀπὸ $\mathring{M}\bar{\gamma}$ ⋔ ϛ $\bar{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὁ συγκείμε
ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{ων}$, $\Delta^{Υ}$ $\overline{\sigma\beta}$ $\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$ ⋔ ϛ ῑ ἴσ. $\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$.
γίνεται ὁ ϛ $\overset{\rho\alpha}{\bar{\varepsilon}}$. ἔσται ἄρα ἑνὸς τῶν $\square^{ων}$ ἡ π^{λ} $\overset{\rho}{\bar{\sigma}}$
ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου $\overset{\rho\alpha}{\overline{\sigma\nu\eta}}$.

καὶ ἐὰν ἀπὸ ἑκατέρου τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{ων}$ ἄρωμ
$M\bar{\varsigma}$, ἔσται τὸ μὲν ἓν τμῆμα τῆς μονάδος $\mathring{M}\overset{\alpha\,.\,\sigma\alpha}{\overline{,\varepsilon\tau\nu\eta}}$,
δὲ ἕτερον $\overset{\alpha\,.\,\sigma\alpha}{\overline{,\delta\omega\mu\gamma}}$, καὶ δῆλον ὡς ἑκάτερον μετὰ Ν
ποιεῖ $\square^{ον}$.

ι.



Μονάδα τεμεῖν ⟨εἰς δύο μόρια⟩ καὶ προσθεῖ
ἑκατέρῳ ἄλλον καὶ ἄλλον δοθέντα ἀριθμὸν καὶ ποι
τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ $\mathring{M}$ τεμεῖν, καὶ προσθεῖναι ᾧ μ
$\mathring{M}\bar{\beta}$, ᾧ δὲ $\mathring{M}\bar{\varsigma}$, καὶ ποιεῖν ἑκάτερον $\square^{ον}$.

Ἐκκείσθω μονὰς ἡ ΑΒ, καὶ τετμήσθω κατὰ τὸ
καὶ τῷ μὲν ΑΓ προσκείσθω δυὰς ἡ ΑΔ, τῷ δὲ Γ
ἑξὰς ἡ ΒΕ· ἑκάτερος ἄρα τῶν ΓΔ, ΓΕ ἔστιν □
καὶ ἐπεὶ ὁ μὲν ΑΒ ἔστιν $\mathring{M}\bar{\alpha}$, συναμφότερος ὁ δὲ Α
ΒΕ ὀκτάς, ὅλος ἄρα ὁ ΔΕ [ἐπὶ τῆς $\mathring{M}\bar{\alpha}$] γίνεται $\mathring{M}$
καὶ ταύτας χρὴ διελεῖν εἰς δύο $\square^{ους}$ τοὺς ΓΔ, Γ

---

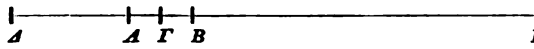
1 δύο *Ba*, Δ δύο A, $\bar{\delta}$ $\bar{\beta}$ B. 2 ⋔ om. AB_1. 3 ι
$\mathring{M}\overline{\iota\gamma}$] ἴσος τετραγώνῳ AB_1. 4 $\overline{\sigma\nu\zeta}$ *Ba*, $\overline{\sigma\nu\varsigma}$ AB. 7 $\mathring{M}$ pos
μονάδες AB, om. *Ba*. 7/8 τὸ δὲ repet. AB_1. 8 ἑκάτερ
Ba. 11 Figuram suppl. *Ba*. 12 εἰς δύο μόρια suppl. *Aur*
13 ἑκατέρῳ] *Ba* add. τῶν τμημάτων. 18 τῷ post.] τὸ AB
19 ἡ] ὁ A. ἐστὶ B (item 20, p. 338, 1). 21 ὅλως A.
ἐπὶ τῆς $M\bar{\alpha}$ delevit *Ba*. 22 τοὺς *Ba*, τῆς A, τῶν B.

Pono igitur duos quadratos[1]), alterum ab $(11x + 2)$, lterum ab $(3x - 9)$, et fit summa illorum quadra-
ɔrum

$$202x^2 + 13 - 10x = 13, \quad \text{et} \quad x = \frac{5}{101}.$$

Erit igitur quadratorum alterius radix $\frac{257}{101}$, alte-
ius $\frac{258}{101}$, et ab utroque quadratorum si subtrahimus 6,
rit unum segmentum unitatis $\frac{5358}{10201}$, alterum $\frac{4843}{10201}$,
t manifeste utrumque plus 6 facit quadratum.

X.



13

Unitatem partiri in duas fractiones et utrique ad-
ere alium et alium datum numerum ita ut fiat qua-
ratus.

Proponatur iam unitatem secare et alteri (seg-
ıento) addere 2, alteri 6, ita ut utrimque fiat qua-
ratus.

Exponatur unitas AB, seceturque in Γ, et ad $A\Gamma$
ddatur binarius $A\Delta$, ad ΓB senarius BE; ergo
terque $\Gamma\Delta$, ΓE est □. Et quoniam

$$AB = 1, \quad \text{et} \quad A\Delta + BE = 8,$$

ɔtus ΔE fit 9, quem oportet partiri in duos qua-
ratos $\Gamma\Delta$, ΓE. Sed quoniam alter quadratorum est

1) Quum sit $2^2 + 3^2 = 13$, coefficientes deducuntur ex equationibus:

$$2 + \frac{11}{20} = \frac{51}{20}, \quad 3 - \frac{9}{20} = \frac{51}{20}.$$

ἀλλὰ ἐπεὶ εἷς τῶν □$^{\omega\nu}$ τοῦ μὲν ΑΔ ἔστιν μείζων, τουτέστιν δυάδος, τοῦ δὲ ΔΒ ἔστιν ἐλάσσων τουτέστιν τριάδος, ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ τὸν ἐπιταχθέντα □^{ον}, οἱονεὶ τὸν $\overline{\vartheta}$, διελεῖν εἰς δύο □^{ους} τοὺς ΔΓ, ΓΕ, ὥστε ἕνα τὸν ΓΔ εἶναι ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῆς τε δυάδος καὶ τῆς τριάδος. εὑρεθέντος γὰρ τοῦ ΓΔ, δοθεὶς ὧν ὁ ΑΔ ἔστιν δυάς, λοιπὸς ἄρα ὁ ΑΓ δοθείς· ἔστιν δὲ ὁ ΑΒ $\overset{\circ}{\text{Μ}}\overline{\alpha}$, καὶ λοιπὸς ἄρα ὁ ΒΓ ἔστιν δοθείς· δοθὲν ἄρα καὶ τὸ Γ, καθ' ὃ τέμνεται ἡ μονάς.

Ἡ δὲ ἀγωγὴ ὑπογραφήσεται. ἔστω γὰρ ὁ εἷς τῶν □$^{\omega\nu}$, μεταξύ τε δυάδος καὶ τῆς τριάδος, $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\alpha}$· ὁ ἄρα λοιπὸς ἔσται $\overset{\circ}{\text{Μ}}\overline{\vartheta}$ ⋔ $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\alpha}$· ταῦτα ἴσα □$^{\omega}$.

καὶ ταῦτα ἴσα □$^{\omega}$ ποιεῖν ῥᾴδιόν ἐστιν, δεῖ δὲ εὑρεῖν $\Delta^{\text{Υ}}$ μεταξὺ τοῦ τε $\overline{\beta}$ καὶ τοῦ $\overline{\gamma}$. λαμβάνομεν δύο □^{ους}, ἕνα μὲν μείζονα τοῦ $\overline{\beta}$, τὸν δὲ ἕτερον ἐλάσσονα τοῦ $\overline{\gamma}$. εἰσὶν δὲ τὰ $\overset{\rho\mu\delta}{\overline{\sigma\pi\vartheta}}$ καὶ $\overset{\rho\mu\delta}{\overline{\tau\xi\alpha}}$· ἐὰν οὖν τὴν $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\alpha}$ κατασκευάσωμεν ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν προειρημένων δύο □$^{\omega\nu}$, λύσομεν τὸ ζητούμενον.

δεῖ οὖν καὶ τὴν πλευρὰν $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\alpha}$, τουτέστιν ϛ $\overline{\alpha}$, μείζονα μὲν εἶναι $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\zeta}}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\vartheta}}$, ὥστε δεῖ, ζητοῦντα $\overset{\circ}{\text{Μ}}\overline{\vartheta}$ ⋔ $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\alpha}$ ἴσ. □$^{\omega}$, εὑρεῖν τὸν ϛ μείζονα μὲν $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\zeta}}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\vartheta}}$.

---

2 τουτέστι bis B. ΔΒ] $\overline{\beta\delta}$ *Ba*. 4 ΔΓ] $\overline{\gamma\delta}$ *Ba*. 5 τὸν *Ba*, τῶν AB. 7 ἐστὶ bis B (item 8). 10 ὑπογραφήσεται scripsi, ὑπογραφῆς AB. 11 τε om. B_1 (item 14). 13 καὶ ταῦτα ἴσα □$^{\omega}$ om. B_1. ἴσα] A add. $\overline{\beta}$. ἐστι B. δὲ *Ba*, δὴ AB. 14 $\Delta^{\text{Υ}}$] τὴν δύναμιν *Ba*. 15/16 ἐλάττ. B_1 (item 20, 21/22, p. 340, 7/8). 16 εἰσὶ B. 17 $\overline{\alpha}$ om. *Ba*.

maior quam $\Delta\Delta$, hoc est >2, et minor quam ΔB, hoc est <3, deducor ad propositum quadratum, scilicet 9, partiendum in duos quadratos $\Delta\Gamma$, ΓE, ita ut horum unus $\Gamma\Delta$ cadat in intervallo binarii et ternarii.

Invento enim $\Gamma\Delta$, quum datus sit $\Delta\Delta = 2$, residuus $\Delta\Gamma$ datur. At ΔB est 1, residuus igitur $B\Gamma$ datur; datur igitur et Γ, punctum sectionis unitatis. Processus autem infra describetur.

Sit enim unus quadratorum, inter 2 et 3, positus $= x^2$; reliquus erit

$$9 - x^2 = \square.$$

Ista facere $\square$, facile est; sed oportet invenire x^2 inter 2 et 3.

Sumimus duos quadratos, alterum maiorem quam 2, alterum minorem quam 3; sunt $\frac{289}{144}$ et $\frac{361}{144}$. Si construimus x^2 in intervallo illorum duorum quadratorum, solvemus quaesitum.

Oportet ergo radicem ex x^2, scilicet x, esse maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$; sic, quaerendo

$$9 - x^2 = \square,$$

invenire oportet x maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$.

---

21 ἴσ. $\square^{\omega}$ om. B_1. ς] ἀριθμὸν τετράγωνον B_1. μείζονα om. A. μὲν $\dot{M}$ B. 22 δὲ $\dot{M}$ B_1.

ἐὰν δὲ $\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ποιῶμεν ἴσας $\square^{\varphi}$, πλάσσομεν τὴν τοῦ $\square^{ου}$ π^{λ}· ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\overline{\gamma}$ ⋔ ς τινος, καὶ εὑρίσκομεν τὸν ς γινόμενον ἔκ τινος ἀριθμοῦ $\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ γενομένου καὶ μεριζομένου εἰς τὸν $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ μείζονα τοῦ ἀπ' αὐτοῦ $\square^{ου}$· ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμὸν ὃς $\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ γενόμενος καὶ παραβληθεὶς εἰς τὸν $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ μείζονα τοῦ ἀπ' αὐτοῦ $\square^{ου}$, τὴν παραβολὴν ποιεῖ μείζονα μὲν $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\zeta}}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\vartheta}}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ς $\overline{\alpha}$ καὶ ζητῶ κατὰ τὸν προσδιορισμὸν ς $\overline{\varsigma}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ μείζονα μὲν εἶναι $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\zeta}}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\iota\beta}{\overline{\iota\vartheta}}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ $\overline{\iota\zeta}$ παραβληθεὶς παρὰ τὸν $\overline{\iota\beta}$, τὴν παραβολὴν ποιεῖ $\overset{\iota\beta}{\overset{\circ}{M}\overline{\iota\zeta}}$, ὥστε δεῖ ς $\overline{\varsigma}$ πρὸς $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ μείζονα λόγον ἔχειν ἤπερ $\overline{\iota\zeta}$ πρὸς $\overline{\iota\beta}$. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ς⟨$\overline{\varsigma}$⟩ καὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$, τουτέστιν ς $\overline{\text{οβ}}$ ὀφείλουσι μείζονες εἶναι ⟨τοῦ ὑπὸ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\zeta}$, τουτέστι $\Delta^{Y}\overline{\iota\zeta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\zeta}$⟩.

τῶν ς τὸ ∟′ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται $\overline{,\alpha\sigma\text{ϟ}\varsigma}$· ὕφελε τὰς Δ^{Y} ἐπὶ τὰς $\overset{\circ}{M}$, τουτέστιν $\overline{\sigma\pi\vartheta}$, λοιπὸς ἄρα $\overline{,\alpha\zeta}$· τούτων πλευρά· οὐ μείζων $\overline{\lambda\alpha}$· πρόσθες τὸ ∟′ τῶν ς· γίνεται

---

1 ποιῶμεν om. B_1. 2 ⋔ ς τινος scripsi, λείψας ἀριθμούς τινας A, λείψει ἀριθμῶν τινων B. 3 γινόμενον] γί. AB, γενέσθαι *Ba*. ἑξάκι A (item 5). 4 μείζων A (item 6). 6 τὸν *Ba*, τὴν AB. 7 ποιῇ *Ba*. 9 ς $\overline{\alpha}$] AB_1 add. $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$. Lacunam suspicari licet. καὶ ζητῶ .... $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ (10)] θέλω ἄρα ς$\text{ς}^{\text{οὺς}}$ $\overline{\varsigma}$ παραβληθέντας εἰς $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ ποιεῖν τὴν παραβολὴν *Ba*. 10 μορίῳ] μονάδι AB. εἶναι om. *Ba*. 13 $\overset{\circ}{M}$] μείζονα AB, om. *Ba*. δεῖ] δὴ AB. 14 τῶν] Γ A, om. B.

Si facimus $9 - x^2 = \square$, formamus radicem $\square^1$ a 3 minus x cum coefficiente quodam, et invenimus x ex illo coefficiente quodam 6^{ies} sumpto et diviso per quadratum ipsius unitate auctum. Deducor igitur ad inveniendum quendam numerum, qui 6^{ies} sumptus et divisus per quadratum ipsius unitate auctum, quotientem det maiorem quam $\frac{17}{12}$ et minorem quam $\frac{19}{12}$.

Sit quaesitus $= x$; quaero secundum conditionem

$$\frac{17}{12} < \frac{6x}{x^2+1} < \frac{19}{12}.$$

Sed 17, divisus per 12, quotientem dat $\frac{17}{12}$. Ita oportet

$$6x : x^2 + 1 > 17 : 12.$$

Ergo

$$6x \times 12, \quad \text{hoc est} \quad 72x,$$

debet maior esse quam

$$(x^2 + 1) \times 17, \quad \text{hoc est} \quad 17x^2 + 17.$$

Dimidius coefficiens x in seipsum fit 1296; subtrahe productum coefficientium x^2 et unitatis, hoc est 289; residuus est 1007; huius radix: haud maior quam 31. Adde dimidium coefficientem x: fit haud

---

$\bar{\varsigma}$ suppl. *Ba*. 15 *ὀφείλει Ba*. *μείζων* A, *μεῖζον Ba*. *τῶν . . . Δ^Y ιζ M̊ ιζ* (16) suppl. *Ba* (omisso *M̊* post *καὶ*) et *Auria* (addito *ἀλλὰ* ante *καὶ*). 17 *τῶν*] *τὸν* A. *τὸ L'*] *τοῦ ἡμίσεως* A *Ba*, *τοῦ ἡμίσεος* B. *ἄφελε Ba*. 18 *τουτέστι* B. *σπθ*] *μείζων σπθ* A. *λοιπὸν Ba*.

οὐ μείζων ξζ· παράβαλε παρὰ τὸ πλῆθος τῶν Δ^{Y}, γίνεται ὁ ς ⟨οὐ μείζων⟩ $\overset{\iota\zeta}{\overline{\xi\zeta}}$.

Καὶ ὁμοίως δεήσει ς $\overline{\varsigma}$ πρὸς $\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\alpha}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ⟨ἤπερ $\overline{\iota\vartheta}$ πρὸς $\overline{\iota\beta}$⟩· εὑρήσομεν τὸν ς οὐκ ἐλάσσονα $\overset{\iota\vartheta}{\overline{\xi\varsigma}}$, ἀλλὰ καὶ οὐ μείζονα $\overset{\iota\zeta}{\overline{\xi\zeta}}$.

ἔστω $\overset{\circ}{M}\,\overline{\gamma}\,\angle'$· πλάσσω οὖν τὴν π^{λ} τοῦ $\square^{ου}$ ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\gamma}$ ⋔ ς $\overline{\gamma}\,\angle'$· γίνεται ὁ $\square^{ος}$ $\Delta^{Y}\,\overline{\iota\beta}\,\delta^{\chi}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\vartheta}$ ⋔ ς $\overline{\kappa\alpha}$· ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\,\overline{\vartheta}$ ⋔ $\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}$, ὅθεν ὁ ς $\overset{\nu\gamma}{\overline{\pi\delta}}$, ἡ $\Delta^{Y}\,\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\zeta\nu\varsigma}}$. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν τὴν δυάδα, ἔσται ἓν τμῆμα τῆς $\overset{\circ}{M}$, $\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\alpha\upsilon\lambda\eta}}$, ὥστε τὸ ἕτερον ἔσται $\overset{,\beta\omega\vartheta}{\overline{,\alpha\tau o\alpha}}$. καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα.

ια.

Μονάδα διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι ἑκάστῳ αὐτῶν πρότερον τὸν αὐτὸν δοθέντα ⟨καὶ⟩ ποιεῖν ἕκαστον τετράγωνον.

Δεῖ δὴ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν μήτε δυάδα εἶναι μήτε τινὰ τῶν ἀπὸ δυάδος ὀκτάδι παραυξανομένων.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν $\overset{\circ}{M}$ διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι ἑκάστῳ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\gamma}$ καὶ ποιεῖν ἕκαστον $\square^{ον}$.

---

1 οὐ μείζων] οὐκ ἔλαττον AB_1. Δ^{Y}] ς AB_1. 2 οὐ μείζων] ὁ AB. 3 δεήσει] δυ ε εἰς A, δυνάμεις $\overline{\varepsilon}$ εἰς B, ἐπεὶ δεήσει *Ba*. ἐλάττονα B_1. 4 ἤπερ $\overline{\iota\vartheta}$ πρὸς $\overline{\iota\beta}$ suppl. *Ba*. *Auria* add.: τὸ ἄρα ὑπὸ ς$\varsigma^{\omega\nu}$ $\overline{\varsigma}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\beta}$ τουτέστιν ἀριθμοὶ $\overline{o\beta}$ ὀφείλουσι μείζονες εἰσὶ εἶναι τοῦ ὑπὸ $\Delta^{Y}\,\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\,\overline{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\vartheta}$· καὶ τὸ ἥμισυ τῶν ς$\varsigma$ ἐφ' αὑτὸ γί. $\overline{\alpha\sigma\overline{\iota\varsigma}}$· ὕφελε τὰς Δ^{Y} ἐπὶ τὰς $\overset{\circ}{M}$, τουτέστι $\overline{\tau\xi\alpha}$· λοιπὸς ἄρα τουτέστι π^{λ}. ε' λ'· πρόσθες τὸ ἥμισυ τῶν ςς οὐ μείζων $\overline{\xi\varsigma}$ καὶ τὰ λοιπά. 5 ἔλασσον A, ἐλάττονα B, ἐλάσσονα *Ba*. $\overline{\xi\varsigma}$] $\overline{\xi}$ A, ξ^{η} B_1. $\overline{\xi\zeta}$] $\overline{\zeta}$ A, ξ^{η} B_1.

naior quam 67. Divide per coefficientem x^2. Fit x iaud maior quam $\frac{67}{17}$.

Similiter oportebit

$$6x : x^2 + 1 < 19 : 12;$$

nveniemus x haud minorem quam $\frac{66}{19}$, sed haud maior st quam $\frac{67}{17}$. Sit $x = 3\frac{1}{2}$.

Formo igitur radicem $\square^i$ a $\left(3 - 3\frac{1}{2}x\right)$. Fit $\square$

$$12\tfrac{1}{4}x^2 + 9 - 21x = 9 - x^2,$$

nde

$$x = \frac{84}{53}, \quad x^2 = \frac{7056}{2809},$$

quo si subtrahimus 2, erit unum segmentum uniatis $\frac{1438}{2809}$; ita alterum erit $\frac{1371}{2809}$, et constat conditio.

XI.

Unitatem partiri in tres numeros et unicuique 14
orum addere primo eundem datum, ita ut fiat quaratus.

Oportet nempe datum numerum neque esse biarium neque aliquem progredientium a binario secundum octonarii additionem.

Proponatur iam partiri unitatem in tres numeros uorum unicuique addendo 3 fiat $\square$.

καὶ γίνεται Ba. $\overline{\iota\beta}$ δ^{χ}] $\overline{\iota\beta}$ A, $\overline{\iota\alpha}$ B_1. 8 Δ^{Y} post.] *γὰρ* B, *δὲ δύναμις Ba.* 10 $\overline{\alpha\omega\lambda\eta}$ AB_1. $\overline{\alpha\pi\alpha}$ AB_1. 14 *πρόρον* om. *Ba.* *καὶ* suppl. *Ba.* 16 *ἀριθμὸν* om. B_1. *l τῶν Ba, τὸν* A, om. B. *ὀκτάδι* scripsi, *ὀκτάκι* A, *ὀκτάις* B. 19 *καὶ* post.] *κἂν* A.

Πάλιν δεῖ τὸν ῑ διελεῖν εἰς τρεῖς □^{ους} *ὅπως ἕκαστος αὐτῶν μείζων ᾖ* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$. *ἐὰν οὖν πάλιν τὸν ῑ διέλωμεν εἰς τρεῖς* □^{ους}, *τῇ τῆς παρισότητος ἀγωγῇ, ἔσται ἕκαστος αὐτῶν μείζων τριάδος καὶ δυνησόμεθα, ἀφ' ἑκάστου αὐτῶν ἀφελόντες* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, *ἔχειν εἰς οὓς ἡ* $\overset{\circ}{M}$ *διαιρεῖται.*

λαμβάνομεν ἄρτι τοῦ ῑ τὸ $\gamma^{ον}$, *γί.* $\bar{\gamma}\,\gamma^{\chi}$, *καὶ ζητοῦμεν τί προστιθέντες μόριον τετραγωνικὸν ταῖς* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}\,\gamma^{\chi}$, *ποιήσομεν* ⟨□^{ον}⟩· *πάντα* $\vartheta^{\kappa\iota\varsigma}$. *δεῖ καὶ τῷ* $\bar{\lambda}$ *προσθεῖναί τι μόριον τετραγωνικὸν καὶ ποιεῖν τὸν ὅλον* □^{ον}.

ἔστω τὸ προστιθέμενον μόριον $\Delta^{\Upsilon}\chi\,\bar{\alpha}$· *καὶ πάντα ἐπὶ* Δ^{Υ}· *γίνονται* $\Delta^{\Upsilon}\,\bar{\lambda}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* □$^{\varphi}$· *τῷ ἀπὸ πλευρᾶς* $\varsigma\,\bar{\varepsilon}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· *γίνεται ὁ* □^{ος} $\Delta^{\Upsilon}\,\overline{\kappa\varepsilon}\,\varsigma\,\bar{\iota}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ἴσ.* $\Delta^{\Upsilon}\,\bar{\lambda}\,\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· *ὅθεν ὁ* $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, *ἡ* $\Delta^{\Upsilon}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *τὸ* $\Delta^{\Upsilon}\chi\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}^{\chi}$.

Εἰ οὖν ταῖς ⟨$\overset{\circ}{M}$⟩$\bar{\lambda}$ *προστίθεται* $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}^{\chi}$, *ταῖς* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}\,\gamma^{\chi}$ *προστεθήσεται* $\lambda\varsigma^{\chi}$ *καὶ γίνεται* $\overset{\lambda\varsigma}{\overline{\rho\kappa\alpha}}$· *δεῖ οὖν τὸν ῑ διελεῖν εἰς τρεῖς* □^{ους} *ὅπως ἑκάστου* □^{ου} *ἡ πλευρὰ πάρισος ᾖ* $\overset{\varsigma}{\overset{\circ}{M}\,\overline{\iota\alpha}}$.

ἀλλὰ καὶ ὁ ῑ σύγκειται ἐκ δύο □^{ων}, *τοῦ τε* $\bar{\vartheta}$ *καὶ τῆς* $\overset{\circ}{M}$. *διαιροῦμεν τὴν* M *εἰς δύο* □^{ους} *τά τε* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\vartheta}}$ *καὶ τὰ* $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, *ὥστε τὸν ῑ συγκεῖσθαι ἐκ τριῶν* □^{ων}, *ἔκ τε τοῦ* $\bar{\vartheta}$

---

2 *μείζων* om. B_1. 3 □^{ους}] B_1 add. *ὅπως μείζων ᾖ ἕκαστος αὐτῶν.* 9 *τετράγωνον* suppl. *Ba.* *καὶ δεῖ Ba.* 10 *τετραγωνικὸν*] *τετράγωνον* AB_1. 13 $\overline{\kappa\varepsilon}$ *Ba*, *καὶ* A, *μιᾶς* B. $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ prius om. *Ba.* $\bar{\lambda}$ *Ba*, $\bar{\alpha}$ AB. 15 $\overset{\circ}{M}$ suppl. *Ba.* 16 *γίνεται*] *Ba* add. *ὁ τετράγωνος.* 18 $\overline{\iota\alpha}$] $\bar{\alpha}$ A. 20 *τῆς* *Ba*, *τοῦ* AB. *διαιροῦμεν*] *Ba* add. *οὖν.* 21 *τοῦ* om. A.

Rursus oportet partiri 10 in tres quadratos ita ut unusquisque horum maior sit quam 3. Ergo si rursus partimur 10 in tres quadratos secundum processum appropinquationis[1]), erit unusquisque horum maior ternario, et poterimus, ab unoquoque subtrahendo 3, habere fractiones in quas partienda est unitas.

Sumimus ergo $\frac{1}{3} \cdot 10$; fit $3\frac{1}{3}$, et quaerimus fractionem quadraticam quae addita ad $3\frac{1}{3}$ faciat $\square$. Omnia 9^{ies}. Oportet ad 30 addere quandam fractionem quadraticam, ita ut summa fiat $\square$.

Sit addenda fractio $\frac{1}{x^2}$. Omnia in x^2. Fit

$$30x^2 + 1 = \square : \text{a radice } 5x + 1.$$

Fit $\square$

$$25x^2 + 10x + 1 = 30x^2 + 1,$$

unde

$$x = 2, \quad x^2 = 4, \quad \frac{1}{x^2} = \frac{1}{4}.$$

Si ergo ad 30 additur $\frac{1}{4}$, ad $3\frac{1}{3}$ addetur $\frac{1}{36}$ et fiet $\frac{121}{36}$. Oportet igitur partiri 10 in tres quadratos quorum uniuscuiusque radix sit quam proxima $\frac{11}{6}$.

Sed 10 componitur ex duobus quadratis, $9 + 1$. Partimur 1 in duos quadratos, $\frac{9}{25}$ et $\frac{16}{25}$; sic 10 componitur ex tribus quadratis, $9 + \frac{16}{25} + \frac{9}{25}$. Oportet

1) Processum expositum in problemate V, IX.

καὶ τοῦ $\overset{\varkappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$ καὶ τοῦ $\overset{\varkappa\varepsilon}{\overline{\vartheta}}$. δεῖ οὖν ἑκάστην τῶν π^{λ} τούτων παρασκευάσαι πάρισον $\overset{\varsigma}{\overline{\iota\alpha}}$.

ἀλλὰ καὶ αἱ π^{λ} αὐτῶν εἰσιν $\overset{\text{M}}{\overline{\gamma}}$ καὶ $\overset{\text{M}}{\overline{\delta}}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\delta}}$ καὶ $\overset{\text{M}}{\overline{\gamma}}$ $\overset{\varepsilon}{\overline{\gamma}}$· καὶ πάντα $\lambda^{\varkappa\iota\varsigma}$· καὶ γίνονται $\overset{\text{M}}{\overline{\iota\eta}}$ καὶ $\overset{\text{M}}{\overline{\varkappa\delta}}$ καὶ $\overset{\text{M}}{\overline{\iota\eta}}$.
5 τὰ δὲ $\overline{\iota\alpha}$ ς^{α} γίνονται $\overset{\text{M}}{\overline{\nu\varepsilon}}$· δεῖ οὖν ἑκάστην π^{λ} κατασκευάσαι $\overline{\nu\varepsilon}$.

πλάσσομεν ἑνὸς πλευρὰν $\overset{\text{M}}{\overline{\gamma}}$ ⋀ $\varsigma\,\overline{\lambda\varepsilon}$, ἑτέρου δὴ $\varsigma\,\overline{\lambda\alpha}$ $\overset{\text{M}}{\overline{\delta}}$ $\varepsilon^{\omega\nu}$, τοῦ δὲ ἑτέρου $\varsigma\,\overline{\lambda\zeta}$ $\overset{\text{M}}{\overline{\gamma}}$ ⟨$\varepsilon^{\omega\nu}$⟩. γίνονται οἱ ἀπὸ τῶν εἰρημένων $\square^{\text{oι}}$, Δ^{Y} $\overline{,\gamma\varphi\nu\varepsilon}$ $\overset{\text{M}}{\overline{\iota}}$ ⋀ $\varsigma\,\overline{\rho\iota\varsigma}$·
10 ταῦτα ἴσα $\overset{\text{M}}{\overline{\iota}}$. ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ς $\overline{\overset{,\gamma\varphi\nu\varepsilon}{\rho\iota\varsigma}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ γίνονται αἱ πλευραὶ τῶν τετραγώνων δοθεῖσαι, ὥστε καὶ αὐτοί. τὰ λοιπὰ δῆλα.

ιβ.

Μονάδα διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ προσθεῖναι
15 ἑκάστῳ αὐτῶν ἄλλον καὶ ἄλλον δοθέντα καὶ ποιεῖν ἕκαστον τετράγωνον.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ὅ τε $\overline{\beta}$ καὶ ὁ $\overline{\gamma}$ καὶ ὁ $\overline{\delta}$.

Καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ τὸν $\overline{\iota}$ διελεῖν εἰς τρεῖς $\square^{\text{ους}}$, ὅπως αὐτῶν ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$ μείζων ᾖ δυάδος, ὁ δὲ
20 ἕτερος μείζων ᾖ τριάδος, ὁ δὲ $\gamma^{\text{ος}}$ μείζων ᾖ $\overset{\text{M}}{\overline{\delta}}$.

ἐὰν οὖν τεμόντες $\overset{\text{M}}{\overline{\alpha}}$ δίχα, προσθῶμεν τοῖς δο-

1 ἑκάστην] ἑκάστῃ A, ἕκαστον B, ἑκάστην *Ba*. 2 πάρισον $\overline{\iota\alpha}^{\varsigma}$ *Ba*, πάρεισιν $\overline{\iota\delta}$ A, πάρεισι $\overline{\iota\delta}$ B. 3 εἰσι B. $\overline{\gamma}$ *Ba*, $\overline{\delta}$ AB. 5 $\overline{\iota\alpha}^{\varsigma}$ *Ba*, $\overline{\iota\delta}$ ς' A, $\overline{\iota\delta}$ B. $\overline{\nu\varepsilon}$. δεῖ *Ba*, $\overline{\nu}$. ἔδει AB. 6 $\overline{\nu\varepsilon}$] $\overline{\nu}$ AB_1. 7 $\overline{\lambda\varepsilon}$ *Ba*, $\overline{\varsigma}$ AB. δὴ] δὲ *Ba*. 8 $\overline{\gamma}$ $\varepsilon^{\omega\nu}$] $\overline{\iota}$ AB_1. 9 Δ^{Y} $\overline{,\gamma\varphi\nu\varepsilon}$ *Ba*, $\overline{,\gamma\varkappa\varepsilon}$ AB. $\overline{\iota}$] $\overline{\varepsilon}$ AB_1. 10 $\overline{\rho\iota\varsigma}$ AB_1. 21 δίχα scripsi, διχῇ AB. τοῖς] δυσὶ AB, τρισὶ *Ba*.

igitur unamquamque radicem horum construere quam proximam $\frac{11}{6}$.

Sed radices horum sunt $3, \frac{4}{5}, \frac{3}{5}$. Omnia in 30. Fiunt 90, 24, 18; et $\frac{11}{6}$ fiunt 55. Oportet unamquamque radicem construere (quam proximam) 55.

Formamus tres radices[1]):

$$3 - 35x, \quad 31x + \frac{4}{5}, \quad 37x + \frac{3}{5}.$$

Quadratorum ab ipsis summa fit

$$3555x^2 + 10 - 116x.$$

Ista aequantur 10, unde invenitur $x = \frac{116}{3555}$.

Ad positiones. Dantur radices quadratorum, ergo quadrati ipsi. Reliqua manifesta.

XII.

Unitatem partiri in tres numeros et addere unicuique horum alium et alium datum ita ut unusquisque fiat quadratus. 15

Sint dati 2, 3, 4.

Rursus deducitur quaestio ad partiendum 10 in tres quadratos, quorum 1us maior sit quam 2, 2us maior quam 3, 3us maior quam 4.

Si, unitate bifariam secta, unicuique datorum ad-

1) Ex aequationibus

$$\frac{55}{30} = 3 - \frac{35}{30} = \frac{4}{5} + \frac{31}{30} = \frac{3}{5} + \frac{37}{30}.$$

θεῖσιν ἀνὰ $\overset{\circ}{M}\llcorner'$, γίνεται ἕνα τῶν $\square^{\omega\nu}$ ζητεῖν μείζονα μὲν δυάδος, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}\llcorner'$, τὸν δὲ ἕτερον μείζονα μὲν $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ἐλάσσονα δὲ $\langle\overset{\circ}{M}\rangle\bar{\gamma}\llcorner'$, τὸν δὲ $\gamma^{o\nu}$ μείζονα μὲν $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ἐλάσσονα δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}\llcorner'$. καὶ ἀπάγεται ἅπαντα εἰς τὸ τὸν $\bar{\iota}$ συγκείμενον ἐκ δύο $\square^{\omega\nu}$ μεταδιελεῖν εἰς ἑτέρους δύο $\square^{o\upsilon\varsigma}$ ὅπως εἷς αὐτῶν μείζων μὲν ἢ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ἐλάσσων δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}\llcorner'$. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν δυάδα, εὑρήσομεν ἕνα τῶν ἀπὸ τῆς $\overset{\circ}{M}$.

Καὶ πάλιν τὸν ἕτερον τῶν $\square^{\omega\nu}$ μεταδιαιροῦμεν εἰς ἑτέρους δύο $\square^{o\upsilon\varsigma}$, ὅπως εἷς μὲν αὐτῶν μείζων ἢ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ἐλάσσων δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}\llcorner'$· καὶ πάλιν ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφέλωμεν $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, εὑρήσομεν ἕνα τῶν ζητουμένων, ὥστε καὶ τὸν $\gamma^{o\nu}$ ὁμοίως εὑρήσομεν.

ιγ.

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιῶσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν $\bar{\iota}$.

Καὶ ἐπεὶ ἐν τοῖς ζητουμένοις τρισὶν ἀριθμοῖς ὁ μείζων καὶ ὁ μέσος ποιοῦσι $\square^{o\nu}$, ὁμοίως καὶ ὁ μέσος μετὰ τοῦ $\gamma^{o\upsilon}$ ποιοῦσι $\square^{o\nu}$, καὶ ὁ $\gamma^{o\varsigma}$ μετὰ τοῦ $\alpha^{o\upsilon}$, οἱ ἄρα τρεῖς δὶς γενόμενοι ποιοῦσι τρεῖς $\square^{o\upsilon\varsigma}$, ὧν ἕκαστος ἐλάσσων ἐστὶ $M\bar{\iota}$. ἀλλὰ δὶς οἱ τρεῖς ποιοῦσι $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$· δεῖ οὖν τὸν $\bar{\kappa}$ διελεῖν εἰς τρεῖς $\square^{o\upsilon\varsigma}$, ὅπως ἕκαστος ⟨ἐλάσσων⟩ ἢ $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$.

ὁ δὲ $\bar{\kappa}$ σύγκειται ἐκ δύο $\square^{\omega\nu}$, τοῦ τε $\overline{\iota\varsigma}$ καὶ τοῦ

---

1 ζητεῖν om. B_1. 2 ἐλάττ. B_1 (item 3, 4). τὸν δὲ om. *Ba*. 3 $\overset{\circ}{M}$ suppl. *Ba*. 6 εἷς] ἕκαστος A. 11 τούτων AB_1. 15/16 ἀριθμοὺς *Ba*, τετραγώνους AB. 19 μέσος prius] AB_1 add. μετὰ τοῦ $\gamma^{o\upsilon}$. 22 ποιοῦσι] εἰσι *Ba*. 23 αὐτῶν ἐλάσσων suppl. *Ba*?

dimus $\frac{1}{2}$, fit quaerendum: unum quadratorum maiorem quam 2, minorem quam $2\frac{1}{2}$; alterum maiorem quam 3, minorem quam $3\frac{1}{2}$; 3um maiorem quam 4, minorem quam $4\frac{1}{2}$. Et omnia deducuntur ad partiendum 10, summam duorum quadratorum, in alios duos quadratos, ita ut unus illorum sit maior quam 2, et minor quam $2\frac{1}{2}$; et si ab illo quadrato subtrahimus 2, inveniemus unam ex partibus unitatis.

Rursus alterum quadratum partimur in alios duos quadratos, ita ut unus illorum sit maior quam 3 et minor quam $3\frac{1}{2}$. Et rursus si ab illo subtrahimus 3, inveniemus alterum quaesitorum; tertium simili modo inveniemus.

XIII.

Propositum numerum partiri in tres numeros ita 16
ut binorum quorumvis summa faciat quadratum.

Proponatur iam 10.

Quoniam trium quaesitorum numerorum maximi (X_1) et medii (X_2) summa facit $\square$, et similiter

$$X_2 + X_3 \text{ facit } \square, \quad \text{et} \quad X_3 + X_1 \text{ facit } \square,$$

ergo

$$2(X_1 + X_2 + X_3)$$

facit summam trium quadratorum, quorum unusquisque est minor quam 10.

Sed $2(X_1 + X_2 + X_3)$ facit 20; oportet igitur partiri 20 in tres quadratos quorum unusquisque minor sit quam 10.

At 20 summa est duorum quadratorum 16 et 4,

δ̄· καὶ ἐὰν τάξωμεν ἕνα τῶν ζητουμένων Μ̊δ̄, δεήσει τὸν ιϛ̄ διελεῖν εἰς δύο □ᵒᵘˢ, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ῑ. ἐμάθομεν δὲ τὸν δοθέντα □ᵒᵛ διελεῖν εἰς δύο □ᵒᵘˢ, ὅπως εἷς αὐτῶν μείζων μὲν ᾖ Μ̊ ϛ̄, ἐλάσσων δὲ Μ̊ ῑ.

ἔστω συναμφότερος Μ̊ ιϛ̄, ὥστε διῃρήσθω εἰς □ᵒᵘˢ ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ῑ· καὶ ἐὰν ἕκαστον ἀφέλωμεν ἀπὸ Μ̊ ῑ, εὑρήσομεν τοὺς λοιποὺς οἳ σὺν δύο λαμβανόμενοι ποιοῦσι τετράγωνον.

ιδ.

Δοθέντα ἀριθμὸν εἰς τέσσαρας ἀριθμοὺς διελεῖν, οἳ σὺν τρεῖς λαμβανόμενοι ποιοῦσι τετράγωνον.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ῑ.

Ἐπεὶ οὖν οἱ ἀπὸ τοῦ αᵒᵘ ⟨τρεῖς λαμβανόμενοι⟩ οἱ κατὰ τὸ ἑξῆς ποιοῦσι □ᵒᵛ, ἀλλὰ καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ βᵒᵘ τρεῖς τὸ αὐτὸ ποιοῦσι, καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ γᵒᵘ τρεῖς τὸ αὐτὸ ποιοῦσι, καὶ οἱ ἀπὸ τοῦ δᵒᵘ τρεῖς, οἱ ἄρα τέσσαρες τρὶς ποιοῦσι τέσσαρας □ᵒᵘˢ. ἀλλὰ οἱ τέσσαρες τρὶς ποιοῦσι Μ̊ λ̄· δεήσει ἄρα Μ̊ λ̄ διελεῖν εἰς τέσσαρας □ᵒᵘˢ, ὅπως ἕκαστος ἐλάσσων ᾖ Μ̊ ῑ· τοῦτο δὲ οὕτως εὑρεθήσεται.

ἐάν τε διὰ τῆς παρισότητος τάξαντες ἕκαστον αὐτῶν Μ̊ ξ̄ ∠′, καὶ ἕκαστον □ᵒᵛ ἀφέλωμεν ἀπὸ Μ̊ ῑ, εὑρήσομεν τοὺς ζητουμένους· εἰ δὲ μή, ὁρῶ τὸν λ̄ συγκείμενον ἔκ τε τοῦ ιϛ̄ καὶ τοῦ θ̄ καὶ τοῦ δ̄ καὶ τῆς Μ̊ ᾱ.

---

4 εἷς τῶν αὐτῶν *Ba*. 6 ἔστω συναμφότερος scripsi, ἔστωσαν ἀμφότεροι A B. εἷς] Γ A, τρεῖς B, ϊ εἷς τρεῖς *Ba*. 7 ἕκαστον prius *Ba*. ἐλάσσονα εἶναι *Ba*. 11 διελεῖν om. A, suppl. *Ba* post ἀριθμόν. 12 ποιῶσι *Ba*. 13 ἐπιτετάχθω scripsi, τετάχθω A *Ba*. ἐπιτετάχθω δὴ τὸν ῑ om. B. 14 τρεῖς λαμβανόμενοι οἱ scripsi, τρεῖς *Ba*, οἱ A (post lacun.

et si ponimus unum quaesitorum (quadratorum) esse 4, oportebit partiri 16 in duos quadratos quorum uterque sit minor quam 10. Sed didicimus datum quadratum partiri in duos quadratos quorum unus sit maior quam 6 et minor quam 10.

Ita sit summa data 16, partita in quadratos (duos) quorum uterque sit minor quam 10. Si utrumque subtrahimus a 10, inveniemus residuos quorum binorum summa facit quadratum.

XIV.

Datum numerum in quatuor numeros partiri, ita 17
ut terni simul additi faciant quadratum.

Proponatur iam 10.

Quoniam summa trium a 1° facit □ et similiter summa trium a 2°, summa trium a 3°, et summa trium a 4°, ergo ter summa quatuor omnium facit summam quatuor quadratorum. Sed ter summa quatuor numerorum facit 30; oportebit igitur partiri 30 in quatuor quadratos quorum unusquisque sit minor quam 10; quod sic invenietur.

Vel appropinquationis processu[1]) construemus unumquemque quadratum (quam proximum) $7\frac{1}{2}$, et unumquemque subtrahentes a 10, inveniemus quaesitos; vel aliter, video 30 esse $16 + 9 + 4 + 1$. Po-

1) Cf. V, XI.

7 lit.) B. 18 τέσσαρας] τοὺς τέσσαρας B_1. ἀλλ' οἱ *Ba*, ἀλλὰ ἡ B. 23 ∠' om. AB_1 (item p. 352, 5). τετραγώνων AB. 24 μὴ AB, μὴν *Ba*.

θῶμεν τὸν $\bar{\delta}$ καὶ τὸν $\bar{\theta}$, ἐπειδὴ ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ἐστὶν $\dot{M}\bar{\iota}$· λοιπὸν γίνεται $\dot{M}\overline{\iota\zeta}$ διελεῖν εἰς δύο $\square^{ous}$, ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν ἐλάττων ᾖ $\dot{M}\bar{\iota}$.

ἐὰν οὖν τὸν $\overline{\iota\zeta}$ διέλωμεν εἰς δύο $\square^{ous}$, ὡς ἐμάθομεν, ὥστε ἕνα αὐτῶν μείζονα εἶναι $\dot{M}\bar{\eta}\,\llcorner'$, ἐλάσσονα δὲ $\dot{M}\bar{\iota}$, ἔσται ἑκάτερος αὐτῶν ἐλάσσων $\dot{M}\bar{\iota}$, καὶ ἐὰν ἑκάτερον αὐτῶν ἀφέλωμεν ἀπὸ $M\bar{\iota}$, εὑρήσομεν τοὺς λοιποὺς τῶν ζητουμένων, [ὃν μὲν $\dot{M}\bar{\varsigma}$, ὃν δὲ $\dot{M}\bar{\alpha}$, ὥστε λελύσθαι τὸ ζητούμενον].

ιε.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ κύβον.

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν $\varsigma\bar{\alpha}$, ἕκαστος δὲ τῶν ζητουμένων, ὁ μὲν $K^{Y}\bar{\zeta}$, ὁ δὲ $K^{Y}\overline{\kappa\varsigma}$, ὁ δὲ $K^{Y}\overline{\xi\gamma}$, καὶ μένει· ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον αὐτῶν ποιεῖ κύβον· λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\varsigma\bar{\alpha}$.

ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν $K^{Y}\overline{\llcorner\varsigma}$· ὥστε $K^{Y}\overline{\llcorner\varsigma}$ ἴσοι $\varsigma\bar{\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ ς· $\Delta^{Y}\overline{\llcorner\varsigma}$ ἴσαι $\dot{M}\bar{\alpha}$.

καὶ ἔστιν ἡ $\dot{M}\,\square^{os}$· εἰ ἦσαν καὶ αἱ $\dot{M}\overline{\llcorner\varsigma}\,\square^{os}$, λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· ὅθεν ζητῶ πόθεν ἐστὶν ὁ $\overline{\llcorner\varsigma}$· ἔστιν δὲ τριῶν ἀριθμῶν σύνθεμα ὧν ἕκαστος αὐτῶν μετὰ $\dot{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖ κύβον. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν

---

2 ἐστὶ B. 3 ἐλάσσων B_1. 5 ἕνα scripsi, ἑκάτερον AB. ἐλάττονα B_1. 7/8 τοὺς λοιποὺς *Ba*, τοῦ λοιποῦ AB. 8 ζητουμένων] *Ba* add.: δύο γὰρ ἤδη εὑρήκαμεν. Quae sequuntur, ὃν μὲν . . . ζητούμενον (9), interpolata fuisse libentius credo. 9 τὸ *Ba*, τὸν AB. 13 κύβων A. 15 $\overline{\kappa\varsigma}$ om. in lac. AB_1.

namus 4 et 9, quoniam uterque est minor quam 10. Reliquum fit 17 partiri in duos quadratos quorum uterque sit minor quam 10.

Ergo si partimur 17, ut didicimus[1]), in duos quadratos quorum unus sit maior quam $8\frac{1}{2}$, et minor quam 10, horum uterque erit minor quam 10, et si utrumque subtrahimus a 10, inveniemus reliquos e quaesitis [iam inventi sunt 6 et 1; ita quaestio soluta est].

XV.

Invenire tres numeros ita ut cubus a summa trium, 18
plus unoquoque ipsorum, faciat cubum.

Ponatur summa trium esse x, et quaesitorum

$$X_1 = 7x^3, \quad X_2 = 26x^3, \quad X_3 = 63x^3,$$

et constat cubum a summa trium plus unoquoque ipsorum facere cubum. Restat ut summa trium aequetur x.

At

$$X_1 + X_2 + X_3 = 96x^3; \quad \text{ita} \quad 96x^3 = x.$$

Omnia per x:

$$96x^2 = 1.$$

1 est □; si foret quoque 96 = □, quaestio soluta esset: quaero igitur unde provenit 96. Est summa trium numerorum quorum unusquisque plus 1 facit cubum. Deducitur ergo quaestio ad inveniendum tres

1) Cf. V, x.

17 κύβων prius A. 21 αἱ om. B_1. τετράγωνον post. B_1. 23 ἐστι prius *Ba*. ἔστιν post. B. 24 αὐτῶν om. *Ba*. ποιῇ B_1. 25 ἀριθμοὺς τρεῖς *Ba*.

μετὰ Μ̇ α̅ ποιῇ κύβον, ἔτι δὲ τὸ σύνθεμα τῶν τριῶν ῇ □ος.

Ἐκκείσθω ἡ μὲν τοῦ αου πλ· ς α̅ Μ̇ α̅, ἡ δὲ τοῦ βου Μ̇ β̅ ∧ ς α̅, ὁ δὲ τοῦ γου Μ̇ β̅. οἱ κύβοι γίνονται, ὁ μὲν Κ^Υ α̅ Δ^Υ γ̅ ς γ̅ Μ̇ α̅, ὁ δὲ Δ^Υ ς̅ Μ̇ η̅ ∧ Κ^Υ α̅ ς ιβ̅, ὁ δὲ Μ̇ η̅. αἴρω ἀπὸ ἑκάστου Μ̇ α̅, καὶ τάσσω τὸν μὲν αον Κ^Υ α̅ Δ^Υ γ̅ ς γ̅, τὸν δὲ βον Δ^Υ ς̅ Μ̇ ζ̅ ∧ Κ^Υ α̅ ς ιβ̅, τὸν δὲ γον Μ̇ ζ̅.

λοιπόν ἐστιν αὐτοὺς συντεθέντας ποιεῖν □ον. γί. δὲ Δ^Υ θ̅ Μ̇ ιδ̅ ∧ ς θ̅ ἴσ. □ῳ τῷ ἀπὸ πλ· ς γ̅ ∧ Μ̇ δ̅, καὶ γίνεται ὁ ς ιε̅ β̅.

ἔσται τῶν ζητουμένων ὁ μὲν ,γτοε ,αφλη, ὁ δὲ α̅ . ,γτοε ,ηφοζ. ὁ δὲ Μ̇ ζ̅.

Ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ τὸν μὲν Κ^Υ ,γτοε ,αφλη, τὸν δὲ Κ^Υ α̅ . ,γτοε ,ηφοζ. τὸν δὲ Κ^Υ ζ̅.

πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ς α̅, καὶ γίνονται Κ^Υ ,γτοε δ̅ . ,γψμ ἴσοι ς α̅. καὶ πάντων τὸ ιεον· καὶ παρὰ ς· καὶ γίνονται Δ^Υ ,βνδ ις ἴσαι Μ̇ σκε. καὶ γίνεται ὁ ς ιε̅. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις καὶ μένει.

---

1 ποιεῖ AB₁. τὸ σύνθεμα om. B₁. 2 τετράγωνον A. 4 Μ̇ β̅ prius] ἀριθμῶν β̅ B₁. ∧ ς α̅] λείψις μονάδος μιᾶς A, λείψει μονάδος μιᾶς B₁. 5 Μ̇ α̅ om. AB₁. 6 μίαν μονάδα B₁. 7 ιβ̅] ς̅ AB₁. 9 ἐστι A*Ba*. γίνεται A*Ba*, γίνονται B. 10 ιδ̅] ις̅ AB₁. 12 μὲν] *Ba* add. πρῶτος: item δεύτερος et τρίτος post alterutrum δὲ (12 et 13). α̅ . ,ηφοζ] πρῶτος . ,ηφοζ AB₁. 13 Μ̇ om. *Ba*. 14/15 πάλιν τάσσομεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς καὶ] τάσσω *Ba*. 15 Κ^Υ α̅ . ,ηφοζ] πρῶτον ,ηφοζ A,

numeros (X'_1, X'_2, X'_3) quorum unusquisque plus 1 faciat cubum, et summa trium sit □.

Exponantur (cuborum) radices:

$$1^i : x + 1, \quad 2^i : 2 - x, \quad 3^i : 2.$$

Fiunt cubi:

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 1, \quad 6x^2 + 8 - x^3 - 12x, \quad 8.$$

Ab unoquoque subtraho 1 et pono

$$X'_1 = x^3 + 3x^2 + 3x, \quad X'_2 = 6x^2 + 7 - x^3 - 12x,$$
$$X'_3 = 7.$$

Restat ut

$$X'_1 + X'_2 + X'_3 \text{ faciat } \square.$$

Fit

$$9x^2 + 14 - 9x = \square : \text{a radice } (3x - 4).$$

Fit

$$x = \frac{2}{15}.$$

Erunt quaesiti:

$$\frac{1538}{3375}, \quad \frac{18577}{3375}, \quad 7.$$

Revertor ad primitivum problema et rursus ponimus tres numeros esse nempe

$$\frac{1538}{3375}x^3, \quad \frac{18577}{3375}x^3, \quad 7x^3.$$

Rursus ponimus summam trium esse x et fit

$$\frac{43740}{3375}x^3 = x.$$

Omnium 15ª pars, et per x; fit

$$2916x^2 = 225, \quad \text{et} \quad x = \frac{15}{54}.$$

Ad positiones, et constat.

πρῶτον ,ηφος B₁. 17 πάλιν] καὶ πάλιν *Ba*. 18 καὶ prius om. *Ba*. 19 γίνεται ὁ ς] ψ ς ς AB₁.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος λείψας ἕκαστον ποιῇ κύβον.

Τετάχθωσαν πάλιν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ, καὶ αὐτῶν πάλιν ὁ μὲν $K^{Y}\overset{\eta}{\bar{\zeta}}$, *ὁ δὲ* $K^{Y}\overset{\kappa\zeta}{\kappa\bar{\varsigma}}$, *ὁ δὲ* $K^{Y}\overset{\xi\delta}{\bar{\xi}}\gamma$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· γίνεται κυβικόν τι πλῆθος ἴσον ϛ ᾱ. πάντα παρὰ ϛ· καὶ γίνεται Δ^{Y} *τι πλῆθος ἴσον* $\dot{M}\bar{\alpha}$.

καὶ ἔστιν ἡ $\dot{M}$ $\square^{o\varsigma}$· *δεήσει ἄρα καὶ τὰς* Δ^{Y} *εἶναι* $\square^{ov}$· *πόθεν ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν* Δ^{Y}; *ἐκ τοῦ ἀπὸ τριάδος ἀφαιρεῖσθαι τρεῖς κύβους ὧν ἕκαστος ἐλάσσων ἐστὶν* $\dot{M}\bar{\alpha}$· *καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς κύβους, ὅπως ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων ᾖ* $\dot{M}\bar{\alpha}$, *τὸ δὲ σύνθεμα αὐτῶν ἀρθὲν ἀπὸ τριάδος ποιῇ* $\square^{ov}$.

καὶ ἔτι ζητοῦμεν ἕκαστον αὐτῶν κύβον ἐλάσσονα εἶναι $\dot{M}\bar{\alpha}$· *ἐὰν ἄρα κατασκευάσωμεν τοὺς τρεῖς ἀριθμοὺς ἐλάσσονας* $\dot{M}\bar{\alpha}$, *πολλῷ ἕκαστος αὐτῶν ἐλάσσων* $\dot{M}\bar{\alpha}$· *ὥστε ὀφείλει ὁ καταλειπόμενος* $\square^{o\varsigma}$ *μείζων εἶναι δυάδος.*

τετάχθω ὁ καταλειπόμενος $\square^{o\varsigma}$ *μείζων εἶναι δυάδος·* *ἔστω* $\dot{M}\bar{\beta}\,\delta^{\chi}$. *δεῖ οὖν τὰ* $\overset{\delta}{\bar{\gamma}}$ *διελεῖν εἰς ⟨τρεῖς⟩ κύβους, καὶ τὰ τούτων πολλαπλάσια κατά τινων κύβων*

---

3 *κύβος* prius *Ba*, *κύβων* AB. 4 *πάλιν* om. *Ba*. 7 *τι πλῆθος* scripsi, *τι* $\bar{\pi}$ AB, *δωοζ*$^{\psi\kappa\eta}$ *Ba* (item 8). *καὶ πάντα* B_1. Δ^{Y}] *δυναμοστὸν* male *Ba*. 10 *ἐστὶ* B (item 12). 13 *ἐλάττ.* B_1 (item 15, 17 priore loco). 14 *ποιεῖ* AB_1. 15 *ἔτι*] *ἐπεὶ Ba*. 17/18 *μονάδος μιᾶς ἐλάσσων* B_1. 19 *δυάδος*] *δυνάμεως ᾱ* A, *δυνάμεως μιᾶς* B_1 (item 20). 20 *μείζων εἶναι δυάδος·*

XVI.

Invenire tres numeros ita ut cubus a summa trium minus unoquoque faciat cubum. 19

Ponatur rursus summa trium esse x et sint ipsi:

$$\frac{7}{8}x^3, \quad \frac{26}{27}x^3, \quad \frac{63}{64}x^3.$$

Restat ut summa trium aequetur x; fit quidam terminus in x^3 aeq. x; omnia per x; fit quidam terminus in x^2 aeq. 1.

At 1 est □; oportebit igitur coefficientem x^2 esse □. Unde provenit coefficiens x^2? excessus est ternarii supra summam trium cuborum quorum unusquisque est minor quam 1. Deducitur quaestio ad inveniendum tres cubos quorum unusquisque sit minor quam 1, et summa, a 3 subtracta, faciat quadratum.

Et adhuc quaerimus unumquemque cuborum esse minorem quam 1; si igitur construamus summam trium esse minorem quam 1, multo minor quam 1 erit unusquisque; sic debet residuus □ esse maior quam 2.

Ponatur residuus □ maior quam 2; esto $2\frac{1}{4}$. Oportet igitur in tres cubos partiri $\frac{3}{4}$ vel istius fractionis multiplicia secundum aliquos cubos partitos.

ἔστω (21) om. *Ba*. 21 ἔστω $\overset{\circ}{M}\beta\,\delta^{\chi}$ supra lineam (ἔστω dubium in compendio) A, om. B_1. τρεῖς suppl. *Ba*. 22 τὰ] κατὰ A *Ba*.

διαιρεθέντων. ἔστω δὴ κατὰ τοῦ σιϛ· ὀφείλομεν οὖν τὸν ρξβ διελεῖν εἰς τρεῖς κύβους.

σύγκειται δὲ ὁ ρξβ ἔκ τε κύβου τοῦ ρκε καὶ δύο κύβων ὑπεροχῆς τοῦ τε ξδ καὶ τοῦ κζ· ἔχομεν δὲ ἐν τοῖς Πορίσμασιν ὅτι 'πάντων δύο κύβων ἡ ὑπεροχὴ κύβων ⟨δύο σύνθεμά ἐστιν⟩'.

Ἀνατρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν ἕκαστον K^{Y} τῶν εὑρεθέντων, τοὺς δὲ τρεῖς ϛ ᾱ· καὶ συμβήσεται τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον λείψαντα ἕκαστον ποιεῖν κύβον.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· γίνονται δὲ οἱ τρεῖς K^{Y} β̄ δ^{X}· ταῦτα ἴσα ϛ ᾱ· ὅθεν γίνεται ὁ ϛ $\gamma^{ον}$ β̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ιζ.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῇ κύβον.

Τετάχθωσαν πάλιν οἱ τρεῖς ϛ ᾱ, τῶν δὲ τριῶν ὁ μὲν K^{Y} β̄, ὁ δὲ K^{Y} θ̄, ὁ δὲ K^{Y} κη̄. λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι ϛ ᾱ· ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν K^{Y} λθ̄, ὥστε K^{Y} λθ̄ ἴσ. ϛ ᾱ. καὶ παρὰ ϛ· ὥστε Δ^{Y} λθ̄ ἴσ. $\dot{M}$ ᾱ.

---

1 δὴ] δὲ AB. τοῦ] τὸν A*Ba*. 6 κύβων] κ^{υ} A, κύβος B_1. δύο σύνθεμά ἐστιν supplevi. 8 τῶν om. *Ba*. 9 τὸν] τὸ B_1. 11 γίνονται ... ϛ ᾱ (12) om. B_1. 12 $\gamma^{ον}$] $\dot{M}$ AB. 17 κύβων A. 20 ἀλλ' οἱ *Ba*. εἰσὶ B. ὥστε K^{Y} λθ̄ (21) om. B_1. 21 καὶ] πάντα *Ba*, καὶ πάντα *Auria*.

Esto[1]) secundum 216; debemus igitur partiri 162 in tres cubos.

At 162 est summa cubi 125 et differentiae duorum cuborum 64 et 27, et habemus in Porismatîs[2]): 'Omnium duorum cuborum differentia ⟨est summa duorum⟩ cuborum.'

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus unumquemque quaesitorum esse x^3 cum uno ex numeris inventis pro coefficiente; summam trium esse x. Eveniet cubum a summa trium minus unoquoque facere cubum. Restat ut summa trium aequetur x. Fit summa trium $2\frac{1}{4}x^3$; aeq. x; unde fit $x = \frac{2}{3}$.

Ad positiones.

XVII.

Invenire duos numeros tales ut cubus a summa 20
trium, ab unoquoque subtractus, faciat cubum.

Ponatur rursus summa trium esse x, et tres numeri sint

$$2x^3, \quad 9x^3, \quad 28x^3.$$

Restat ut summa trium aequetur x; sed est summa trium $39x^3$. Sic

$$39x^3 = x; \quad \text{omnia per } x: \quad 39x^2 = 1.$$

---

1) Notum est 216 vel 6^3 aequari $5^3 + 4^3 + 3^3$. Quum

$$\frac{3^3}{6^3} = \frac{1}{8},$$

est

$$\frac{3}{4} \times 216 = 162 = 5^3 + 4^3 - 3^3.$$

2) Hoc porisma deperditum referendum videtur ad problemata IV, I, II. Si, cum Bacheto, ponimus

$$x = \frac{a}{a^3 + b^3}(a^3 - 2b^3), \quad y = \frac{b}{a^3 + b^3}(2a^3 - b^3),$$

erit

$$x^3 + y^3 = a^3 - b^3.$$

Καὶ εἰ ἦσαν αἱ $\Delta^{Y}\overline{\lambda\vartheta}$ ⟨$\square^{o\varsigma}$, *λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον. ἔστι δὲ ὁ* $\overline{\lambda\vartheta}$⟩ *τριῶν κύβων τὸ σύνθεμα μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$· *δεήσει ἄρα εὑρεῖν τρεῖς κύβους, ὧν τὸ σύνθεμα μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ *ποιεῖ* $\square^{o\nu}$. *τετάχθω οὖν ἡ μὲν τοῦ* α^{ou} *κύβου* π^{λ} $\varsigma\,\bar{\alpha}$, *ἡ δὲ τοῦ* β^{ou} $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}\wedge\varsigma\,\bar{\alpha}$, *ἡ δὲ λοιπὴ* $\overset{\circ}{M}$ *τινός· ἔστω δὴ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· *καὶ γίνεται τὸ σύνθεμα τῶν τριῶν κύβων* $\Delta^{Y}\vartheta\,\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\eta}$ ⟨$\wedge\varsigma\,\overline{\kappa\zeta}$⟩· *ταῦτα μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ *γίνεται* $\Delta^{Y}\vartheta\,\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\alpha}\wedge\varsigma\,\overline{\kappa\zeta}$. ⟨*ἴσ.*⟩ $\square^{\omega}$ *τῷ ἀπὸ* π^{λ} $\varsigma\,\bar{\gamma}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\zeta}$.

καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\overset{\varepsilon}{\bar{\varsigma}}$· ⟨*ἔσται ἡ μὲν τοῦ* α^{ou} π^{λ} $\bar{\varsigma}$⟩, *ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου* $\bar{\vartheta}$, *ἡ δὲ τοῦ λοιποῦ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$.

Καὶ τῷ ἀπὸ ἑκάστου τούτων κύβῳ προστίθεμαι $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *καὶ ἔρχομαι ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς. τάσσω ἕκαστον* K^{Y} *τοσούτων, ὑποτιθεμένων τῶν τριῶν* $\varsigma\,\bar{\alpha}$. *λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι* $\varsigma\,\bar{\alpha}$· *γίνονται οἱ τρεῖς* $K^{Y}\overset{\kappa\varepsilon}{\sigma\pi\vartheta}$· *ταῦτα ἴσα* $\varsigma\,\bar{\alpha}$, *καὶ γίνεται ὁ* $\varsigma\,\overset{\iota\zeta}{\bar{\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ιη.

Εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμοὺς ἴσους ⟨*τετραγώνῳ*⟩ *ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβος προσλαβὼν ἕκαστον ποιῇ τετράγωνον.*

Τετάχθω ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν, ἵνα ᾖ $\square^{o\varsigma}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *καὶ τῶν ζητουμένων, ὁ μὲν* $K^{Y}K\bar{\gamma}$, *ὁ δὲ* $K^{Y}K\bar{\eta}$,

---

1 $\square^{o\varsigma}$ . . ὁ $\overline{\lambda\vartheta}$ (2) suppl. *Ba.* 5 *λοιπὴ*] *τοῦ λοιποῦ Ba.* 6 $\overset{\circ}{M}$ *τινός*] *μονάδων τινῶν Ba.* 7 $\wedge\varsigma\varsigma\,\overline{\kappa\zeta}$ suppl. *Ba.* 8 *ἴσον* suppl. *Ba.* $\overset{\circ}{M}\zeta$ *Ba*, *ἀριθμῶν* $\bar{\zeta}$ AB. 9 *ἔσται* . . . $\bar{\varsigma}$ suppl. *Αωτία, ἡ ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πρώτου κύβου Ba.* 9/10 Denom. add. *Ba.* 11 *τῷ*] *τὸ* AB_1. 12/13 *τοσοῦτον* AB. 13 *ὑποτιθέμενον τῆς* $\bar{\gamma}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$ A, *ὑποτιθέμενον τῶν* $\bar{\gamma}\,\varsigma\,\bar{\alpha}$ B, om. *Ba.* 14 $\overset{\kappa\varepsilon}{\sigma\pi\vartheta}$] $\iota\alpha\,.\,\overline{\iota\delta}^{\kappa\varepsilon}$ *Ba*, $\bar{\beta}\,\delta^{/}$ AB. 15 ὁ om. A.

Si foret 39 ⟨quadratus, soluta esset quaestio, sed 39⟩ est summa trium cuborum plus 3. Oportebit igitur invenire tres cubos quorum summa plus 3 faciat □. Ponatur ergo radix primi $= x$, radix secundi $= 3 - x$, reliqua quotlibet unitatum; esto 1. Fit summa trium cuborum $9x^2 + 28 - 27x$. Addendo 3, fit

$$9x^2 + 31 - 27x = \square : \text{a radice } (3x - 7);$$

et fit

$$x = \frac{6}{5}.$$

Erit radix primi $\frac{6}{5}$, secundi $\frac{9}{5}$, reliqui 1.

Cubo ab unoquoque istorum addo 1 et revertor ad primitivum problema. Pono quaesitos in x^3 cum coefficientibus inventis, summa trium supposita esse x.

Restat ut summa trium aequetur x; sed est summa trium $\frac{289}{25}x^3$. Ista aequentur x. Fit $x = \frac{5}{17}$.

Ad positiones.

XVIII.

Invenire tres numeros quorum summa sit quadratus, et cubus a summa trium plus unoquoque ipsorum faciat quadratum. 21

Ponatur summa trium esse x^2, ut sit □; et tres numeri

$$3x^6, \quad 8x^6, \quad 15x^6.$$

$\bar{\varepsilon}^{\iota\zeta}$ *Ba*, $\overline{\Gamma}\,\overline{\beta}$ $\left(\frac{2}{3}\,?\right)$ AB. 18 τετραγώνῳ suppl. *Ba*. 19 κύβων AB$_1$.

ὁ δὲ $K^{Y}K\bar{\iota}\varepsilon$. καὶ συμβαίνει τὸν ἀπὸ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν τριῶν κύβον, προσλαβόντα ἕκαστον, ποιεῖν $\square^{ον}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. ἀλλὰ οἱ τρεῖς εἰσιν $K^{Y}K\overline{\kappa\varsigma}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· γίνονται $\Delta^{Y}\Delta\overline{\kappa\varsigma}$ ἴσαι $\mathring{M}\bar{\alpha}$.

Καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ $\square^{ος}$ πλευρὰν ἔχων $\square^{ον}$, ὥστε ἄρα καὶ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\kappa\varsigma}$ δεήσει εἶναι $\square^{ον}$ πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ον}$· γέγονε δὲ τὸ εἰρημένον πλῆθος τῶν $\Delta^{Y}\Delta$ ἔκ τινων τριῶν ἀριθμῶν ὧν ἕκαστος μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιεῖ $\square^{ον}$. ⟨ἀπῆκται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ἕκαστος μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιῇ $\square^{ον}$⟩, ἔτι δὲ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν τριῶν ἢ $\square^{ος}$ πλευρὰν ἔχων $\square^{ον}$.

Τετάχθω εἷς τῶν ζητουμένων $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha} \wedge \Delta^{Y}\bar{\beta}$, ὁ δὲ ἕτερος $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\beta}$, ὁ δὲ λοιπὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge$ ϛ $\bar{\beta}$, καὶ μένει ἕκαστος αὐτῶν μετὰ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ποιῶν $\square^{ον}$, ἔτι δὲ οἱ τρεῖς συντεθέντες ποιοῦσι $\square^{ον}$ ⟨πλευρὰν ἔχοντα $\square^{ον}$⟩, καὶ ἐν ἀορίστοις ϛ λέλυται τὸ ζητούμενον.

ὑποκείσθω οὖν ὁ ϛ $\mathring{M}\bar{\gamma}$· ἔσται ἄρα εἷς τῶν ζητουμένων $\mathring{M}\overline{\xi\gamma}$, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\iota\varepsilon}$, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ $\mathring{M}\bar{\gamma}$.

Ἀνατρέχομεν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν πάλιν τοὺς τρεῖς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, τῶν δὲ ζητουμένων ὃν μὲν $K^{Y}K\overline{\xi\gamma}$, ὃν δὲ $K^{Y}K\bar{\iota\varepsilon}$, ὃν δὲ $K^{Y}K\bar{\gamma}$.

λοιπόν ἐστι τοὺς τρεῖς ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ καὶ γίνονται $K^{Y}K\overline{\pi\alpha}$ ἴσοι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ γ^{χ}.

τὰ λοιπὰ δῆλα.

---

2 κύβων A. 4 εἰσὶ B. 6 τετράγωνον πλευρὰν ἔχον (ἔχουσαν B_1) τετράγωνον AB_1. ὥστε] ἔσται AB_1. καὶ om. *Ba*. 7 ἔχοντα] ἔχον B_1. 8 τὸ εἰρημένον] τῶν εἰρημένων *Ba*. 9 ἀπῆκται . . . $\square^{ον}$ (11) suppl, *Bu*. 14 λοιπὸς] λείψας AB_1. 15 $\mathring{M}$] Δ^{Y} AB_1. ποιεῖν *Ba*. 16 πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον suppl. *Ba*. 21 δν] δ AB_1 ὁ *Ba* (item bis 22) qui add. ἔσται post μὲν. 23 καὶ . . . $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ (24) om. B_1.

Evenit cubum a summa trium plus unoquoque ipsorum facere □. Restat ut summa trium aequetur x^2.

Sed est summa trium $26x^6$; ista aequentar x^2. Omnia per x^2. Fit

$$26x^4 = 1.$$

At est 1 □ cuius radix est □; oportebit ergo et $26x^4$ esse □ cuius radix sit □; sed praedictus coefficiens x^4 provenit ex summa trium numerorum quorum unusquisque plus 1 facit □; ⟨deducta est igitur quaestio ad inveniendum tres numeros quorum unusquisque plus 1 faciat quadratum⟩, et adhuc summa trium sit □ cuius radix sit □.

Ponatur quaesitorum

$$\text{unus} = x^4 - 2x^2, \quad \text{alter} = x^2 + 2x,$$
$$\text{reliquus} = x^2 - 2x.$$

Constat unumquemque plus 1 facere □, et summa trium facit □ cuius radix est □. Sic quaestio soluta est in indeterminato x.

Supponatur ergo $x = 3$; erunt quaesiti

$$1^{\text{us}} = 63, \quad 2^{\text{us}} = 15, \quad 3^{\text{us}} = 3.$$

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus rursus summam trium esse x^2 et quaesitos:

$$63x^6, \quad 15x^6, \quad 3x^6.$$

Restat ut summa trium aequetur x^2, et fit

$$81x^6 = x^2, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{3}.$$

Reliqua patent.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$· *γίνεται δὲ ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς* $K^{\text{Y}}K\ \overset{\nu\alpha\,.\,\eta\nu}{\alpha\,.\,\delta\nu}$· *ταῦτα ἴσα* $\Delta^{\text{Y}}\bar{\alpha}$. *καὶ πάντα [εἰς τὸ αὐτὸ μόριον καὶ] παρὰ* Δ^{Y}· *γίνεται* $\Delta^{\text{Y}}\Delta\ \overset{\nu\alpha\,.\,\eta\nu}{\alpha\,.\,\delta\nu}$ *ἴσ.* $\dot{M}\bar{\alpha}$. *καὶ ἡ πλευρὰ τῇ πλευρᾷ· γίνεται* $\Delta^{\text{Y}}\ \overset{\psi\kappa}{\rho\kappa}$ *ἴσ.* $\dot{M}\bar{\alpha}$.

καὶ ἔστιν ἡ $\dot{M}\ \square^{\text{ος}}$. *εἰ ἦν* $\square^{\text{ος}}$ *καὶ τὰ* $\Delta^{\text{Y}}\ \overset{\psi\kappa}{\rho\kappa}$, *λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· οὐκ ἔστιν δέ. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν τρία τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ἐκ τῶν τριῶν καθέτων αὐτῶν στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν βάσεων αὐτῶν στερεὸν ποιῇ* $\square^{\text{ον}}$.

πλευρὰν ἐχέτω τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων. καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ εἰρημένου ὀρθογωνίου, γενήσεται ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ἑνὸς τριγώνου ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῶν⟩ περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ἑτέρου τῶν τριγώνων.

καὶ ἐὰν τάξωμεν ἓν αὐτῶν $\bar{\gamma}$. $\bar{\delta}$. $\bar{\varepsilon}$, *καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια ὅπως ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ᾖ* $\iota\beta^{\pi\lambda.}$. *ὥστε καὶ ἐμβαδὸν ἐμβαδοῦ* $\iota\beta^{\pi\lambda.}$· *εἰ δὲ* $\iota\beta^{\pi\lambda.}$, *καὶ* $\gamma^{\pi\lambda.}$.

τοῦτο δὲ ῥᾴδιον καὶ ἔστιν ὅμοιον ⟨τὸ μὲν⟩ τῷ $\bar{\theta}$. $\bar{\mu}$. $\overline{\mu\alpha}$, *τὸ δὲ ἕτερον* $\bar{\eta}$. $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overline{\iota\zeta}$. *ἔχοντες οὖν τὰ τρία*

---

2 *τῶν* om. *Ba*. $\overline{\alpha\,.\,\delta\nu}$] *εἰς* . $\overline{\delta\nu}$ B_1. 3 *εἰς τὸ αὐτὸ μόριον καὶ* delenda videntur. 4 $\overline{\alpha\,.\,\delta\nu}$] *μία* . $\overline{\delta\nu}$ B_1. 5 $\overline{\rho\kappa}$] $\rho^{\text{ι}}$ AB_1. 6 *τὰ*] *αἱ* B_1. 7 *ἔστι* B_1. 8 *ὁ* om. A *Ba*. 10 *τὸν*] *τῶν* A. *ποιεῖ* AB_1. 11 *ἐχέτω* scripsi, *ἔχοντα* AB. 12 *παραλάβωμεν* A. 13 *εἰρημένου* scripsi, *εὑρημένου* AB.

14/15 *ἑνὸς τριγώνου*] $\bar{\alpha}$ $\bar{\delta}$ AB. 15 *τὸν Ba*, *τῆν* (sic) A, om.

Restat ut trium productus aequetur x^2; at fit trium productus $\frac{14400}{518400}x^6$. Aequetur x^2 et omnia per x^2:

$$\frac{14400}{518400}x^2 = 1,$$

et radix radici; fit

$$\frac{120}{720}x^2 = 1.$$

1 est □; si $\frac{120}{720}$ (coefficiens x^2) foret □, soluta esset quaestio. Quum non ita sit, deducitur ad inveniendum tria triangula rectangula quorum productus trium altitudinum in productum trium basium multiplicatus faciat □.

Radicem habeat ille □ productum laterum circa rectum (angulum) unius trianguli rectanguli; si omnia dividimus per productum laterum circa rectum dicti trianguli, fiet hic aequalis producto laterum circa rectum unius trianguli in productum laterum circa rectum alterius trianguli multiplicato.

Si ponimus unum triangulum: 3. 4. 5, deducitur quaestio ad inveniendum duo triangula rectangula ita ut productus laterum circa rectum (in uno) sit 12^{plus} producti laterum circa rectum (in altero), vel area unius 12^{pla} areae alterius. Sed loco 12^{plae} (rationis), 3^{plam} sumere possumus. Quaestio facilis est, et triangula sunt similia hisce:

9. 40. 41; 8. 15. 17.

B_1. ὑπὸ τῶν supplevi. 17 ἓν] ἑξ A. καὶ post.] χ AB, om. *Ba*. 19 $\overline{\iota\beta}^{\pi\lambda\iota}$] ἀριθμῶν $\overline{\iota\beta}$ AB. 21 τὸ μὲν supplevi. 22 $\overline{\vartheta}$] $\overline{o\vartheta}$ AB. $\overline{\eta}$. $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overline{\iota\zeta}$] $\overline{\varepsilon}$. $\overline{\iota\beta}$. $\overline{\iota\gamma}$ AB.

τρίγωνα ὀρθογώνια ἐρχόμεθα εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, τάσσομεν τῶν ζητουμένων τριῶν $\square^{\omega\nu}$, ὃν μὲν $\overset{\iota\varsigma}{\overline{\vartheta}}$, ὃν δὲ $\overset{\xi\delta}{\overline{\sigma\kappa\varepsilon}}$, ὃν δὲ $\overset{,\alpha\chi}{\overline{\pi\alpha}}$.

καὶ ἐὰν τὸν ἐκ τῶνδε στερεὸν ἰσώσωμεν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, γενήσεται ὁ ϛ ῥητός. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κβ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐκ τούτων στερεὸς λείψας ἕκαστον αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, καὶ πάλιν οἱ ζητούμενοι τρεῖς $\square^{\text{οι}}$ ἀπὸ τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων, ἑνὸς μὲν $\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, τοῦ δὲ ἑτέρου $\overset{\rho\xi\vartheta}{\overline{\kappa\varepsilon}}$, τοῦ δὲ $\overset{\sigma\pi\vartheta}{\overline{\xi\delta}}$. τάσσω αὐτοὺς ἐν Δ^{Y}, καὶ μένει ἡ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ λείψασα ἕκαστον αὐτῶν ποιοῦσα $\square^{\text{ον}}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· καὶ ἔστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς $K^{Y}K\bar{\beta}\,.\,\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}\,.\,\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$. καὶ πάντα παρὰ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$· γίνεται $\Delta^{Y}\Delta\bar{\beta}\,.\,\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}\,.\,\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$ ἴσ. $\mathring{M}\bar{\alpha}$.

Καὶ ἔστιν ἡ $\mathring{M}$ $\square^{\text{ος}}$ πλευρὰν ἔχουσα $\square^{\text{ον}}$· δεήσει ἄρα καὶ $\Delta^{Y}\Delta\bar{\beta}\,.\,\overline{,\varepsilon\chi}$ ἐν μορίῳ $\overline{\rho\kappa\beta}\,.\,\overline{,\alpha\kappa\varepsilon}$ εἶναι $\square^{\text{ον}}$ ⟨πλευρὰν ἔχοντα $\square^{\text{ον}}$⟩. καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τὰ τρία τρίγωνα ὀρθογώνια ὧν ὁ ἐκ τῶν καθ-

---

2 $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$] $\overline{\kappa\varepsilon}$ AB. 2/3 Denomin. addidi. 4 τῶνδε] τῶν $\bar{\delta}$ $\bar{\varepsilon}$ AB. 8 αὐτῶν om. B_1. 10 τρεῖς om. *Ba*. 12 λείψει ἑκάστου *Ba*. 15 $\bar{\beta}\,.\,,\varepsilon\chi$] $\varepsilon\,.\,,\varepsilon\chi$ AB_1. 20 πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον suppl. *Ba*. 21 τὰ om. *Ba*. ὧν scripsi, ὃς AB, ὅπως *Ba*.

Habentes igitur tria triangula invenienda, revertimur ad primitivum problema et ponimus quaesitos quadratos tres

$$\frac{9}{16}x^2, \quad \frac{225}{64}x^2, \quad \frac{81}{1600}x^2;$$

et si productum illorum aequamus x^2, fiet x rationalis.

Ad positiones.

XXII.

Invenire tres quadratos quorum trium productus 25
minus unoquoque ipsorum faciat quadratum.

Ponatur productus ipsorum esse x^2 et rursus quaesiti tres quadrati, a triangulis rectangulis sint

$$\frac{16}{25}, \quad \frac{25}{169}, \quad \frac{64}{289}.$$

Hos pono in x^2 et constat x^2, minus horum unoquoque, facere $\square$.

Restat ut trium productus aequetur x^2; at trium productus est $\frac{25600}{1221025}x^6$. Ista aequentur x^2 et omnia per x^2; fit

$$\frac{25600}{1221025}x^4 = 1.$$

At 1 est $\square$ cuius radix est $\square$; oportebit igitur $\frac{25600}{1221025}x^4$ esse $\square$ cuius radix sit $\square$. Rursus deducitur quaestio ad inveniendum tria triangula rectangula quorum altitudinum productus multiplicatus in productum

ἑτων στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ἐκ τῶν ὑποτεινουσῶν στερεὸν ποιεῖ □^{ον}.

Καὶ ἐὰν πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν τῆς ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ἑνὸς τῶν ὀρθογωνίων, δεήσει τὸν ὑποτεινούσης καὶ καθέτου τοῦ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου πολλαπλάσιον εἶναι κατὰ τὸν ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ὀρθογωνίου τινός. ἔστω τὸ ἓν τῶν ὀρθογώνιον $\bar{\gamma}$. $\bar{\delta}$. $\bar{\varepsilon}$. *ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν δύο τρίγωνα ὀρθογώνια, ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου τοῦ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ἧ* $\bar{\kappa}^{\pi\lambda.}$.

Εἰ δὲ $\bar{\kappa}^{\pi\lambda.}$, *καὶ* $\bar{\varepsilon}^{\pi\lambda.}$· *καὶ ἔστιν ῥᾴδιον ⟨ἐπὶ τῶν ἐμβαδῶν⟩ καὶ ἔστιν τὸ μὲν μεῖζον* $\bar{\varepsilon}$. $\overline{\iota\beta}$. $\overline{\iota\gamma}$, *τὸ δὲ ἔλαττον* $\bar{\gamma}$. $\bar{\delta}$. $\bar{\varepsilon}$· *ζητητέον οὖν ἀπὸ τούτων ἕτερα δύο, ὅπως ὁ ὑποτεινούσης καὶ καθέτου ἧ ⟨τοῦ μὲν⟩* $\dot{M}\bar{\varsigma}$, *⟨τοῦ δὲ* $\dot{M}\bar{\lambda}$*⟩.*

ἔστιν δὲ τοῦ μὲν μείζονος ἡ ὑποτείνουσα $\dot{M}\bar{\varsigma}\,\angle'$, *ἡ δὲ κάθετος* $\overline{\xi}^{\,\overline{\iota\gamma}}$. *τοῦ δὲ ἐλάσσονος ὁ μὲν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ* $\dot{M}\bar{\beta}\,\angle'$, *ὁ δ' ἐν τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν,* $\overline{\iota\beta}^{\,\overline{\varepsilon}}$.

---

2 *ποιῇ* Ba. □^{ον}] AB$_1$ add. *πλευρὰν ἔχοντα τετράγωνον.* 4 *ἑνὸς* om. AB$_1$. 5 *τὸν ὑποτεινούσης*] *τὸν ὑποτεινουσῶν* A, *τὸν ὑπὸ τῶν ὑποτεινουσῶν* B$_1$, *τοῦ ὑποτεινουσῶν* Ba. *καθέτου*] *κάθετον* ABa. 6 *πολλαπλάσιον εἶναι*] *πολλα* A, *πολλαπλασιασθέντα* B. 7 *ὀρθογώνου* ABa. 11 *εἰ*] *ἡ* AB$_1$. *ἔστι* B (item 12, 16). 11/12 *ἐπὶ τῶν ἐμβαδῶν* ex sensu supplevi. 14 *τοῦ μὲν . . . τοῦ δὲ* $\dot{M}\bar{\lambda}$ (15) supplevi. 16 *μείζων* B$_1$. 17 Denomin. addidi hic et infra in hoc problemate. 18 *περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν* scripsi, *ᾱ τῶν ὀρθογώνων* ABa, *πρώτῃ τῶν ὀρθογωνίων* B.

hypotenusarum faciat quadratum[1]); vel, si omnia dividimus per productum hypotenusae et altitudinis unius trianguli, oportebit productum hypotenusae et altitudinis (huius trianguli) esse multiplicem producti hypotenusae et altitudinis (in 2° triangulo) secundum productum hypotenusae et altitudinis cuiusdam (3^{i}) trianguli. Esto istud (3^{ium}) triangulum: 3. 4. 5. Deducitur igitur ad inveniendum duo triangula rectangula ita ut productus hypotenusae et altitudinis (in uno) sit 20^{plus} producti hypotenusae et altitudinis (in altero).

Sed loco 20^{plae} rationis, 5^{plam} sumere possumus, et ⟨quoad areas⟩ hoc facile est. Maius triangulum est: 5. 12. 13; minus: 3. 4. 5. Quaerendum est ab illis alia duo quorum producti hypotenusae et altitudinis sint: unius 6, ⟨alterius 30⟩.

Maioris trianguli hypotenusa est $6\frac{1}{2}$, altitudo $\frac{60}{13}$; minoris hypotenusa est $2\frac{1}{2}$, latus circa rectum $\frac{12}{5}$.

---

1) Sint tria triangula:

$$(a_1 \,.\, b_1 \,.\, c_1); \quad (a_2 \,.\, b_2 \,.\, c_2); \quad (a_3 \,.\, b_3 \,.\, c_3),$$

cum hypotenusis a_1, a_2, a_3. Quaeritur esse

$$a_1 b_1 \,.\, a_2 b_2 \,.\, a_3 b_3 = \square.$$

Ut in praecedenti, Diophantus supponit $\square = a_1{}^2 b_1{}^2$; utrimque dividendo per $a_1 b_1$, fit

$$a_1 b_1 = a_2 b_2 \,.\, a_3 b_3.$$

Eligit ad libitum triangulum $(a_3 \,.\, b_3 \,.\, c_3)$ esse $5 \,.\, 4 \,.\, 3$; vel potius reipsa $\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{3}{2}$. Ergo $a_1 b_1 = 5 a_2 b_2$. Deinde sumit auxiliaria triangula $(\alpha_1 \,.\, \beta_1 \,.\, \gamma_2)$, $(\alpha_2 \,.\, \beta_2 \,.\, \gamma_2)$, ita ut sit $\beta_1 \gamma_1 = 5 \beta_2 \gamma_2$. A quibus construit:

$$a_1 = \frac{\alpha_1}{2}, \quad b_1 = \frac{\beta_1 \gamma_1}{\alpha_1}, \quad a_2 = \frac{\alpha_2}{2}, \quad b_2 = \frac{\beta_2 \gamma_2}{\alpha_2}.$$

καὶ λαβόντες τὰ ἐλάχιστα τῶν ὁμοίων, ἀνατρέχομεν εἰς τὸ ἐξ ἀρχῆς, καὶ τάσσομεν τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *αὐτῶν δὲ τῶν* $\square^{\omega\nu}$, *ὃν μὲν* $\Delta^{Y}\overset{\kappa\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, *ὃν δὲ* $\Delta^{Y}\overset{\chi\kappa\varepsilon}{\overline{\varphi o\varsigma}}$, *ὃν δὲ* $\Delta^{Y}\overline{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$ *ἐν μορίῳ* $\overline{\beta\,.\,{}_{,}\eta\varphi\xi\alpha}$.

λοιπόν ἐστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ *καὶ πάντα παρὰ* Δ^{Y}· *καὶ ἡ* $\pi^{\lambda.}$ *τῇ* $\pi^{\lambda.}$· *καὶ εὑρίσκεται ὁ* $\varsigma\ \overset{\mu\eta}{\overline{\xi\varepsilon}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κγ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ἐξ αὐτῶν λειφθεὶς ἀπὸ ἑκάστου αὐτῶν ποιῇ τετράγωνον.

Τετάχθω πάλιν ὁ ἐξ αὐτῶν στερεὸς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *αὐτοὶ δ' ἀφ' οἱωνδήποτε τριῶν ὀρθογωνίων· καὶ πάλιν ἀπάγεται καὶ ἐνταῦθα εἰς τὰ ζητούμενα ἐν τῇ πρὸ ταύτης προτάσει.*

εἰ χρώμεθα οὖν καὶ ἐν ταύτῃ τοῖς αὐτοῖς ὀρθογωνίοις, καὶ τάσσομεν τῶν ζητουμένων $\square^{\omega\nu}$ *ὃν μὲν* $\Delta^{Y}\overset{\iota\varsigma}{\overline{\kappa\varepsilon}}$, *ὃν δὲ* $\Delta^{Y}\overset{\varphi o\varsigma}{\overline{\chi\kappa\varepsilon}}$, *ὃν δὲ* $\Delta^{Y}\overline{\beta\,.\,{}_{,}\eta\varphi\xi\alpha}^{\alpha\,.\,{}_{,}\delta\upsilon}$· *καὶ πάλιν μένει ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῶν* $\square^{o\nu}$.

λοιπόν ἐστι καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν στερεὸν ἰσῶσαι $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ὅθεν εὑρίσκεται ὁ* $\varsigma\ \overset{\xi\varepsilon}{\overline{\mu\eta}}$.

καὶ μένει.

---

1 *λαβόντα* AB_1. *εἰς* om. A. 3 *αὐτὸν δὲ τὸν τετράγωνον* AB_1. 4 *α . ,δυ*] *μίαν, δυνάμεως* B, *ᾱ Ba*. 6 *ἡ* om. *Ba*. 10 *αὐτῶν*] *Ba* add. *στερεὸς*. 16 *εἰ χρώμεθα*] *ἐχρώμεθα* B_1. 16/17 *ὀρθογώνοις* A*Ba*. 17 *τάσσωμεν* A*Ba*.

Sumendo minima similium, recurrimus ad primitivum problema et ponimus trium productum esse x^2, et quadratos ipsos:

$$\frac{16}{25}x^2, \quad \frac{576}{625}x^2, \quad \frac{14400}{28561}x^2.$$

Restat ut trium productus aequetur x^2, et omnia per x^2, et radix radici: invenietur $x = \frac{65}{48}$. Ad positiones.

XXIII.

Invenire tres quadratos quorum productus ab unoquoque subtractus faciat quadratum. 26

Ponatur rursus productus esse x^2, et ipsi a quibusvis triangulis rectangulis formentur; rursus hîc quoque deducitur res ad quaesita in praecedente propositione.

Si utimur iisdem triangulis rectangulis et ponimus quaesitos quadratos:

$$\frac{25}{16}x^2, \quad \frac{625}{576}x^2, \quad \frac{28561}{14400}x^2,$$

constat istorum trium productum, ab unoquoque subtractum, facere quadratum.

Restat ut trium productus aequetur x^2; unde invenitur $x = \frac{48}{65}$, et constat.

---

18 Denom. addidi (item 22). $\overline{\beta}$. $\overline{\text{ηφξα}}$] $\overline{\alpha}$. $\overline{\text{δψπδ}}$ A *Ba*, μιᾶς δψπδ B. 19 ἀρθὲν A. 21 ὑπ'] ἀπ' A *Ba*. 22 $\overline{\text{μη}}$] μείζων $\overline{\eta}$ AB.

κδ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν προσλαβὼν μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐπεὶ ζητῶ τὸν ὑπὸ $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$ *μετὰ* $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *πάντα ἐπὶ τὸν* $\gamma^{ον}$ *ὄντα* $\square^{ον}$· *ὥστε δεήσει τὸν ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$ ⟨*ἐπὶ τὸν* $\gamma^{ον}$⟩, *τουτέστι τὸν ἐκ τῶν τριῶν στερεόν, μετὰ τοῦ* $\gamma^{ου}$, *ποιεῖν* ⟨$\square^{ον}$⟩, *ὡς καὶ μετὰ τοῦ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* ⟨*τοῦ*⟩ $\beta^{ου}$. *τοῦτο γὰρ προεδείξαμεν· ὥστε ἐκεῖνοι οἱ ἀριθμοὶ ποιοῦσι καὶ τοῦτο τὸ ζήτημα.*

κε.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν λείψας μονάδα μίαν ποιῇ τετράγωνον.

πάντα ἐπὶ τὸν $\gamma^{ον}$· *ὥστε τὸ ὑπὸ* $\alpha^{ου}$ *καὶ* $\beta^{ου}$ *ἐπὶ τὸν* $\gamma^{ον}$, *τουτέστιν ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεός, λείψας τὸν* $\gamma^{ον}$, *ποιεῖ* $\square^{ον}$· *ὥστε καὶ ἑκάτερον τόν τε* $\alpha^{ον}$ *καὶ τὸν* $\beta^{ον}$ *λείψας ὁ ἐκ τῶν τριῶν στερεὸς ποιεῖ* $\square^{ον}$. *τοῦτο δὲ προδέδεικται· ἐκεῖνοι οὖν οἱ ἀριθμοὶ ποιοῦσι καὶ τοῦτο.*

κϛ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους ὅπως ὁ ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ἀφαιρεθεὶς ἀπὸ μονάδος μιᾶς ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν, ζητοῦντες τὸν ὑπὸ δύο ὁποιωνοῦν ἀρθέντα ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *ποιεῖν* $\square^{ον}$, *ἐὰν πάντα ποιήσωμεν ἐπὶ τὸν* $\gamma^{ον}$, *πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρεῖς ἀριθμούς, ὅπως ὁ*

---

6 *ἐπὶ τὸν τρίτον* suppl. *Ba*. *τουτέστιν ἐπὶ τὸν ἐκ* A, *τουτέστι τὸν ἐπὶ τῶν ἐκ* B_1. 7 $\square^{ον}$ suppl. *Ba*. 8 *τοῦ* supplevi. 12 *μονάδα*] *δύναμιν* AB_1. 13 *τὸ* A, *τὸν* B, *ὁ Ba*. 14 *τουτέστι* A*Ba*. *λήψας* AB_1 (item 16). 21 *ποιεῖ* A (item p. 378, 1, 10 bis, 12). 23 *ἐάν τε* B_1.

XXIV.

Invenire tres quadratos ita ut binorum quoı productus plus unitate faciat quadratum.

Quoniam quaero $\square_1 \times \square_2 + 1$ facere $\square$, in $\square_3$, quum quadratus sit. Oportebit igitur

$$\square_1 \times \square_2 \times \square_3$$

(hoc est trium productum), plus $\square_3$, facere $\square$. liter productus, vel plus $\square_1$, vel plus $\square_2$, fac Sed hoc iam supra monstravimus[1]); ita iidem : praesentem quoque quaestionem solvunt.

XXV.

Invenire tres quadratos ita ut binorum quc productus minus unitate faciat quadratum.

Omnia in $\square_3$: ita $\square_1 \times \square_2 \times \square_3$ (hoc es productus), minus $\square_3$, facit $\square$. Similiter triı ductus, minus sive $\square_1$ sive $\square_2$, facit $\square$. ſ supra monstratum est[2]); iidem igitur numeri p quaestioni satisfaciunt.

XXVI.

Invenire tres quadratos ita ut binorum qı productus ab unitate subtractus faciat quadr

Rursus, quoniam quaerimus binorum q productum ab unitate subtractum facere $\square$, multiplicamus in reliquum, deducitur quaest veniendum tres numeros (quadratos) ita ut tı

1) In problemate V, XXI.
2) In problemate V, XXII.

ἐξ αὐτῶν στερεὸς ἀρθεὶς ἀπὸ ἑκάστου ποιῇ □ᵒᵛ. τοῦτο δὲ προεδείξαμεν.

κζ.

Δοθέντι ἀριθμῷ προσευρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι οἱ τετράγωνοι καὶ προσλαβόντες τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\epsilon}$.

Καὶ ἔστω εἷς τῶν ζητουμένων $\overset{\circ}{M}\overline{\theta}$. ζητητέον οὖν ἑτέρους δύο, ὅπως ἑκάτερος μὲν αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ποιῇ □ᵒᵛ, συναμφότερος δὲ μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\epsilon}$ ποιῇ □ᵒᵛ.

δεῖ οὖν ζητεῖν δύο □ᵒᵘˢ ὅπως ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ποιῇ □ᵒᵛ. λαμβάνομεν τοὺς μετροῦντας $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ καὶ τριγώνου ὀρθογωνίου π^{λ} τὰς περὶ τὴν ὀρθήν.

⟨ἔστω κατὰ $\varsigma^{\chi}\overline{\delta}$ ὁ ἀντικείμενος $\varsigma\overline{\varsigma}$· συναμφοτέρου τὸ $\llcorner'$ γίνεται $\varsigma^{\chi}\overline{\beta}$ καὶ $\varsigma\overline{\gamma}$· πάλιν⟩ ἔστω κατὰ $\varsigma^{\chi}\overline{\gamma}$ ὁ ἀντικείμενος $\varsigma\overline{\eta}$· συναμφοτέρου τὸ $\llcorner'$ γίνεται $\varsigma^{\chi}\overline{\alpha}\llcorner'$ καὶ $\varsigma\overline{\delta}$.

ἔστω ἡ τοῦ ἑνὸς πλευρὰ ἀπὸ διαφορᾶς $\varsigma^{\chi}\overline{\beta}$ καὶ $\varsigma\overline{\gamma}$, ⟨ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἀπὸ διαφορᾶς $\varsigma^{\chi}\overline{\alpha}\llcorner'$ καὶ $\varsigma\overline{\delta}$⟩. καὶ μένει ἑκάτερος αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ποιῶν □ᵒᵛ.

---

1 ποιεῖν B_1. 2 προδέδεικται B_1. 4 τρεῖς] B_1 add. ἀριθμοὺς. 6 ποιῇ A. 7 $\overline{\iota\epsilon}$] $\overline{\iota\beta}$ A. 8 τῶν om. *Ba*. 10 συναμφότερος . . . . □ᵒᵛ om. B_1. 11 ἑκάτερος] AB_1 add. μὲν. 14/15 ἔστω . . . πάλιν suppl. *Ba*. 16 συναμφότερος AB_1. 18 διαφορῶν B_1. 19 ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου πλευρὰ ἀπὸ . . . . ἀριθμῶν $\overline{\delta}$ suppl. *Ba*.

ductus ab unoquoque subtractus faciat □. Sed hoc supra monstravimus.[1])

XXVII.

Dato numero adinvenire tres quadratos ita ut binorum quorumvis summa plus dato numero faciat quadratum. 30

Esto datus 15.

Sit unus quaesitorum 9. Quaerendi igitur sunt alii duo ita ut ipsorum uterque plus 24 faciat □, et summa amborum plus 15 faciat □.

Oportet igitur quaerere duos quadratos ita ut ipsorum uterque plus 24 faciat □. Sumimus dividentes 24 et trianguli rectanguli latera circa rectum.[2])

⟨Sit secundum $\frac{4}{x}$ oppositus $6x$; dimidia summa fit $\frac{2}{x} + 3x$.⟩

Sit secundum $\frac{3}{x}$ oppositus $8x$, dimidia summa fit

$$\frac{1\frac{1}{2}}{x} + 4x.$$

Sit unius quadrati radix differentia $\frac{2}{x} - 3x$, alterius differentia $\frac{1\frac{1}{2}}{x} - 4x$. Constat utrumque plus 24 facere □.

1) In problemate V, XXIII.

2) Unum latus supponitur esse 24; alterum $\frac{1}{2}\left(p - \frac{24}{p}\right)$; hypotenusa erit $\frac{1}{2}\left(p + \frac{24}{p}\right)$.

λοιπόν ἐστι καὶ συναμφότερον μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varepsilon}$ ποιεῖν $\square^{ον}$. γίνεται δὲ $\Delta^{Y}\chi\overline{\varsigma}\,\delta^{\chi}\,\Delta^{Y}\overline{\kappa\varepsilon}\wedge\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$ ἴσ. $\square^{ω}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\kappa\varepsilon}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\varsigma^{ων}\overline{\varepsilon}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κη.

Δοθέντι ἀριθμῷ προσευρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως σὺν δύο λαμβανόμενοι καὶ λείψαντες τὸν δοθέντα ποιῶσι τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$.

Τετάχθω πάλιν εἷς τῶν ζητουμένων $\square^{ων}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$· ⟨ζητητέον οὖν ἑτέρους δύο, ὅπως⟩ ἑκάτερος μὲν αὐτῶν μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ποιῇ $\square^{ον}$, συναμφότερος δὲ $\wedge\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$ ποιῇ $\square^{ον}$.

πάλιν λαμβάνομεν τὴν μέτρησιν κατὰ ϛ $\overline{\gamma}$ καὶ ϛ$^{\chi}$ $\overline{\delta}$. γίνεται ἡ μὲν τοῦ $\alpha^{ου}$ $\pi^{λ}$ ἀπὸ διαφορᾶς ϛ $\overline{\alpha}\,\llcorner'$ καὶ ϛ$^{\chi}$ $\overline{\beta}$, ἡ δὲ τοῦ ἑτέρου ἀπὸ διαφορᾶς ϛ $\overline{\beta}$ καὶ ϛ$^{\chi}$ $\overline{\alpha}\,\llcorner'$, καὶ μένει ὁ ἀπὸ ἑκατέρου $\square^{ος}$ μετὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ποιῶν $\square^{ον}$.

λοιπόν ἐστι συναμφότερον $\wedge\overset{\circ}{M}\overline{\iota\gamma}$ ποιεῖν $\square^{ον}$· γίνεται δὲ $\Delta^{Y}\chi\overline{\varsigma}\,\delta^{\chi}\,\Delta^{Y}\overline{\varsigma}\,\delta^{\chi}\wedge\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$ ἴσ. $\square^{ω}$· ἔστω ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}\,\delta^{\chi}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\overline{\beta}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

κθ.

Εὑρεῖν τρεῖς τετραγώνους, ὅπως ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῇ τετράγωνον.

---

1 συναμφοτέρους *Ba*. 2 δ^{χ}] *Ba* add. καὶ $\Delta^{Y}\overline{\kappa\varepsilon}\wedge\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$. Δ^{Y} alt.] AB add. ἄρα. $\overline{\kappa\varepsilon}$ prius] *Ba* add. καὶ δυναμοστὸν $\overline{\varsigma}\,\overline{\alpha}^{\delta}$. ἴσ. post.] ἔστω *Ba*. 3 $\overset{\circ}{M}\varsigma^{ων}\overline{\varepsilon}$] $\overset{\circ}{\mu}\,\overline{\varsigma}\,\varepsilon$ A, μονάδες $\varepsilon'^{ον}$ B, $\overline{\varepsilon}^{\varsigma}$ *Ba*. 9 $\overline{\iota\gamma}$] $\overline{\iota\beta}$ AB$_1$. 11 ζητητέον . . . ὅπως suppl. *Ba*. 12 ποιῇ] ποιεῖν A, ποιεῖ B$_1$ (item 13). $\overline{\iota\gamma}$] $\overline{\iota\varsigma}$ AB$_1$. 14 ς^{χ}] ιτὰ A, ἀριθμῶν τὰ B, om. *Ba*. 15 $\llcorner'$ om. AB$_1$. 16 διαφορᾶς om. B$_1$. 17 $\overline{\iota\beta}$] $\overline{\beta}$ AB$_1$. 18 συναμφοτέρους *Ba*. 19 $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}\,\delta^{\chi}$ om. AB$_1$.

Restat ut summa amborum (quadratorum) plus 15 faciat □. Fit

$$\frac{6\frac{1}{4}}{x^2} + 25x^2 - 9 = \square : \text{esto } 25x^2,$$

unde

$$x = \frac{5}{6}.$$

Ad positiones.

XXVIII.

Dato numero adinvenire tres quadratos ita ut bi- 3
norum quorumvis summa minus dato faciat quadratum.

Esto datus 13.

Ponatur rursus unus quaesitorum quadratorum esse 25. ⟨Quaerendi sunt alii duo ita ut⟩ ipsorum uterque plus 12 faciat □, et summa minus 13 faciat □.

Rursus sumimus divisores $3x$ et $\frac{4}{x}$. Fit primi radix ex differentia $1\frac{1}{2}x - \frac{2}{x}$, alterius radix ex differentia $2x - \frac{1\frac{1}{2}}{x}$. Utriusque quadratum plus 12 constat facere □. Restat ut summa amborum quadratorum minus 13 faciat □. Fit

$$\frac{6\frac{1}{4}}{x^2} + 6\tfrac{1}{4}x^2 - 25 = \square \ : \text{esto } \frac{6\frac{1}{4}}{x^2};$$

unde

$$x = 2.$$

Ad positiones.

XXIX.

Invenire tres quadratos ita ut summa quadratorum ab ipsis faciat quadratum.

Τετάχθω δὴ τῶν ζητουμένων ὁ μὲν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ὁ δὲ* $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *ὁ δὲ* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *καὶ γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν* $\square^{\omega\nu}$, $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\ \overline{\llcorner\iota}\zeta$ *ἴσ.* $\square^{\varphi\cdot}$ *τῷ ἀπὸ* $\pi^{\lambda\cdot}$ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\wedge\overset{\circ}{M}\bar{\iota}\cdot$ *καὶ γίνονται λοιπαὶ* $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$ *ἴσαι* $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$.

Καὶ εἰ ἦν ἑκάτερος $\square^{o\varsigma}$, *λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν δύο* $\square^{ous}$ *καὶ ἀριθμόν τινα ⟨ὅπως⟩ ὁ ἀπ' αὐτοῦ* $\square^{o\varsigma}$ *λείψας τοὺς ἀπὸ τῶν ζητουμένων* $\square^{ous}$ *ποιῇ ⟨ἀριθμόν⟩ τινα, ὃς πρὸς τὸν διπλάσιον τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοῦ λόγον ἔχει ὃν* $\square^{o\varsigma}$ *ἀριθμὸς πρὸς* $\square^{o\nu}$ *ἀριθμόν.*

Τετάχθωσαν οἱ ζητούμενοι $\square^{oi}$, *ὃς μὲν* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ὃς δὲ* $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *⟨ὁ δὲ τυχὼν ἀριθμὸς* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$*⟩· καὶ ⟨ὁ⟩ ἀπὸ τούτου* $\square^{o\varsigma}$, *ἐὰν λείψῃ τοὺς ἀπ' αὐτῶν* $\square^{ous}$, *καταλείπει* $\Delta^{Y}\bar{\eta}$. *θέλομεν ταῦτα πρὸς τὸν δὶς* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *τουτέστιν πρὸς* $\Delta^{Y}\bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\eta}$, *λόγον ἔχειν ὃν* $\square^{o\varsigma}$ *πρὸς* $\square^{o\nu}$. *καὶ πάντων τὸ* $\llcorner'$, *ὥστε καὶ* $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ *πρὸς* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ *λόγον ἔχειν ὃν* $\square^{o\varsigma}$ *ἀριθμὸς πρὸς* $\square^{o\nu}$.

Καί εἰσιν αἱ $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ $\square^{o\varsigma}$, *ὥστε καὶ* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ *ἴσ.* $\square^{\varphi\cdot}$ *τῷ ἀπὸ* $\pi^{\lambda\cdot}$ $\varsigma\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}\cdot$ *ὅθεν ὁ* $\varsigma\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}\ \llcorner'$. *ἔσται τῶν ζητουμένων* $\square^{\omega\nu}$, *ὁ μὲν* $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}\,\delta^{\chi}$, *ὁ δὲ* $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, *ὁ δὲ τυχὼν* $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}\,\delta^{\chi}$. *καὶ πάντα* $\delta^{\chi\iota\varsigma\cdot}$ *γίνεται ὁ μὲν* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *ὁ δὲ* $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varsigma}$, *ὁ δὲ τυχὼν* $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$.

Ἀνατρέχομεν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς καὶ τάσσομεν τῶν τριῶν $\square^{\omega\nu}$, *ὃν μὲν* $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$, *ὃν δὲ* $\overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$, *ὃν δὲ* $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varsigma}$. *καὶ*

— — — — —

2 $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$] *δυνάμεων* $\bar{\delta}$ AB_1. 3 $\overline{\llcorner\iota}\zeta$] $\overline{\kappa\zeta}$ B_1. 4 $\Delta^{Y}\bar{\kappa}$] *μονάδες* $\bar{\kappa}$ B_1. 5 *ἑκάτερος*] *ὁ ὑπ' αὐτῶν* *Ba*. 7 *ὅπως* suppl. *Ba*. *αὐτοῦ*] *αὐτῶν* AB_1. *λήψας* AB_1. 8 *τετραγώνων* AB_1. *ποιεῖ* A. *ἀριθμόν* suppl. *Ba*. 9 *ἔχῃ* *Ba*. 10 *ἀριθμὸς* et *ἀριθμὸν* om. B_1. 12 *καὶ ὁ τυχὼν ἀριθμὸς* $\Delta^{Y}\bar{\delta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ suppl. *Ba*. *ὁ* supplevi. 13 *λήψει* A. 13/14 *καταλίπῃ* AB_1. 15 *τουτέστι* B. $\square^{o\varsigma}$] *Ba* add. *ἀριθμὸς*. 16 $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$] *ἀριθμοὺς* $\bar{\delta}$ A. 17 *ἀριθμὸς* om. B_1. 18 $\square^{o\varsigma}$] *τετράγωνοι*

Ponantur quaesiti: x^2, 4, 9. Fit summa quadratorum ab ipsis $x^4 + 97$. Aeq. $\square$ a radice $(x^2 - 10)$. Remanet

$$20x^2 = 3.$$

Si uterque coefficiens quadratus foret, soluta esset quaestio; sic deducitur ad inveniendum duos quadratos et quendam numerum ita ut quadratus ab ipso, minus summa quadratorum a quaesitis, faciat numerum qui ad duplum primi rationem habeat quadrati numeri ad quadratum numerum.[1])

Ponantur quaesiti quadrati esse x^2 et 4, et numerus eligendus $x^2 + 4$, cuius quadratus, minus summa quadratorum a quaesitis, linquit $8x^2$. Ista volumus ad $2 \times (x^2 + 4)$, hoc est ad $(2x^2 + 8)$, rationem habere quadrati ad quadratum. Omnium dimidium; $4x^2$ ad $x^2 + 4$ rationem habere debent quadrati ad quadratum.

Sed $4x^2$ est $\square$; ergo $x^2 + 4$ aequentur $\square$ a radice $(x + 1)$. Unde $x = 1\frac{1}{2}$. Erunt quaesiti quadrati $2\frac{1}{4}$ et 4, numerusque eligendus $6\frac{1}{4}$. Omnia in 4. Fiunt quadrati 9 et 16, numerusque eligendus 25.

Recurrimus ad primitivum problema et ponimus tres quadratos: x^2, 9, 16; fit summa quadratorum ab

1) Hoc est: positum est

$$x^4 + a^4 + b^4 = (x^2 - y)^2.$$

Quaerendi sunt a^2, b^2 et y ita ut

$$\frac{y^2 - a^4 - b^4}{2y} = \square.$$

A. 21 $\overline{\varsigma}\ \delta^{\chi}$] $\overline{\kappa\epsilon}^{\delta}$ *Ba.* τετράκι A *Ba.* 23 τάσσωμεν sic A.

γίνεται ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν $\square^{\omega\nu}$ $\Delta^{Y}\Delta\,\bar{\alpha}$ $\mathring{M}\overline{\tau\lambda\zeta}$· ταῦτα [τὰ] ἴσα $\square^{\varphi}$ τῷ ἀπὸ π^{λ}· $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\pitchfork\,\mathring{M}\bar{\kappa}\bar{\varepsilon}$. ὅθεν ὁ ϛ $\mathring{M}\overset{\varepsilon}{\bar{\iota}}\beta$.

τὰ λοιπὰ δῆλα.

λ.

Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χοέας τις ἔμιξε
τοῖς ὁμοπλοῖσι ποιεῖν χρήστ' ἐπιταττόμενος,
καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενον μονάδας
καὶ ποιοῦντα πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετράγωνον
κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοέων·
ὥστε διάστειλον τοὺς ὀκταδράχμους πόσοι ἦσαν,
καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

Τὸ σημαινόμενον διὰ τοῦ ἐπιγράμματός ἐστι τοιοῦτον.

Ἠγόρασέν τις δύο ἑνῆ οἴνου, ἐκ μὲν τοῦ ἑνὸς τὸν χοέα δραχμῶν $\bar{\eta}$, ἐκ δὲ τοῦ ἑνὸς τὸν χοέα δραχμῶν $\bar{\varepsilon}$, καὶ ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τιμὴν τετράγωνον ἀριθμόν, ὃς πρὸς $\mathring{M}\bar{\xi}$ ἐποίει τετράγωνον πλευρὰν ἔχοντα τὸ πλῆθος τῶν χοέων· διάστειλον τοὺς ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους.

Ἔστω τὸ πλῆθος τῶν χοέων ϛ $\bar{\alpha}$, ὥστε ἡ τιμὴ γενήσεται $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\pitchfork\,\mathring{M}\bar{\xi}$. λοιπὸν δεῖ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\pitchfork\,\mathring{M}\bar{\xi}$ ποιεῖν ἴσ. $\square^{\varphi}$ καὶ δεῖ τάσσειν τὴν τοῦ $\square^{ου}$ π^{λ}· ἀπὸ ϛ $\bar{\alpha}$ λείψαντος $\mathring{M}$ ὁσανδήποτε.

ἀλλὰ ἐπεὶ ἡ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\pitchfork\,\mathring{M}\bar{\xi}$ σύγκειται ἐκ δύο τινῶν ἀριθμῶν, τῆς τιμῆς τῶν ὀκταδράχμων καὶ τῆς τιμῆς

---

2 $\overline{\tau\lambda\zeta}$] τμζ AB_1. τὰ om. B. 6 χοάς AB_1. 7 ὁμοπλοῖσι scripsi, ὁμολοῖς A, ὀβολοῖς B, προπολοῖς *Vieta*, προπολοῖσι

ipsis $x^4 + 337$. Ista aequentur □ a radice $(x^2 - 25)$; unde

$$x = \frac{12}{5}.$$

Ad positiones.

XXX.

'Octo drachmarum et quinque drachmarum congios 33
miscuit aliquis, navigationis sociis utilia facere iussus. Pro omnium pretio solvit numerum quadratum qui, propositas accipiens unitates, tibi rursus dabit alium quadratum, cuius radix est summa congiorum. Ergo distingue, puer, et dic quot erant congii octo drachmarum et rursus quot drachmarum quinque.'

Huius epigrammatis significatio talis est:

Quidam vinum emit duarum qualitatum; unius constat congius 8 drachmis, alterius 5 drachmis. Pro totius vini pretio solvit numerum quadratum qui, plus 60, fecit quadratum cuius radix est congiorum quantitas; distingue congios $8^{dr.}$ et congios $5^{dr.}$.

Sit congiorum quantitas $= x$; pretium erit $x^2 - 60$. Reliquum oportet facere $x^2 - 60 = \square$, et formare $\square^1$ radicem ab x minus quolibet unitatum numero.

Sed $x^2 - 60$ est summa duorum numerorum, scilicet pretii congiorum $8^{dr.}$ et pretii congiorum $5^{dr.}$.

Ba. ποιεῖν AB, ποεῖν *Ba.* χρήστ' ἐπιταττόμενος scripsi, χρηστὸν ἐπιτεταγμένος AB, χρῆστ' ἀποταξάμενος *Ba.* 9 δεξάμενος AB_1. 10 τετραγώνων AB_1. 11 κτησάμενον] δεξάμενον B_1. 12 πόσοι ἦσαν *Ba*, ποίησον A, om. B. 13 πάλιν AB_1. 14 σημαῖνον AB. 16 ἡγόρασε B. ἑνῇ A, ἑνῇ B. 20 διαστείλας AB_1. 23 ποιεῖ A. 24 ᾱ om. AB_1. 26 λήψασα A*Ba*, λείψασα B.

τῶν πενταδράχμων, ⟨καὶ τὸ ε^ον τῆς τιμῆς τῶν πενταδράχμων⟩ ποιεῖ τὸ πλῆθος ⟨τῶν⟩ πενταδράχμων, τὸ δὲ η^ον τῆς τιμῆς τῶν ὀκταδράχμων ποιεῖ τὸ πλῆθος τῶν ὀκταδράχμων, καὶ ἐπεὶ τὸ πλῆθος τῶν χοέων συν-
5 τεθέντα ποιεῖ ϛ ᾱ, γέγονεν οὖν τινα τὸν ὄντα Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, ὅπως τὸ τοῦ ἑνὸς ε^ον καὶ τὸ τοῦ ἑτέρου η^ον ποιῇ ϛ ᾱ.

Καὶ τοῦτο δὲ οὐ πάντοτε δύναμαι, εἰ μὴ κατεσκευάσθη ὁ ϛ μείζων μὲν τοῦ η^ου Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄, ἐλάσ-
10 σων δὲ τοῦ ε^ου Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄. ἔστω Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄ μείζων ϛ ε̄, ἐλάσσων δὲ ϛ η̄.

ἐπεὶ οὖν Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄ μείζων ἐστὶν ϛ ε̄, κοιναὶ προσκείσθωσαν M̊ ξ̄, ὥστε καὶ Δ^Υ ᾱ μείζων ἐστὶν ϛ ε̄ M̊ ξ̄. ὥστε καὶ Δ^Υ ᾱ ⟨ἴσ.⟩ ϛ ε̄ καὶ ἀριθμῷ τινι μείζονι M̊ ξ̄·
15 ὥστε δεήσει τὸν ϛ μὴ εἶναι ἐλάσσονα M̊ ιᾱ.

πάλιν ἐπεὶ ἡ Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄ ἐλάσσων ἐστὶν ϛ η̄, κοιναὶ προσκείσθωσαν M̊ ξ̄· ὥστε Δ^Υ ᾱ ἴση ἐστὶν ϛ η̄ καὶ ἀριθμῷ τινι ἐλάττονι M̊ ξ̄· ὅθεν δεῖ τὸν ϛ εὑρίσκεσθαι μὴ μείζονα M̊ ιβ̄· ἐδείχθη δὲ καὶ μὴ ἐλάττων M̊ ιᾱ·
20 ὥστε δεήσει τὸν ϛ εὑρεῖν μὲν μείζονα M̊ ιᾱ, ἐλάσσονα δὲ M̊ ιβ̄.

ἐὰν δὲ ζητῶμεν Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ξ̄ ἴσ. ⟨□^ῳ⟩, πλάσσομεν τὴν τοῦ □^ου π^λ· ἀπὸ ϛ ᾱ λείψαντος M̊ τινάς, καὶ γίνεται ὁ ϛ ἔκ τινος ἀριθμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν γενομένου καὶ
25 προσλαβόντος M̊ ξ̄ καὶ παραβληθέντος παρὰ τὸν β^πλ.

1/2 καὶ . . . . πενταδράχμων suppl. *Ba*. 2 τῶν suppl. *Ba*. 4 ἐπεὶ] ἐπὶ AB$_1$. 4/5 συντεθέντων *Ba*. 5 τινα om. *Ba*. ὄντα om. *Ba*. 7 ποιεῖ AB$_1$. 8 δυνάμει AB$_1$. 8/9 κατασκευάσθη *Ba*. 10 ἔστω] ἔσται ἄρα *Ba*. μείζων] μονάδες AB$_1$. 14 ἴσ.] ἴση ἐστὶν *Ba*, om. AB. 15 μὴ εἶναι ἐλάσσονα scripsi, δεῖ μεῖζον ἐστὶν ἐλάσσων AB, μείζονα εἶναι ἢ μὴ ἐλάσσονα *Ba*. 16 ἐστὶ B$_1$. 19 ιβ̄ *Ba*, ιγ̄ AB (item 21,

Et $\frac{1}{5}$ pretii congiorum $5^{dr.}$ facit quantitatem congiorum $5^{dr.}$; $\frac{1}{8}$ pretii congiorum $8^{dr.}$ facit quantitatem congiorum $8^{dr.}$.

Denique, quia tota quantitas congiorum facit x, partiendus est $x^2 - 60$ in duos numeros tales ut $\frac{1}{5}$ unius plus $\frac{1}{8}$ alterius faciat x.

At hoc ubique non possum facere, nisi construatur x maior quam $\frac{1}{8}(x^2 - 60)$ et minor quam $\frac{1}{5}(x^2 - 60)$. Esto

$$5x < x^2 - 60 < 8x.$$

Quoniam $x^2 - 60 > 5x$, utrimque addantur 60. Fiet $x^2 > 5x + 60$ vel x^2 aeq. $5x$ plus numero maiore quam 60. Ergo oportebit x non esse minorem quam 11.

Rursus quoniam $x^2 - 60 < 8x$, utrimque addantur 60. Fiet x^2 aeq. $8x$ plus numero minore quam 60: unde oportet inveniri x haud maiorem quam 12.[1]) Sed monstratus est haud minor quam 11. Ergo oportebit invenire

$$11 < x < 12.$$

Si quaerimus: $x^2 - 60 = \square$, formamus $\square^1$ radicem ab x minus quodam unitatum numero, et x provenit ex illo quodam numero, cuius productus in seipsum, auctus 60 unitatibus, dividitur per duplum ipsius nu-

1) Numerum 13 hîc et infra loco 12, ex errore calculi, codices praebent.

p. 388, 4, 7). ἔλαττον A, ἐλάττονα B_1. 20 μείζονα μὲν *Ba*. 22 τετραγώνῳ suppl. *Ba*. πλάττομεν B_1. 25 παραβληθεὶς AB_1. τὸν διπλασίονα *Ba*, τὸν Δ^{Y} ϊ A, τὸ δυνάμεις B.

αὐτοῦ· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμόν, ὅπως ὁ ἀπ' αὐτοῦ □ος προσλαβὼν Μ̊ξ̄ καὶ παραβληθεὶς παρὰ τὸν βπλ. αὐτοῦ, τὴν παραβολὴν ποιῇ μείζονα μὲν Μ̊ια̅, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ιβ̅.

5 [καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν ζητούμενον ς ᾱ, δεῖ Δ^Υ ᾱ Μ̊ξ̄ μερίζοντα παρὰ ς β̄ τὴν παραβολὴν ποιεῖν μείζονα μὲν Μ̊ια̅, ἐλάσσονα δὲ Μ̊ιβ̅] καὶ ἂν τάξωμεν τὸν ζητούμενον ἀριθμὸν ς ᾱ, δεῖ οὖν Δ^Υ ᾱ Μ̊ξ̄ μερίζοντα παρὰ ς β̄ [παραβολὴν] ποιεῖν μείζονα μὲν Μ̊ια̅, ὥστε Δ^Υ ᾱ Μ̊ξ̄
10 μείζονες ὀφείλουσιν εἶναι ς κβ̅· ὥστε ς κβ̅ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ ᾱ καὶ ἀριθμῷ τινι ἐλάσσονι Μ̊ξ̄· ὥστε ὁ ς οὐκ ὀφείλει εἶναι ἐλάσσων Μ̊ιθ̅.

πάλιν δεῖ Δ^Υ ᾱ Μ̊ξ̄ μερίζοντα παρὰ ς β̄ [τὸν ς] εὑρεῖν ἐλάσσονα Μ̊ιβ̅· ὥστε Δ^Υ ᾱ Μ̊ξ̄ ἐλάσσους εἰσὶν
15 ς κδ̅· ς ἄρα κδ̅ ἴσοι εἰσὶν Δ^Υ ᾱ καὶ ἀριθμῷ τινι μείζονι Μ̊ξ̄· ὅθεν ὁ ς ὀφείλει ἐλάσσων εἶναι Μ̊κα̅, ἀλλὰ καὶ μείζων Μ̊ιθ̅· ἔστω Μ̊κ̅.

ὥστε δεῖ Δ^Υ ᾱ ∧ Μ̊ξ̄ ἴσ. □^ῳ ποιοῦντα, τάσσειν τὴν τοῦ □^ου π^λ· ἀπὸ ς ᾱ ∧ Μ̊κ̅· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ς Μ̊ια̅ ∠′,
20 ὁ □ος ρλβ̅ δ^χ.

αἷρω Μ̊ξ̄· λοιπαὶ Μ̊οβ̅ δ^χ. δεῖ οὖν τὰς Μ̊οβ̅ δ^χ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως τὸ τοῦ α^ου ε^ον μετὰ τοῦ τοῦ β^ου ⟨η^ου⟩ ποιῇ Μ̊ια δ^χ. ἔστω τὸ τοῦ α^ου ε^ον μέρος ς ᾱ· τὸ ἄρα τοῦ β^ου η^ον ἔσται Μ̊ια̅ ∠′ ∧ ς ᾱ· αὐτοὶ ἄρα

---

3 ποιεῖ AB. 4 ἐλάττ. B_1 (item 7, 12). 5 καὶ ἐὰν . . . Μ̊ιβ̅ (7) interpolatori tribuo. 6 μερίζοντας *Ba*, μερίζοντες AB. 7 καὶ ἂν . . . . ς ᾱ (8) om. *Ba*. ἂν] ἐὰν B. 8 μερίζοντας *Ba* (item 13). 9 παραβολὴν *Ba*, παραβληθ AB, delendum censeo. μὲν om. *Ba*. 10 μείζων A*Ba*. 11 ἀριθμῷ τινι *Ba*, ὁ τὴν AB. ἐλάσσονα μονάδα AB_1. ὥστε *Ba*, ἔσται AB. ὁ om. B_1. 12 ἔλασσον A. 13 τὸν ς delendum censeo. 14 ιβ̅ *Ba*, π̅ (hoc est ιγ̅) AB. 15 κδ̅ *Ba*, κ̅ prius, κς̅ post. AB. 16 κα̅ *Ba*, κς̅ AB. 17 ἔστω Μ̊κ̅]

meri. Deducitur res ad inveniendum quendam numerum cuius quadratus plus 60, divisus per duplum ipsius numeri, quotientem faciat maiorem quam 11 et minorem quam 12.

Si quaesitum numerum ponimus esse x, oportet $(x^2 + 60)$, divisum per $2x$, quotientem facere maiorem quam 11. Ergo debet esse $x^2 + 60 > 22x$; vel $22x$ aequantur x^2 plus numero minore quam 60. Ergo x non debet esse minor quam 19.

Rursus oportet $(x^2 + 60)$, divisum per $2x$, quotientem facere minorem quam 12. Ergo debet esse $x^2 + 60 < 24x$, vel $24x$ aequantur x^2 plus numero maiore quam 60. Ergo x debet esse minor quam 21.[1]) Sed maior est quam 19; esto $x = 20$.

Ita, aequando $x^2 - 60 = \square$, oportet ponere $\square^1$ radicem $= x - 20$. Et invenitur

$$x = 11\tfrac{1}{2}, \quad x^2 = 132\tfrac{1}{4}.$$

Subtraho 60; remanet $72\frac{1}{4}$. Oportet igitur partiri $72\frac{1}{4}$ in duos numeros tales ut

$$\frac{1}{5} X_1 + \frac{1}{8} X_2 = 11\tfrac{1}{2}.$$

Sit

$$\frac{1}{5} X_1 = x;$$

ergo

$$\frac{1}{8} X_2 = 11\tfrac{1}{2} - x.$$

1) Secundum errorem supra correctum, debebatur hîc inveniri 23. Codices falso numerum 26 indicant.

μείζων $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$ AB, om. *Ba.* 18 $\square^{\varphi}$] *τετράγωνον Ba.*
23 *ὀγδόου* suppl. *Ba.*

ἔσονται ὁ μὲν ϛ ε̄, ὁ δὲ M̊ ϟβ̄ ∧ ϛ η̄· ταῦτα ἴσα ⟨M̊⟩ οβ̄ δ̄ ×.
ἔσται ἄρα ⟨ὁ ϛ⟩ M̊ ιβ̄ οθ̄.

τὸ ἄρα πλῆθος τῶν πενταδράχμων ἔσται χοέων ϛ̄ κοτυλῶν ζ̄, τὸ δὲ τῶν ὀκταδράχμων χοέων δ̄ κοτυλῶν ιᾱ. τὰ λοιπὰ δῆλα.

---

1 *M̊* supplevi. 2 *ἄρα* om. *Ba*. *ὁ ϛ* suppl. *Ba*. 3 *χοέων ἔσται Ba*. 3/4 *ϛ̄ κοτύλων ζ̄* scripsi, *ἀριθμῶν κ̄ζ̄* A B, *οθ̄ιβ Ba*. 4/5 *δ̄ κοτύλων ιᾱ* scripsi, *δ̄ μ̊ ιᾱ* A, *δ̄ μονάδων ιᾱ* B, *νζ̄ιβ Ba* (debebat *νθ̄ιβ*). 5 *τὰ*] *καὶ τὰ Ba*.

Erunt igitur

$$X_1 = 5x, \quad X_2 = 92 - 8x.$$

Aequetur

$$X_1 + X_2 = 72\tfrac{1}{4}; \quad \text{erit} \quad x = \frac{79}{12}.$$

Ergo quantitas $5^{\text{dr.}}$ erit 6 congiorum 7 heminarum [1]) et quantitas $8^{\text{dr.}}$ erit 4 congiorum 11 heminarum.

Reliqua patent.

1) 1 Congius = 12 heminis.

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ϛ.

α.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑπο-
5 *τεινούσῃ λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον.*

Ἔστω τὸ ζητούμενον τρίγωνον πεπλασμένον ἀπὸ δύο ἀριθμῶν, καὶ ἔστω ὁ μὲν ς ᾱ, ὁ δὲ M̊ γ̄. γίνεται οὖν ἡ μὲν ὑποτείνουσα Δ^Y ᾱ M̊ θ̄, ἡ δὲ κάθετος ς ς̄, ἡ δὲ βάσις Δ^Y ᾱ ⋔ M̊ θ̄.

10 *καὶ ἡ ὑποτείνουσα, ἐὰν λείψῃ τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, τουτέστιν Δ^Y ᾱ ⋔ M̊ θ̄, γίνεται M̊ ιη̄, καὶ οὐκ ἔστι κύβος.*

πόθεν ὁ ιη̄; ὁ ἀπὸ τοῦ γ̄ ἐστὶν □^ος, δὶς γενόμενος. δεῖ οὖν εὑρεῖν ἀριθμόν τινα, ὅπως ὁ ἀπὸ τούτου □^ος
13 *δὶς γενόμενος ποιῇ κύβον. ἔστω ὁ ζητούμενος ς ᾱ· καὶ γίνεται Δ^Y β̄ ἴσ. κύβῳ. ἔστω ἴσ. K^Y ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ς M̊ β̄.*

πάλιν πλάσσω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ς ᾱ καὶ οὐκέτι M̊ γ̄, ἀλλὰ M̊ β̄. καὶ γίνεται ἡ ⟨μὲν⟩ ὑποτείνουσα Δ^Y ᾱ M̊ δ̄,
20 *ἡ δὲ κάθετος ς δ̄, ἡ δὲ βάσις Δ^Y ᾱ ⋔ M̊ δ̄. καὶ μένει*

1/2 Titulum om. *Ba*. 2 *ἀριθμητικῶν* om. A. 4 *ὀρθόγωνον* A. 5 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν* [illegible] (item 10/11). 10 *λήψει* AB, *λήψῃ Ba*. *τὸν ἐν μιᾷ* scripsi,

DIOPHANTI ALEXANDRINI

ARITHMETICORUM LIBER SEXTUS.

I.

Invenire triangulum rectangulum tale ut hypo- 1
tenusa, minus utraque perpendiculari, faciat cubum.

Sit quaesitum triangulum a duobus numeris formatum; sint x et 3. Fit hypotenusa $= x^2 + 9$, altitudo $= 6x$, basis $= x^2 - 9$.

Hypotenusa, minus altera perpendicularium, nempe minus $(x^2 - 9)$, fit 18, qui non cubus est. At unde est 18? Est 2^{plus} quadrati a 3. Oportet igitur invenire numerum talem ut ipsius quadratus bis sumptus faciat cubum. Sit quaesitus x: fit $2x^2$ aeq. cubo; esto $= x^3$. Erit $x = 2$.

Formo igitur triangulum ab x et non 3 amplius, sed 2. Fit hypotenusa $= x^2 + 4$, altitudo $= 4x$,

---

τὸν ἕνα AB, ἕνα *Ba*. 11 τουτέστι B (item p. 394, 1). γίνονται B_1. 13 ἐστὶ B_1. 15 ποιεῖ A. 16 γίνονται prius *Ba*. ἴσ. post.] ϙ A, ἀριθμὸς A, om. *Ba*. 18 τὸ] τὸν AB. 19 μὲν supplevi. 20 δ̄ prius] η̄ A.

ἡ ὑποτείνουσα λείψασα τὸν ἐν τῇ βάσει, τουτέστιν $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, ποιοῦσα κύβον.

λοιπὸν καὶ τὴν οὖσαν $\varsigma\bar{\delta}$· γίνεται δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta} \wedge \varsigma\bar{\delta}$ ἴσ. κύβῳ. καὶ ἔστιν τετράγωνος ἀπὸ πλευρᾶς $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\beta}$. ἐὰν οὖν $\varsigma\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἰσώσωμεν κύβῳ, λύσομεν τὸ ζητούμενον. ἔστω ἴσ. $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$ καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\,\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$.

ὥστε πλασθήσεται τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\langle\bar{\beta}\rangle$, καὶ γίνεται ἡ μὲν ὑποτείνουσα $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\delta}$, ἡ δὲ κάθετος $\overset{\circ}{M}\bar{\mu}$, ἡ δὲ βάσις $\overset{\circ}{M}\overline{\llcorner\varsigma}$, καὶ μένει.

β.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον.

Ἐὰν πλάσσωμεν τὸ ζητούμενον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο, ὡς καὶ πρὸ τούτου, γίνεται ζητεῖν τετράγωνόν τινα ὅπως ὁ διπλάσιος αὐτοῦ ⟨ᾖ⟩ κύβος, καὶ ἔστιν ὁ ἀπὸ πλευρᾶς $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

Πλάσσομεν οὖν τὸ ζητούμενον ἀπὸ $\varsigma\bar{\alpha}$ [καὶ] $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ γίνεται ὁμοίως ἡ μὲν ὑποτείνουσα $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, μία δὲ τῶν ὀρθῶν $\varsigma\bar{\delta}$, ἡ δὲ λοιπὴ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}\langle\wedge\Delta^{Y}\bar{\alpha}\rangle$.

λοιπὸν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ προσλαβόντα τὸν ἐν τῇ ἑτέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιεῖν κύβον, ἀλλὰ διελθόντα εἰς τὴν ὑπόστασιν εὑρεῖν τὴν Δ^{Y} ἐλάσσονα $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· ὁ ἄρα ⟨ς⟩ ἐλάσσων ἐστὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν

---

1 βάσηι A. 3 λοιπὸν] *Ba* add. ἐστι. τὴν] *Ba* add. κάθετον. $\bar{\delta}$ prius] *Ba* add. λειφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ποιεῖν κύβον. 4 ἔστι B. 7 $\bar{\beta}$ suppl. *Ba*. 8 $\overset{\circ}{M}$ om. B. 11/12 ὅπως ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ om. B_1. 11 τῇ om. *Ba*. 12 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 20, 22). 14 πλάσσωμεν *Ba*, πολλαπλασιάσωμεν AB. 15 τετρα-

basis $= x^2 - 4$; et constat hypotenusam minus b
hoc est minus $(x^2 - 4)$, facere cubum.

Restat minus perpendiculari $4x$. Fit

$$x^2 + 4 - 4x \text{ aeq. cubo.}$$

Sed est quadratus a radice $(x - 2)$. Ergo si c
aequamus $(x - 2)$, solvemus quaestionem. Ae
tur 8. Fit $x = 10$.

Ita formabitur triangulum a 10 et 2 et fit

hypotenusa $= 104$, altitudo $= 40$, basis $= 9$

et constat (propositum).

II.

Invenire triangulum rectangulum tale ut h
tenusa plus utraque perpendiculari faciat cubum.

Si formamus quaesitum a duobus numeris
praecedente, quaerendus fit quadratus cuius duplu
cubus. Est □ a radice 2.

Formamus ergo triangulum ab x et 2; fit
liter:

hypotenusa $= x^2 + 4$; perpendicularium una =
altera $= 4 - x^2$.

Restat ut hypotenusa, plus perpendiculari p
faciat cubum, et, transeundo ad positionem, inve
$x^2 < 4$, ergo $x < 2$. Deducitur quaestio ad inv

γώνου A. 16 ᾗ suppl. *Ba*. 18 τὸ *Ba*, τὸν AB.
add. *Ba*. 20 ς δ̄] δ̄ ἀριθμῶν AB_1. λείψει Δ^Y ᾱ sup
21 λοιπὸν] *Ba* add. ἐστι. 22 ποιεῖ AB_1. ἀλλὰ]
καὶ. διελθόντ$^{\circ}$ A, διελθόντα B, διελθόντας *Ba*.
suppl. *Ba*.

κύβον ἐλάσσονα ⟨μὲν⟩ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$, μείζονα δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, καὶ ἔστιν $\eta^{\omega\nu}$ κζ· καὶ ἔστω ϛ ἀ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἴσ. $\eta^{\omega\varsigma}$ κζ, καὶ γίνεται ὁ ϛ ἰα.

ἔσται ἄρα ἡ μὲν ὑποτείνουσα $\overset{\xi\delta}{\overline{\tau o\zeta}}$, τῶν ⟨δὲ⟩ ὀρθῶν ἡ μὲν $\overset{\xi\delta}{\overline{\rho\lambda\varepsilon}}$, ἡ δὲ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$ ∟′. καὶ εἰς $\xi\delta^{\alpha}$· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον $\overline{\tau o\zeta}$ καὶ $\overline{\rho\lambda\varepsilon}$ καὶ $\overline{\tau\nu\beta}$, καὶ μένει.

γ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ προσλαβὼν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$.

καὶ τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ϛ $\bar{\gamma}$, ϛ $\bar{\delta}$, ϛ $\bar{\varepsilon}$, καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$, $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$ ἴσ. $\square^{\omega}$.

ἔστω ἴσ. $\Delta^{Y}\bar{\vartheta}$· καὶ ἀπὸ τῶν ὁμοίων τὰ ὅμοια· λοιπαὶ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$. καὶ δεῖ τὸ εἶδος πρὸς τὸ εἶδος λόγον ἔχειν ὃν $\square^{o\varsigma}$ ἀριθμὸς πρὸς $\square^{o\nu}$ ἀριθμόν. [ὀφείλει καὶ τὸ πλῆθος πρὸς τὸ πλῆθος·] καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ $\square^{o\nu}$ ἀριθμὸν ὅπως ὁ $\square^{o\varsigma}$ λείψας τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ τοῦ τριγώνου ποιῇ $\varepsilon^{o\nu}$ τετραγώνου, ἐπειδήπερ ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$ ἐστίν.

πεπλάσθω ⟨τὸ τρίγωνον ἀπὸ⟩ ϛ $\bar{\alpha}$ ⟨καὶ $\varsigma^{X}\bar{\alpha}$⟩, καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ⟨⋔ $\Delta^{YX}\bar{\alpha}$⟩· ἔστω ἡ τοῦ

---

1 μὲν supplevi. ἔστι B. 2 $\eta^{\omega\nu}$ . . . $\eta^{o\iota\varsigma}$ scripsi, in utroque loco μονάδων AB. ϛ $\bar{\alpha}$ B, $\bar{\alpha}$ ϛ A. Denomin. hîc et infra add. *Ba*. 3 τῶν ὀρθῶν B, τὸν ⊥ A, τῶν δὲ περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 4 $\overset{\circ}{M}$ . . . $\overline{\rho\lambda\varepsilon}$ καὶ (5) om. *Ba*. 7/8 τῷ ἐμβαδῷ *Ba*, τῇ ἐμβάσει AB. 11 τὸ *Ba*, τὸν AB. 12 $\bar{\varepsilon}$ prius *Ba*, $\bar{\beta}$ AB. 14 ἴσ. om. *Ba*. 16 ἀριθμὸς et ἀριθμὸν om. B_1.

dum cubum minorem quam 4 et maiorem quam 2. Talis est $\frac{27}{8}$. Sit

$$x + 2 = \frac{27}{8}; \quad \text{fit} \quad x = \frac{11}{8}.$$

Erunt hypotenusa $\frac{377}{64}$, perpendiculares $\frac{135}{64}$ et $5\frac{1}{2}$. Reducantur ad denominatorem 64. Erit triangulum:

$$377.\ 135.\ 352,$$

et constat (propositum).

III.

Invenire triangulum rectangulum tale ut eius area 3
plus dato numero faciat quadratum.

Esto datus 5.

Ponatur triangulum specie datum $3x.\ 4x.\ 5x$; fit area plus 5:

$$6x^2 + 5 = \square : \text{esto} = 9x^2.$$

A similibus similia; remanent

$$3x^2 = 5.$$

Oportet speciem ad speciem rationem habere quadrati numeri ad quadratum numerum, et deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum et $\square$ numerum, ita ut $\square$ minus area trianguli faciat $\frac{1}{5}$ quadrati, quum datus sit 5.

Formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, fit area $x^2 - \frac{1}{x^2}$.

---

17 *ὀφείλει . . . πλῆθος* interpolata censeo. 19 *λήψας* AB. 20 *ποιεῖ* A. *ε̄ τετραγώνους* AB$_1$. *Μ̊ ε̄ Ba*, *ἀριθμῶν ε̄* AB. *ἐστί* B. 21 *τὸ τρίγωνον ἀπὸ Ba*, *τῷ ᾱ* AB. *καὶ* ς^{χ} *ᾱ* suppl. ex *Ba* (item 22, p. 398, 4 *Λ Δ*$^{\Gamma\chi}$ *ᾱ*).

□ου πλευρὰ ϛ ᾱ καὶ ϛ^χ τοσούτων ὅσων ἐστὶν ὁ διπλάσιος τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τουτέστιν ϛ^χ ῑ. καὶ γίνεται ὁ □ος Δ^Υ ᾱ Δ^Υχ ρ̄ M̊ κ̄. καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτου ἄρωμεν τὸ ἐμβαδόν, τουτέστιν Δ^Υ ᾱ ⟨⋔ Δ^Υχ ᾱ⟩, λοιπὸν γίνεται Δ^Υχ ρ̄ᾱ M̊ κ̄· ταῦτα ε^κις· γίνεται Δ^Υχ φ̄ε M̊ ρ̄ ἴσος ὁ □ος. καὶ πάντα ἐπὶ Δ^Υ ᾱ· γίνονται Δ^Υ ρ̄ M̊ φ̄ε ἴσ. ⟨□⟩· ἔστω ἴσ. τῷ ἀπὸ π^λ ϛ ῑ M̊ ε̄· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ ε^ωρ κδ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. πλάσσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ κδ̄ ε̄ καὶ κδ̄ ε̄, ἡ δὲ τοῦ □ου π^λ· ξ̄ υιγ̄· ἐὰν οὖν τὸ ὀρθογώνιον τάξωμεν ἐν ϛ, καὶ τὸ ἐμβαδὸν αὐτοῦ μετὰ M̊ ε̄ ποιῶμεν ἴσον Δ^Υ ιζ̄. γχ φξθ̄, ἔσται ἡμῖν τὰ λοιπὰ δῆλα.

δ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν δοθέντα [ἀριθμὸν] ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς M̊ ϛ̄.

καὶ τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ διὰ τὴν ὑπόθεσιν, Δ^Υ ϛ̄ ⋔ M̊ ϛ̄ ἴσ. □^ω· ἔστω ἴσ. Δ^Υ δ̄, καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον

---

1 τοσοῦτοι ὅσον A, μονάδων τοσούτων ὅσων *Ba*. 3 κ̄] AB₁ add. ταῦτα πεντάκι (πεντάκις B₁) γίνεται. ἐὰν *Ba*, ἕνα AB. 4 τουτέστι B. λοιπὸς AB₁. 6 ἴσος ὁ] ἴσον *Ba*. 7 τετραγώνῳ suppl. *Ba*. ἴσ. post. om. *Ba*. 8 ε^ωρ] μονάδων AB. 9 πλάσσεται *Ba*, πολλαπλασιασθήσεται AB. 10 υιγ̄] ρξ̄γ AB₁. 12 ιζ̄. φξθ̄ | β̄. εφξθ̄ A, εφξθ̄ B₁. 13 δ̄] ε A, qui abhinc numeros problematum unitate auget. 15 λήψας AB. ἀριθμὸν add. *Ba*. 18 εἴδει] *Ba* add. ϛϛ γ̄, ϛϛ δ̄, ϛϛ ε̄. 19 ϛ̄ prius] π̄ AB₁. ἴσ. prius] ἴσοι εἰσὶ *Ba*. ἴσ. post. et καὶ (20) om. *Ba*. δ̄] λ̄ AB₁.

Sit $\square^{i}$ radix x plus $\frac{1}{x}$ cum coefficiente duplo dati numeri, hoc est plus $\frac{10}{x}$. Fit

$$\square = x^2 + \frac{100}{x^2} + 20.$$

A quo si subtrahimus aream, hoc est $x^2 - \frac{1}{x^2}$, remanet $\frac{101}{x^2} + 20$. Omnia 5^{ies}; fit

$$\frac{505}{x^2} + 100 = \square : \text{et omnia in } x^2,$$

$$100x^2 + 505 = \square : \text{esto a radice } 10x + 5.$$

Invenietur

$$x = \frac{24}{5}.$$

Ad positiones. Formatur triangulum a $\frac{24}{5}$ et $\frac{5}{24}$, et $\square^{i}$ radix est $\frac{413}{60}$. Si ponimus triangulum in x et huius aream plus 5 aequamus $\frac{170569}{3600}x^2$, nobis manifesta sunt reliqua.

IV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut eius area 4 minus dato numero faciat quadratum.

Esto datus 6.

Ponatur triangulum specie[1]) datum, et secundum hypothesin

$$6x^2 - 6 = \square : \text{esto} = 4x^2.$$

Rursus deducitur quaestio ad inveniendum trian-

---

1) Ut supra: $3x$. $4x$. $5x$.

καὶ □^{ον} ἀριθμὸν ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ ἀρθῇ □^{ος}, καὶ τὰ λοιπὰ ϛ^{κις} γενόμενα ποιῇ □^{ον}. πεπλάσθω πάλιν τὸ τρίγωνον ἀπὸ ϛ $\bar{α}$ καὶ ϛ^{χ} $\bar{α}$, ἡ δὲ τοῦ □^{ου} π$^{λ.}$ ϛ $\bar{α}$ ⟨⋔ ϛ^{χ} τοσούτων ὅσων⟩ καὶ ἔσται τὸ ∟′ τοῦ πλήθους τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ, τουτέστιν ϛ^{χ} $\bar{γ}$.

$\mathring{M}\bar{ϛ}$ ⋔ $\Delta^{Υχ}$ $\bar{ι}$ [ἴσ. □^{ῳ}], καὶ ϛ^{κις}· γίνεται $\Delta^{Υ}\overline{λϛ}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{ξ}$ ἴσ. □^{ῳ}· τῷ ἀπὸ π$^{λ.}$ ϛ $\bar{ϛ}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{β}$, ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ γ^{ων} $\bar{η}$.

πλάσσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\overset{γ}{\bar{η}}$ καὶ $\overset{η}{\bar{γ}}$, ἡ δὲ τοῦ □^{ου} ⟨π$^{λ.}$⟩ $\overset{κδ}{\overline{λζ}}$. καὶ εὑρὼν τὸ τρίγωνον τάσσω ἐν ϛ, καὶ ἀκολουθήσας τῇ προτάσει, εὑρήσω τὸν ϛ ῥητόν, καὶ μένει.

ε.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ἀφαιρεθεὶς ἀπὸ τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\mathring{M}\bar{ι}$.

καὶ πάλιν τετάχθω τὸ τρίγωνον ϛ $\bar{γ}$, ϛ $\bar{δ}$, ϛ $\bar{ε}$· γίνεται $\mathring{M}\bar{ι}$ ⋔ $\Delta^{Υ}\bar{ϛ}$ ἴσαι □^{ῳ}. καὶ ἐὰν ποιῶμεν ἴσ. $\Delta^{Υ}$ τετραγωνικαῖς, ἀπάγεται πάλιν εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ □^{ον} ἀριθμόν, ὅπως ὁ □^{ος} προσλαβὼν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ ι^{ον} □^{ου}.

1 ἀρθῇ scripsi, ὀρθὴ AB, ἀρθεὶς *Ba*. 2 ποιεῖ AB$_1$. 4 λείψει ἀριθμοστοῦ μονάδων τοσούτων ὅσων suppl. *Ba*. καὶ ἔσται] ἐστὶ *Ba*. 5 τουτέστι *Ba*. ϛ^{χ} $\bar{γ}$] *Ba* add. καὶ γίνεται ὁ τετράγωνος $\Delta^{Υ}\bar{α}$ $\Delta^{Υχ}\bar{θ}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{ϛ}$. καὶ ἐὰν αὐτὸν ἄρωμεν ἀπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ, τουτέστιν ἀπὸ $\Delta^{Υ}\bar{α}$ ⋔ $\Delta^{Υχ}\bar{α}$, λοιπὸς γίνεται. An revera lacuna exstet, dubium mihi videtur. 6 $\mathring{M}$ prius] $\Delta^{Υ}$ AB$_1$. ἴσ. □^{ῳ} delevit *Ba*; forsan legendum ἴσ. ϛ^{ῳ} □^{ου}. καὶ] *Ba* add. ταῦτα. ϛ^{κις}] *Ba* add. καὶ παρὰ δύναμιν. 8 γ^{ων}] μονάδων AB. 9 $\overset{η}{\bar{γ}}$] γ^{η} A, γίνεται B$_1$. 10 πλευρὰ suppl. *Ba*.

gulum rectangulum et □ numerum, ita ut, ab area subtracto illo □, residuus 6ies sumptus faciat quadratum. Rursus formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, et sit □i radix x minus $\frac{1}{x}$ cum coefficiente dimidio dati numeri, hoc est minus $\frac{3}{x}$.

$$6 - \frac{10}{x^2} = \frac{1}{6}\,\square, \quad \text{et } 6^{\text{ies}} \text{ [et in } x^2\text{]};$$

$$36x^2 - 60 = \square : \text{a radice } (6x - 2);$$

unde invenitur

$$x = \frac{8}{3}.$$

Formatur igitur triangulum ab $\frac{8}{3}$ et $\frac{3}{8}$; et quadrati radix est $\frac{37}{24}$. Invento triangulo, illud pono in x et secutus propositionem, inveniam x rationalem. Et constat (propositum).

V.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, a 5 dato numero subtracta, faciat quadratum.

Esto datus 10.

Rursus ponatur triangulum $3x$, $4x$, $5x$; fit:

$$10 - 6x^2 = \square,$$

et aequando ad x^2 cum coefficiente quadratico, deducitur quaestio rursus ad inveniendum triangulum rectangulum et □ numerum ita ut ille □ plus area faciat $\frac{1}{10}$ quadrati.

τὸ] τὸν AB$_1$. 18 ς $\bar{\gamma}$. ς $\bar{\delta}$] ἀπὸ ἀριθμοῦ ᾱ AB$_1$. 22 ποιεῖ AB$_1$. ῑ □ᵒᵘˢ AB, δέκατον τετραγώνου Βα.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις· καὶ ὁμοίως τ
εὑρήσομεν.

ϛ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως
10 βαδῷ προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν
ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ ζ̄.

Τετάχθω πάλιν τὸ τρίγωνον δεδομ
ϛ γ̄, ϛ δ̄, ϛ ε̄· καὶ γίνονται Δ^Υ ϛ̄ ϛ γ̄ ἴσ.
15 τῶν ϛ τῷ L′ ἐφ' ἑαυτὸ προσθεῖναι τὰ
Μ̊⟩, καὶ ποιεῖν □^ον· οὐ ποιεῖ δέ· ὥστε
τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἀπὸ τοῦ
ὀρθῶν προσλαβὼν τὸν ζ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμ
ἔστω ὁ ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ϛ ᾱ, ὁ ὁ
20 Μ̊ ᾱ· καὶ γίνονται ϛ γ̄ L′ Μ̊ δ^χ· καὶ πάντα
ϛ ιδ ⟨Μ̊ α⟩ ἴσ. □^ῳ.

καὶ ἵνα καὶ τὸ ὀρθογώνιον ῥητὸν κα
δεῖ καὶ Δ^Υ [illegible] ἶναι □^ον.

Formetur triangulum ab x et $\frac{1}{x}$, et sit $\square^{i}$ radix: $\frac{1}{x} + 5x$; fit summa $\square^{i}$ et areae: $26x^2 + 10$. Ista 10^{ies}, fit

$$260x^2 + 100 = \square; \text{ et } \tfrac{1}{4} \text{ sumendo,}$$

$$65x^2 + 25 = \square : \text{a radice } (5 + 8x);$$

unde invenitur:

$$x = 80.$$

Ad positiones, et inveniemus sicut in praecedentibus.

VI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus 6
una perpendicularium, faciat datum numerum.

Esto datus 7.

Ponatur rursus triangulum specie datum: $3x.\,4x.\,5x$. Fit:

$$6x^2 + 3x = 7.$$

Oportet dimidio coefficienti x in seipsum multiplicato addere productum coefficientium x^2 et unitatis et facere $\square$; sed haud ita fit; oportebit igitur invenire triangulum rectangulum tale ut quadratus a dimidia perpendiculari una, plus 7^{plo} areae, faciat quadratum.

Sit perpendicularis una x, altera 1. Fit $3\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$, et omnia quater:

$$14x + 1 = \square,$$

et, ut triangulum rationale construamus, oportet quoque

$$x^2 + 1 = \square.$$

τὸν AB_1 (item p. 404, 4, 7). 21 $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ suppl. *Ba.* 22 καὶ prius om. *Ba.* 23 μετὰ *Ba*, $\bar{\alpha}$ AB. $\bar{\alpha}$ post.] $\bar{\delta}$ AB_1. εἶναι $\square^{ov}$] ἴσας εἶναι τετραγώνῳ *Ba.*

ἡ ὑπεροχὴ γίνεται Δ^Υ ᾱ ∧ ϛ ιδ̄· ἡ μέτρησις· ϛ ᾱ κατὰ ϛ ᾱ ∧ Μ̊ ιδ̄· τῆς ὑπεροχῆς τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται Μ̊ μθ̄ ἴσαι τῷ ἐλάσσονι, καὶ γίνεται ὁ ϛ κδ̄ ζ.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. τάσσω οὖν μίαν τῶν ὀρθῶν τοῦ τριγώνου κδ̄ ζ, τὴν δὲ ἑτέραν Μ̊ ᾱ. καὶ πάντα ζ^κις· γίνεται ἡ μὲν κδ̄, ἡ δὲ ζ̄, ἡ δὲ ὑποτείνουσα κε̄. [καὶ] γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ β^ας τῶν ὀρθῶν Δ^Υ πδ̄ ϛ ζ̄. ταῦτα ἴσα Μ̊ ζ̄· ὅθεν ὁ ϛ εὑρίσκεται ⟨δ^χ· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον⟩ Μ̊ ϛ̄, δ^ων ζ̄, δ^ων κε̄, καὶ μένει.

ζ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ ζ̄.

Καὶ πάλιν, ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως μιᾶς ὀρθῆς τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ γενόμενον καὶ προσλαβὸν τὸν ζ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, ποιῇ □^ον. καὶ εὕρηται ὂν ζ̄, κδ̄, κε̄.

---

1 ιδ̄] ιγ̄ AB₁. ᾱ post.] δ̄ AB₁. 2 ιδ̄] δ̄ AB₁. 3 ἐλάττ. B₁. 5 κδ̄] κζ̄ AB₁. ζ^κις] *Ba* add. καὶ ἐν ἀριθμοῖς, deinde ἀριθμῶν ante κδ̄, ζ̄ et κε̄ (6). 6 καὶ *Ba*, μ̊ A, om. B. 7 β̄ AB, δευτέραν *Ba*. 8/9 δ^χ· ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον supplevi, ᾱ^δ. αἱ δὲ τοῦ τριγώνου πλευραὶ *Ba*. 9 δ^ων bis] μ̊ AB. 12 αὐτοῦ om. B₁. ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν] ἕνα τὸν ὀρθογώνιον AB, ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 15 αὐτὸν AB. 17 ὀρθῆς] ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. προσλαβὼν

Differentia est $x^2 - 14x$; factores, x et $x - 14$; istorum differentia dimidia in seipsam fit 49, aequandum minori (quadrato), et fit

$$x = \frac{24}{7}.$$

Ad positiones. Pono unam perpendicularem trianguli esse $\frac{24}{7}$, alteram 1, et omnia 7^{ies}; fit una 24, altera 7, hypotenusa 25. Et (omnibus in x sumptis) area plus secunda perpendiculari fit

$$84x^2 + 7x = 7;$$

unde invenitur

$$x = \frac{1}{4}.$$

Erit igitur triangulum:

$$6 \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{25}{4},$$

et constat (propositum).

VII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, minus 7
una perpendicularium, faciat datum numerum.

Esto datus 7.

Si rursus ponimus triangulum specie datum, deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut dimidia perpendicularis una in seipsam multiplicata, addito 7^{plo} areae, faciat □. Inventum est:

7. 24. 25.

AB. 18 ἑπταπλάσιον *Ba.* ποιεῖ A. 19 εὕρητε *Ba.*
ὄν scripsi, ὁ ὢν AB.

τάσσω οὖν ἐν ϛοῖς, καὶ τὸ ἐμβαδόν, λεῖψαν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, γί. $\Delta^{Y}\overline{\pi\delta}$ ⋔ ϛ $\overline{\xi}$· ταῦτα ἴσα $\overset{\circ}{M}\overline{\xi}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\,\gamma^{\chi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

η.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα.

Ἔστω ὁ δοθεὶς $\overset{\circ}{M}\overline{\xi}$.

Καὶ πάλιν τετάχθω δεδομένον τῷ εἴδει, καὶ πάλιν ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ μετὰ τοῦ ϛ$^{\pi\lambda.}$ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ $\square^{\omega\nu}$.

Καὶ πάλιν ὑποκείσθω ⟨μία⟩ τῶν ὀρθῶν ϛ $\overline{\alpha}$, ἡ δὲ ἑτέρα $M\overline{\alpha}$, καὶ γίνεται ζητεῖν $\Delta^{Y}\delta^{\chi}$ ϛ $\overline{\gamma}$ ∠′ $\overset{\circ}{M}\delta^{\chi}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ πάντα $\delta^{\chi\iota\varsigma}$. γίνεται $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\iota\delta}$ $M\overline{\alpha}$ ἴσ. $\square^{\omega}$, καὶ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$ ἴσ. ⟨$\square^{\omega}$⟩.

ἡ ὑπεροχὴ ϛ $\overline{\iota\delta}$· ἡ μέτρησις· ϛ $\overline{\beta}$ κατὰ $\overset{\circ}{M}\overline{\xi}$· τῆς τούτων ὑπεροχῆς τὸ ∠′ ἐφ' ἑαυτὸ γίνεται $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}\,\delta^{\chi}$ ⋔ ϛ $\overline{\xi}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\overset{\kappa\eta}{\overline{\mu\varepsilon}}$.

ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον $\overset{\circ}{M}\overset{\kappa\eta}{\overline{\mu\varepsilon}}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$, $\overset{\circ}{M}\overset{\kappa\eta}{\overline{\nu\gamma}}$· καὶ πάντα

---

1 λήψας AB. 1/2 ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν] ἕνα τὸν ⊥ A, ᾱ τὸν ⊥ B, ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 3 γ^{χ}] ε̄ AB_1. 7 συναμφοτέροις A, συναμφοτέραις *Ba*. 7/8 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν (item 12, 14). 8 δοθέντα] *Ba* add. ἀριθμόν. 10 δεδομένος AB. 12 συναμφότερος AB, συναμφοτέρας *Ba*. 13 ἑξαπλασίου *Ba*. 14 μία suppl. *Ba*. 15 $\overline{\gamma}$ ∠′] ιζ̄ AB, $\overline{\xi}^{\beta}$ *Ba*. 16 καὶ post.] ἀλλὰ καὶ *Ba*. 17 τετραγώνῳ suppl. *Ba*. 19 τοῦτις A, τούτου B_1. ἑαυτὸ om. A. 20 ⋔ om. A.

Illud pono in x, et area, minus una perpendiculari, fit

$$84x^2 - 7x = 7,$$

unde

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones.

VIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus 8 summa perpendicularium faciat datum.

Esto datus 6.

Rursus posito specie dato, deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut summa perpendicularium dimidia in seipsam multiplicata, addito 6^{plo} areae, faciat $\square$.

Rursus supponatur perpendicularium una esse x, altera 1; fit quaerendum

$$\frac{1}{4}x^2 + 3\tfrac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \square,$$

et omnia quater:

$$x^2 + 14x + 1 = \square,$$

cum

$$x^2 + 1 = \square.$$

Differentia: $14x$. Factores: $2x$ et 7. Istorum dimidia differentia in seipsam fit:

$$x^2 + 12\tfrac{1}{4} - 7x = x^2 + 1;$$

unde

$$x = \frac{45}{28}.$$

Erit igitur triangulum: $\frac{45}{28}$. 1. $\frac{53}{28}$; et omnia 28^{ies};

κη^κις· γίνεται ἄρα τὸ τρίγωνον ϛ με, ϛ κη, ϛ νγ, καὶ γίνεται τὸ ἐμβαδὸν μετὰ συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν Δ^Υ χλ ϛ ογ ἴσ. Μ̊ ϛ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ ῥητός.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

θ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, λείψας τὸν ⟨ἐν⟩ συναμφοτέρῳ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ ϛ̄.

Καὶ πάλιν, ἐὰν τάξωμεν τὸ ζητούμενον τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει, γίνεται ζητεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου τῶν ὀρθῶν τὸ ∟′ ἐφ' ἑαυτὸ προσλαβὸν τὸν ϛ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ ποιῇ □^ον. τοῦτο δὲ προδέδεικται καὶ ἔστιν κη, με, νγ.

τάσσω οὖν αὐτὰ ἐν ϛ, καὶ πάλιν γίνεται Δ^Υ χλ ⋀ ϛ ογ ἴσ. Μ̊ ϛ̄· ὅθεν εὑρίσκεται ὁ ϛ Μ̊ λε ϛ̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ι.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ δ̄.

Καὶ πάλιν τάξομεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει· ἀπ-

---

1 κη^κις] κη AB, εἰς κη *Ba*. 2 συναμφότερον AB, συναμφοτέρας *Ba*. τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 7, 12, 21). 5 Numerum θ et litera initialis E (6) desunt in B_1. 7 λήψας AB. ἐν suppl. *Ba*. συναμφότερον AB, συναμφοτέρα *Ba*. 9 Μ̊ om. *Ba*. 10 ἐὰν τάξωμεν] τάξομεν B_1. 12 συναμφοτέραν A, συναμφότερον B, συναμφο-

fit triangulum: $45x$. $28x$. $53x$, et area plus summa perpendicularium:

$$630x^2 + 73x = 6;$$

unde fit x rationalis.

Ad positiones.

IX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area minus 9
summa perpendicularium faciat datum numerum.

Esto datus 6.

Rursus, si specie datum ponimus triangulum quaesitum, inveniendum est triangulum rectangulum tale ut summa perpendicularium dimidia in seipsam multiplicata, addito 6^{plo} areae, faciat □. Hoc supra monstratum est: habemus 28. 45. 53.

Ista ponimus in x et fit rursus:

$$630x^2 - 73x = 6,$$

unde invenitur

$$x = \frac{6}{35}.$$

Ad positiones.

X.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus 10
summa hypotenusae et perpendicularium unius, faciat datum numerum.

Esto datus 4.

Rursus illud ponemus specie datum; deducitur

τέρας *Ba*. 13 προσλαβὼν *Ba*, λήψας AB. ἑξαπλάσιον *Ba*. ποιεῖ AB. 15 ἐν om. B_1. $\overline{\chi\lambda}$] $\overline{\chi\delta}$ B_1. 18 ῖ] ῆ B_1. 20 συναμφοτέρᾳ *Ba*.

ἄγεται πάλιν εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως συναμφοτέρου ⟨τῆς⟩ τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ⟨μετὰ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ δ^κις γενομένου, ποιῇ τετράγωνον.

5 *πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ Μ̊ ᾱ καὶ ϛ ᾱ Μ̊ ᾱ, καὶ γίνεται συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ⟩ Δ^Υ Δ ᾱ Κ^Υ δ̄ Δ^Υ ϛ̄ ϛ δ̄ Μ̊ ᾱ· ὁ δὲ δ^πλ. τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ Κ^Υ δ̄ Δ^Υ ιβ̄ ϛ η̄· ὥστε δεήσει ζητεῖν Δ^Υ Δ ᾱ Κ^Υ η̄ Δ^Υ ιη̄ ϛ ιβ̄ Μ̊ ᾱ ἴσ. □^ω· τῷ*

10 *ἀπὸ π^λ. ϛ ϛ̄ Μ̊ ᾱ ⋀ Δ^Υ ᾱ, καὶ γίνεται ὁ ϛ, δ̄ ε^ων. πλάσσεται ἄρα τὸ τρίγωνον ἀπὸ ⟨Μ̊ ᾱ καὶ⟩ ϑ̄· καὶ ἅπαντα ε^κις· πλασθήσεται πάλιν τὸ τρίγωνον ἀπὸ ϑ̄ καὶ ε̄.*

Καὶ λαβὼν τὰ ἐλάσσονα τῶν ὁμοίων, τάσσω αὐτὸ ἐν ϛ· γίνεται ϛ κη̄, ϛ με̄, ϛ νγ̄. καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ

15 *ἐμβαδῷ, μετὰ συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, Δ^Υ χλ ϛ πᾱ ἴσ. Μ̊ δ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ ϱε δ̄. ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.*

ια.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ

20 *αὐτοῦ, λείψας τὸν ἐν συναμφοτέρῳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ δοθέντα ἀριθμόν.*

Ἔστω ὁ δοθεὶς Μ̊ δ̄.

---

2 *συναμφότερος* AB, *συναμφοτέρας Ba*, qui suppl. *τῆς*. 2/3 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba* (item 16, 21). 3—7 *προσλαβὼν τὸν τοῦ ἐμβαδοῦ τετραπλασίονα ποιῇ τετράγωνον. πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ ϛ ᾱ καὶ Μ̊ ᾱ καὶ ποιεῖ συναμφοτέρας τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ* suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 8 *τετραπλασίων Ba*, *Δ β* AB. *Κ^Υ δ̄*] *Δ^Υ Δ^Υ ᾱ* AB, *Κ^Υ ᾱ Ba*. *η̄*] *δ̄ Ba*. 9 *Δ^Υ Δ^Υ δ̄* AB₁. *η̄*] *ιβ̄ Ba*. *ιβ̄*] *η̄ Ba*.

quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut hypotenusae et perpendicularium unius dimidia summa in seipsam multiplicata, ⟨plus 4^{plo} areae, faciat □.

Formetur triangulum ab 1 et $x+1$. Hypotenusae et perpendicularium unius dimidia summa in seipsam multiplicata⟩, fit $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$; et 4^{plus} areae, $4x^3+12x^2+8x$. Sic oportebit quaerere

$x^4+8x^3+18x^2+12x+1=\square$: a radice $(6x+1-x^2)$.

Fit

$$x=\frac{4}{5}.$$

Formatur igitur triangulum ab 1 et $\frac{9}{5}$. Omnia 5^{ies}; formabitur triangulum a 9 et 5.

Similium minima sumens, pono triangulum in x; fit $28x$. $45x$. $53x$, et area plus summa hypotenusae et perpendicularium unius:

$$630x^2+81x=4,$$

unde

$$x=\frac{4}{105}.$$

Ad positiones.

XI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, minus 11
summa hypotenusae et perpendicularium unius, faciat datum numerum.

Esto datus 4.

---

10 πλευρᾶς $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ϟϟ $\bar{\varsigma}$ Λ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ *Ba.* $\overline{\Delta}\varepsilon'$ AB, $\bar{\varepsilon}^{\delta}$ *Ba.* 11 $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ καὶ supplevi, $\bar{\varepsilon}^{\delta}$ καὶ *Ba.* $\bar{\vartheta}^{\delta}$ *Ba.* 12 $\varepsilon^{\kappa\iota\varsigma}$] τετράκι *Ba.* $\bar{\vartheta}$] $\bar{\beta}$ AB_1. 13 αὐτὸν AB. 15 συναμφοτέρας *Ba.* 18 Numerum ια et literam initialem E (19) om. B_1. 20 λήψας AB. συναμφοτέροις AB, συναμφοτέρᾳ *Ba.*

Καὶ πάλιν τάξομεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει. ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ δ^κις γενόμενος προσλαβὼν συναμφοτέρου τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν τὸ ἥμισυ ἐφ' ἑαυτὸ ποιῇ τετράγωνον, καὶ δειχθήσεται ὅτι ἔστιν $\overline{\kappa\eta}$, $\overline{\mu\varepsilon}$, $\overline{\nu\gamma}$.

τάσσω αὐτὸ ἐν ϛ καὶ γίνονται $\Delta^{Y}\overline{\chi\lambda}$ ⋔ ϛ $\overline{\pi\alpha}$ *ἴσ.* $\overline{\text{Μ}}\,\bar{\delta}$. *καὶ γίνεται ὁ ϛ* $\overline{\text{Μ}}\,\varsigma^{\chi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ⟨ἡ ὑπεροχὴ τῶν ὀρθῶν ᾗ τετράγωνος⟩, καὶ ὁ ἐν τῇ μείζονι τῶν ὀρθῶν ᾗ τετράγωνος, ἔτι δὲ καὶ ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ μετὰ ἐλάσσονος ὀρθῆς ποιῇ τετράγωνον.

Πεπλάσθω τρίγωνον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο καὶ ὑποκείσθω ἡ μείζων ὀρθὴ γενομένη ἐκ τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν. δεῖ οὖν εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν ᾗ τετράγωνος, καὶ ἡ ὑπεροχή, ᾗ ὑπερέχει ὁ δὶς ὑπ' αὐτῶν τῆς ὑπεροχῆς τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ποιῇ $\square^{ον}$. *τοῦτο δὲ ἐν πᾶσι δυσὶν ἀριθμοῖς, ὅταν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ᾗ διπλασίων.*

λοιπὸν ζητοῦμεν καὶ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου μετὰ τῆς ἐλάσσονος τῶν ὀρθῶν ποιεῖν $\square^{ον}$. *γίνεται δὲ*

---

1 *ἐὰν τάξωμεν Ba.* 2/3 *ἐν τῷ ἐμβαδῷ Ba, ἐμβαδός* AB. 3 *προσλαβὼν*] *πρὸς* AB. 3/4 *συναμφότερον* A, *συναμφοτέρων* B. 4 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν* ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba* (item 12, 23 *τῷ* ⊥ AB). 5 *ποιεῖ* AB. 7 *αὐτὸν* AB. 8 $\overline{\text{Μ}}$ om. *Ba.* 10 *Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς* om. *Ba.* 11/12 *ἡ ὑπεροχὴ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν* suppl. *Ba*, quae mutavi. 12 *τῇ μείζονι Ba, τῷ ᾱ* AB. 13 *ἔτι* B, *ἔστιν* A. *καὶ* om. *Ba.* 14 *ὀρθῆς*] ⊥ AB, *τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba* (item pro *ὀρθὴ*, 16).

Rursus ponemus illud specie datum; deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut 4^{plus} areae, plus hypotenusae et perpendicularium unius summa dimidia in seipsam multiplicata, faciat □. Monstrabitur esse 28. 45. 53.

Illud pono in x et fit:

$$630x^2 - 81x = 4; \text{ unde } x = \frac{1}{6}.$$

Ad positiones.

Lemma ad sequens.

Invenire triangulum rectangulum tale ut ⟨perpen- 12
dicularium differentia⟩, sicut et maior perpendicularis, sit quadratus, et adhuc area plus minore perpendiculari faciat quadratum.

Formetur triangulum a duobus numeris et supponatur maior perpendicularis fieri ex istorum producto bis. Oportet igitur invenire duos numeros ita ut ipsorum producti 2^{plus} sit □, et excessus quo producti 2^{plus} superat differentiam quadratorum ab ipsis, faciat □. Sed hoc fit cum binis numeris quibuslibet, quando maior minoris est 2^{plus}.

Reliquum quaerimus ut area trianguli plus minore perpendiculari faciat □. Est trianguli area 6^{plus} bi-

---

ποιεῖ AB_1 (item 20, 23). 15 *τρίγωνος* AB. 18 *δ*] *τὸ* AB. 21 *ἐλάττ.* B_1. *διπλασίων*] *Ba* add. *πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ* ς $\bar{\alpha}$ *καὶ* ϛϛ $\bar{\beta}$ *καὶ λύεται δύο τῶν ἐπιταγμάτων.* 23 *μετὰ τὴν ἐλάσσονα* AB. *γίνεται . . . τετράγωνον* (p. 414, 4)] *γίνεται δὲ* $\Delta^{Y}\Delta\,\bar{\varsigma}\,\Delta^{Y}\bar{\gamma}$. *καὶ πάντα παρὰ δύναμιν, γίνεται* $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}\,\dot{M}\bar{\gamma}$ *ἴσαι τετραγώνῳ Ba*, de loco desperans.

τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τριγώνου ϛ$^{\pi\lambda.}$ τῆς ἀπὸ τοῦ ⟨ἐλάσσονος⟩ ἀριθμοῦ δυναμοδυνάμεως· ὁ δ' ἐν τῇ τῶν ὀρθῶν ἐλάσσονι $\bar{\gamma}$ τῶν ἀπὸ ἐλάσσονος τετραγώνων· καὶ πάντα παρὰ τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνον· ζητήσομεν ἄρα ἀριθμόν τινα ὅπως καὶ οἱ $\bar{\varsigma}$ ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνοι μετὰ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$ ποιῶσι τετράγωνον.

ἔστι δὲ ἡ μονὰς μία καὶ ἄλλοι ἄπειροι ἀριθμοί· ὥστε τὸ ζητούμενον ὀρθογώνιον ἔσται πεπλασμένον ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

Ἕτερον εἰς τὸ αὐτὸ χρειῶδες.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων ὧν τὸ σύνθεμα ποιεῖ τετράγωνον, εὑρίσκονται ἄπειροι τετράγωνοι ὧν ἕκαστος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν δοθέντα ⟨καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον⟩ ποιεῖ τετράγωνον.

Ἔστωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ δύο ὅ τε $\bar{\gamma}$ καὶ ὁ $\bar{\varsigma}$, καὶ δέον ἔστω προσευρεῖν $\square^{ov}$, ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν $\bar{\gamma}$ καὶ προσλαβὼν $\overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$ ποιεῖ $\square^{ov}$.

Ἔστω ὁ ζητούμενος $\square^{os}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\ \bar{\beta}\ \overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· καὶ γίνονται $\Delta^{Y}\bar{\gamma}\ \varsigma\ \bar{\varsigma}\ \overset{\circ}{M}\bar{\vartheta}$ ἴσ. $\square^{\varphi}$, καὶ δυνατόν ἐστιν ἀπειραχῶς εὑρεῖν διὰ τὸ τὰς $\overset{\circ}{M}$ εἶναι τετραγωνικάς.

ἔστω οὖν τῷ ἀπὸ $\pi^{\lambda.}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma} \wedge \varsigma\bar{\gamma}$, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\ \overset{\circ}{M}\bar{\delta}$· ὥστε ἄρα ἡ τοῦ $\square^{ou}$ $\pi^{\lambda.}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$.

καὶ ἕτεροι ἄπειροι εὑρίσκονται.

ιβ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

---

1 ἐλάσσονος supplevi. 2 ὁ δ' ἐν] ὅθεν AB$_1$. τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB$_1$. 3 ἐλάσσονι $\bar{\gamma}$] ἐκ τριῶν AB$_1$. τὸν . . . τετρά-

quadrati a minore numero; et minor perpendicularis 3^{plus} quadrati ab eodem numero. Omnia per quadratum a minore numero; quaeremus igitur numerum talem ut 6^{plus} quadrati ab ipso, plus 3, faciat □.

Tales sunt 1 et alii infinite numeri; sic quaesitum triangulum formabitur ab 1 et 2.

Alterum ad idem utile.

Duobus numeris datis quorum summa facit quadratum, adinvenientur infinite quadrati, quorum unusquisque, in unum datorum multiplicatus, altero addito, facit quadratum.

Sint dati numeri duo, 3 et 6.

Oporteat adinvenire quadratum, cuius productus in 3, addito 6, faciat □.

Sit quaesitus quadratus: $x^2 + 2x + 1$; fit:

$$3x^2 + 6x + 9 = \square.$$

Possibile est hoc invenire infinitis modis, quia coefficiens unitatis est quadraticus.

Esto □ a radice $3 - 3x$; fit $x = 4$.

Radix quadrati quaesiti erit 5, et alii inveniuntur infinite.

XII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus alterutra perpendiculari faciat quadratum. 13

γωνον AB_1. 5 καὶ om. *Ba.* αὐτῶν AB_1. 8 ὀρθόγωνον A. 10 ἕτερον . . . χρειῶδες] λῆμμα *Ba.* 11 ποιῇ AB. 13 τὸν δοθέντα A, τὸν ἀποδοθέντα B, τῶν δοθέντων *Ba.* 13/14 καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον suppl. *Ba.* 17 M̊] τὸν *Ba.* ποιῇ *Ba.* 19 ἐστι *Ba.* 22 ὥστε] ἔσται *Ba.* 24 ιβ] θ B_1, qui abhinc problemata numerat cum defectu trium unitatum. 26 τῶν ὀρθῶν] τὸν ⊥ AB, τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.*

Τετάχθω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ϛ ε̄, ϛ ιβ̄, ϛ ιγ̄· καὶ γίνεται Δ^Υ λ̄ ϛ ιβ̄ ἴσ. □^ον, [καὶ Δ^Υ λ̄ ϛ ε̄ ἴσ. □^ον]· καὶ ἔστω ἴσ. Δ^Υ λ̄ϛ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ Μ̊ β̄.

καὶ τοῦ ϛ ὄντος Μ̊ β̄, δεήσει καὶ Δ^Υ λ̄ ϛ ε̄ εἶναι □^ον· οὐκ ἔστιν δέ. ἀπάγεται οὖν εἰς τὸ εὑρεῖν □^ὸν τινα, λείψῃ ὃς τὸν λ̄ καὶ παρὰ τὸν λοιπὸν μερισθῇ ὁ ιβ̄, καὶ ὁ γενόμενος ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν λ^κις καὶ προσλαβὼν τὸν ε^πλ. τοῦ εὑρεθέντος ἀριθμοῦ, ἀριθμὸν ποιῇ τετράγωνον.

Ἔστω ὁ ζητούμενος ποιεῖν τετράγωνον Δ^Υ ᾱ· καὶ ⟨ἐὰν λείψῃ τὸν λ̄ καὶ παρὰ τὸν λοιπὸν μερισθῇ ὁ ιβ̄, γίνεται⟩ ὁ ἀριθμὸς Μ̊ ιβ̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ ᾱ ⋔ Μ̊ λ̄· ὁ τετράγωνος γίνεται ⟨Μ̊⟩ ρμδ̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ Δ ᾱ Μ̊ ⋔ Δ^Υ ξ̄· ταῦτα λ^κις μετὰ τοῦ ε^πλ. αὐτοῦ, γίνεται Δ^Υ ξ̄ Μ̊ ͵βφκ ἐν μορίῳ Δ^Υ Δ ᾱ Μ̊ ⋔ Δ^Υ ξ̄.

καὶ ἔστι τὸ μόριον τετράγωνος, καὶ δεήσει ἄρα Δ^Υ ξ̄ Μ̊ ͵βφκ εἶναι □^ον. καὶ ἔστιν ὁ ϛ ἐκ τετραγώνου τινός· ⟨ζητητέον ἄρα τοῦτον⟩ Δ^Υ ξ^κις γενόμενον καὶ προσλαβόντα Μ̊ ͵βφκ καὶ ποιοῦντα □^ον. ἐὰν οὖν ἀλλασσομένῳ τῷ ὀρθογωνίῳ κατασκευάσωμεν τὸν ξ̄ μετὰ τοῦ ͵βφκ ποιεῖν □^ον, λύσομεν τὸ ζητούμενον. γίνεται δὲ ὁ μὲν ξ̄ ἐκ τοῦ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ὁ δὲ ͵βφκ ἐκ τοῦ στερεοῦ περιεχομένου ἐκ τῆς μείζονος τῶν

---

1 τὸ τρίγωνον δεδομένον *Ba*, τῷ Γ δεδομένῳ AB₁. 2 λ̄ prius] ᾱ AB₁. λ̄ post.] ι AB₁. καὶ Δ^Υ λ̄ ϛ ε̄ ἴσ. □^ον delet *Ba*. 3 ἴσ. om. *Ba*. Μ̊ om. B. 4 λ̄] ᾱ AB₁. 5 ἔστι B. 6 ⋔ ὃς AB, ὃς λείψας *Ba*. καὶ scripsi, ἀριθμὸν AB. 8 ε^πλ.] πενταπλασίονα *Ba*, ἐπὶ AB. ἀριθμὸν om. *Ba*. ποιεῖ AB₁. 10 ποιεῖν τετράγωνον] τετράγωνος *Ba*. 11 ἐὰν λήψῃ . . . . . γίνεται (12) suppl. *Ba*, qui om. ὁ ἀριθμὸς (12). 12 λ̄] γ̄ AB₁. 13 Μ̊ supplevi. Δ^Υ post.] Μ̊ AB₁. 14 αὐτοῦ] τῆς ἑαυτοῦ πλευρᾶς *Ba*. ͵βφκ] δτπ̄ AB. 15 ξ̄]

Ponatur triangulum specie datum: $5x$, $12x$, $13x$. Fit

$$30x^2 + 12x = \square, \quad [\text{et} \quad 30x^2 + 5x = \square].$$

Sit $30x^2 + 12x = 36x^2$; fit $x = 2$.

Quum sit $x = 2$, oportebit et $30x^2 + 5x$ esse $\square$. Sed haud ita est. Deducitur igitur quaestio ad inveniendum quadratum, cuius excessus supra 30, dividens 12, quotientem faciat, a quo quadratus 30^{ies} sumptus, addito 5^{plo} ipsius quotientis, faciat quadratum.

Quaesitus faciat quadratum x^2: (subtrahendo 30 et per residuum dividendo 12), fit quotiens $\frac{12}{x^2 - 30}$, cuius quadratus est $\frac{144}{x^4 + 900 - 36x^2}$. Multiplicando in 30 et addendo 5^{ies} radicem, fit $\frac{60x^2 + 2520}{x^4 + 900 - 36x^2}$.

Denominator est $\square$. Oportebit igitur et

$$60x^2 + 2520 \text{ esse } \square.$$

Sed x radix est ex quadrato quodam, qui igitur quaerendus est ita ut 60^{ies} sumptus et additus ad 2520 faciat $\square$. Ergo si, mutato triangulo, construamus numeros, ut 60 et 2520, quorum summa sit $\square$, solvemus quaestionem. At 60 est productus laterum circa rectum,* 2520 productus maioris perpendicularium,

---

Ba add. *ἴσον τετραγώνῳ.* 16 *καὶ ἔστιν . . . ὀρθογωνίῳ* (20)] *τουτέστι δεῖ τετράγωνόν τινα ἑξακοντάκις γενόμενον, καὶ προσλαβόντα* $\overline{M\ \text{,}\beta\varphi\kappa}$, *ποιεῖν τετράγωνον. ἐὰν οὖν πλάσσοντες τὸ ὀρθογώνιον Ba* de loco desperans. 18 *ζητητέον ἄρα τοῦτον* supplevi, *τὸν* AB_1. 19/20 *ἀλλασσομένῳ* scripsi, *ἀλάσσω* AB_1. 21 *,βφβ* AB_1 (et 22 *,βτκ*). 22 *τῶν*] *τὸν* AB_1 (item fere ubique infra, quae notare supersedeo). 23 *περιεχόμενος* AB_1. *τοῦ μείζονος* AB_1 (item p. 418, 4).

ὀρθῶν, καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ. καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν στερεὸν τὸν περιεχόμενον ἔκ τε τῆς μείζονος τῶν ὀρθῶν, καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ αὐτοῦ, ποιῇ τετράγωνον. καὶ ἐὰν τάξωμεν τὴν μείζονα τῶν ὀρθῶν □^{ον}, καὶ ἅπαντα παραβάλωμεν παρ' αὐτήν, ζητήσομεν τὸν ἐν τῇ ἐλάσσονι τῶν ὀρθῶν αὐτοῦ, μετὰ τοῦ ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, ⟨ποιεῖν⟩ □^{ον}.

ἀπάγεται εἰς τὸ δύο ἀριθμοὺς εὑρόντας ⟨τόν τε ὑπὸ⟩ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῶν ὀρθῶν, ⟨καὶ τὸν ἐν τῇ ἐλάσσονι τῶν ὀρθῶν⟩, αὖθις ζητεῖν □^{ὸν} τινα, ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν δοθέντα, ⟨καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον⟩, ποιεῖ τετράγωνον.

ταῦτα δὲ λήμματα προεδείχθη καὶ ἔστιν τὸ ὀρθογώνιον $\bar{\gamma}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\varepsilon}$. τάσσω αὐτὸ ἐν ϛ καὶ γίνεται ζητεῖν $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}\,\varsigma\,\bar{\delta}$ ἴσ. □$^{\varphi}$, καὶ $\Delta^{Y}\bar{\varsigma}\,\varsigma\,\bar{\gamma}$ ἴσ. □$^{\varphi}$. καὶ πάλιν ἐὰν ἀπολύσωμεν τὴν μείζονα ἰσότητα, γίνεται ὁ ἀριθμὸς $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\bar{\alpha} \wedge \overset{\circ}{M}\bar{\varsigma}$. ἡ ἄρα δύναμις γίνεται $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\varsigma}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma} \wedge \Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$. ἔσται ἄρα δυνάμεις $\bar{\varsigma}$ μετὰ ἀριθμῶν $\bar{\gamma}$, γί. $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}\ \overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\bar{\alpha}\ \overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma} \wedge \Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$· ⟨ὥστε $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ καὶ⟩ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ὀφείλουσι

---

1 ὀρθῶν bis] ⊥ AB$_1$ ut ubique, περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 4/5, 5, 7, 8, 9). 2 ὀρθόγωνον A. 6 ποιεῖν AB$_1$. τὴν] τὸν AB$_1$. 7 καὶ] ἀριθμὸν AB, ἀριθμὸν καὶ *Ba*. 8 αὐτοῦ] αὐτῆς AB$_1$, om. *Ba*. 9 ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ] ὑπ' αὐτοῦ AB$_1$. 10 ποιεῖν supplevi. 11 τὸ] B$_1$ add. εὑρεῖν. ἀριθμοὺς ... αὖθις (13)] ἀριθμῶν δοθέντων τοῦ τε ἐμβαδοῦ καὶ τῆς ἐλάσσονος τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*, de loco desperans. εὑρόντας scripsi, ὄντας AB$_1$. 11/12 τόν τε ὑπὸ et 12/13 καὶ τὸν ἐν ... τῶν ὀρθῶν supplevi. 13 αὖθις scripsi, αὐτῆς AB$_1$. 14/15 καὶ προσλαβὼν τὸν ἕτερον suppl. *Ba*. 16 ἔστι B

differentiae perpendicularium, et areae. Deducitur quaestio ad inveniendum triangulum rectangulum tale ut productus laterum circa rectum, addito producto maioris perpendicularium, differentiae perpendicularium, et areae, faciat □. Vel si ponimus maiorem perpendicularium esse □ et omnia per illam dividimus, quaeremus: minorem perpendicularium, plus producto areae et differentiae perpendicularium, facere □.

Deducitur res, duobus numeris inventis, nempe producto areae differentiaeque perpendicularium, et minore perpendicularium, ad quaerendum rursus quadratum quendam, qui multiplicatus in unum datorum, altero addito, faciat □.

Ista lemmata supra monstrata sunt, et est triangulum: 3. 4. 5. Illud pono in x; fit quaerendum:

$$6x^2 + 4x = \square, \quad \text{et} \quad 6x^2 + 3x = \square.$$

Si rursus resolvimus maiorem aequationem, fit numerus[1]) $\frac{4}{x^2 - 6}$; cuius quadratus est $\frac{16}{x^4 + 36 - 12x^2}$. Ergo 6ies quadratus plus ter numero erit $\frac{12x^2 + 24}{x^4 + 36 - 12x^2}$, et 12 et 24 quadratum praebere debent qui multipli-

1) Nempe numerus incognitus antea positus x. Novus incognitus introducitur sub eadem designatione.

(item p. 420, 2). 17 *αὐτὸν* AB. 20 *μορίω* Δ^{γ}] *μ̇* A, *μονάδι* B_1. 21/22 *δυνάμεις* $\bar{\varsigma}$] *δυνάμεως ἑξαπλασίων* *Ba*. 22 *γί.*] *γίνονται* AB, om. *Ba*. 23 *δυνάμεις ἄρα* $\overline{\iota\beta}$ suppl. in lacuna *Ba*, quae mutavi. *ὀφείλουσι*] *Ba* add. *ἴσαι εἶναι τετραγώνῳ, καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν.*

τετράγωνον ὃς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἐλάσσονα τὸν δοθέντα, καὶ προσλαβὼν τὸν μείζονα, ποιεῖ $\square^{ον}$. ἔστιν δὲ ὁ $\overline{\kappa\varepsilon}$· ὥστε ἡ Δ^{Y} γίνεται $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$, ὁ ἄρα ϛ ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\varepsilon}$.

ζητοῦντες οὖν $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$ ϛ $\overline{\delta}$ ἰσῶσαι, ποιοῦμεν ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\kappa\varepsilon}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overline{\delta}$ $\overline{\iota\vartheta}^{ων}$.

ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον $\overline{\iota\beta}$, $\overline{\iota\varsigma}$, $\overline{\kappa}$, καὶ μένει.

ιγ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

Πάλιν ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου, ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅμοιον τῷ $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\varepsilon}$. τετάχθω οὖν ἐν ϛ καὶ γίνεται ϛ $\overline{\gamma}$, ϛ $\overline{\delta}$, ϛ $\overline{\varepsilon}$· καὶ $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$ ⋔ ϛ $\overline{\delta}$ ἴσ. $\square^{ω}$.

καὶ τάξομεν τὸν τετράγωνον ἐλάττονα $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$· ἔρχεται ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\overline{\delta}$ ἐν μορίῳ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ⟨$\overline{\varsigma}$⟩ τετραγώνου τινός.

καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν τετράγωνον $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, γίνεται, τηλικούτου ὄντος τοῦ $ϛ^{ου}$, $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$ ⋔ ϛ $\overline{\gamma}$ ποιεῖν ἴσ. $\square^{ω}$· καὶ αἱ μὲν $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma\varsigma}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$· τῆς δὲ πλευρᾶς $\gamma^{πλ.}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\beta}$ ἐν μορίῳ $\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, τουτέστιν $\overset{\circ}{M}\overline{\circ\beta}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ.

---

1 ἐπὶ ἐλάσσονα] ἐ ἐν ἐλάσσονι AB, ἐπὶ τὸν ἐλάσσονα *Ba*. 1/2 τῶν δοθέντων *Ba*. 2 καὶ *Ba*, ἀριθμὸν AB. 4 ἰσῶσαι] *Ba* add. τετραγώνῳ. 5 $\overline{\delta}$ $\overline{\iota\vartheta}^{ων}$] δοθεὶς AB, $\overline{\delta}^{\iota\vartheta}$ *Ba*. 6 Denomin. add. *Ba*. 9 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 12 τῷ B, τὸ A. 14 γίνεται] AB_1 add. ὁ. 15 ἐὰν τάξωμεν *Ba*, τάξωμεν AB. 16 $\overline{\varsigma}$ suppl. *Ba*. 19 ποιεῖ AB_1. 20 αἱ μὲν $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$] ἡ μὲν δύναμις ἑξάκις ἐστὶ *Ba*. 21 πλευρᾶς *Ba*, ὑπεροχῆς AB. 21/22 τουτέστι B. 22 τῷ αὐτῷ *Ba*, τοὺ αυτῳ αυτὰ A, τοῦ αὐτοῦ B.

catus in minorem datum, maiore addito, faciat □. Talis est 25; ita fit

$$x^2 = 25, \quad \text{et} \quad x = 5.$$

Quaerentes[1]) igitur $6x^2 + 4x = \square$, aequamus ad $25x^2$, et fit

$$x = \frac{4}{19}.$$

Erit igitur triangulum: $\frac{12}{19} \cdot \frac{16}{19} \cdot \frac{20}{19}$, et constat propositum.

XIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, 14
minus alterutra perpendiculari, faciat quadratum.

Rursus si ponimus illud specie datum, ut in praecedenti, deducitur res ad inveniendum triangulum rectangulum simile ad 3. 4. 5. Ponatur ergo in x; fit $3x.\ 4x.\ 5x$, et

$$6x^2 - 4x = \square.$$

Ponemus □ minorem quam $6x^2$; veniet x quotiens ex 4 diviso per excessum quo 6 superat quendam quadratum.

Hunc quadratum[2]) si ponimus esse x_1^2, fit, quum talis sit x ut

$$6x^2 - 3x \text{ aequetur } \square,$$

nempe

$$6x^2 = \frac{96}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2},$$

$$3x = \frac{12}{6 - x_1^2} = \frac{72 - 12x_1^2}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}.$$

1) Ad primum incognitum x revertitur Diophantus.

2) Novos incognitos numeros, quorum unus nunc et mox alter introducetur, notavimus x_1 et x_2 ob perspicuitatem; fidelius x simpliciter dicti fuissent. Idem in sequentibus problematis intelligendum est.

καὶ ἐὰν ταῦτα αἴρωμεν ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ϟϛ}}$ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ, λοιπαί εἰσιν $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}\langle\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}\rangle$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\Delta\overline{\alpha}\,\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}$· καὶ ἔστιν τὸ μόριον $\square^{\text{ος}}$, ὥστε καὶ $\Delta^{Y}\overline{\iota\beta}\,\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ ἴσ. $\square^{\text{ῳ}}$· καὶ ἔστιν ὁ ϛ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$.

τάσσω οὖν $\Delta^{Y}\overline{\varsigma}$ ⋔ ϛ $\overline{\delta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\varepsilon^{\text{ων}}\,\overline{\delta}$· ἔσονται οὖν τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου πλευραὶ $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\beta}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\varsigma}}$, $\overset{\circ}{M}\overline{\delta}$.

Καὶ ἐὰν μὴ θέλῃς χρήσασθαι τῇ $\overset{\circ}{M}$, τάξον τὸν ἐλάσσονα ϛ $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$· ὥστε αἱ $\Delta^{Y}\overline{\gamma}\,\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$ ἰσχύουσι $\Delta^{Y}\overline{\gamma}$ ϛ $\overline{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\vartheta}$· καὶ ταῦτα ἴσα $\square^{\text{ῳ}}$ ποιεῖν ῥᾴδιόν ἐστι, καὶ εὑρεθήσεται ὁ ϛ οὐ μείζων $\overset{\vartheta}{\overline{\iota\gamma}}$· ἦν δὲ ὁ ϛ, ϛ $\overline{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$· ἔσται ἄρα ὁ ϛ οὐ μείζων $\overset{\vartheta}{\overline{\kappa\beta}}$, καὶ ὁ ἀπὸ τούτων $\square^{\text{ος}}$ ἀρθεὶς ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\overline{\varsigma}$ ποιεῖ ϛ ῥητόν.

ιδ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, λείψας τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον.

---

2 εἰσι B. $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\delta}$ suppl. *Ba*. 3 ἔστι *Ba*. καὶ post.] *Ba* add. δεῖ. 4 ἴσ.] ἰσῶσαι *Ba*. 6 $\varepsilon^{\text{ων}}$] $\overset{\circ}{\mu}$ A *Ba*, μονάδες B. 7 $\overset{\circ}{M}$ om. *Ba*. 8/9 τὸν ἐλάσσονα] τὴν τοῦ τετραγώνου πλευρὰν *Ba*. 9 αἱ $\Delta^{Y}\overline{\gamma}$] ὁ τετράγωνος τρὶς καὶ *Ba*. ἰσχύουσι] ποιοῦσι *Ba*. 11 ἦν δὲ ὁ ϛ] ἡ δὲ τοῦ τετραγώνου πλευρὰ ἣ ἐστὶν *Ba*. 12 ἄρα ὁ ϛ om. *Ba*. μείζων *Ba*, μόνον AB_1. 16 τόν τε AB_1. τε om. AB_1. 17 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. ποιεῖ AB_1.

Hunc numeratorem si subtrahimus a 96, quum sit idem denominator, residuus est $\frac{12x_1^2 + 24}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$.

At denominator est $\square$; ergo

$$12x_1^2 + 24 = \square, \quad \text{et} \quad x_1 = 1.$$

Pono igitur

$$6x^2 - 4x = x^2, \quad \text{unde fit} \quad x = \frac{4}{5}.$$

Erunt ergo quaesiti trianguli latera: $\frac{12}{5}$, $\frac{16}{5}$, 4.

Si valore 1 uti non velis, pone minorem

$$(x_1) = x_2 + 1.$$

Ita[1])

$$3x_1^2 + 6 \text{ aequivalent } 3x_2^2 + 6x_2 + 9,$$

quae quadrato aequare facile est. Invenietur x_2 haud maior[2]) quam $\frac{13}{9}$; sed erat $x_1 = x_2 + 1$; ergo x_1 haud maior erit quam $\frac{22}{9}$, et eius quadratus a 6 subtractus faciet x rationalem.

XIV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, 15
minus sive hypotenusa sive una perpendicularium, faciat quadratum.

---

1) Forma $(12x_1^2 + 24)$, aequanda quadrato, per 4 quadratum dividitur.

2) Ut sit x_1^2 minor quam 6. Ex. gr., ponendo:

$$3x_2^2 + 6x_2 + 9 = \left(3 + \frac{5}{4}x_2\right)^2,$$

invenietur

$$x_2 = \frac{24}{23}, \quad x_1 = \frac{47}{23}, \quad x = \frac{4}{6 - x_1^2} = \frac{1058}{1303}.$$

Ἔστω τὸ τρίγωνον δεδομένον τῷ εἴδει ϛ γ̄, ϛ δ̄, ϛ ε̄, καὶ πάλιν γίνεται ζητεῖν Δ^Υ ϛ̄ ∧ ϛ ε̄ ἴσ. □^ω, καὶ Δ^Υ ϛ̄ ∧ ϛ γ̄ ἴσ. □^ω. καὶ ἐὰν ποιήσω Δ^Υ ϛ̄ ∧ ϛ γ̄ ἴσ. □^ω, γίνεται ὁ ϛ Μ̊ γ̄ ἐν μορίῳ Μ̊ ϛ̄ ∧ Δ^Υ ᾱ.

καὶ τοιούτου εὑρεθέντος, αἱ Δ^Υ ϛ̄ γίνονται Μ̊ νδ̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ Δ ᾱ Μ̊ λϛ̄ ∧ Δ^Υ ιβ̄. καὶ δεῖ ἀπὸ Μ̊ νδ̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ Δ ᾱ Μ̊ λϛ̄ ∧ Δ^Υ ιβ̄ ⟨ἀφελεῖν τοὺς ε̄ ϛ⟩, ἔσονται ἄρα αἱ Μ̊ ↳ ∧ Δ^Υ ιε̄ ἐν μορίῳ τῷ αὐτῷ, καὶ τὰ λοιπὰ ποιεῖν ἴσ. □^ω· γίνονται δὲ λοιπαὶ Δ^Υ ιε̄ ∧ Μ̊ λϛ̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ Δ ᾱ Μ̊ λϛ̄ ∧ Δ^Υ ιβ̄ ἴσ. □^ω· καὶ ἔστιν τὸ μόριον □^ος· ὥστε καὶ Δ^Υ ιε̄ ∧ Μ̊ λϛ̄ ἴσ. □^ω.

Καὶ αὕτη μὲν ἡ ἰσότης ἀδύνατός ἐστι διὰ τὸ τὸν ιε̄ μὴ διαιρεῖσθαι εἰς δύο τετραγώνους· οὐ πάντως δὲ τὸ ἐξ ἀρχῆς ἀδύνατόν ἐστι· δέον οὖν διορίζεσθαι περὶ τοῦ τριγώνου. γεγόνασι γὰρ αἱ μὲν Δ^Υ ιε̄ ἔκ τινος □^ου, ἐλάσσονος τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, πολλαπλασιασθέντος ἐπὶ τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν· αἱ δ' ἐν λείψει Μ̊ λϛ̄ ἐκ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ἔκ τε τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν. καὶ ἀπῆκται εἰς τὸ πρότερον εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ τετράγωνον ἀριθμὸν ἐλάσσονα ὄντα τοῦ ἐμβαδοῦ, ὅπως ὁ τετράγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῆς⟩ ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ⟨λείψει⟩ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ἔκ τε τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς

---

7 ἀφελεῖν τοὺς ε̄ ϛ^ούς dubitanter supplevi. 7/8 ἔσονται ἄρα αἱ] ἀφελεῖν Ba. 9 γίνονται .... Δ^Υ ιβ̄ ἴσ. □^ω (10) om. Ba. Μ̊] Δ^Υ AB₁. 10 ἔστι B. 13 πάντος Ba. 17 ὑπὸ] ἐπὶ AB₁. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν Ba (item 19, 24, 26, p. 426, 4). 18 δὲ ἐν Ba. περιέχοντος AB.

Esto triangulum datum specie: $3x$, $4x$, $5x$. Rursus fit quaerendum:

$$6x^2 - 5x = \square, \quad \text{et} \quad 6x^2 - 3x = \square.$$

Si $6x^2 - 3x$ aequo $\square$, fit x quotiens ex 3 diviso per $(6 - x_1^2)$.

Sic invento x, fiunt

$$6x^2 = \frac{54}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$$

et a $\frac{54}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$ oportet ⟨subtrahere $5x$⟩, hoc est $\frac{90 - 15x_1^2}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2}$ et residuum aequare quadrato. At residuus est

$$\frac{15x_1^2 - 36}{x_1^4 + 36 - 12x_1^2} = \square,$$

et denominator est $\square$; ergo $15x_1^2 - 36 = \square$, quae aequatio impossibilis est quia 15 haud partitur in duos quadratos. Sed omnino primitivum problema haud impossibile est; tantum limitatio adhibenda est circa triangulum. Nam $15x_1^2$ est quidam quadratus, area minor, multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium; et quae in minus, 36, sunt productus areae, unius perpendicularium, et excessus hypotenusae supra praedictam perpendicularem. Deducitur igitur res ad inveniendum primo triangulum rectangulum et quadratum numerum area minorem, ita ut quadratus multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium, minus producto areae, praedictae perpendicularis et excessus hypo-

---

22 ὀρθόγωνον A. 24 ὑπὸ τῆς supplevi. 25 λείψει suppl. *Ba.* τὰς στερεὰς AB_1.

ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα ⟨τῆς εἰρημένης τῶν ὀρθῶν ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν πλάσσωμεν τὸ τρίγωνον ἀπὸ δύο ἀριθμῶν καὶ ὑποθώμεθα⟩ τὴν εἰρημένην τῶν ὀρθῶν γεγενῆσθαι ἐκ τοῦ δὶς ὑπ' αὐτῶν, καὶ πάντα παραβάλωμεν παρὰ τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς ⟨αὐτῶν τουτέστι τὴν ὑπεροχὴν⟩ τῆς ὑποτεινούσης καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ζητήσομεν πάλιν ἄλλον τινὰ τετράγωνον ⟨ὃς⟩ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τοῦ ἐμβαδοῦ ἐπὶ τὴν μίαν τῶν ὀρθῶν ὑπερέχει τετραγώνῳ. καὶ ἐὰν τάξωμεν τοὺς πλάσσοντας τὸ ὀρθογώνιον ὁμοίους εἶναι ἐπιπέδους, διαλύσομεν τὸ ζητούμενον.

Πεπλάσθω τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\dot{M}\bar{\delta}$ καὶ $\dot{M}\bar{\alpha}$· ὁ δὲ τετράγωνος ἔστω, ἵνα ἐλάσσων ᾖ τοῦ ἐμβαδοῦ, $\dot{M}\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ πλάσας τὸ τρίγωνον, πλάσσω αὐτὸ ἐν $\varsigma\bar{\eta}$, $\varsigma\overline{\iota\varepsilon}$, $\varsigma\overline{\iota\zeta}$· καὶ γίνεται ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ λείψας τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, $\Delta^{Y}\xi \wedge \varsigma\bar{\eta}$· ταῦτα ἴσα $\Delta^{Y}\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ γίνεται ὁ $\varsigma\ \dot{M}\gamma^{\chi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ἄρα τὸ τρίγωνον $\overset{\gamma}{\bar{\eta}}$, $\overset{\gamma}{\overline{\iota\varepsilon}}$, $\overset{\gamma}{\overline{\iota\zeta}}$, καὶ μένει.

1—4 τῆς εἰρημένης . . . . ὑποθώμεθα supplevi. 4 ὀρθῶν] *Ba* add. ποιῇ τετράγωνον. 5 αὐτὸν A, αὐτοῦ B_1. 6 τῆς ὑπεροχῆς om. *Ba*. 6/7 αὐτῶν τουτέστι τὴν ὑπεροχὴν supplevi. 8 ὀρθῶν] ⊥ AB. 9 ὃς πολλαπλασιασθεὶς] πολλὴν AB. 10 ὀρθῶν om. *Ba*. 10/11 μίαν τῶν ὀρθῶν] πρώτην τὸν ⊥ AB. 11 ὑπερέχει] ὑπεροχῆς AB. τετράγωνον B. 12 ἐπιπέδῳ AB. 13 διαλύσωμεν A*Ba*. 16 πλάσσας A, πλάσσων B. τὸ] τὸν AB_1. αὐτὸν AB_1. ἐν] *Ba* add. $\varsigma\varsigma^{\text{οἷς}}$· ἔσται. 17 ἐν μιᾷ] ἐν ᾱ A, ἕνα B. 18 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*.

tenusae supra ⟨eandem perpendicularem, faciat quadratum.

Si formemus triangulum a duobus numeris (X_1, X_2) et supponamus⟩ praedictam perpendicularem fieri ex $2X_1X_2$, et omnia dividamus per $(X_1 - X_2)^2$, hoc est per differentiam hypotenusae et praedictae perpendicularis[1]), quaeremus rursus alium quendam quadratum qui multiplicatus in productum hypotenusae et unius perpendicularium, quadrato superet productum areae in dictam perpendicularem. Si autem numeros triangulum formantes ponimus esse similes planos[2]), resolvemus quaesitum.

Formetur triangulum a 4 et 1. Quadratus, ut minor sit quam area, esto 36. Formato triangulo, illud pono in x:

$$8x.\ 15x.\ 17x;$$

fit area, minus una perpendicularium,

$$60x^2 - 8x : \text{aequentur } 36x^2,$$

fit

$$x = \frac{1}{3}.$$

Ad positiones. Erit triangulum:

$$\frac{8}{3},\quad \frac{15}{3},\quad \frac{17}{3},$$

et constat (propositum).

---

1) Hypotenusa est $X_1^2 + X_2^2$. Subtrahendo perpendicularem $2X_1X_2$, fit $(X_1 - X_2)^2$. Altera perpendicularis est $X_1^2 - X_2^2$.

2) Hoc est: numeros in ratione quadrati ad quadratum.

Λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς.

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐὰν τετράγωνός τις πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα αὐτῶν καὶ λείψας τὸν ἕτερον ποιῇ τετράγωνον, καὶ εὑρίσκεται τετράγωνος καὶ ἕτερος μείζων τοῦ προειρημένου τετραγώνου, τὸ αὐτὸ ποιῶν.

Δεδόσθωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε $\bar{\gamma}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\alpha}$, καὶ τετράγωνός τις, ὁ ἀπὸ τοῦ $\bar{\varepsilon}$, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν $\bar{\gamma}$ καὶ λείψας τὸν $\overline{\iota\alpha}$, ποιείτω τετράγωνον, τὸν ὄντα ἀπὸ πλευρᾶς $\dot{M}\bar{\eta}$. δέον ἔστω ζητεῖν ἕτερον τετράγωνον μείζονα τοῦ $\overline{\kappa\varepsilon}$, τὸ αὐτὸ ποιοῦντα.

Ἔστω ἡ τοῦ $\square^{ou}$ π^{λ} $\varsigma\,\bar{\alpha}\,\dot{M}\bar{\varepsilon}$· ὁ $\square^{os}$ γίνεται $\Delta^{Y}\alpha\,\varsigma\,\bar{\iota}\,\dot{M}\overline{\kappa\varepsilon}$· ταῦτα τρὶς $\wedge\dot{M}\overline{\iota\alpha}$, γίνονται $\Delta^{Y}\bar{\gamma}\,\varsigma\,\bar{\lambda}\,\dot{M}\overline{\xi\delta}$ ἴσ. $\square^{\varpi}$ τῷ ἀπὸ π^{λ} $\dot{M}\bar{\eta}\wedge\varsigma\,\overline{\beta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\dot{M}\overline{\xi\beta}$. ἔσται ἄρα ἡ π^{λ} $\dot{M}\overline{\xi\zeta}$, ὁ $\square^{os}$ δυπθ, καὶ οὗτος ποιεῖ τὸ ἐπιταχθέν.

ιε.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν ἑκατέρᾳ τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον.

Καὶ ἐὰν τάξωμεν αὐτὸ δεδομένον τῷ εἴδει, πάλιν ἔρχεται ἡμῖν διορίζεσθαι καὶ ζητεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον καὶ τετράγωνον ἀριθμὸν μείζονα ὄντα τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, ὅπως ὁ τετράγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ⟨ὑπὸ τῆς⟩ ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν

---

1 λῆμμα εἰς τὸ ἑξῆς om. *Ba*. 2 ἀριθμοὶ δοθέντες AB$_1$. 2/3 πολλαπλασιάσῃ AB. 3 αὐτὸν AB$_1$. λείψας] λειπῇ AB$_1$. 4 καὶ prius om. *Ba*. καὶ ἕτερος τετράγωνος *Ba*. 5 τετραγώνου] *Ba* add. δς. ποιῶν B, ποιῇ A (ex corr.) *Ba*. 6 δύο ἀριθμοὶ *Ba*, δυνάμεις ἀριθμῶν AB. $\overline{\iota\alpha}$ *Ba*, $\bar{\alpha}$ AB. 10 ποιοῦντος AB$_1$. 11 τοῦ om. *Ba*. $\bar{\iota}$ *Ba*, $\bar{\varepsilon}$ AB. 12 $\bar{\lambda}$ *Ba*, $\bar{\alpha}$ AB. 13 τῷ om. *Ba*. $\overline{\xi\beta}$] $\xi\bar{\eta}$ A. 14 οὕτως AB$_1$.

Lemma ad sequens.

Duobus numeris datis, si quadratus aliquis multi- 16
plicatus in unum ipsorum, altero subtracto, facit quadratum, invenitur quoque alius quadratus maior praedicto quadrato eademque faciens.

Dati sint duo numeri 3 et 11, et quadratus aliquis, nempe a 5, talis ut $3 \times 5^2 - 11$ faciat quadratum a radice 8. Oporteat quaerere alium quadratum maiorem quam 25, eademque facientem.

Sit quadrati radix $= x + 5$; fit quadratus

$$= x^2 + 10x + 25.$$

Ista ter et minus 11, fiunt

$$3x^2 + 30x + 64 = \square : \text{a radice } (8 - 2x);$$

unde

$$x = 62.$$

Erit radix $= 67$, et quadratus $= 4489$, proposito satisfacit.

XV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area, plus 17
sive hypotenusa sive una perpendicularium, faciat quadratum.

Illud si ponimus datum specie, rursus devenimus ad limitandum et quaerendum triangulum rectangulum et quadratum numerum, area maiorem, ita ut quadratus, multiplicatus in productum hypotenusae et

---

18 *προσλαβὼν*] ⋀ A, *λείψας* B_1. *τε* om. B_1. 19 *τῶν ὀρθῶν*] *τὸν περὶ τὴν ὀρθὴν Ba*. 24 *ὑπὸ τῆς* suppl. *Ba*. *ὀρθῶν*] *περὶ τὴν ὀρθὴν Ba* (item p. 430, 3, 9, 11).

τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου, ⟨λείψει⟩ τοῦ στερεοῦ τοῦ περιεχομένου ⟨ἐκ τοῦ⟩ ἐν τῷ ἐμβαδῷ καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ἡ ὑποτείνουσα τῆς προειρημένης μιᾶς, τῆς ὑπεροχῆς τετραγώνου ⟨οὔσης, ποιῇ τετράγωνον⟩.

Πεπλάσθω οὖν τὸ τρίγωνον ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\overline{\delta}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\overline{\alpha}$, ὁ δὲ $\square^{\text{ος}}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ οὐκ ἔστιν μείζων τοῦ ἐμβαδοῦ· ἔχοντες οὖν δύο ἀριθμούς, τὸν μὲν ἕνα, τὸν ὑπὸ τῆς ὑποτεινούσης καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τουτέστι $\overset{\circ}{M}\overline{\rho\lambda\varsigma}$· τὸν δὲ λοιπόν, τὸν στερεὸν τὸν περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ μιᾶς τῶν ὀρθῶν καὶ τῆς ὑπεροχῆς τῆς τε ὑποτεινούσης καὶ τῆς προειρημένης μιᾶς τῶν ὀρθῶν, τὸν $\overline{,\delta\tau\kappa}$· ἐπεὶ οὖν $\square^{\text{ός}}$ τις, ὁ ὢν $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν $\overline{\rho\lambda\varsigma}$ καὶ λείψας τὸν $\overline{,\delta\tau\kappa}$, ποιεῖ $\square^{\text{ον}}$, ζητοῦμεν δὲ τὸν $\square^{\text{ον}}$ μείζονα εἶναι τοῦ $\overline{\lambda\varsigma}$, ἐὰν οὖν τάξωμεν $\Delta^{Y}\overline{\alpha}$ ϛ $\overline{\iota\beta}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ ἀκολουθήσωμεν τῇ προδεδειγμένῃ ἀποδείξει, εὑρήσομεν ἀπείρους $\square^{\text{ους}}$ ποιοῦντας τὸ πρόβλημα, ὧν εἷς ἔσται ὁ ὢν $\overset{\circ}{M}\overline{\chi o\varsigma}$.

Τάξομεν οὖν τὸ ὀρθογώνιον ϛ $\overline{\eta}$, ϛ $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛ $\overline{\iota\zeta}$, καὶ γίνονται $\Delta^{Y}\overline{\xi}$ ϛ $\overline{\eta}$ ἴσ. $\Delta^{Y}\overline{\chi o\varsigma}$· καὶ γίνεται ὁ ϛ $o\zeta^{\chi}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις.

ιϛ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως, τῶν ὀξειῶν ⟨μιᾶς⟩ αὐτοῦ γωνιῶν τμηθείσης δίχα, ὁ τῆς τεμνούσης τὴν γωνίαν ἀριθμὸς ᾗ ῥητός.

---

1 τοῦ ζητουμένου ὀρθογωνίου om. *Ba*. λείψει suppl. *Ba* et ἐκ τοῦ (2). τοῦ (post στερεοῦ) om. *Ba*. 4/5 τῆς ὑπεροχῆς τετραγώνου] τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 5 οὔσης supplevi, ποιῇ τετράγωνον suppl. *Ba*. 7 ἔστι B. 8 ἔχομεν *Ba*. μὲν ἕνα *Ba*, μείζονα AB. 9 ὑποτεινούσης] ὑπεροχῆς A. 16 τάξομεν A] *Ba* add. αὐτὸν. 17 εὑρήσωμεν A. $\square^{\text{ους}}$

unius perpendicularis quaesiti trianguli, minus producto areae, praedictae perpendicularis et excessus hypotenusae supra praedictam (excessu illo exstante quadrato) faciat quadratum.

Ergo formetur triangulum a 4 et 1, et quadratus 36. Non est maior quam area; sic habemus duos numeros: alterum, productum hypotenusae et unius perpendicularium, nempe 136; alterum, productum areae, unius perpendicularis, et excessus hypotenusae supra praedictam perpendicularem, nempe 4320. Quadratus quidam, scilicet 36, multiplicatus in 136, subtracto 4320, facit □ : quadratum autem maiorem quam 36 quaerimus. Si ponamus illum esse

$$x^2 + 12x + 36,$$

et praecedentem demonstrationem sequamur, inveniemus infinite quadratos quaestioni satisfacientes, quorum unus erit 676.

Ponemus igitur triangulum: $8x$. $15x$. $17x$; et fit

$$60x^2 + 8x = 676x^2, \quad \text{unde} \quad x = \frac{1}{77}.$$

Ad positiones.

XVI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut, bisecto 18
angulorum acutorum uno, bisectricis numerus sit rationalis.

---

om. *Ba*. 19 *τάξωμεν* AB_1. 20 $o\overline{\zeta}^{\chi}$] ὁ $\overline{\zeta}$ A. 24 *μιᾶς* supplevi. *τμηθείσων Ba*. *δίχα* scripsi] *διχῶς* AB hîc et infra in hoc problemate.

Τετάχθω ἡ μὲν τέμνουσα γωνίαν δίχα ϛ ε̄, ἡ δὲ μία τομὴ τῆς βάσεως ϛ γ̄, ἡ ἄρα κάθετος ἔσται ϛ δ̄.

τετάχθω δὴ καὶ ἡ ἐξ ἀρχῆς βάσις Μ̊ ὁσωνδήποτε ἐχουσῶν γ^ον^, ἔστω δὴ Μ̊ γ̄· ὥστε δὴ τὸ λοιπὸν τμῆμα τῆς βάσεως, Μ̊ γ̄ ⋀ ϛ γ̄. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ γωνία δίχα ἐτμήθη, καὶ ἔστιν ἡ κάθετος ἀποτομῆς ἐπίτριτος, ὥστε καὶ ἡ ὑποτείνουσα τοῦ λοιποῦ τῆς βάσεως ἐστὶν ἐπίτριτος, καὶ τέτακται τὸ λοιπὸν τμῆμα τῆς βάσεως Μ̊ γ̄ ⋀ ϛ γ̄, ἡ ἄρα ὑποτείνουσά ⟨ἐστι⟩ Μ̊ δ̄ ⋀ ϛ δ̄.

λοιπόν ἐστι τὸν ἀπὸ τούτων τετράγωνον, τουτέστιν Δ^Υ^ ιϛ̄ Μ̊ ιϛ̄ ⋀ ϛ λβ̄, ἰσῶσαι τοῖς ἀπὸ τῶν ὀρθῶν τετραγώνοις, τουτέστι Δ^Υ^ ιϛ̄ Μ̊ θ̄, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overline{\overset{\lambda\beta}{\zeta}}$· τὰ λοιπὰ δῆλα.

καὶ ἐὰν πάντα λβ^κις^ ποιήσω, ἔσται ἄρα ἡ μὲν κάθετος Μ̊ κη̄, ἡ δὲ βάσις Μ̊ ϟϛ̄, ἡ δὲ ὑποτείνουσα Μ̊ ρ̄, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν Μ̊ λε̄, αἱ δὲ ⟨τομαὶ τῆς βάσεως, ἡ μὲν Μ̊ κᾱ, ἡ δὲ Μ̊ οε̄⟩.

ιζ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ, ποιῇ τετράγωνον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος.

Τετάχθω ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ϛ ᾱ, ὁ δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ αὐτοῦ Μ̊ τινῶν τετραγωνικῶν ⋀ ϛ ᾱ, ἔστω Μ̊ ιϛ̄ ⋀ ϛ ᾱ.

ἀλλ' ἐπεὶ ὑπεθέμεθα τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ εἶναι

---

1 γωνία A. 3 δὴ καὶ om. B_1. 4 ὥστε B, ἔστω A in comp. ἔσται *Ba*. 7 ἡ om. B_1. 9 ἐστι suppl. *Ba*. Μ̊ δ̄ ⋀] ⋀ Μ̊ δ̄ AB_1. 10 τούτων A, τούτου B, ταύτης *Ba*. τουτ-

Ponatur bisectrix esse $5x$, et baseos unum segmentum esse $3x$; altitudo erit $4x$.

Ponatur deinde basis tota aequalis numero unitatum trientem habenti; esto 3. Reliquum baseos segmentum erit $3 - 3x$. Sed angulus bisectus est et altitudo est $\frac{4}{3}$ segmenti adiacentis; ergo $\frac{4}{3}$ reliqui segmenti erit hypotenusa; at reliquum segmentum positum est $3 - 3x$; hypotenusa ergo erit $4 - 4x$.

Restat ut istius quadratus, hic est

$$16x^2 + 16 - 32x,$$

aequetur summae quadratorum a perpendicularibus, haec est $16x^2 + 9$. Fit $x = \frac{7}{32}$. Reliqua patent.

Si omnia 32ies sumimus, erit:

altitudo $= 28$, basis $= 96$, hypotenusa $= 100$,

bisectrix $= 35$ et ⟨baseos segmenta: 21 et 75⟩.

XVII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus 19
hypotenusa faciat quadratum, et perimetrus sit cubus.

Ponatur area $= x$, et hypotenusa sit numerus unitatum quadraticus, minus x; esto $16 - x$.

Quoniam supposuimus aream $= x$, productus late-

εστι B. 11 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.* 12 τουτεστιν *Ba.* ς $\overset{\circ}{M}\bar{\zeta}$ AB. 16 αἱ δὲ om. B. Caetera supplevi; hîc A mutilus est. 21 ᾗ κύβος] $\bar{\tau}$ κύβους A. 22 τῷ] τῇ A. 25 τὸν] τὸ AB_1.

ς $\bar{\alpha}$, ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ γίνεται ς $\bar{\beta}$. ἀλλὰ ς $\bar{\beta}$ περιέχονται ὑπὸ ς $\bar{\alpha}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· ἐὰν οὖν τάξωμεν μίαν τῶν ὀρθῶν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ἔσται ἡ ἑτέρα ς $\bar{\alpha}$.

καὶ γίνεται ἡ περίμετρος $\overset{\circ}{M}\overline{\iota\eta}$ καὶ οὐκ ἔστι κύβος· ὁ δὲ $\overline{\iota\eta}$ γέγονεν ἔκ τινος $\square^{ou}$ καὶ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· δεήσει ἄρα εὑρεῖν $\square^{ou}$ τινα, ὅς, προσλαβὼν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ποιεῖ κύβον, ὥστε κύβον $\square^{ou}$ ὑπερέχειν $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$.

Τετάχθω οὖν ἡ μὲν τοῦ $\square^{ou}$ ⟨π^{λ}⟩ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἡ δὲ τοῦ κύβου ς $\bar{\alpha}$ ⋔ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. γίνεται ὁ μὲν $\square^{os}$, $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὁ δὲ κύβος, ⟨$K^{Y}\bar{\alpha}$⟩ ς $\bar{\gamma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. θέλω οὖν τὸν κύβον τὸν $\square^{ou}$ ὑπερέχειν δυάδι· ὁ ἄρα $\square^{os}$ μετὰ δυάδος, τουτέστιν $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$, ἔστιν ἴσος $K^{Y}\bar{\alpha}$ ς⟨$\bar{\gamma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\gamma$ M⟩ $\bar{\alpha}$, ὅθεν ὁ ς εὑρίσκεται $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$.

ἔσται οὖν ἡ μὲν τοῦ $\square^{ou}$ π^{λ} $\overset{\circ}{M}\bar{\varepsilon}$, ἡ δὲ τοῦ κύβου $\overset{\circ}{M}\bar{\gamma}$. αὐτοὶ ἄρα ὁ μὲν $\square^{os}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$, ὁ δὲ κύβος $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\zeta}$.

Μεθυφίσταμαι οὖν τὸ ὀρθογώνιον, καὶ τάξας αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν ς $\bar{\alpha}$, τάσσω τὴν ὑποτείνουσαν $\overset{\circ}{M}\overline{\kappa\varepsilon}$ ⋔ ς $\bar{\alpha}$· μένει δὲ καὶ ἡ βάσις $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$, ἡ δὲ κάθετος ς $\bar{\alpha}$.

λοιπόν ἐστιν τὸν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· γίνεται δὲ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\chi\kappa\varepsilon}$ ⋔ ς $\bar{\nu}$· ἔσται ἴση $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$. ὅθεν ὁ ς $\overset{\circ}{M}\overset{\nu}{\overline{\chi\kappa\alpha}}$.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις καὶ μένει.

---

2 ὑπὸ] ἀπὸ *Ba*. καὶ om. *Ba*. 3 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 6 ὥστε *Ba*, ἔστω AB. 8 πλευρὰ suppl. *Ba*. 10 $K^{Y}\bar{\alpha}$ suppl. *Ba*. 12 τουτέστι B. ἔστιν ἴσος] ο ϛ A, ὁ ἀριθμὸς B, ἴσός ἐστι *Ba*. 12/13 $\bar{\gamma}$ ⋔ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ $\overset{\circ}{M}$ suppl. *Ba*. 17 ὑποτείνουσαν *Ba*, ὑπόστασιν AB. 19 ἐστι B. ἀπὸ *Ba*, ἐπὶ AB. 20 $\overline{\chi\kappa}$] σκε AB_1. 21 ὅθεν] *Ba* add. γίνεται. $\overline{\chi\kappa\alpha}$] $\overline{\sigma\nu\alpha}$ AB_1.

rum circa rectum fit $2x = x \times 2$. Ergo, si ponimus unam perpendicularium esse 2, altera erit x.

Fit perimetrus 18, qui non est cubus; sed 18 factus est ex aliquo quadrato plus 2. Oportebit igitur invenire quadratum aliquem qui plus 2 faciat cubum, ita ut cubus quadratum superet unitatibus 2.

Ponatur quadrati radix $= x + 1$,

$$\text{cubi radix} = x - 1.$$

Fit

$$\text{quadratus} = x^2 + 2x + 1,$$

$$\text{cubus} = x^3 + 3x - 3x^2 - 1.$$

Volo cubum esse quadratum plus 2. Ergo quadratus plus 2, hoc est:

$$x^2 + 2x + 3 = x^3 + 3x - 3x^2 - 1,$$

unde invenitur

$$x = 4.$$

Erit igitur quadrati radix $= 5$, cubi radix $= 3$; et ipsi: quadratus $= 25$, cubus $= 27$.

Transformo igitur triangulum et, posita huius area $= x$, pono hypotenusam $= 25 - x$. Restat

$$\text{basis} = 2, \quad \text{altitudo} = x.$$

Reliquum oportet quadratum hypotenusae aequari summae quadratorum a lateribus circa rectum; fit

$$x^2 + 625 - 50x = x^2 + 4,$$

unde

$$x = \frac{621}{50}.$$

Ad positiones; et constat propositum.

ιη.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ, ποιῇ κύβον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ τετράγωνος.

Ἐὰν δὴ ὁμοίως τῷ πρὸ τούτου τάξωμεν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ $\bar{\alpha}$, τὸν δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ $\mathring{M}$ κυβικῶν ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$, ἔρχεται ζητεῖν τίς κύβος μετὰ $\mathring{M}\bar{\beta}$ ποιεῖ τετράγωνον.

Τετάχθω ἡ τοῦ κύβου π^{λ} ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ $\mathring{M}\bar{\alpha}$· ὁ κύβος ⟨μετὰ $\mathring{M}\bar{\beta}$⟩ γίνεται $K^{Y}\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\gamma}$ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ ⋔ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$· ἔσται $\square^{ος}$· ἔστω ἀπὸ π^{λ} ϛ $\bar{\alpha}$ ⌊′ $\mathring{M}\bar{\alpha}$. καὶ γίνεται ὁ ϛ μονάδος $\overline{\kappa\alpha}$ $\delta^{ων}$. ἔσται ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ $\overset{\delta}{\overline{\iota\zeta}}$, αὐτὸς ἄρα ἔσται $\overset{\xi\delta}{\overline{,\delta\mathcal{D}\iota\gamma}}$.

Τάσσω πάλιν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ $\bar{\alpha}$, τὴν δὲ ὑποτείνουσαν $\mathring{M}\overset{\xi\delta}{\overline{,\delta\mathcal{D}\iota\gamma}}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$· ἔχομεν δὲ καὶ τὴν βάσιν $\mathring{M}\bar{\beta}$, τὴν δὲ κάθετον ϛ $\bar{\alpha}$. καὶ ἐὰν ἰσάσωμεν τὸν ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης $\square^{ον}$ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν $\square^{οις}$, εὑρήσομεν τὸν ϛ ῥητόν.

ιθ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ τετράγωνον, ὁ δ' ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος.

---

5 ὁμῶς τὸ AB_1. 7 ζητεῖν κύβον μετὰ $\mathring{M}\bar{\beta}$ ποιεῖν B_1. ποιεῖν A. 10 μετὰ μονάδων $\bar{\beta}$ suppl. *Ba* post γίνεται. $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$] *Ba* add. ταῦτα ἴσα τετραγώνῳ. ἔσται $\square^{ος}$] ἔστω *Ba*. 11 ἔστω] τῷ AB. ⌊′ $\mathring{M}\bar{\alpha}$ om. AB_1. $\overline{\kappa\delta}$ δ' AB.

XVIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus 20
hypotenusa faciat cubum, et perimetrus sit quadratus.

Si ponimus, ut in praecedente, aream $= x$, et hypotenusam aequamus numero unitatum cubico minus x, devenimus ad quaerendum cubum qui, plus 2, faciat quadratum.

Ponatur cubi radix $= x - 1$; cubus, plus 2, fit

$x^3 + 3x + 1 - 3x^2 = \square$: esto a radice $\left(1\frac{1}{2}x + 1\right)$.

Fit

$$x = \frac{21}{4}.$$

Erit igitur cubi radix $= \frac{17}{4}$; ipse $= \frac{4913}{64}$.

Pono rursus aream $= x$, hypotenusam $= \frac{4913}{64} - x$.

Habemus autem basin $= 2$, altitudinem $= x$. Si nunc hypotenusae quadratum aequamus summae quadratorum laterum circa rectum, inveniemus x rationalem.

XIX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus 21
una perpendicularium faciat quadratum, et perimetrus sit cubus.

---

15 $\overline{\delta\mathfrak{D}\xi\gamma}$ AB$_1$. 16 *ἰσώσωμεν* B. 17 *ἴσον* om. *Ba.* 21 *ἐν μιᾷ*] *ἕνα* AB. *ὀρθῶν*] *περὶ τὴν ὀρθὴν Ba.* *ποιεῖ* A.

Τετάχθω τὸ ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμοῦ τινος ἀορίστου περισσοῦ· ἔστω δὴ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. ἔσται ἄρα ἡ μὲν κάθετος ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἡ δὲ βάσις $\Delta^{Y}\bar{\beta}$ ς $\bar{\beta}$, ἡ δὲ ὑποτείνουσα $\Delta^{Y}\bar{\beta}$ ς $\bar{\beta}$ $M\bar{\alpha}$· λοιπόν ἐστιν τὴν περίμετρον αὐτοῦ εἶναι κύβον, τὸν δὲ ἐν τῷ ἐμβαδῷ μετὰ μιᾶς τῶν ὀρθῶν ποιεῖν τετράγωνον.

γίνεται δὲ ἡ μὲν περίμετρος $\Delta^{Y}\bar{\delta}$ ς $\bar{\varsigma}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἴσαι κύβῳ· καὶ ἔστιν σύνθετος ἀριθμός· περιέχεται γὰρ ὑπὸ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ καὶ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$· ἐὰν οὖν ἑκάστην πλευρὰν μερίσωμεν παρὰ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἕξομεν τὴν περίμετρον αὐτοῦ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$· ἔσται κύβος.

λοιπὸν ἄρα ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ μετὰ μιᾶς τῶν ὀρθῶν ποιεῖ $\square^{ον}$. γίνεται δὲ ὁ μὲν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ $K^{Y}\bar{\beta}$ $\Delta^{Y}\bar{\gamma}$ ς $\bar{\alpha}$ ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ἡ δὲ μία τῶν ὀρθῶν ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἐν μορίῳ ς $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. καὶ ἐὰν ποιήσωμεν τὰ δύο εἰς τὸ αὐτὸ μόριον, γίνονται $K^{Y}\bar{\beta}$ $\Delta^{Y}\bar{\varepsilon}$ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$. καὶ ἔχουσι κοινὸν μόριον $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$, ὥστε τὰ δύο συντεθέντα ποιεῖν ς $\bar{\beta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ ἴσ. $\square^{ῳ}$· ἐζητοῦμεν δὲ καὶ ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἴσ. κύβῳ. καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ εὑρεῖν κύβον $\square^{ου}$ διπλασίονα· ἔστιν δὲ ὁ $\bar{\eta}$, $\overset{\circ}{M}\bar{\delta}$.

ἔστω ς $\bar{\delta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ ἴσ. $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$· καὶ γίνεται ὁ ς $\bar{\alpha}$ ∠'.

ἔσται ἄρα ὀρθογώνιον $\overset{\varepsilon}{\bar{\eta}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\varepsilon}}$, $\overset{\varepsilon}{\overline{\iota\zeta}}$. καὶ μένει.

---

2 περισσοῦ] καὶ ἀπὸ τοῦ μονάδι μείζονος αὐτοῦ *Ba*. δὴ] δὲ ἀπὸ ς $\bar{\alpha}$ καὶ ἀπὸ *Ba*. 4 λοιπὸν . . . $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ (9) om. B_1. ἐστι B (item 8, 20). 5 αὐτοῦ dubitanter scripsi, ὑ ·ῦ· A, om. *Ba*. 6 τῶν *Ba*, τουτέστιν A. ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 13, 15, p. 440, 3). 7 $\overset{\circ}{M}$] δύναμις A. 11 ἔσται] ἴσην *Ba*. 12 ὁ] τὸν *Ba*. 13 ποιεῖν *Ba*. 14 μιᾶς A. 16 εἰς τὸ αὐτὸ μόριον] ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ μορίου B_1. 17 $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$ prius] AB_1 add. ἐν μορίῳ ἀριθμῶν $\bar{\beta}$ μονάδος $\bar{\alpha}$. καὶ ἔχουσι . . . $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$] ἐν μορίῳ $\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς ς $\bar{\beta}$ $M\bar{\alpha}$. ἐὰν δὲ μερήσωμεν παρὰ τὸ μόριον,

κ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, προσλαβὼν τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, ποιῇ κύβον, ὁ δὲ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾗ τετράγωνος.

Πάλιν ἐὰν τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ χρησώμεθα τῇ πρὸ τούτου, ἀπάγεται εἰς τὸ ϛ δ̄ M̊ β̄ ποιεῖν ἴσ. □ω, καὶ ϛ β̄ M̊ ᾱ ἴσ. κύβῳ. καὶ γίνεται ζητεῖν τετράγωνον κύβου βπλ.. ἔστιν ῑϛ καὶ η̄· καὶ πάλιν ἰσάζομεν M̊ ῑϛ, ϛ δ̄ M̊ β̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ γ̄ ∟′· ἔσται ἄρα τὸ ὀρθογώνιον ῑϛ ϑ, ξγ ϑ, ξε ϑ.

κα.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾗ τετράγωνος, καὶ προσλαβὼν τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ ποιῇ κύβον.

Πεπλάσθω τὸ ὀρθογώνιον ἀπὸ ϛ ᾱ, M̊ ᾱ· γίνεται μία μὲν τῶν ὀρθῶν ϛ β̄, ἡ δὲ ἑτέρα Δ^Υ ᾱ ⋀ M̊ ᾱ, ἡ δὲ ὑποτείνουσα Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ. καὶ γίνεται ζητεῖν Δ^Υ β̄ ϛ β̄ ἴσ. □ω, καὶ K^Υ ᾱ Δ^Υ β̄ ϛ ᾱ ἴσ. κύβῳ. καὶ τὸ μὲν Δ^Υ β̄ ϛ β̄ κατασκευάζειν □^ον ῥᾴδιόν ἐστιν· ἐὰν γὰρ δυάδα μερίσῃς εἰς □^ον παρὰ δυάδα, εὑρήσεις τὸν ϛ ἕνα· ἀλλὰ δεῖ τοιοῦτον εὑρίσκεσθαι, ὥστε τὸν ἀπ' αὐτοῦ K^Υ καὶ β̄ τοὺς ἀπ' αὐτοῦ □^ους καὶ αὐτὸν συντιθέμενον ποιεῖν κύβον.

---

3 ἐν μιᾷ] ἕνα AB. 3/4 ποιῇ κύβον] ᾗ κύβος *Ba*. 4 τετράγωνος *Ba*, κύβος AB. 7 κύβῳ] κύβων β̄ A, κύβοις β̄ B_1. 8 ἔστι B_1 (item 18). M̊ ῑϛ] M̊ ϛ̄ A. 9 ῑϛ] ῑγ A. 11 τῇ om. *Ba*. 13 ποιεῖν AB_1. 15 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba*. 16 M̊ ᾱ om. AB_1. Δ^Υ β̄] δύο δυνάμεις AB_1. 19 δεῖ] δὴ B_1. 21 αὐτοῦ] αὐτῶν A.

XX.

Invenire triangulum rectangulum tale ut area plus una perpendicularium faciat cubum, et perimetrus sit quadratus. 22

Si eodem rursus processu utimur quo in praecedente, deducitur res ad aequandum

$$4x + 2 = \square, \quad 2x + 1 = \text{cubo}.$$

Quaerendus est quadratus cubi duplus; est 16 duplus 8. Rursus aequamus:

$$16 = 4x + 2, \quad \text{et fit} \quad x = 3\tfrac{1}{2}.$$

Triangulum erit: $\frac{16}{9}$. $\frac{63}{9}$. $\frac{65}{9}$.

XXI.

Invenire triangulum rectangulum tale ut perimetrus sit quadratus, et plus area faciat cubum. 23

Formetur triangulum ab x et 1; fit perpendicularium una $= 2x$, altera $= x^2 - 1$, hypotenusa $= x^2 + 1$, et quaerendum:

$$2x^2 + 2x = \square, \quad \text{et} \quad x^3 + 2x^2 + x = \text{cubo}.$$

Facile est construere $2x^2 + 2x = \square$; si enim dividis 2 per quendam quadratum minus 2, invenies x; sed hunc oportet talem inveniri ut $x^3 + 2x^2 + x$ faciat cubum.

ἔστιν οὖν ὁ ϛ ἐκ δυάδος μερισθείσης εἰς Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ β̄· ὁ κύβος γίνεται M̊ η̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ β̄ ⟨κύβῳ⟩. καὶ οἱ β̄ ἀπ' αὐτοῦ □^οι γίνονται M̊ η̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ β̄ □^ω· αὐτὸς δὲ M̊ β̄ ἐν μορίῳ Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ β̄. καὶ πάντα εἰς τὸ αὐτὸ μόριον· γί. Δ^Υ Δ β̄ ἐν μορίῳ τῷ ἀπὸ Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ β̄ κύβῳ.

καὶ ἔστιν τὸ μόριον κυβικόν· ἔστω Δ^Υ Δ β̄ ἴσ. κύβῳ· καὶ πάντα παρὰ K^Υ ᾱ· γίνονται ϛ β̄ ἴσ. ⟨κύβῳ⟩. καὶ ἐὰν τάξωμεν ἴσ. M̊ κυβικαῖς, εὑρίσκεται ὁ ϛ κύβου τινὸς τὸ ∠'. ἔστω ὁ κύβος M̊ η̄· γίνεται ἄρα τοῦ ∠', M̊ δ̄ .....

□^ος γίνεται μθ^χ καὶ δεῖ ἀπὸ τούτου ἆραι M̊ ᾱ, ἐπειδήπερ ἡ μία τῶν ὀρθῶν ἐστιν Δ^Υ ᾱ ⋔ M̊ ᾱ· καὶ ἀπάγεται εἰς τὸ ζητῆσαι κύβον ὅπως τὸ δ^ον τοῦ ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνου μεῖζον μὲν M̊ β̄ ϟ, ἔλασσον δὲ M̊ δ̄.

καὶ ἐὰν τάξωμεν τὸν κύβον K^Υ ᾱ, ζητήσομεν K^Υ K δ^χ μεῖζον μὲν M̊ β̄, ἔλασσον δὲ M̊ δ̄· ὁ ἄρα K^Υ K μείζων μὲν M̊ η̄, ἐλάσσων δὲ M̊ ιϛ̄. ἔστιν δὲ τὰ $\overline{\overset{\xi\delta}{\psi\kappa\theta}}$, ὥστε ὁ κύβος $\overline{\overset{\eta}{\kappa\zeta}}$.

τάσσω οὖν ϛ β̄ ἴσ. M̊ $\overline{\overset{\eta}{\kappa\zeta}}$, καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overline{\overset{\iota\varsigma}{\kappa\zeta}}$, ἡ Δ^Υ, $\overline{\overset{\sigma\nu\varsigma}{\psi\kappa\theta}}$. καὶ ἐὰν δυάδα μερίσωμεν εἰς τὸν τοῦδε δυάδι

---

1 ἔσται B₁. εἰς] ἐπὶ *Ba* (item 5). 2 ὁ] *Ba* add. δὲ. 3 αὐτοῦ] αὐτῶν B₁. 5 γί. A, γίνεται B, γίνονται *Ba*.
7 ἔστι B. ἔστω] *Ba* add. οὖν καὶ. β̄ om. AB₁. κύβῳ] AB₁ add. ἑνί. 8 ᾱ om. AB₁. κύβῳ suppl. *Ba*. καὶ post. ... τὸ ∠' (10) om. B₁. 10 ἔστιν B₁. ἄρα] *Ba* add. ὁ ϛ. τοῦ ∠'] τοῦ ἥμισυ A, τὸ ἥμισυ B, τούτου τὸ ἥμισυ *Ba*.
11 δ̄] *Ba* add. οὗ ὁ τετράγωνός ἐστι M ιϛ̄· τάσσω ἐν δυνάμεσι, καὶ γίνονται Δ^Υ ιϛ̄ ἴσαι Δ^Υ β̄ ϛϛ β̄. καὶ γίνεται ὁ ϛ ᾱ^ζ. ὁ δὲ

Erit igitur x quotiens 2 per $x_1^2 - 2$. Fit

$$x^3 = \frac{8}{(x_1^2 - 2)^3}, \quad 2x^2 = \frac{8}{(x_1^2 - 2)^2}, \quad x = \frac{2}{x_1^2 - 2}.$$

Omnia in eundem denominatorem reducantur; fit summa $\frac{2x_1^4}{(x_1^2 - 2)^3}$, et denominator est cubicus. Sit ergo

$$2x_1^4 = \text{cubo},$$

et omnia per x_1^3:

$$2x_1 = \text{cubo}.$$

Si aequamus numero unitatum cubico, fit x_1 dimidium cubi alicuius. Esto cubus 8; dimidium est 4.

Fit $x^2 = \frac{1}{49}$, a quo oportet subtrahere 1, quoniam una perpendicularium est $x^2 - 1$; deducitur res ad quaerendum cubum, talem ut $\frac{1}{4}$ quadrati ab ipso cubo sit maior quam 2 et minor quam 4. Si ponimus cubum $= x^3$, quaeremus

$$2 < \frac{1}{4} x^6 < 4.$$

Ergo

$$8 < x^6 < 16.$$

Talis est $\frac{729}{64}$; ergo cubus erit $\frac{27}{8}$.

Pono igitur $2x_1 = \frac{27}{8}$, et fit

$$x_1 = \frac{27}{16}, \quad x_1^2 = \frac{729}{256}.$$

Lacunam indicare malui. 12 ἄραι] ἀφελεῖν *Ba.* 13 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba.* ἐστι B (item 18). 15 μείζων AB_1. $\bar{\eta}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\beta}$ *Ba.* ἔλαττον B, ἐλάσσων A, ἐλάσσω *Ba.* 16 τὸν κύβον] αὐτὸν *Ba.* ζητήσωμεν A. 17 μείζονας ... ἐλάσσονας AB, μείζονα ... ἐλάσσονα *Ba.* 18 $\overline{\iota\varsigma}$] $\bar{\eta}$ AB_1. 21 τοῦδε] τούτου *Ba.*

ἐλάσσονα, εὑρήσομεν τὸν ϛ μονάδος $\overset{\text{σιζ}}{\overline{\text{φιβ}}}$, καὶ ἔχομεν ἀπὸ τοῦ ἀπ' αὐτοῦ □^{ου} ἆραι $\overset{\circ}{M}\bar{\alpha}$.

κβ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ᾖ κύβος, προσλαβὼν δὲ τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ, ποιῇ τετράγωνον.

Πρότερον δεῖ ἐπισκέψασθαι· δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὅπως ὁ μὲν ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ ἴσος ⟨ᾖ⟩ ἑνὶ τῶν δοθέντων, ὁ δ' ἐν τῷ ἐμβαδῷ αὐτοῦ τῷ ἑτέρῳ.

Ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ ὅ τε $\overline{\text{ιβ}}$ καὶ ὁ $\bar{\zeta}$· καὶ ἐπιτετάχθω τὸν μὲν $\overline{\text{ιβ}}$ εἶναι τὸν ἐν τῇ περιμέτρῳ αὐτοῦ, τὸν δὲ $\bar{\zeta}$ τὸν ἐν τῷ ἐμβαδῷ. ὁ ἄρα ὑπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν αὐτοῦ ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ιδ}}$, καὶ ἐὰν τάξωμεν μίαν αὐτοῦ ὀρθὴν ϛ$^{\text{χ}}\bar{\alpha}$, ἡ ἑτέρα αὐτοῦ ἔσται ϛ $\overline{\text{ιδ}}$. ἔστιν δὲ καὶ ἡ περίμετρος αὐτοῦ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ιβ}}$· ἡ ἄρα ὑποτείνουσα ἔσται $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ιβ}}$ ⋔ ϛ$^{\text{χ}}\bar{\alpha}$ ϛ $\overline{\text{ιδ}}$.

λοιπόν ἐστιν τὸν ἀπ' αὐτῆς □^{ον}, ὅσπερ ἐστὶ $\Delta^{\text{Υ}\text{χ}}\bar{\alpha}$ $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\text{ρϟϛ}}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{ροβ}}$ ⋔ ϛ$^{\text{χ}}\overline{\text{κδ}}$ ϛ $\overline{\text{τλϛ}}$, ἰσῶσαι τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν □^{οις}, τουτέστιν $\Delta^{\text{Υ}\text{χ}}\bar{\alpha}$ $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\text{ρϟϛ}}$. κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια καὶ πάντα ἐπὶ ϛ, γί. ϛ $\overline{\text{ροβ}}$ ἴσ. $\Delta^{\text{Υ}}\overline{\text{τλϛ}}$ $\overset{\circ}{M}\overline{\text{κδ}}$.

καὶ οὐ πάντοτε δυνατόν ἐστιν, εἰ μὴ τὸ ∠' τῶν ϛ ἐφ' ἑαυτό, λεῖψαν τὰς $\Delta^{\text{Υ}}$ ἐπὶ τὰς $\overset{\circ}{M}$, ποιεῖ □^{ον}· καί

---

1 ἐλάττονα B_1. μονάδος om. *Ba*. 2 ἆραι] ἄρα AB_1. 4/5 τῇ περιμέτρῳ *Ba*, τῷ ἐμβαδῷ AB. 7 ἀριθμοὺς δοθέντας AB_1. 9 ᾖ suppl. *Ba*. δὲ ἐν *Ba*. 14 καὶ *Ba*, ἔστω AB. 15 αὐτοῦ ὀρθὴν] αὐτοῦ ⊥ αὐτοῦ AB, αὐτῶν *Ba*. αὐτοῦ post. om. *Ba*. ἔστι B (item 18). 17 ϛ $\overline{\text{ιδ}}$] ϛ̀ οἱ δ'

Si dividimus 2 per $x_1^2 - 2$, inveniemus $x = \frac{512}{217}$, et a quadrato huius possumus subtrahere 1.

XXII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut perimetrus 24
sit cubus, et plus area faciat quadratum.

Primo oportet considerare quomodo, duobus datis numeris, invenietur triangulum rectangulum tale ut perimetrus aequalis sit uni datorum, et area alteri.

Sint dati duo numeri 12 et 7. Proponatur 12 esse perimetrum, 7 esse aream. Ergo productus laterum circa rectum erit 14, et posita una perpendiculari $\frac{1}{x}$, altera erit $14x$. Sed perimetrus est 12; ergo hypotenusa erit $12 - \frac{1}{x} - 14x$. Restat ut istius quadratus, hoc est

$$\frac{1}{x^2} + 196x^2 + 172 - \frac{24}{x} - 336x,$$

aequetur summae quadratorum a lateribus circa rectum, hoc est $\frac{1}{x^2} + 196x^2$. Utrimque addantur negata et a similibus similia et omnia in x; fit

$$172x = 336x^2 + 24.$$

Quod haud semper possibile est, nisi dimidius coefficiens x in seipsum multiplicatus, minus producto coefficientium x^2 et unitatis, faciat quadratum. At

---

A, *καὶ οἱ δ̄* B_1. 18 *τῶν ἀπ' αὐτοῦ τετραγώνων, ὥσπερ* AB_1. *ὅπερ Ba.* 20 *τουτέστι* B. 22 *γί* A, *γίνεται* B, *γίνονται Ba.* ς post. om. AB_1. Δ^{Y} *κδ̄ Μ̊ τλς* AB_1. 23 *ἐστι Ba.* 24 *τὰς* post.] B_1 add. *ὑποστάσεις*. *ποιῇ Ba.*

εἰσιν οἱ μὲν ϛ ἐκ τοῦ ἀπὸ τῆς περιμέτρου καὶ τοῦ $\delta^{\pi\lambda.}$ τοῦ ἐν τῷ ἐμβαδῷ, αἱ δὲ Δ^{υ} ἐπὶ τὰς $\overset{\circ}{M}$ ἐκ τοῦ $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ἀπὸ τῆς περιμέτρου ἐπὶ τὸ ἐμβαδόν.

Ὥστε ἐὰν τοιοῦτοι δοθῶσιν οἱ ἀριθμοί, καὶ ἔστω ὁ μὲν ἐν τῷ ἐμβαδῷ ϛ $\bar{\alpha}$, ὁ δ' ἐν τῇ περιμέτρῳ, κύβος ἅμα καὶ $\square^{o\varsigma}$, $\overset{\circ}{M}\bar{\xi}\bar{\delta}$, καὶ ἵνα συσταθῇ τὸ τρίγωνον, δεῖ τοῦ ἀπὸ $\overset{\circ}{M}\bar{\xi}\bar{\delta}$ $\square^{ov}$ καὶ ϛ $\bar{\delta}$ τὸ $\llcorner'$ ποιήσαντα ⟨ἐφ' ἑαυτὸ⟩ ἀφελεῖν τὸν $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ἀπὸ τῆς περιμέτρου ἐπὶ ϛ $\bar{\alpha}$, καὶ λοιπὸν ζητῆσαι τὰ λοιπὰ ἴσα $\square^{\omega}$.

γίνονται $\Delta^{\upsilon}\bar{\delta}$ $\overset{\upsilon}{M}\overline{\upsilon\iota\vartheta}$. $\overline{,\delta\tau\delta}$ ∧ ϛ $\bar{\beta}$. $\overline{\delta\varphi o\varsigma}$· καὶ πάντων τὸ δ^{ov}· γίνεται $\Delta^{\upsilon}\bar{\alpha}$ $\overset{\upsilon}{M}\overline{\rho\delta}$. $\overline{\eta\varphi o\varsigma}$ ∧ ϛ $\overline{,\varsigma\rho\mu\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$· ἔτι δὲ καὶ ϛ $\bar{\alpha}$ $\overset{\circ}{M}\bar{\xi}\bar{\delta}$ ἴσ. $\square^{\omega}$. καὶ ἐξισούσθωσαν αἱ $\overset{\circ}{M}$ καὶ ἡ ὑπεροχὴ καὶ ἡ μέτρησις καὶ τὰ λοιπὰ δῆλα.

κγ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τετράγωνος ᾖ ἄλλως τετράγωνος καὶ πλευρά, ⟨καὶ⟩ μερισθεὶς παρὰ τὸν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ποιῇ κύβον καὶ πλευράν.

Τετάχθω ἡ μία τῶν ὀρθῶν ϛ $\bar{\alpha}$, ἡ δὲ ἑτέρα $\Delta^{\upsilon}\bar{\alpha}$· καὶ μένει ὁ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ὢν τετραγώνου καὶ πλευρᾶς.

λοιπόν ἐστι $\Delta^{\upsilon}\Delta\bar{\alpha}$ $\Delta^{\upsilon}\bar{\alpha}$ ἰσῶσαι $\square^{\omega}$, καὶ πάντα παρὰ

---

1 $\delta^{\pi\lambda.}$] τετραπλασίου *Ba*, τετραπλεύρου AB. 4 καὶ] λύσεται τὸ ζητούμενον *Ba*. 5 δὲ ἐν *Ba*. 7 ἐφ' ἑαυτὸ suppl. *Ba*. 8 ἐπὶ] ἕως AB, εἰς *Ba*. 8/9 λοιπὸν om. *Ba*.
10 $\overset{\upsilon}{M}$ scripsi, $\overset{\circ}{M}$ AB. ,δ bis] ,β AB_1. 11 φ om. AB_1. ,ϛρμδ] ,εχκδ AB_1. 12 ἐξισούσθωσαν αἱ $\overset{\circ}{M}$ scripsi, ἐξισώσθωσ$^{\circ\iota}$ ἀριθμοί AB, ἐξισώσθω σοι ἀριθμοὶ *Ba*. 16 ἄλλος B.
17 καὶ suppl. *Ba*. ἐν μιᾷ] ἕνα AB. ὀρθῶν] περὶ τὴν

coefficiens x provenit ex summa quadrati a perimetro et 4^{pli} areae, productus coefficientium x^2 et unitatis ex 8^{ies} producto quadrati a perimetro et areae.

Ita, si tales dentur numeri, et sit area $= x$, perimetrus (simul quadratus et cubus) $= 64$, ut construatur triangulum, oportet a $\left[\frac{64^2 + 4x}{2}\right]^2$ subtrahere 8^{ies} productum x in quadratum a perimetro, et residuum aequare quadrato. Fit

$$4x^2 + 4194304 - 24576x;$$

omnium $\frac{1}{4}$;

$$x^2 + 1048576 - 6144x = \square,$$

et adhuc

$$x + 64 = \square.$$

Reducantur ad aequalitatem coefficientes unitatis, et sumantur differentia, factores, et caetera patent.

XXIII.

Invenire triangulum rectangulum tale ut quadratus 25
hypotenusae sit aliter summa quadrati alicuius et radicis ex isto, divisusque per unam perpendicularium, faciat summam cubi alicuius et radicis ex isto.

Ponatur una perpendicularium esse x, altera x^2. Constat quadratum hypotenusae esse summam quadrati et radicis.

Restat ut

$$x^4 + x^2 = \square.$$

ὀρθὴν *Ba* (item 19). 20/21 *τετράγωνος καὶ πλευρά* *Ba*.
20 *καὶ* post. om. B_1. 21 *πλευρᾶς*] *Ba* add.: *καὶ μερισθεὶς παρὰ τὸν ἕνα τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ποιῶν κύβον καὶ πλευράν.*
22 *ἰσῶσθαι* *Ba*.

Δ^Υ· γίνεται Δ^Υ ᾱ M̊ ᾱ ἴσ. □^ω τῷ ἀπὸ π^λ· ϛ ᾱ ⋔ M̊ β̄· ὅθεν ὁ ϛ γίνεται μονάδος γ̄.

τὰ λοιπὰ δῆλα.

κδ.

Εὑρεῖν τρίγωνον ὀρθογώνιον ὅπως ὁ μὲν ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν ᾖ κύβος, ὁ δὲ ἐν τῇ ἑτέρᾳ κύβος παρὰ πλευράν, ὁ δὲ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ κύβος καὶ πλευρά.

Τετάχθω ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ K^Υ ᾱ ϛ ᾱ, ὁ δὲ ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν K^Υ ᾱ ⋔ ϛ ᾱ· ὁ ἄρα ἐν τῇ ἑτέρᾳ ἔσται Δ^Υ β̄.

λοιπόν ἐστι Δ^Υ β̄ ἰσῶσαι κύβῳ· ἔστω ἰσῶσαι K^Υ ᾱ· καὶ γίνεται ὁ ϛ M̊ β̄.

ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. καὶ ἔσται τὸ τρίγωνον ϛ̄, η̄, ῑ, καὶ μένει.

---

3 τὰ] καὶ τὰ *Ba*. 5 μὲν ἐν] μὲν A B, ἐν *Ba*. 6 ὀρθῶν] περὶ τὴν ὀρθὴν *Ba* (item 9). 9 μιᾷ] ἀπὸ A, ᾱ ἀπὸ B_1. 11 ἔστω . . . ᾱ om. B_1. ἰσῶσαι post. om. *Ba*. 13 καὶ om. B.

Omnia per x^2; fit

$$x^2 + 1 = \square : \text{a radice } (x - 2).$$

Unde fit

$$x = \frac{3}{4}.$$

Reliqua patent.

XXIV.

Invenire triangulum rectangulum tale ut una per- 26
pendicularium sit cubus, altera cubus minus radice, hypotenusa cubus plus radice.

Ponatur hypotenusa $= x^3 + x$, una perpendicularium $= x^3 - x$; erit altera $= 2x^2$.

Restat ut $2x^2 =$ cubo : esto $= x^3$. Fit $x = 2$.

Ad positiones: erit triangulum 6. 8. 10, et constat (propositum).

ΔΙΟΦΑΝΤΟΥ ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΩΣ

ΠΕΡΙ ΠΟΛΥΓΩΝΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

Ἕκαστος τῶν ἀπὸ τῆς τριάδος ἀριθμῶν αὐξομένων μονάδι, πολύγωνός ἐστι πρῶτον ἀπὸ τῆς μονάδος, καὶ ἔχει γωνίας τοσαύτας ὅσον ἐστὶν τὸ πλῆθος τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων· πλευρά τε αὐτοῦ ἐστιν ὁ ἑξῆς τῆς μονάδος ἀριθμός, ὁ $\bar{\beta}$. ἔσται δὲ ὁ μὲν $\bar{\gamma}$ τρίγωνος, ὁ δὲ $\bar{\delta}$ τετράγωνος, ὁ δὲ $\bar{\epsilon}$ πεντάγωνος, καὶ τοῦτο ἑξῆς.

Τῶν δὴ τετραγώνων προδήλων ὄντων ὅτι καθεστήκασι τετράγωνοι διὰ τὸ γεγονέναι αὐτοὺς ἐξ ἀριθμοῦ τινος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος, ἐδοκιμάσθη ἕκαστον τῶν πολυγώνων, πολυπλασιαζόμενον ἐπί τινα ἀριθμὸν κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτοῦ, καὶ προσλαβόντα τετράγωνόν τινα πάλιν κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτῶν, φαίνεσθαι τετράγωνον· ὃ δὴ παραστήσομεν ὑποδείξαντες πῶς ἀπὸ δοθείσης πλευρᾶς ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος εὑρίσκεται, καὶ πῶς δοθέντι πολυγώνῳ ἡ πλευρὰ λαμβάνεται· προδείξομεν δὲ τὰ εἰς αὐτὰ λαμβανόμενα.

1/2 Titulum om. *Ba.* 4 πρῶτος *Ba.* 5 ἐστι B. 6 αὐτῆς AB. 9/10 κατεστήκασι *Ba.* 11 ἑαυτοῦ AB. 12 ἕκαστος AB. πολυπλασιαζόμενος AB, πολλαπλασιαζόμενος

DIOPHANTI ALEXANDRINI

DE POLYGONIS NUMERIS.

Unusquisque a ternario numerorum progredientium 1
secundum unitatem, polygonus est primus ab unitate, et habet tot angulos quot in ipso sunt unitates; eius autem latus est numerus qui sequitur unitatem, nempe 2. Ita erit 3 triangulus, 4 quadratus, 5 pentagonus, et sic deinceps.

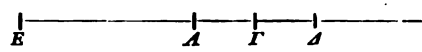
Quum quadratos manifestum sit constitui quadratos quia fiunt ex aliquo numero in seipsum multiplicato, compertum est unumquemque polygonum, multiplicatum in quendam numerum in ratione quoti angulorum, si producto addatur quidam quadratus in ratione quoti angulorum, apparere quadratum. Quod stabiliemus, monstrato insuper quo modo a dato latere propositus polygonus invenitur et quo modo dati polygoni latus sumitur; prius autem demonstrabimus quae ad haec assumuntur.

Ba. 12/13 *τινος ἀριθμοῦ* AB. 13/14 *τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν αὐτοῦ Ba, τῶν πλευρῶν τῆς γωνίας αὐτῶν* AB. 14 *πάλιν* om. *Ba.* 17 *ἀπὸ δοθείσης πλευρᾶς*] *ἀποδοθείσ.* $\bar{\pi}$ A, *ἐκ δοθείσης* $\bar{\pi}$ B, *ἐκδοθείσῃ πλευρᾷ Ba.* 18 *πῶς*] *πλευρὰ* AB_1. 19 *δὲ* om. B_1.

α.

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχωσιν, ὁ ὀκτάκις ὑπὸ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ μέσου, προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου τετράγωνον, γίνεται τετρά-
5 γωνος, οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ⟨ἐστὶ⟩ τῷ συγκειμένῳ ἔκ τε τοῦ μεγίστου καὶ δύο τῶν μέσων.

Τρεῖς γὰρ ἀριθμοί, ὁ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερεχέτωσαν· δεικτέον ὅτι ὁ $η^{κις}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΓ, ⟨προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ΔΒ $□^{ον}$, ποιεῖ $□^{ον}$, οὗ ἡ $π^{λ.}$
10 ἴσ. τῷ τε ΑΒ καὶ $\bar{β}$ τοῖς ΒΓ.



Διαιρεῖται γὰρ ὁ $η^{κις}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΓ εἴς τε τὸν $η^{κις}$ ἀπὸ ΒΓ $□^{ον}$ καὶ εἰς τὸν $η^{κις}$ ὑπὸ ΑΓ.ΒΓ.⟩ καὶ πάλιν διαιρεῖται ἕκαστος τῶν εἰρημένων δίχα, εἴς τε
15 τὸν $δ^{κις}$ ὑπὸ ΑΒ.ΓΒ, καὶ εἰς τὸν $δ^{κις}$ ἀπὸ ΒΓ $□^{ον}$ καὶ εἰς μὴν τὸν $δ^{κις}$ ὑπὸ ΑΓ.ΓΒ [τουτέστιν ὁ τετράκις ὑπὸ ΒΓ.ΓΔ· ἴσος γὰρ ὁ ΑΓ τῷ ΓΔ· μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΒ, γίνεται τετράγωνος ὁ ἀπὸ ΑΒ]. ὁ δὲ δεύτερος τῶν $δ^{κις}$, ὑπὸ ΑΓ.ΓΒ, μιγεὶς ἑνὶ τετραγώνῳ ἀπὸ τοῦ
20 ΔΒ, ποιεῖ τὸν τετράγωνον ἀπὸ τοῦ ΒΑ. καὶ ζητεῖται πῶς ὁ ἀπὸ τοῦ ΑΒ $□^{ος}$, καὶ ὁ $δ^{κις}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΓ, καὶ ὁ $δ^{κις}$ ἀπὸ τοῦ ΒΓ συντεθέντες ποιοῦσι $□^{ον}$. ἐὰν δὴ θῶμεν τῷ ΒΓ ἴσον τὸν ΑΕ, μεταβησόμεθα τὸν $δ^{κις}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΓ εἰς τὸν $δ^{κις}$ ὑπὸ ΒΑ.ΑΕ, ὃς μιγεὶς τῷ
25 $δ^{κις}$ ἀπὸ ΓΒ, τουτέστι τῷ ἀπὸ ΑΕ, ποιήσει ἴσον τῷ

---

5 ἐστὶ supplevi. τε om. *Ba*. 8 ὁ] τὸ AB. 9 μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ βδ τετραγώνου ποιεῖ τετράγωνον οὗ ἡ πλευρὰ ἴση ἔστι τῷ τε αβ καὶ δυσὶ τοῖς βγ. ὅτι οὖν ὁ αβ ἴσός ἐστι τοῖς βγ. γδ, διαιρεῖται ὁ ὀκτάκις ὑπὸ τῶν αβ. βγ εἴς τε τὸν ὀκτάκις ἀπὸ τοῦ βγ τετράγωνον καὶ εἰς τὸν ὀκτάκις ὑπὸ βγ.γδ (13) *Ba*,

I.

Si tres numeri secundum aequales differentias pro- 2
grediuntur, octies productus maximi et medii, plus quadrato minimi, fit quadratus cuius radix aequatur summae maximi et bis medii.

Tres enim numeri, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, secundum aequales differentias progrediantur; monstrandum est

$$\langle 8\alpha\beta \,.\, \beta\gamma + \overline{\delta\beta}^2 = (\overline{\alpha\beta + 2\beta\gamma})^2.$$

Etenim partitur $8\alpha\beta \,.\, \beta\gamma$ in $8\overline{\beta\gamma}^2 + 8\alpha\gamma \,.\, \beta\gamma,\rangle$ et rursus unusquisque praedictorum bifariam partitur (in dimidia) $4\alpha\beta \,.\, \gamma\beta$ et $4\overline{\beta\gamma}^2 + 4\alpha\gamma \,.\, \gamma\beta$.

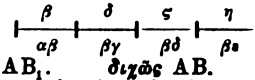
Quorum secundum, $4\alpha\gamma \,.\, \gamma\beta$ [hoc est $4\beta\gamma \,.\, \gamma\delta$; nam $\alpha\gamma = \gamma\delta$; addito $\overline{\delta\beta}^2$, fit $\overline{\alpha\beta}^2$] plus $\overline{\delta\beta}^2$, facit[1]) $\overline{\beta\alpha}^2$. Ergo quaeritur quomodo

$$\overline{\alpha\beta}^2 + 4\alpha\beta \,.\, \beta\gamma + 4\overline{\beta\gamma}^2 = \square.$$

Si ponimus $\alpha\varepsilon = \beta\gamma$, transformabimus $4\alpha\beta \,.\, \beta\gamma$ in $4\beta\alpha \,.\, \alpha\varepsilon$, qui, plus $4\overline{\gamma\beta}^2$ (hoc est plus $4\overline{\alpha\varepsilon}^2$) faciet

1) Euclid. II, 8.

---

quae paulum mutavi. 11 Fig. 

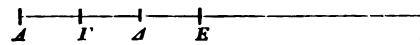
praebet B_1, om. A. 14 ἕκαστον AB_1. διχῶς AB. 15 *ΓB*] *βγ Ba.* ἀπὸ] ὑπὸ AB_1. 16 εἰς μὴν] εἰς μὲν AB, om. *Ba.* *ΑΓ.ΓB*] *βγ.γδ Ba.* τουτέστιν . . . ἀπὸ *ΑB* (18) interpolata censeo. τουτέστιν . . . πῶς (21)] ὁ δὲ τετράκις ὑπὸ βγ.γδ μετὰ τοῦ ἀπὸ δβ τετραγώνου γίνεται τετράγωνος ὁ ἀπὸ αβ. ζητητέον οὖν πῶς *Ba.* 19 τετραγώνῳ] τῶν τετράκις AB_1. 20 *ΔB*] *γβ* AB_1. τετράγωνον] τετράκις AB_1. *BΑ*] *βγ* AB_1. 22 τοῦ *BΓ*] *Ba* add. τετράγωνος. ποιοῦσιν B. 24 ὑπὸ post.] ἀπὸ *Ba.*

δ^κις ὑπὸ ΒΕ.ΕΑ, ὃς μιγεὶς τῷ ἀπὸ τοῦ ΑΒ □^ῳ, γίνεται ἴσος τῷ ἀπὸ ΒΕ.ΕΑ ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ. οἱ δὲ ΒΕ.ΕΑ ἴσ. τῷ τε ΑΒ καὶ $\bar{\beta}$ τοῖς ΑΕ, τουτέστι $\bar{\beta}$ τοῖς ΒΓ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

5 β.

Ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ⟨ἡ ὑπεροχὴ⟩ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων ἀριθμῶν.

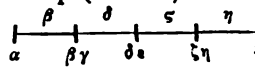
10 Ἔστωσαν γὰρ ὁποσοιοῦν ἀριθμοί, οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· δεικτέον ὅτι ἡ τῶν ΑΒ, ΒΕ ὑπεροχὴ τῆς τῶν ΑΒ, ΒΓ ὑπεροχῆς πολλαπλασίων ἐστὶ κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα ⟨τοῦ πλήθους⟩ τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ.

15 

Ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται οἱ ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, οἱ ἄρα ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ ἴσοι εἰσὶν ἀλλήλοις. ὁ ἄρα ΕΑ τοῦ ΑΓ πολλαπλάσιος κατὰ τὸ πλῆθος τῶν ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ· τὸ δὲ πλῆθος τῶν ΑΓ, ΓΔ, ΔΕ τοῦ 20 πλήθους τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ μονάδι ἔλασσόν ἐστιν· ὥστε τὸ ΕΑ τοῦ ΑΓ πολλαπλάσιόν ἐστι κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν ΑΒ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ· καὶ ἔστιν ὁ μὲν ΑΕ ὑπεροχὴ τοῦ μεγίστου καὶ τοῦ ἐλαχίστου, ὁ δὲ ΑΓ ἐστὶν αὐτῶν μία ὑπεροχή.

---

3 ἴσ.] ἴσοι εἰσὶ Ba. 6/7 ἡ ὑπεροχὴ suppl. Ba.
8/9 ἐλάττ. B₁ (item 13). 13 τοῦ πλήθους supplevi.

15 Fig. 

B₁, om. A (1ª m.): β . α . .

$4\beta\varepsilon \,.\, \varepsilon\alpha$, qui, plus $\overline{\alpha\beta}^2$, fit aequalis[1]) quadrato a $(\beta\varepsilon + \varepsilon\alpha)$. Sed

$$\beta\varepsilon + \varepsilon\alpha = \alpha\beta + 2\alpha\varepsilon = \alpha\beta + 2\beta\gamma.$$

Quod erat demonstrandum.

II.

Si sint quotlibet numeri in aequali differentia, s differentia maximi et minimi differentiae progressionis multiplex erit secundum unitate minorem quam quotum expositorum numerorum.

Sint enim quotlibet numeri, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$, in aequali differentia; demonstrandum est $(\alpha\beta - \beta\varepsilon)$ esse multiplicem $(\alpha\beta - \beta\gamma)$ secundum unitate minorem quam quotum numerorum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$.

Quoniam supponuntur $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$ in aequali differentia, sunt inter se

$$\alpha\gamma = \gamma\delta = \delta\varepsilon.$$

Ergo $\varepsilon\alpha$ est multiplex $\alpha\gamma$ secundum quotum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$; sed quotum $\alpha\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\varepsilon$ est unitate minus quam quotum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$. Ita $\varepsilon\alpha$ est multiplex $\alpha\gamma$ secundum unitate minorem quam quotum $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\beta\delta$, $\beta\varepsilon$; est autem $\alpha\varepsilon$ differentia maximi et minimi, $\alpha\gamma$ est simplex differentia numerorum.

---

1) Euclid. II, 8.

γ .. δ .. ε *Ba*. 18 *πολλαπλάσιος*] *Ba* add. *ἐστι*. 20 *B*Δ. ΔE] $\gamma\delta$. $\delta\varepsilon$ AB_1 (item 22). *ἐλάσσων* AB.

γ.

Ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ μέγιστος καὶ ὁ ἐλάχιστος συντεθέντες καὶ πολλαπλασιασθέντες ἐπὶ τὸ πλῆθος αὐτῶν ποιοῦσιν ἀριθμὸν διπλάσιον τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν ἐκτεθέντων.

Ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν, οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ· δεικτέον ὅτι συναμφότερος ὁ Α. Ζ, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, ποιεῖ τινα ἀριθμόν, ὅς ἐστι διπλασίων τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ.

Τὸ γὰρ πλῆθος τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ἤτοι ἄρτιόν ἐστιν ἢ περισσόν.

Ἔστω πρότερον ἄρτιον, καὶ ὅσοι εἰσὶν οἱ ἐκτεθέντες, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ΗΘ ἀριθμῷ· ὥστε ἄρτιός ἐστιν ὁ ΗΘ. τετμήσθω δίχα τῷ Κ, καὶ διῃρήσθω ὁ ΗΚ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας κατὰ τὰ Λ, Μ.

Καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ζ τοῦ Δ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ ὁ Γ τοῦ Α, συναμφότερος ἄρα ὁ Ζ. Α συναμφοτέρῳ τῷ Γ. Δ ἴσος ἐστίν. ἀλλὰ συναμφότερος ὁ Ζ. Α ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΗΛ· ὥστε καὶ ὁ Γ. Δ ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΛΜ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ Ε. Β ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΜΚ· ὥστε καὶ ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ ἴσ. τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΗΚ· τοῦ δὲ

---

5 τὸν συγκείμενον AB_1. 11 ἤτοι] ἢ κατὰ AB_1. 15 διχῶς AB. 20 ἴσ.] ἴσος ἐστὶ Ba (item 23). συναμφοτέρου] -ρῷ AB_1 (item 21, 23, 25). ὥστε . . . ΛΜ (22) om. B_1. 21 ἴσ.] ἴσος ἔσται Ba. τῶν ξα A. 23 ΜΚ] ηκ AB_1. 25 τοῦ δὲ] τὸ δὲ AB_1.

III.

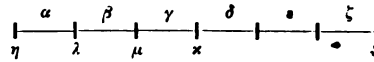
Si sint quotlibet numeri in aequali differentia, 4
summa maximi et minimi, multiplicata in quotum numerorum, facit duplum summae expositorum.

Sint enim numeri quotlibet, α, β, γ, δ, ε, ζ, in aequali differentia; demonstrandum est summam $(\alpha + \zeta)$, multiplicatam in quotum α, β, γ, δ, ε, ζ, facere quendam numerum qui duplus est summae

$$(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta).$$

Quotum α, β, γ, δ, ε, ζ, vel par est vel impar.

Sit primum par, et quot sunt expositi, tot sint unitates in numero[1]) $\eta\vartheta$; ita $\eta\vartheta$ est par. Bifariam secetur in $\varkappa$ et dividatur $\eta\varkappa$ in ipsius unitates punctis λ, μ.



Quoniam

$$\zeta - \delta = \gamma - \alpha,$$
$$\zeta + \alpha = \gamma + \delta.$$

Sed

$$\zeta + \alpha = (\zeta + \alpha) \times \eta\lambda;$$

ergo

$$\gamma + \delta = (\zeta + \alpha) \times \lambda\mu.$$

Eadem ratione

$$\varepsilon + \beta = (\zeta + \alpha) \times \mu\varkappa;$$

ergo

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta = (\zeta + \alpha) \times \eta\varkappa.$$

---

1) Hanc figuram et sequentes restituimus cum Bacheto.

ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΗΚ διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΗΘ· ὥστε καὶ τοῦ συγκειμένου ἐκ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Ζ. Α καὶ τοῦ ΗΘ, τουτέστι τοῦ πλήθους τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἔστω ὁ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε περισσός, καὶ ἔστωσαν ἐν τῷ ΖΗ τοσαῦται μονάδες ὅσοι εἰσὶν οἱ Α, Β, Γ, Δ, Ε. περισσὸς ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ ΖΗ· κείσθω ἐν αὐτῷ μονὰς ὁ ΖΘ, καὶ τετμήσθω ὁ ΘΗ δίχα τῷ Κ, καὶ τετμήσθω ὁ ΘΚ εἰς τὰς ἐν αὐτῷ μονάδας κατὰ τὸ Λ.

Καὶ ἐπεὶ ᾧ ὑπερέχει ὁ Ε τοῦ Γ, τούτῳ ὑπερέχει καὶ ὁ Γ τοῦ Α, συναμφότερος ἄρα ὁ Ε. Α διπλασίων ἐστὶν τοῦ Γ, τουτέστι τοῦ ὑπὸ Γ καὶ τοῦ ΛΚ· διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ συναμφότερος ὁ Β. Δ διπλασίων ἐστὶ τοῦ ὑπὸ Γ καὶ ΛΘ· ὥστε οἱ Α, Ε, Β, Δ διπλασίονές εἰσιν τοῦ ὑπὸ Γ καὶ τοῦ ΘΚ· ἀλλὰ τοῦ ΘΚ διπλασίων ἐστὶν ὁ ΘΗ· ὥστε καὶ οἱ Α, Ε, Β, Δ ἴσοι εἰσὶν τῷ ὑπὸ τοῦ Γ καὶ τοῦ ΘΗ· ἔστιν δὲ καὶ ὁ Γ ἴσος τῷ ὑπὸ τοῦ Γ καὶ τοῦ ΘΖ· ὥστε ὁ συγκείμενος ἐκ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε ἴσ. τῷ ὑπὸ ⟨τοῦ⟩ Γ καὶ τοῦ ΖΗ· τοῦ δὲ ὑπὸ τῶν Γ.ΖΗ διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Α. Ε καὶ τοῦ ΖΗ· ὥστε καὶ τοῦ συγκει-

---

1 συναμφότερον AB_1. 3 τῶν] τοῦ *Ba*. 8 ἔστωσαν] ἔστω ἡ AB_1. 9 ἐστὶ B. 10 ὁ post. om. *Ba*. 15 ἐστὶ B (item 20, p. 460, 11). τοῦ ΛΚ] τοῦ $\overline{\gamma\kappa}$ AB_1, κλ *Ba*. 17 διπλασίων A*Ba*. εἰσι B (item 19). 20 τοῦ prius om. *Ba*. 22 ἴσ.] ἴσος ἐστὶ *Ba*. τοῦ supplevi. 23 γ καὶ ζη *Ba*. ὑπὸ post.] ἀπὸ *Ba*. 23/24 συναμφότερος A.

Sed

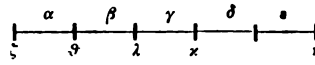
$$2(\zeta + \alpha) \times \eta\varkappa = (\zeta + \alpha) \times \eta\vartheta.$$

Ergo

$$2(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon + \zeta) = (\zeta + \alpha) \times \eta\vartheta,$$

et $\eta\vartheta$ est quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$. Quod erat demonstrandum.

Iisdem positis, sit quotum $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ impar, et 5 sint in $\zeta\eta$ tot unitates quot sunt $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$. Ergo impar est et $\zeta\eta$. Sumatur ex eo unitas $\zeta\vartheta$, et secetur bifariam $\vartheta\eta$ in $\varkappa$, dividaturque $\vartheta\varkappa$ in ipsius unitates puncto λ.



Quoniam

$$\varepsilon - \gamma = \gamma - \alpha,$$

ergo

$$\varepsilon + \alpha = 2\gamma = 2\gamma \times \lambda\varkappa.$$

Eadem ratione

$$\beta + \delta = 2\gamma \times \lambda\vartheta.$$

Ita

$$\alpha + \varepsilon + \beta + \delta = 2\gamma \times \vartheta\varkappa,$$

et quoniam $2\vartheta\varkappa = \vartheta\eta$,

$$\alpha + \varepsilon + \beta + \delta = \gamma \times \vartheta\eta.$$

Est quoque

$$\gamma = \gamma \times \vartheta\zeta;$$

ergo

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = \gamma \times \zeta\eta.$$

Sed

$$2\gamma \times \zeta\eta = (\alpha + \varepsilon) \times \zeta\eta.$$

μένου ἐκ τῶν Α, Β, Γ, Δ, Ε διπλασίων ἐστὶν ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ Α. Ε καὶ τοῦ ΖΗ, τουτέστιν τοῦ πλήθους τῶν ἐκτεθέντων. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

δ.

Ἐὰν ὦσιν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ὁ σύμπας πολυπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ὀκταπλασίονα τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τετράγωνον, γίνεται τετράγωνος οὗ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα πολλαπλάσιος ἔσται τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν κατά τινα ἀριθμόν, ὃς προσλαβὼν μονάδα διπλασίων ἐστὶ τοῦ πλήθους τῶν ἐκκειμένων πάντων σὺν τῇ μονάδι.

Ἔστωσαν γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὶ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, οἱ ΑΒ, ΓΔ, ΕΖ· λέγω ὅτι γίνεται τὸ προκείμενον.

Ὅσοι γάρ εἰσιν οἱ ἐκτεθέντες σὺν τῇ μονάδι, τοσαῦται μονάδες ἔστωσαν ἐν τῷ ΗΘ· καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ ᾗ ὑπερέχει ὁ ΕΖ μονάδος, τῆς ὑπεροχῆς ᾗ ὑπερέχει ὁ ΑΒ ⟨μονάδος⟩, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν μονάδι ἐλάσσονα τοῦ ΗΘ, ἐὰν ἄρα θῶμεν ἕκαστον μονάδος τὸν ΑΚ, ΕΛ, ΗΜ, ἕξομεν τὸν ΛΖ τοῦ ΚΒ πολλαπλάσιον κατὰ τὸν ΜΘ· ὥστε ὁ ΛΖ ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΚΒ.ΜΘ· καὶ ἐὰν θῶμεν δυάδος τὸν ΚΝ, ζητή-

---

2 *τουτέστι* B. 6 *πολλαπλασιασθεὶς Ba.* 8 *ἐλάσσονα* A, *ἐλάττονα* B_1. 13 *γὰρ* om. *Ba.* 18 ΕΖ] *ηζ* AB_1. *μονάδα Ba* (item 21). 19 *μονάδος* supplevi. 20 *ἐλάττ.* B_1 (item p. 462, 3). 21 *ἕξωμεν* A. 22 *πολλαπλασίονα* B_1. 23 *δυάδος*] *δυάδα Ba*, $Δ^{Y}$ A, *δύναμιν* B.

Ita

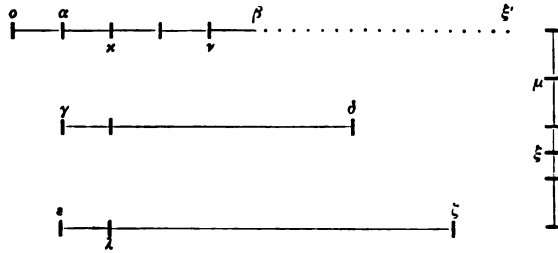
$$2(\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon) = (\alpha + \varepsilon) \times \zeta\eta,$$

et $\zeta\eta$ est quotum expositorum. Quod erat demonstrandum.

IV.

Si sint ab unitate quotlibet numeri in aequali 6
differentia, omnium summa, multiplicata in octuplum differentiae ipsorum, si additur quadratus numeri qui binario minor est quam differentia, fit quadratus, cuius radix binario deminuta multiplex differentiae erit secundum quendam numerum qui, unitate auctus, fit duplus quoti omnium expositorum cum unitate.

Sint enim post unitatem numeri $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ in aequali differentia, dico fieri enuntiatum.



Quot enim sunt expositi cum unitate, tot unitates sint in $\eta\vartheta$, et quoniam[1])

$$\varepsilon\zeta - 1 = (\alpha\beta - 1) \times (\eta\vartheta - 1),$$

si sumimus

$$\alpha\varkappa = \varepsilon\lambda = \eta\mu = 1,$$

habebimus $\lambda\zeta$ multiplicem $\varkappa\beta$ secundum $\mu\vartheta$. Ita

$$\lambda\zeta = \varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta.$$

1) Lemma II.

σομεν εἰ ὁ σύμπας πολυπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, (ὃς ἐστιν ὑπεροχὴ αὐτῶν), καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ NB, (ὄντος δυάδι ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν), γίνεται τετράγωνος, οὗ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα ποιεῖ τινα ἀριθμόν, ὃς τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τοῦ KB, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ συναμφότερον τὸν $H\Theta$. ΘM.

Καὶ ἐπεὶ ὁ σύμπας ἥμισύς ἐστιν τοῦ ὑπὸ συναμφοτέρου τῶν ZE, $E\Lambda$ καὶ τοῦ ΘH, ⟨διαιρεῖται δὲ ὁ ὑπὸ συναμφοτέρου τῶν ZE. $E\Lambda$ καὶ τοῦ ΘH⟩ εἴς τε τὸν ὑπὸ $\Lambda Z.H\Theta$, καὶ εἰς τὸν δὶς ὑπὸ $E\Lambda.H\Theta$, τουτέστι $\bar{\beta}$ τοὺς $H\Theta$, πάλιν ἄρα ὁ σύμπας ⟨ἥμισύς⟩ ἐστι τοῦ ὑπὸ $\Lambda Z.H\Theta$ καὶ $\bar{\beta}$ τῶν $H\Theta$. ἀλλὰ ὁ ΛZ ἴσος ἐδείχθη τῷ ὑπὸ $KB.M\Theta$ καὶ ὁ ὑπὸ $\Lambda Z.H\Theta$ ἄρα ἴσ. τῷ ὑπὸ $KB.M\Theta.H\Theta$ στερεῷ, καὶ ὁ σύμπας ἄρα ἐστὶν ἥμισυς τοῦ τε ὑπὸ $KB.M\Theta.\Theta H$ στερεοῦ καὶ $\bar{\beta}$ τῶν $H\Theta$.

Ἐὰν ἄρα τέμωμεν τὸν $M\Theta$ δίχα κατὰ τὸ Ξ, ἕξομεν τὸν ἐκ πάντων συγκείμενον ἴσον τῷ ἐκ τῶν $KB.H\Theta$. $\Theta\Xi$ στερεῷ καὶ ἑνὶ τῷ $H\Theta$· ζητήσομεν ἄρα εἰ ὁ ἐκ τῶν $KB.H\Theta.\Theta\Xi$ στερεὸς μετὰ τοῦ ΘH, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ NB $\square^{ov}$, γίνεται $\square^{os}$.

Ἀλλὰ ὁ ἐκ τῶν $KB.H\Theta.\Theta\Xi$ στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ ἕνα τὸν KB, ποιεῖ τὸν ὑπὸ $H\Theta.\Theta\Xi$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$· ὥστε καὶ ὁ ἐκ τῶν $KB.H\Theta.\Theta\Xi$

---

1 πολλαπλασιασθεὶς *Ba*. 2 τοῦ] τῆς AB_1. 3 ὄντα ... ἐλάσσονα AB_1. 4 λειποῦσα A. 7 ἐστι B. 8/9 ὁ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρων τῶν ζε.ελ καὶ τοῦ θη διαιρεῖται suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 11 ἥμισύς suppl. *Ba*. 13 καὶ ὁ ὑπὸ ... $M\Theta$. (14) om. A et amplius $H\Theta$ στερεῷ om. *Ba*. 17 ἕξωμεν A*Ba*. 19 ζητήσωμεν B_1. 20 τοῦ] ἑνὸς B.

Si nunc sumimus $\varkappa\nu = 2$, quaeremus an omnium summa, multiplicata in $8\varkappa\beta$ (hoc est 8^{ies} differentiam numerorum), addito quadrato a $\nu\beta$ (qui binario minor est quam differentia), fit quadratus, cuius radix binario deminuta facit quendam numerum qui differentiae $\varkappa\beta$ multiplex sit secundum $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$.

Et quoniam omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\zeta\varepsilon + \varepsilon\lambda) \times \vartheta\eta,$$

et partitur $(\zeta\varepsilon + \varepsilon\lambda) \times \vartheta\eta$ in $\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta$ et $2\varepsilon\lambda \,.\, \eta\vartheta$ (hoc est $2\eta\vartheta$), rursus omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta + 2\eta\vartheta).$$

Sed monstratum est

$$\lambda\zeta = \varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta;$$

ergo

$$\lambda\zeta \,.\, \eta\vartheta = \varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta \,.\, \eta\vartheta;$$

ergo omnium summa est

$$\frac{1}{2}(\varkappa\beta \,.\, \mu\vartheta \,.\, \eta\vartheta + 2\eta\vartheta).$$

Ergo si bifariam secemus $\mu\vartheta$ in ξ, habebimus omnium summam aeq. $(\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi + \eta\vartheta)$. Quaeremus igitur an

$$(\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi + \vartheta\eta) \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square.$$

Sed

$$\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times \varkappa\beta = \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times \overline{\varkappa\beta}^2;$$

στερεὸς πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, ποιεῖ τὸν ὑπὸ $H\Theta.\Theta\Xi$ ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς ἀπὸ KB $\square^{ous}$, τουτέστι τὸν $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.\Theta\Xi$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$, τουτέστι τὸν $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$.

5 ⟨Εἰ⟩ προσλαβὼν τὸν $H\Theta$ ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ NB $\square^{ov}$, γίνεται $\square^{os}$; ὁ δὲ $H\Theta$ πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB ποιεῖ τὸν $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ τῶν $H\Theta.BK$· οὐκοῦν πάλιν εἰ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$, μετὰ τοῦ $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.KB$, καὶ

10 ὁ ἀπὸ τοῦ NB $\square^{os}$, γίνεται $\square^{os}$;

Διαιρεῖται δὲ ὁ $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.KB$ εἴς τε τὸν $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $HM.KB$ καὶ εἰς τὸν $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ ⟨καὶ τοῦ KB· εἰ ἄρα ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.\Theta M$⟩ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$, μετὰ τοῦ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $HM.KB$,

15 καὶ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ καὶ τοῦ KB, καὶ ὁ ἀπὸ NB, ποιεῖ $\square^{ov}$;

Ἀλλὰ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $HM.KB$ ἴσ. τῷ δὶς ὑπὸ $NK.KB$, καὶ μιγεὶς τῷ ἀπὸ NB, ποιεῖ τοὺς ἀπὸ KB, KN $\square^{ous}$· εἰ ἄρα καὶ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $\Theta H.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ

20 KB $\square^{ov}$, καὶ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ καὶ τοῦ KB, μετὰ τῶν ἀπὸ BK, KN $\square^{\omega v}$, γίνεται $\square^{os}$;

Πάλιν δὲ ὁ ἀπὸ τοῦ BK $\square^{os}$ μεταβαίνει εἰς τὸν ἀπὸ τοῦ HM $\square^{ov}$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$, καὶ μιγεὶς οὗτος τῷ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ $H\Theta.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$,

25 ⟨ποιεῖ τὸν ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$⟩· εἰ ἄρα καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ KB $\square^{ov}$, καὶ ὁ $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ $H\Theta.\Theta M$ καὶ τοῦ KB, μετὰ τοῦ ἀπὸ [τοῦ] KN, γίνεται $\square^{os}$;

---

4 $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$] διακεκριμένον AB_1, item infra ubique, quae notare supersedebo. 5 εἰ supplevi. προσλαβὼν ... NB $\square^{ov}$ (6)]

ergo

$$\varkappa\beta \,.\, \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times 8\varkappa\beta = \eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times 8\overline{\varkappa\beta}^2$$
$$= 8\eta\vartheta \,.\, \vartheta\xi \times \overline{\varkappa\beta}^2 = 4\eta\vartheta \,.\, \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2.$$

An ista, addito $(\eta\vartheta \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2)$, fiunt $\square$?

$$\eta\vartheta \times 8\varkappa\beta = 8\eta\vartheta \,.\, \beta\varkappa.$$

Rursus an igitur

$$4\eta\vartheta \,.\, \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 8\eta\vartheta \,.\, \varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square?$$

Sed

$$8\eta\vartheta.\ \varkappa\beta = 4\eta\mu.\ \varkappa\beta + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu) \times \varkappa\beta.$$

An igitur

$$4\eta\vartheta.\ \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4\eta\mu.\ \varkappa\beta + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \square?$$

Sed

$$4\eta\mu.\ \varkappa\beta = 2\nu\varkappa.\ \varkappa\beta;$$

et[1]) addito $\overline{\nu\beta}^2$, fit $(\overline{\varkappa\beta}^2 + \overline{\varkappa\nu}^2)$. An igitur

$$4\vartheta\eta.\ \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta + \overline{\varkappa\beta}^2 + \overline{\varkappa\nu}^2 = \square?$$

Rursus $\varkappa\beta^2 = \overline{\eta\mu}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2$, et[2]) addito

$$4\eta\vartheta.\ \vartheta\mu \times \overline{\varkappa\beta}^2, \quad \text{fit} \quad (\overline{\eta\vartheta + \vartheta\mu})^2 \times \varkappa\beta^2.$$

An igitur

$$(\overline{\eta\vartheta + \vartheta\mu})^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2 + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta + \overline{\varkappa\nu}^2 = \square?$$

1) Euclid. II, 7.
2) Euclid. II, 8.

δεικτέον οὖν ὅτι ὁ τετράκις ἀπὸ (lege ὑπὸ) ηϑ.ϑμ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ κβ τετράγωνον προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ (dele ἀπὸ τοῦ) ηϑ ἐπὶ ὄκτω τοὺς κβ καὶ ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ νβ τετράγωνον *Ba*.
13 καὶ τοῦ κβ· ζητητέον οὖν εἰ ὁ τετράκις ἀπὸ τῶν ηϑ.ϑμ suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 15 ὁ] τὸ AB, om. *Ba*.
16 *NB*] τοῦ νβ τετράγωνος *Ba*. 17 ἀλλ' ὁ *Ba*. ἴσ.] ἴσός ἐστι *Ba* (item p. 466, 9). 18 *NB*] *Ba* add. τετραγώνῳ.
19 εἰ ἄρα] ζητήσομεν ἄρα εἰ *Ba* (item 26, p. 466, 12).
21 ἀπὸ om. *Ba*. 25 ποιεῖ . . . τετράγωνον (26) suppl. *Ba*.
27 *ΘM*] *Ba* add. τετράγωνος (item τετραγώνου post. *KN*, 29).
29 τοῦ (ante *KN*) B, om. A*Ba*.

Ἐὰν δὴ θῶμεν τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ⟨ΘΜ⟩ καὶ τοῦ ΚΒ ἴσον τὸν Νξ ἀριθμόν, ἔσται καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ $\square^{\text{ος}}$ *ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ΚΒ* $\square^{\text{ον}}$ *ἴσος τῷ ἀπὸ τοῦ Νξ* $\square^{\text{ω}}$· *ὅπερ ἐξῆς δειχθήσεται· εἰ ἄρα οἱ ἀπὸ τῶν ξΝ, ΝΚ* $\square^{\text{οι}}$, *μετὰ τοῦ* $\delta^{\text{κις}}$ *ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ καὶ τοῦ ΚΒ, γίνεται* $\square^{\text{ος}}$;

Ἀλλὰ ὁ $\delta^{\text{κις}}$ *ὑπὸ ⟨συναμφοτέρου τοῦ⟩ ΗΘ. ΘΜ καὶ τοῦ ΚΒ, ἴσ.* $\delta^{\text{κις}}$ *τῷ Νξ, ἐπείπερ καὶ ὁ ἅπαξ τῷ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ καὶ τοῦ ΚΒ ἴσος ἐτέθη ὁ Νξ· δ̄ δὲ οἱ Νξ ἴσ. τῷ δὶς ὑπὸ Νξ, ΝΚ· (δυὰς γὰρ ἐτέθη ὁ ΝΚ)· εἰ ἄρα καὶ οἱ ἀπὸ τῶν Νξ, ΝΚ* $\square^{\text{οι}}$, *μετὰ τοῦ δὶς ὑπὸ Νξ, ΝΚ, ποιοῦσι* $\square^{\text{ον}}$;

Ποιοῦσι δὲ τὸν ἀπὸ τοῦ ξΚ, οὗ ἡ πλευρὰ ἡ ξΚ, λιποῦσα δυάδα τῆς ΝΚ, ποιεῖ τινα ἀριθμὸν τὸν Νξ, ὃς τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τοῦ ΚΒ, πολλαπλάσιός ἐστι κατὰ τὸν συναμφότερον τοῦ ΗΘ. ΘΜ, ὃς προσλαβὼν μονάδα, τὸν ΗΜ, ⟨διπλάσιός⟩ ἐστι τοῦ ἐκτεθέντος παντὸς συστήματος.

Τὸ ὑπερτεθὲν δεῖξαι.

Ἔστω συναμφοτέρῳ τῷ ΗΘ. ΘΜ ἴσος ὁ Α, τῷ δὲ ΚΒ ἴσος ὁ Β, τῷ δὲ ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ καὶ τοῦ ΚΒ ἴσος ὁ Γ· λέγω ὅτι καὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ (τουτέστιν ὁ ἀπὸ τοῦ Α), ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ ΚΒ (τουτέστιν ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ Β), ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ Γ.

---

2 *ΘΜ* suppl. *Ba.* *ξ*] *ρ* *Ba* (item ubique infra).
5 *εἰ ἄρα*] *σκεπτέον ἄρα εἰ Ba.* *οἱ* om. B_1. 8 *συναμφοτέρου τοῦ* supplevi. 9 *τοῦ* om. *Ba.* $\delta^{\text{κις}}$ *τῷ Νξ*] *διακεκριμένος τοῦ Νξ* AB, *τοῦ νρ τετράκις Ba.* *ἐπείπερ*] *ἐπειδήπερ*

Si ponimus[1]) numerum $\nu\xi' = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta$, erit

$$\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)^2} \times \overline{\varkappa\beta^2} = \overline{\nu\xi'^2},$$

quod infra demonstrabitur.

An igitur

$$\overline{\xi'\nu^2} + \overline{\nu\varkappa^2} + 4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta = \square?$$

Sed

$$4(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta = 4\nu\xi',$$

quum positus sit

$$\nu\xi' = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta; \quad \text{et} \quad 4\nu\xi' = 2\nu\xi'.\,\nu\varkappa,$$

quum positus sit $\nu\varkappa = 2$.

An igitur

$$\overline{\nu\xi'^2} + \overline{\nu\varkappa^2} + 2\nu\xi'.\,\nu\varkappa = \square?$$

Ista autem faciunt quadratum a $\xi'\varkappa$, cuius radix $\xi'\varkappa$, binario $\nu\varkappa$ deminuta, facit quendam numerum $\nu\xi'$, qui differentiae $\varkappa\beta$ multiplex est secundum $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$, cui summae addita unitate $\eta\mu$, fit duplus quoti omnium expositorum.

Quod dilatum est demonstrare.

Sit 7

$$\alpha = \eta\vartheta + \vartheta\mu, \quad \beta = \varkappa\beta, \quad \gamma = (\eta\vartheta + \vartheta\mu)\,\varkappa\beta.$$

Dico productum ex $\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)^2}$, hoc est ex α^2, in $\overline{\varkappa\beta^2}$, hoc est in β^2, aequalem esse γ^2.

1) Litera ξ, iam antea adhibita, nunc rursus introducitur; novum eius usum accentu designavimus.

Ba. 10 *συναμφοτέρῳ* A. 11 *ἴσ.*] *ἴσοι εἰσὶ Ba.* 15 *τῆς*] *τὴν Ba.* 16 *τῆς ὑπεροχῆς*] *τις ὑπερέχει* AB_1. *πολλαπλασίων Ba.* 17 *τοῦ*] *τὸν Ba.* 18 *τὸν*] *τῶν* AB_1. *διπλασίων* suppl. *Ba.* 20 *Τὸ ὑπερτεθὲν δεῖξαι* om. *Ba.* 21 *τῷ* post.] *τὸ* AB_1 (item 22). 24 *τουτέστι Ba* (item 25). 25 *ἴσ.*] *ἴσος ἐστὶ Ba* (item *ἴσον ἐστὶ* p. 468, 8 et 13).

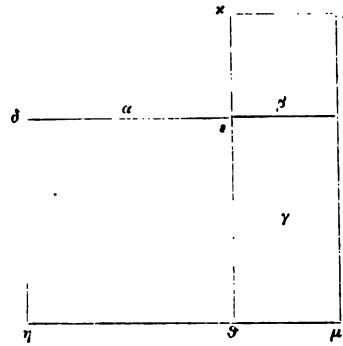
Κείσθω τοῖς Α, Β ἴσοι ἐπ' εὐθείας οἱ ΔΕ, ΕΖ, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τὰ ΔΘ, ΕΛ, καὶ συμπεπληρώσθω τὸ ΘΖ παραλληλόγραμμον.

Ὡς ἄρα ἡ ΔΕ πρὸς ΕΖ, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς ΖΘ παραλληλόγραμμον· ὡς δὲ ἡ ΘΕ πρὸς ΕΚ, οὕτως τὸ ΘΖ παραλληλόγραμμον πρὸς ΕΛ· τὸ ἄρα ΘΖ παραλληλόγραμμον μέσον ἀνάλογόν ἐστι τῶν ΔΘ. ΚΖ $\square^{\omega\nu}$· *τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΔΘ. ΖΚ* $\square^{\omega\nu}$ *ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ ΘΖ παραλληλογράμμου· καὶ ἔστι τὸ μὲν ΔΘ ἴσον τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ, τὸ δὲ ΖΚ* $\square^{\text{ον}}$ *ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ ΚΒ, τὸ δὲ ΘΖ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ Νξ. καὶ τὸ ἄρα ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ* $\square^{\text{ον}}$ *ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ ΚΒ* $\square^{\text{ον}}$ *ἴσ. τῷ ἀπὸ τοῦ Νξ τετραγώνῳ.*

Τῶν προκειμένων ὄντων, λέγομεν ὅτι, ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἐν οἱαοῦν ὑπεροχῇ, ὁ σύμπας πολύγωνός ἐστι· καὶ γὰρ ἔχει γωνίας τοσαύτας, ὅσος ἐστὶν ὁ δυάδι μείζων τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, πλευρά τε αὐτοῦ ἐστι τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.

---

2 *ἀπ'*] *ἐπ'* A. *τετράγωνοι Ba.* *τὰ*] *τοῦ* AB, *οἱ Ba.* *δε, ελ* AB_1. 3 *παραλληλόγραμμον*] $\overset{\rho}{\neq}$ AB (quod compendium Hultsch legit *χωρίον* in ed. Pappi), *παραπλήρωμα Ba* (eadem infra ubique). 4 *ἡ*] *οἱ* B_1. *πρὸς* bis] *ἐπὶ Ba* (item 5, 6). *ΖΘ*] *ΗΘ* A, *Θζ* B. 7 *ΚΖ*] *ζΚ* B, *Θζ Ba.* 8 *ΘΖ*] *κζ* B_1. 9 *τῷ*] *τὸ* AB_1. 10 *ΘΜ*] *Ba* add. *τετραγώνῳ.* 11 *τὸ*] *τῷ* AB_1. 14 *λέγωμεν* A. 15 *οἱαοῦν*] *ἴσῃ Ba.*



Ponantur in directum $\delta\varepsilon = \alpha$, et $\varepsilon\zeta = \beta$, et ab istis describantur quadrata $\delta\vartheta$, $\varepsilon\lambda$ et compleantur parallelogrammo $\vartheta\zeta$.

Est ergo

ut $\delta\varepsilon$ ad $\varepsilon\zeta$, ita $\overline{\delta\vartheta}$ ad $\overline{\zeta\vartheta}$,

et

ut $\vartheta\varepsilon$ ad $\varepsilon\varkappa$, ita $\overline{\vartheta\zeta}$ ad $\overline{\varepsilon\lambda}$.

Parallelogrammum igitur $\vartheta\zeta$ est medium proportionale inter quadrata $\delta\vartheta$, $\varkappa\zeta$, ergo

$$\overline{\delta\vartheta} \times \overline{\zeta\varkappa} = \overline{\vartheta\zeta}^2.$$

At $\delta\vartheta$ aequale est quadrato ab $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)$; et quadratum $\zeta\varkappa$ aequale quadrato a $\varkappa\beta$; denique parallelogrammum $\vartheta\zeta$ aequale est $\nu\xi'$. Ergo

$$\overline{(\eta\vartheta + \vartheta\mu)}^2 \times \overline{\varkappa\beta}^2 = \overline{\nu\xi'}^2.$$

Demonstratis praecedentibus, hoc dicimus: 8

Si sint numeri ab unitate quotlibet in quavis differentia, omnium summa polygonus est; etenim tot habet angulos quotus est numerus binario maior quam differentia illorum, et latus ipsius est quotum expositorum cum unitate.

Ἐπεὶ γὰρ ἐδείξαμεν τὸν σύμπαντα τῶν ἐκκειμένων πάντων, γενόμενον ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, καὶ προσλαβόντα τὸν ἀπὸ τοῦ NB $\square^{ov}$, ποιοῦντα τὸν ἀπὸ τοῦ ξK $\square^{ov}$, ἀλλὰ καὶ ἐὰν ἄλλην μονάδα θῶμεν τὴν AO, ἕξομεν τὴν KO δυάδα, καὶ ἔστιν δὲ ὁμοίως καὶ ὁ KN δυάς· ἔσονται ἄρα οἱ OB, BK, BN τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχοντες· ὁ ἄρα $\eta^{\chi\iota\varsigma}$ ὑπὸ τοῦ μεγίστου τοῦ OB καὶ τοῦ μέσου τοῦ BK, προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ ἐλαχίστου τοῦ BN $\square^{ov}$, ποιεῖ $\square^{ov}$ πλευρὰν ἔχοντα τὸν συγκείμενον ἔκ τε τοῦ μεγίστου τοῦ OB καὶ $\bar{\beta}$ τῶν μέσων τῶν BK· καὶ ὁ OB ἄρα πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ $\bar{\eta}$ τοὺς KB, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ NB $\square^{ov}$, ἴσ. τῷ ἀπὸ συναμφοτέρου τοῦ τε OB καὶ $\bar{\beta}$ τῶν KB, καὶ ἡ πλευρὰ λιποῦσα δυάδα, τὸν OK, καταλείψει $\bar{\gamma}$ τοὺς KB, οἵ εἰσιν τοῦ KB πολλαπλάσιοι κατὰ τριάδα· ἡ δὲ τριάς, προσλαβοῦσα μονάδα, $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ τῆς δυάδος.

Ἐπεὶ οὖν ὁ σύμπας τῶν ἐκκειμένων σὺν τῇ μονάδι τὸ αὐτὸ πρόβλημα ποιεῖ τῷ OB, ὁ δὲ OB ὢν τυχὼν καὶ πολύγωνός ἐστιν $\alpha^{o\varsigma}$ ἀπὸ τῆς μονάδος (ἐπείπερ μονάς ἐστιν ὁ AO, ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ ἐστιν ἀριθμὸς ὁ AB), καὶ ἔχει πλευρὰν δυάδα· ὥστε καὶ ὁ σύμπας τῶν ἐκκειμένων πολύγωνός ἐστιν ἰσογώνιος τῷ OB, ἔχων γωνίας τοσαύτας ὅσος ἐστὶν ὁ δυάδι μείζων, τῇ OK, τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τοῦ KB· καὶ πλευρὰν ἔχει τὸν $H\Theta$, ὅς ἐστι τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.

Καὶ ἀπεδείχθη τὸ παρὰ Ὑψικλεῖ ἐν ὅρῳ λεγόμενον, ὅτι, ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ ὁποσοιοῦν, μονάδος μενούσης τῆς ὑπεροχῆς, ὁ σύμπας

---

3 ποιεῖν *Ba*. 5 ἔστι *Ba*. 6/7 ὑπερέχουσι AB_1.
8 προσλαβὼν] λαβὼν B_1. 11 πολλαπλασιασθήσεται AB_1.

Quoniam enim demonstravimus omnium expositorum summam, multiplicatam in $8\varkappa\beta$, addito $\overline{\nu\beta}^2$, facere $\overline{\xi'\varkappa}^2$, si aliam unitatem αo sumimus, habebimus $\varkappa o = 2$, sicut est et $\varkappa\nu = 2$. Ergo $o\beta$, $\beta\varkappa$, $\beta\nu$ secundum aequales differentias progrediuntur; octies[1]) igitur productus maximi $o\beta$ et medii $\beta\varkappa$, plus quadrato minimi $\beta\nu$, fit quadratus cuius radix aequatur summae maximi $o\beta$ et bis medii $\beta\varkappa$. Ergo

$$o\beta \times 8\varkappa\beta + \overline{\nu\beta}^2 = \overline{(o\beta + 2\varkappa\beta)}^2,$$

cuius radix, binario $o\varkappa$ deminuta, remanet $3\varkappa\beta$, hoc est multiplex $\varkappa\beta$ secundum 3; et

$$3 + 1 = 2 \times 2.$$

Sic omnium expositorum cum unitate summa idem problema solvit quod $o\beta$; est autem ab libitum $o\beta$ et ab unitate polygonus primus cuius latus est 2 (quoniam unitas est αo et secundus numerus $\alpha\beta$); ita omnium expositorum summa polygonus est, idem quotum angulorum ac $o\beta$ habens, id est binario $o\varkappa$ maius quam numerorum differentiam $\varkappa\beta$; latus autem illius erit $\eta\vartheta$, nempe quotum expositorum cum unitate.

Demonstratum quoque est quod ab Hypsicle in definitione dictum fuit, nempe: 'Si sint numeri ab unitate in aequali differentia quotlibet, et unitas re-

1) Lemma I.

12 ἴσ.] ἴσός ἐστι *Ba*. 12/13 συναμφοτέρῳ A. 13 ἡ] *Ba* add. τούτου. 14 τοὺς om. *Ba*. 15 εἰσι *Ba*. 16 Ante μονάδα, *Ba* add. τὴν. 19 ἐστι *Ba* (item p. 472, 1). 23 γωνίας] πλευρὰν AB_1. μείζων τῇ *OK*] μὲν τῆς ον AB, τῇ *OK* μείζων *Ba*. 24 τοῦ] τὸ AB, τῷ *Ba*. 25 τῶν ἐκτεθέντων *Ba*, τῆς ἐκτεθείσης AB.

ἐστὶν ⟨τρίγωνος, δυάδος δέ⟩, τετράγωνος, τριάδος δέ, πεντάγωνος· λέγεται δὲ τὸ πλῆθος τῶν γωνιῶν κατὰ τὸν δυάδι μείζονα τῆς ὑπεροχῆς, πλευραὶ δὲ αὐτῶν τὸ πλῆθος τῶν ἐκτεθέντων σὺν τῇ μονάδι.'

Ὅθεν, ἐπεὶ οἱ τρίγωνοι μονάδος οὔσης τῆς ὑπεροχῆς γίνονται, καὶ πλευραὶ αὐτῶν εἰσιν οἱ μέγιστοι τῶν ἐκτιθεμένων, καὶ ὁ ὑπὸ τοῦ μεγίστου τῶν ἐκτιθεμένων καὶ τοῦ μονάδι μείζονος αὐτοῦ, διπλασίων ἐστὶ τοῦ σημαινομένου τριγώνου· καὶ ἐπεὶ ὁ ΟΒ ὢν τοσαῦται γωνίαι ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν η^πλ. τοῦ δυάδι ἐλάσσονος (τουτέστιν τοῦ τῆς ὑπεροχῆς· ἐπὶ τὸν η^κις ἔσται τὸν ΚΒ), ⟨καὶ⟩ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος (τουτέστι τὸν ἀπὸ τοῦ ΝΒ), ποιεῖ □^ον· οὗτος ἔσται ὅρος τῶν πολυγώνων ὅτι·

Πᾶς πολύγωνος πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν η^πλ. τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ προσλαβὼν τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, ποιεῖ τετράγωνον.

Συναποδειχθέντος οὖν καὶ τοῦ Ὑψικλέους ὅρου καὶ τούτου τῶν πολυγώνων, ἑξῆς ἐστι δεικνύναι πῶς δοθείσης πλευρᾶς ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος εὑρίσκεται.

Ἔχοντες γὰρ πλευρὰν δοθεῖσαν τινὸς πολυγώνου τὸν ΗΘ, ἔχοντες δὲ καὶ τὸ πλῆθος αὐτοῦ τῶν γωνιῶν, ἔχομεν καὶ τὴν ΚΒ δοθέντων. ὥστε καὶ τὸν ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΗΘ. ΘΜ καὶ τοῦ ΚΒ ἕξομεν δοθέντα,

---

1 *τρίγωνος, δυάδος δέ* suppl. *Ba*. 3 *τῇ ὑπεροχῇ* AB. 7 *ὁ*] *τοῦ* AB_1. 8 *μείζων* A. *ἐστὶ*] *εἰσὶν* A, *ἐστὶν Ba*. 9 *ὢν*] *πολύγωνος ὢν καὶ οὗ Ba*. 11 *ἐπὶ τὸν η̄ τοῦ*] *ὀκτάκις ἐπὶ τὸν Ba* (item 16). *ἐλάσσονος* . . . . . *τὸν ΚΒ* (12) scripsi,

maneat differentia, omnium summa erit triangulus; sit differentia binarius, quadratus; sit ternarius, pentagonus; dicitur nempe quotum angulorum secundum binario maiorem quam differentiam, latus autem est quotum expositorum cum unitate.'

Unde, quoniam fiunt trianguli si differentia sit unitas, et illorum latera sunt maximi expositorum, et productus maximi expositorum et numeri unitate maioris est duplus indicati trianguli; et quoniam $o\beta$ qui tot angulos habet quot in ipso sunt unitates, multiplicatus in 8^{plum} minoris binario (hoc est differentiae; erit in $8\kappa\beta$), si additur quadratus quaternario minoris (hoc est $\nu\beta^2$), fit quadratus, haec erit polygonorum definitio:

Omnis polygonus multiplicatus in 8^{plum} binario minoris quam quoti angulorum, addito quadrato minoris quaternario quam quoti angulorum, facit quadratum.

Simul demonstrata Hypsiclis definitione et ista nova polygonorum, deinceps monstrandum est quomodo dato latere propositus polygonus invenitur.

Habentes latus datum $\eta\vartheta$ cuiusdam polygoni, habentes et quotum angulorum ipsius, habemus quoque $\kappa\beta$ datum. Ita $(\eta\vartheta + \vartheta\mu)\kappa\beta$ habebimus datum, nempe

---

τοῦ ἐλάσσονος τῆς ὑπεροχῆς τουτέστιν ἐπὶ τὸν η̄ ἔσται τὸν κβ̄ AB, *αὐτοῦ ἐλάσσονα, τουτέστι ἐπὶ τὸν κβ Ba.* 12 *καὶ* suppl. *Ba.* 13 *ἀπὸ τοῦ τετράδι*] *αὐτοῦ τετράδι* AB, *ἀπὸ τοῦ τετράδι αὐτοῦ Ba.* *ἐλάσσονα* A, *ἐλάττονα* B_1 (item *ἐλάττ.* B_1, 17 et 18). 14 *τὸν*] *τοῦ* AB_1. 18 *ἐλάσσονα Ba.* 19 *γωνιῶν*] *τριῶν* AB_1. 21 *τούτου* scripsi, *τούτων* AB. 22 *ὁ*] *ἐπὶ ὁ* AB_1. 23 *δοθεῖσαν* scripsi, *δοθέντος* AB. 24 *τὸν*] *τοῦ* AB_1. *τῶν* om. *Ba.* 25 *τὴν*] *τὸν Ba*, fortasse mel. *δοθέντων*] *δοθέντα Ba.* 25/26 *συναμφότερον* A. 26 $\overline{\eta\vartheta\mu}$ AB_1.

ὅς ἐστιν ἴσος τῷ $N\xi$· ὥστε ἕξομεν καὶ τὸν $K\xi$ δοθέντα, ἐπείπερ δυάς ἐστιν ὁ NK· ὥστε καὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $K\xi$ ἕξομεν δοθέντα, καὶ ἀπὸ τούτου ἀφελόντες τὸν ἀπὸ τοῦ NB $\square^{ον}$ ὄντα δοθέντα, ἕξομεν καὶ τὸν λοιπὸν δοθέντα, ὅς ἐστιν τοῦ ζητουμένου πολυγώνου πολλαπλασίων κατὰ τὸν ὀκταπλάσιον τοῦ KB· ὥστε εὑρετός ἐστιν ὁ ζητούμενος πολύγωνος.

Ὁμοίως δὲ καὶ πολυγώνου δοθέντος εὑρήσομεν τὴν πλευρὰν αὐτοῦ τὸν $H\Theta$. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Διδασκαλικώτερον δὲ ὑποδείξομεν καὶ τοῖς βουλομένοις εὐχερῶς ἀκούειν τὰ ζητούμενα διὰ μεθόδων.

Λαβόντες γὰρ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου, ἀεὶ διπλασιάσαντες, ἀφελοῦμεν μονάδα, καὶ τὸν λοιπὸν πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὸν δυάδι ἐλάσσονα τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθήσομεν ἀεὶ δυάδα, καὶ λαβόντες τὸν ἀπὸ τοῦ γενομένου $\square^{ον}$, ἀφελοῦμεν ἀπ' αὐτοῦ τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τὸν λοιπὸν μερίσαντες εἰς τὸν $\eta^{πλ.}$ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, εὑρήσομεν τὸν ζητούμενον πολύγωνον.

Πάλιν δὲ αὐτοῦ τοῦ πολυγώνου δοθέντος, εὑρήσομεν οὕτως τὴν πλευράν· πολλαπλασιάσαντες γὰρ αὐτὸν ἐπὶ τὸν $\eta^{πλ.}$ τοῦ δυάδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθέντες τὸν ἀπὸ τοῦ τετράδι ἐλάσσονος τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν $\square^{ον}$, εὑρήσομεν $\square^{ον}$, ἐάνπερ ᾖ ὁ ἐπιταχθεὶς πολύγωνος· τούτου δὲ τοῦ τετραγώνου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς ἀφελόντες ἀεὶ δυάδα, τὸν λοιπὸν μερίσομεν ἐπὶ τὸν δυάδι ἐλάσσονα

---

1 τῶν ξ A, τῶ ξ B_1. ὥστεἕξομεν A. 3 τούτου *Ba*,

$\nu\xi'$, et habebimus $\varkappa\xi'$ datum, quum $\nu\varkappa$ sit binarius. Ita et $\overline{\varkappa\xi'}^2$ habebimus datum, a quo subtrahentes datum $\overline{\nu\beta}^2$, residuum habebimus datum, qui quaesiti polygoni multiplex erit secundum $8\varkappa\beta$. Ita inveniri potest quaesitus polygonus.

Similiter et polygoni dati inveniemus latus $\eta\vartheta$. Quod erat demonstrandum.

Accommodatius autem ad disciplinam, idem monstrabimus iis qui quaesita per methodos facile intelligere cupiunt. 9

Sumentes latus polygoni, illud duplicamus semper, subtrahimus unitatem; residuum multiplicantes in binario minorem quam quotum angulorum, producto addimus constanter 2. Summae quadratum sumentes, ab illo subtrahemus quadratum minoris quaternario quam quoti angulorum, et residuum dividentes per 8^{plum} minoris binario quam quoti angulorum, inveniemus quaesitum polygonum.

Rursus ipso polygono dato, latus sic inveniemus: multiplicantes illum in 8^{plum} minoris binario quam quoti angulorum, et producto addentes quadratum minoris quaternario quam quoti angulorum, inveniemus quadratum, si tamen propositus sit polygonus. Ab huius quadrati radice subtrahentes constanter 2, residuum dividemus per minorem binario quam quotum

---

τούτων AB. 5 ἐστι B_1. 12 ἀεὶ] καὶ ἀεὶ *Ba*. 15 καὶ om. *Ba*. 17 ἐλάττ. B_1 (item 23, 25, 28). 21 δ' αὐτοῦ *Ba*. τοῦ om. *Ba*. 28 μεριοῦμεν AB.

τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν, καὶ τῷ γενομένῳ προσθέντες μονάδα, καὶ τοῦ γενομένου λαβόντες τὸ ἥμισυ, ἕξομεν τὴν τοῦ ζητουμένου πολυγώνου πλευράν.

[*Δοθέντος ἀριθμοῦ εὑρεῖν ποσαχῶς δύναται εἶναι πολύγωνος.*

Ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ ΑΒ, πλῆθος δὲ αὐτοῦ γωνιῶν ὁ ΒΓ, καὶ κείσθω ἐν τῷ ΒΓ δυὰς μὲν ὁ ΓΔ, τετρὰς δὲ ὁ ΓΕ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΑΒ ὢν πολύγωνος ἔχει γωνίας τοσαύτας ὅσος ἐστὶν ὁ ΒΓ, ὁ ἄρα $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ ΑΒ.ΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΒΕ ποιεῖ* $\square^{ον}$.

Ἔστω αὐτοῦ πλευρὰ ὁ ΖΗ· ὥστε ὁ ἀπὸ τοῦ ΖΗ $\square^{ος}$ *ἴσ. τῷ τε* $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ ΑΒ.ΒΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ* $\square^{ω}$. *κείσθω ἐν τῷ ΑΒ Μ ὁ ΑΘ, καὶ διῄρηται ὁ* $\eta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ ΑΒ.ΒΔ εἴς τε τὸν* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ ΑΘ.ΒΔ καὶ εἰς τὸν* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΑΒ.ΒΘ ⟨καὶ τοῦ ΒΔ. κείσθω ἴσος συναμφοτέρῳ τῷ ΑΒ.ΒΘ⟩* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὁ ΔΚ, καὶ μεταβησόμεθα τὸν μὲν* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ συναμφοτέρου τοῦ ΑΒ. ΒΘ καὶ τοῦ ΒΔ εἰς τὸν ὑπὸ ΚΔΒ, τὸν δὲ* $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ *ὑπὸ ΑΘ.ΒΔ εἰς τὸν δὶς ὑπὸ ΒΔ.ΔΕ (δυὰς γάρ ἐστιν ὁ ΕΔ)· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΖΗ ἄρα* $\square^{ος}$ *ἴσ. τῷ τε ὑπὸ ΚΔΒ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ ΒΔ, ΔΕ καὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ* $\square^{ω}$.

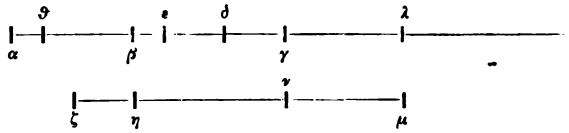
Ἀλλὰ τῷ δὶς ὑπὸ ΒΔΕ καὶ τῷ ἀπὸ ΒΕ $\square^{ω}$ *ἴσ. οἱ ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΕ* $\square^{οι}$· *καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΖΗ ἄρα* $\square^{ος}$ *ἴσ. τῷ τε ὑπὸ ΚΔΒ καὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΔ, ΔΕ* $\square^{οις}$.

---

1 *γινομένω* B_1. 4 *Δοθέντος κ. τ. ἑ.* usque ad finem mutilum Diophanto haud tribuenda videntur. 10 *ΒΕ*] *Ba* add. *τετραγώνου*. 15 *ΑΒ.ΒΘ*] $\alpha\overline{\beta\vartheta}$ AB_1, $\alpha\beta.\vartheta\beta$ *Ba* (item 17). 15/16 *καὶ τοῦ* $\overline{\beta\delta}$. *καὶ κείσθω συναμφοτέρῳ* $\alpha\beta.\vartheta\beta$ *ἴσος* suppl. *Ba*, quae paulum mutavi. 16 $\delta^{\kappa\iota\varsigma}$ om. *Ba*. 18 $\kappa\delta\beta$, *Ba*, $\kappa\beta$ AB. 19 *ἐστι Ba*. 20 *τε* om. *Ba*. 22 $\square^{ω}$ post *ΒΔΕ* ponunt AB_1. *οἱ*] *ὁ* A. 24 *ΔΕ*] $\delta\zeta$ AB_1.

angulorum, et quotienti addentes unitatem, summae dimidium sumentes, habebimus quaesiti polygoni latus.

[Dato[1]) numero, invenire quot modis polygonus 10 esse potest.



Esto datus numerus $\alpha\beta$, quotum angulorum huius $\beta\gamma$, et sumatur in $\beta\gamma$ binarius $\gamma\delta$ quaternariusque $\gamma\varepsilon$.

Quoniam $\alpha\beta$ polygonus est et tot angulos habet quotus est $\beta\gamma$, ergo

$$8\alpha\beta.\beta\delta + \overline{\beta\varepsilon}^2 = \square.$$

Huius $\square$ sit radix $\zeta\eta$; ita

$$\overline{\zeta\eta}^2 = 8\alpha\beta.\beta\delta + \overline{\beta\varepsilon}^2.$$

Sumatur in $\alpha\beta$ unitas $\alpha\vartheta$; partitur $8\alpha\beta.\beta\delta$ in

$$4\alpha\vartheta.\beta\delta + 4(\alpha\beta + \beta\vartheta)\,\beta\delta.$$

Ponatur

$$\delta\varkappa = 4(\alpha\beta + \beta\vartheta);$$

transformabitur $4(\alpha\beta + \beta\vartheta)\,\beta\delta$ in $\varkappa\delta.\delta\beta$, et $4\alpha\vartheta.\beta\delta$ in $2\beta\delta.\delta\varepsilon$ (nam $\varepsilon\delta = 2$). Ergo

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\delta.\delta\beta + 2\beta\delta.\delta\varepsilon + \overline{\beta\varepsilon}^2.$$

Sed[2])

$$2\beta\delta.\delta\varepsilon + \overline{\beta\varepsilon}^2 = \overline{\beta\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2;$$

ergo

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\delta.\delta\beta + \overline{\beta\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

---

1) Quae sequuntur usque ad finem, commentatoris vanum esse tentamen censeo.

2) Euclid. II, 7.

τῷ δὲ ὑπὸ ΚΔΒ καὶ τῷ ⟨ἀπὸ⟩ ΒΔ ἴσ. τὸ ὑπὸ ΚΒΔ· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΖΗ ἄρα ἴσ. τῷ τε ὑπὸ ΚΒΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΔΕ □ω.

Καὶ ἐπεὶ ὁ ΔΚ, ἴσος ὢν δκις συναμφοτέρῳ τῷ ΔΒ. ΒΘ, μείζων ἐστὶ δκις τοῦ ΑΘ, τουτέστι τετράδος, ὧν ὁ ΔΓ ἐστὶ δυάς, λοιπὸς ἄρα ὁ ΓΚ μείζων δυάδος τοῦ ΓΔ· ἡ ἄρα διχοτομία τοῦ ΔΚ πεσεῖται μεταξὺ τοῦ ΓΚ· ἔστω τὸ Λ. καὶ μεταβησόμεθα τὸν ὑπὸ ΚΒ.ΒΔ εἰς τὴν τῶν ἀπὸ ΒΛ, ΛΔ ὑπεροχήν, ἐπείπερ ἡ ΔΚ τέτμηται δίχα κατὰ τὸ Λ, πρόσκειται δὲ ἡ ΔΒ· καὶ ἔστιν τὸ ὑπὸ ΚΒΔ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΔΛ ἴσ. τῷ ἀπὸ ΛΒ, καὶ τὸ ἀπὸ ΛΒ ἄρα τοῦ ἀπὸ ΛΔ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ΚΒΔ· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ ΖΗ ἄρα □ος ἴσ. τῇ τε ἀπὸ τῶν ΒΛ, ΛΔ ὑπεροχῇ καὶ τῷ ἀπὸ ΔΕ □ω.

Κοινὸς προσκείσθω ὁ ἀπὸ ΔΛ· καὶ οἱ ἀπὸ τῶν ΖΗ, ΔΛ ἄρα ἴσοι □οί εἰσιν τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΛ, ΔΕ □οις· ἐὰν δὲ δύο ἀριθμοὶ ὡς εἷς καὶ δυσὶν ἀριθμοῖς ἴσοι ὦσιν, καὶ ἐναλλὰξ αἱ ὑπεροχαὶ αὐτῶν ἴσαι· ἡ ἄρα τῶν ἀπὸ τῶν ΛΔ, ΔΕ ὑπεροχὴ ἴσ. τῇ τῶν ⟨ἀπὸ τῶν⟩ ΛΒ, ΖΗ ὑπεροχῇ· καὶ ἐπεὶ ὁ ΕΔ τῷ ΔΓ ἴσ., πρόσκειται δὲ ὁ ΓΛ, τὸ ἄρα ΕΛΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ ἴσ. τῷ ἀπὸ ΔΛ· ἡ ἄρα ἀπὸ τῶν ΛΔ, ΔΓ ὑπεροχή, τουτέστιν ἡ ⟨τῶν⟩ ἀπὸ τῶν ΛΔ, ΔΕ, ἥτις ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΛΓ, ἴσ. τῇ ⟨τῶν⟩ ἀπὸ τῶν ΛΒ, ΖΗ ὑπεροχῇ.

Κείσθω τῷ ΒΛ ἴσος ὁ ΖΜ· (μείζων γάρ ἐστιν ὁ ΒΛ τοῦ ΖΗ, ἐπείπερ ἐδείχθη τὰ ἀπὸ ΖΗ, ΔΛ □α

---

1 ἀπὸ τοῦ suppl. *Ba*, ἀπὸ simpliciter scripsi. τὸ ὑπὸ κβδ *Ba*, τὸ ἀπὸ κδβ A, τῷ ἀπὸ κδβ B. 4 ΔΚ] ακ AB_1. 5 ΒΘ] βε AB_1. 6 ΔΓ] βγ *Ba*. 8 ὑπὸ ΚΒ.ΒΔ .... ὑπεροχήν (9)] τὸν ἀπὸ βλ εἷς τε τὸν ἀπὸ λδ καὶ τὸν ὑπὸ κβδ *Ba*. 9 τὴν] τὸν A. ὑπεροχή AB_1. 10 δίχα] διχῇ AB, διχῇ *Ba*. 11 ἔστι *Ba* (item 25, p. 480, 11). τὸ] τοῦ AB,

Sed

$$\varkappa\delta . \delta\beta + \overline{\beta\delta}^2 = \varkappa\beta . \beta\delta;$$

ergo

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \varkappa\beta . \beta\delta + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Et quoniam $\delta\varkappa$, hic est $4(\alpha\beta + \beta\vartheta)$, maior est quam $4\alpha\vartheta$, hoc est maior quaternario; quum sit $\delta\gamma = 2$, residuus $\gamma\varkappa$ maior erit binario $\gamma\delta$; ergo dimidiata sectio illius $\delta\varkappa$ cadet inter γ et $\varkappa$; esto in λ. Transformabitur $\varkappa\beta . \beta\delta$ in $\overline{\beta\lambda}^2 - \overline{\lambda\delta}^2$. Quia enim $\delta\varkappa$ bifariam secta est in λ et ipsi additur $\delta\beta$, erit[1])

$$\varkappa\beta . \beta\delta + \overline{\lambda\delta}^2 = \overline{\lambda\beta}^2; \quad \text{ergo} \quad \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\lambda\delta}^2 = \varkappa\beta . \beta\delta.$$

Ita

$$\overline{\zeta\eta}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 - \overline{\lambda\delta}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Utrimque addatur $\overline{\lambda\delta}^2$:

$$\overline{\zeta\eta}^2 + \overline{\delta\lambda}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2.$$

Sed si summa duorum numerorum summae duorum numerorum aequalis est, differentiae quoque vicissim aequales sunt; ergo

$$\overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\varepsilon}^2 = \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2.$$

Et quoniam $\varepsilon\delta = \delta\gamma$, ipsique additur $\gamma\lambda$, ergo[1])

$$\varepsilon\lambda . \lambda\gamma + \overline{\gamma\delta}^2 = \overline{\delta\lambda}^2.$$

Ergo

$$\overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\varepsilon}^2 = \overline{\lambda\delta}^2 - \overline{\delta\gamma}^2 = \varepsilon\lambda . \lambda\gamma = \overline{\lambda\beta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2.$$

Ponatur $\zeta\mu = \beta\lambda$. (Est enim $\beta\lambda > \zeta\eta$, quia monstratum est

1) Euclid. I, 6.

τοῦ τε *Ba.* μετὰ] καὶ *Ba.* ΔΛ] λδ *Ba.* ἴσον τὸ *Ba.* 12 ΛΒ post.] λκ *Ba.* ἄρα] B_1 add. καὶ. 14 τῶν] τοῦ *Ba.* 16 εἰσι *Ba.* 17 ὡς] ὁ AB_1. ὡς εἰς om. *Ba.* 18 ὦσι *Ba.* ἴσαι] μόναι *Ba.* 19 ἀπὸ τῶν supplevi. 21 ΕΛΓ] εγλ AB, ὑπὸ ελγ̄ *Ba.* 23 τῶν supplevi (item 24). ὑπεροχῇ om. *Ba.*

ἴσα τοῖς ἀπὸ ΒΛ, ΕΔ □^{ois}, λοιπὸν τὸ ἀπὸ ΔΛ μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ ΔΕ, ἐπείπερ καὶ τοῦ ἀπὸ ΔΓ μεῖζόν ἐστι, ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ΒΛ τοῦ ἀπὸ ΖΗ μεῖζόν ἐστι· κείσθω οὖν τῷ ΒΛ ⟨ἴσος⟩ ὁ ΖΜ.) ἔσται δὴ καὶ ἡ τῶν ἀπὸ ΖΜ, ΖΗ ὑπεροχὴ ἴση τῷ ὑπὸ ΕΛ.ΛΓ.

Καὶ ἐπεὶ ὁ ΔΚ $\delta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ ΑΒ. ΒΘ, ὁ δὲ ΔΚ δίχα τέτμηται κατὰ τὸ Λ, καὶ ὁ ΔΛ ἄρα $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ συναμφοτέρου τοῦ ΑΒ. ΒΘ· ὧν ὁ ΔΓ $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ τοῦ ΑΘ· λοιπὸς ἄρα ὁ ΛΓ $\beta^{\pi\lambda.}$ ἐστὶ $\bar{\beta}$ τῶν ΒΘ· $\delta^{\pi\lambda.}$ ἄρα ἐστὶν ὁ ΓΛ τοῦ ΘΒ, ὥστε δ^{ov} μέρος ἐστὶν ὁ ΘΒ τοῦ ΛΓ· ἀλλὰ καὶ ἡ ΑΘ μονὰς δ^{ov} ἐστιν τῆς ΕΓ τετράδος· ὅλος ἄρα ὁ ΑΒ δ^{ov} ἐστι μέρος τοῦ ΕΛ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὁ ΘΒ τοῦ ΛΓ μέρος δ^{ov}· τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΒ.ΒΘ $\iota\varsigma^{ov}$ ἐστι τοῦ ὑπὸ ΕΛ.ΛΓ· τὸ ἄρα ὑπὸ ΕΛ. ΛΓ ἴσ. τῷ $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΘ.

Ἐδείχθη δὲ καὶ τὸ ὑπὸ ΕΛ. ΛΓ ἴσον τῇ τῶν ἀπὸ ΜΖ. ΖΗ ὑπεροχῇ· καὶ τὸ $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ ἄρα ὑπὸ ΑΒ.ΒΘ ἴσ. τῇ τῶν ἀπὸ ΜΖ. ΖΗ ὑπεροχῇ, τουτέστι τῷ τε ἀπὸ ΜΗ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ ΖΗ.ΗΜ· ὥστε ὁ $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ ὑπὸ ΑΒ.ΒΘ ἴσ. τῷ τε ἀπὸ ΗΜ καὶ τῷ δὶς ὑπὸ ΖΗ.ΗΜ· ὥστε ἄρτιός ἐστιν ὁ ΗΜ· τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ Ν] . . . . . .

---

1 μείζων AB_1 (item 2, 3). 2 ἐστιν *Ba*. 4 ἴσος suppl. *Ba*. 7 διχῶς AB. 8 συναμφότερος AB_1. 9 ΛΓ] γλ *Ba*, λβ AB. 10 δ^{ov}] πρῶτον AB_1.

$$\overline{\zeta\eta}^2 + \overline{\delta\lambda}^2 = \overline{\beta\lambda}^2 + \overline{\delta\varepsilon}^2,$$

et $\overline{\delta\lambda}^2$, maior quam $\overline{\delta\gamma}^2$, maior est quam $\overline{\delta\varepsilon}^2$; ergo $\overline{\beta\lambda}^2 > \overline{\zeta\eta}^2$. Ponatur ergo $\zeta\mu = \beta\lambda$.) Erit

$$\overline{\zeta\mu}^2 - \overline{\zeta\eta}^2 = \varepsilon\lambda \,.\, \lambda\gamma.$$

Et quoniam $\delta\varkappa = 4(\alpha\beta + \beta\vartheta)$, et $\delta\varkappa$ bifariam sectus est in λ, erit

$$\delta\lambda = 2(\alpha\beta + \beta\vartheta);$$

quum sit $\delta\gamma = 2\alpha\vartheta$, erit

$$\lambda\gamma = 2(2\beta\vartheta) = 4\vartheta\beta, \quad \text{et} \quad \vartheta\beta = \frac{1}{4}\lambda\gamma.$$

Sed et $\alpha\vartheta$ unitas est $\frac{1}{4}$ quaternarii $\varepsilon\gamma$; addendo:

$$\alpha\beta = \frac{1}{4}\varepsilon\lambda.$$

Monstratum autem est $\vartheta\beta = \frac{1}{4}\lambda\gamma$. Ergo

$$\alpha\beta \,.\, \beta\vartheta = \frac{1}{16}\varepsilon\lambda \,.\, \lambda\gamma \quad \text{et} \quad \varepsilon\lambda \,.\, \lambda\gamma = 16\alpha\beta \,.\, \beta\vartheta.$$

Sed monstratum est

$$\varepsilon\lambda \,.\, \lambda\gamma = \overline{\mu\zeta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2;$$

ergo

$$16\,\alpha\beta.\ \beta\vartheta = \overline{\mu\zeta}^2 - \overline{\zeta\eta}^2 = \overline{\mu\eta}^2 + 2\zeta\eta \,.\, \eta\mu.$$

Ita

$$16\,\alpha\beta \,.\, \beta\vartheta = \overline{\eta\mu}^2 + 2\zeta\eta \,.\, \eta\mu.$$

Ergo $\eta\mu$ par est. Bifariam secetur in ν] .....

DIOPHANTI ALEXANDRINI

OPERA OMNIA

CUM GRAECIS COMMENTARIIS

EDIDIT

PAULUS TANNERY.

VOLUMEN II

CONTINENS PSEUDEPIGRAPHA, TESTIMONIA VETERUM,
PACHYMERAE PARAPHRASIN, PLANUDIS COMMENTARIUM,
SCHOLIA VETERA,
OMNIA FERE ADHUC INEDITA,
CUM PROLEGOMENIS ET INDICIBUS.

LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI.
MDCCCXCV.

Planude compilatum[1]). Neque obiter hoc tacendum: opusculo in illo cifrarum figurae eae sunt quibus tum temporis Itali utebantur; Planudes contra, ut omnes sciunt, persicas notas numerorum exhibuit.

Quae in fine Calculi illius Indici de extractione radicis quadraticae dicuntur, complere credo voluit libri scriptor, nempe monachus quidam varia mathematica ad libitum suum colligens. Forsan scholium mancum in Diophanteo quodam codice excerpsit et inde falsum lemma adscripsit; nam error manifestus est, sed fraudis suspicioni nullus locus.

2. In compluribus Ptolemaei Compositionis mathematicae codicibus manuscriptis illa *Προλεγόμενα* reperiuntur anonyma, quorum initium et partem geometricam praeclarae suae Pappi editioni (praef. vol. III, pp. XVII—XXI; pp. 1138—1165) Hultschius adiunxit. Pappo quidem tributa fuerunt ab auctore catalogi Vaticano graeco 184 praemissi, Diophanti nomen contra iisdem in Marciano 303 saec. XIV praefixum est, ut recentiorem saec. XVII Canonicianum Bodleianum 32 omittam. Utrinque falso; nam etsi Pappum certe cum Theone aliisque (non Diophantum autem) Prolegomenôn[2]) auctor compilaverit, post Syrianum cuius mentionem fecit, ergo non ante finem quinti vel ini-

1) In notissimo opere quod graece edidit Gerhardt: *Das Rechenbuch des Maximus Planudes,* Halle, Schmidt, 1865.

2) Prolegomenôn auctorem fuisse Heliodorum Alexandrinum Hermiae filium Ammoniique fratrem cur coniici possit, alias exposui *(Bulletin des Sciences Mathématiques,* janv. 1894 et *Zeitschrift für Mathematik und Physik,* sub titulo: *Un fragment des Métriques de Héron).*

tium sexti saeculi eum vixisse haud dubitandum est; nec infra verisimiliter statuendus est qui θεῖον Ptolemaeum vocat.

Prolegomena illa tota vel saltem ineditam partem, etsi lucem mereatur, Diophanteis operibus adiungere haud mihi animus fuit. Ceterum optimus codex Parisinus 2390, quo uti poteram, recentiore manu depravatus est et Vaticanos manuscriptos denuo invisere ob eam causam non vacabat. Attamen fragmentum desiderari poterat illud quod C. Henry iam vulgavit sub titulo: *Opusculum de multiplicatione et divisione sexagesimalibus Diophanto vel Pappo attribuendum* (Halis Saxoniae, H. W. Schmidt, 1879). Quum praesertim huius editoris stupendae lectiones acutissimum Hultschium, ne me ipsum dicam, haud semel frustra torserint[1]), operae pretium fore duxi si eundem codicem fideliter describerem, nempe Parisinum 453 in quo Ioannes a Sancta-Maura, circa annum 1600, fragmentum illud ex Vaticano quodam manuscripto satis curiose depromptum bis inseruit; Hultschii aliquas coniecturas adnotavi, sed cur praecedentem editionem omnino neglexerim, qui illam viderit statim intelliget.

3. Tertium fragmentum (pp. 15—31) in catalogis haud recensitum doctissimus Heiberg amicissime mihi indicavit quum eo praesente Parisiis fruerer. Nemini lemma Διοφάντου fucum faciet; Heroniana hîc habes in codice saec. XIV nec meliora nec peiora quam plurima Hultschianae collectionis. Tum temporis Diophanti nomen Byzantinis diu paene incognitum, ut

1) *Zeitschrift für Math. u. Phys.* XXIV, *hist.-lit. Abthlg.* p. 199 sqq.

infra ostendetur, apud doctos celebritatem nactum erat; illud mathematicis anonymis scriptis praefigere fraus facilis fuit. Sic Prolegomenis ad syntaxin in Marciano codice, sic Heronianis fragmentis (ut aliis Euclidis nomen) in Parisino nostro adscriptum fuit.

Quid praecipue notandum de hoc pseudepigrapho nunc dicam. Geometriae quae fertur Heronis librarius saec. XIII, ut videtur, varia adiunxit quae invenerat *ἐν ἄλλῳ βιβλίῳ τοῦ Ἥρωνος* (ed. Hultsch, pp. 131, 14; 134, 8. 15). Alteram ipsius Heronis editionem nunc deperditam sic designari credidit clarissimus Mauritius Cantor, multaque ingeniosissime suo more secundum hanc coniecturam disputavit[1]). Sed qui attente Heronianis iampridem editis novum fragmentum nostrum conferet, forsan aliter sentiet; illud enim *ἄλλο βιβλίον* nihil esse nisi quandam problematum geometricorum byzantinam collectionem, vel Heronis nomine insignitam, ut alias illas ab Hultschio in corpus conflatas, vel forte anonymam, sed Heronianis simillimam, mihi saltem probabilius videtur. Ceterum ex illa collectione (aut illo alio Heronis libro) Diophanteum pseudepigraphum depromptum fuisse, amplius demonstrare supersedeo; locos conferendos in meis adnotationibus lector inveniet qui ea de re sententiam pronuntiare cupiet.

II.

Quum omnia (perpauca sane) quae ad meam notitiam pervenerunt *de Diophanto testimonia veterum* collegi,

1) *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Lipsiae, apud Teubnerum, 1880, pp. 330 sqq.

hoc praecipue fuit in votis ut ostenderem huius auctoris praeter nomen vix quidquam notum fuisse post quintum saeculum et ante tempora Georgii Pachymerae Maximique Planudis. Nicomachum Byzantini amplexi sunt, Diophantum paene ignorare diu videntur. Post commentarium a Planude scriptum res aliter se habet; ex. gr., in utraque epistola Nicolai Artavasdi, cognomento Rhabda[1]), initium ex prooemio Arithmeticorum tacite compilatur; ipse Diophantus audit *ὁ μέγιστος ἐν ἀριθμητικοῖς*. Sed talia recentiora consulto omisi.

1, 2, 3. *Theonis Alexandrini Ioannisque Hierosolymitani* (pp. 35 et 36) loci iampridem noti novis animadversionibus haud egent; de *Suidae* autem testimonio (p. 36) aliquatenus disputandum est quum gravibus erroribus sese implicuerit Nesselmann[2]), vir alias de mathematica historia optime meritus, sed qui forsan arabicam linguam magis quam graecam calleret[3]). Codicum enim auctoritate reiecta, Kusterianaque lectione admissa (*ὑπόμνημα εἰς Διοφάντου τὸν ἀστρονομικὸν κανόνα*: cf. infra p. 36, 24), commentarium ab Hypatia non in Diophanti Arithmetica sed in aliud quoddam astronomicum opus scriptum fuisse adfirmavit, frustra negans *ὑπόμνημα εἰς Διόφαντον* graeca verba esse et haud animadvertens talia multo magis Suidae condonanda esse quam quae Kusterus proposuit, quum

1) Videsis meam editionem: *Les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas*, Paris, Klincksieck, 1886 (*Extr. des Notices* etc. XXXII) pp. 23, 26, 58.

2) *Die Algebra der Griechen*, pp. 248 sqq.

3) Ut adparet quando sedulus inquirit utrum *Διοφάντης* an *Διόφαντος* dicendum sit.

illo sensu *εἰς τὸν Διοφάντου ἀστρ. καν.* omnino scribendum fuisset. Ceterum nullam astronomicam tabulam (*κανόνα*) post Ptolemaeum apud veteres conditam fuisse extra dubium est; idcirco ante *τὸν* addidi *εἰς* (quod facile intercidere potuit) et quum commentarii *εἰς τὸν Πτολεμαίου πρόχειρον κανόνα* (Suidas v. *Θέων*) duae recensiones adhuc exstent, alteram Theoni patri cuius sub nomine feruntur, alteram Hypatiae filiae deberi libenter credam. Sed de his alias.

Nullum autem Diophanti opus praeter Arithmetica et libellum de polygonis numeris unquam iure commemoratum est. Si de Harmonicis quibusdam Gesnerus et Ramus locuti sunt, manifesti erroris origo in promptu est; in codice enim Vaticano 191[1]) post Diophantea opera et sine auctoris nomine reperitur illa *Εἰσαγωγὴ ἁρμονική* quae vel Euclidi vel Cleonidae adscribitur. Lemmatis omissio, nunc in recenti catalogo codici praefixo correcta, Gesnero fucum fecit.

Omnino igitur optimorum Suidae codicum lectio *εἰς Διόφαντον* servanda est Hypatiaeque commentarium in Arithmetica Diophanti scriptum fuisse intelligendum.

4. In catalogo graecorum Scorialensium codicum excerpta Diophantea Millerus recensuit (MS. *Υ* — III — 12, saec. XIV, fo. 73[r]). Sub falso titulo satis longa latebat *Michaelis Pselli epistola* (infra pp. 37—42), quam raptim descripsi in Hispanico meo itinere. Sed eam

1) In Matritensi 48, ex quo Vaticanus 191 descriptus est, Zosimi nomen recentiore manu additum legitur; Harmonica autem illa non idem scripsit librarius qui Diophanto operam dedit.

haud levis esse momenti iudicans, alia subsidia mihi ad editionem paranda duxi et in Bandinii catalogo eiusdem epistolae mentione reperta ut Florentiae adservatae[1]), apographum poposci, quod mihi humanissime misit ab amico meo H. Omont v. cl. rogatus doctissimus peritissimusque Vitelli, cui maximas gratias et ago et habeo.

Quid ad mathematicam historiam epistola illa conferat, satis perspicuum erit, sed pauca forsan nihilominus monenda sunt. Qui Psellum noverit vel exempli gratia eum viderit (infra pp. 39, 16—41, 20) Heronianas Mensuras tacite compilavisse gravissimisque mendis, quibus etiam Parisini codices scatent[2]), haudquaquam offensum fuisse, nullus dubitabit omnia quae de Diophanto Anatolio Aegyptiacaque arte analytica initio epistolae traduntur, e Diophanteo codice deprompta fuisse in quo satis amplus et antiquus sane commentarius reperiebatur. Hunc eundem fuisse quem Hypatia composuerat, credere fas mihi sit.

Ceterum, ut alia omittam, gravissimo testimonio detegitur origo pravae lectionis *ἄλογος* pro *ἀόριστον* in textu Diophanti (vol. I, 6, 4; cf. II, 37, 12 et 38, 2 cet.) Vox *ἄλογος*, ex nomenclatura potentiarum secundum Anatolium in margine scripta, ad vocem *δυναμόκυβος* (I, 4, 23) referebatur; illam voci *ἀόριστον* substituendam esse credidit librarius ille qui recentiorum codicum archetypum descripsit; quae confusio

1) Etiam saec. XIV codex Laurentianus LVIII, 29 adsignatur.

2) Ut agnoscere licet collato Hultschii critico apparatu.

vix fieri potuit, nisi margines antiqui exemplaris notis coopertae fuissent.

5. *Epigrammata arithmetica* graeca, quae Bachetus commentario suo ad quaestionem Diophanti V, 33 adiunxit[1]), in hac nova editione quaerenda fore credidi, imo meae operae haud parcendum esse duxi ut antiqua Palatini codicis scholia iuris publici facerem, quum satis bonae notae mihi viderentur et Diophanti haud semel mentionem iniicerent. Compendia igitur resolvi, quorum difficultas Iacobsium aliosque Anthologiae editores deterruerat, et facile intelligendum credo textum exhibui; de quo non glorior, de prisco fractiones scribendi more gravissimo reperto testimonio contentus. Etenim denominatores supra lineam, non in loco exponentis quem vocant hodie, in codice saec. X constanter inveni; quem usum (v. praef. vol. I, p. VIII) suspicatus fueram, sed cuius in Diophanteis manuscriptis indubitatum exemplum afferre haud poteram.

In epigrammatîs ipsis denuo praelo tradendis quam rationem secutus sum in nota ad pag. 43 dixi et amplius defendere haud conabor; Spartam meam pro viribus ornare mihi satis est, Mycenas illas celebres

1) Ultimum (45 Bacheti), quod in Palatino codice haud reperitur et a Salmasio ex Anthologia Planudea depromptum fuerat, consulto omisi, sed hîc ad verbum repetam:

Ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον·
αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτου ἑοῖο,
τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη·
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἤντε κούρη;
εἰ μέτρον ἔμοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα·
εἰ δὲ ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις.
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπίστορ.

aliis libenter relinquo. Attamen de aetate collectionis scholiorumque quaedam haud omittenda videntur.

Num ante Constantinum Cephalam, qui decimo labente saeculo epigrammatum corpus Palatinum quod fertur condidit, arithmetica problemata in priores Anthologias admissa fuerint, disputare licet; saltem ex iis quae ad pp. 43—72 adnotavi, illud demonstrari potest, duas collectiones Cephalae praesto fuisse: alteram quae satis antiqui poetae nomen prae se ferebat, Socratis scilicet cuius Diogenes Laertius mentionem fecit; alteram recentiori Metrodoro adtributam. Nulla scholia (nisi forsan quosdam solutionum numeros in margine scriptos) in prima collectione reperiebantur, si tantummodo septem illa excipias quae ad ep. XIV, 7 scripta sunt post Iulianum imperatorem a variis credo temporeque longe disparibus, certe autem parum arithmeticae nisi practicae peritis hominibus. Nimis raras huiusmodi relliquias invenimus; quid ad vulgaris calculi historiam conferre possint, exemplo unico alibi demonstrare conatus sum[1]).

Ad unumquodque vero Metrodoreae collectionis epigramma Constantinus Cephalas iam scripta scholia invenit, quae in textum suum recepit[2]); sed quum problemata quaedam in Socratea collectione reperta iamiam prius descripserat (nempe ep. XIV, 2, 3, 6, 7), illa non repetivit, sed Metrodoreos numeros Socrateis adiunxit scholiaque in margine posuit. Verum ordinem

1) *Revue des études grecques,* VII, pp. 204 sqq.: *Le calcul des parties proportionnelles chez les Byzantins.*

2) Errores animadvertas velim in compendiis solutis, pp. 44, 18; 53, 16; 70, 7, 14; item lacunam, 55, 20.

Metrodoreae collectionis usque ad trigesimum saltem epigramma (nam quae numerata erant 31, 34, 35, 37 deperdita videntur) restituere nunc perfacile est; adparet autem a Metrodoro antiqua epigrammata cum recentioribus collecta fuisse, nec ullius problematis eum auctorem indubitato iure declarari posse.

Ceterum Metrodoreae collectionis scholia diu ante Cephalam scripta fuisse libenter credam. Pro tempore haud impurus sermo[1]); auctori Euclides familiaris, imo Diophanti saltem primus liber notus est. Cur Metrodoro ipsi scholia illa haud tribui possint, non video; praesertim si problemata haud invenisse sed potius compilavisse iudicandus est, ea scholiis munire sine dubio potuit, ut suam collectionem utiliorem acceptioremque redderet.

Sed quum Byzantinus ille grammaticus sub Constantino Magno vixisse aliaque multa de astronomia et geometria scripsisse a Iacobsio (comment. in Anthol. Gr. t. XIII, p. 917) perhibeatur, miram confusionem haud tacere possum. Alius enim est Metrodorus philosophus e Persis oriundus, cuius mendacia Constantinum et Saporem in bellum implicuerunt (de quo Valesium ad Amm. Marcell. consulas); alius Metrodorus mathematicus, a Servio Plinio Ptolemaeoque (in libello de Apparitionibus) memoratus; alius grammaticus noster, quem Fabricius, haud spernendo argumento nixus, Anastasio et Iustino imperatoribus supparem fuisse statuit[2]). Ergo ad aetatem Diophanti definiendam

1) In scholiis alterius collectionis contra invenies λογάριν (p. 49, 3) aliaque deterioris notae.

2) Bibl. Gr. ed. Harles, IV, p. 482; cf. 468 et 478.

nullius est momenti notissimum illud de vita arithmetici viri epigramma (infra p. 60), cui fidem tanquam historico testimonio alii libenter tribuunt, alii prorsus abrogant.

6. De paucis illis scholiis in Iamblichum (infra, p. 72) quae a recenti Pistelliana editione mutuatus sum, hoc tantum monebo: scholiastes eundem, quo Psellus usus est, codicem cognovisse videtur et antiquum commentarium (Hypatiae?) a textu haud perspicue distinctum ut operam Diophanti bis indicavisse.

7. Ultimum fragmentum (pp. 73—77) e Nicomacheo codice Parisino 2372 (saec. XV) deprompsi, ut contra ostenderem quo modo Byzantinus quidam satis eruditus, Pselloque forsitan aetate suppar, de Diophanto inaniter locutus sit; nomen audivit, de tredecim libris illius auctoris mentionem iniicit, sed quae problemata in illis libris tractata fuerint, prorsus ignorat (p. 73, 25). Nec alias propter causas breve illud prolegomenon ineditum negligendum forsan videbitur.

III.

1. Nunc ad *scholia* transeo quae publici iuris feci. In Vaticano gr. 116 (saec. XVI) post *Σχόλια τῆς ἀριθμητικῆς Διοφάντου τοῦ Πλανούδη κυροῦ Μαξίμου* alia inveni sub rubrica *ἐξ ἑτέρου* quae Planudeis praeposui. Haud diu me latuit auctor; nam decimo abhinc anno, operis Georgii Pachymerae, cui titulus *Σύνταγμα τῶν τεσσάρων μαθημάτων* vel *Τετράβιβλον*, partes ineditas[1]) iam descripseram, facileque capitula

1) Musicam partemque prooemii mutilam edidit Carolus Vincent, qui Parisinorum codicum notitiam dedit (*Notices et*

quaedam arithmetica agnovi in quibus Pachymeres, ut Nicomachum in praecedentibus, Euclidem in sequentibus, Diophantum excerpsit vel potius primi libri paraphrasin suo tempori accommodatam exhibere conatus est, codicem nactus nostrorum credo archetypum, iisdem saltem mendis depravatum, in quo ex. gr. verba ἄλογος ἀριθμός (p. 80, 8; cf. I, 6, 4) iam legebantur.

Vaticanus gr. 116 ex deperdito quodam codice descriptus videtur, cuius Parisini quoque apographi sunt; initio ille iam mutilus erat, itaque auctoris nomen deerat. Integer textus tantum exstat in Naniano 255 (nunc Marciano Cl. VI cod. VI) saec. XV, sed optimae notae, ex monasterio S. Catharinae Sinaitico olim allato et quem mihi v. cl. Castellani, Marcianae bibliothecae praefectus, humanissime Parisios transmisit. Huius recensionem infra exhibui (pp. 78—122), nulla variante lectione in Parisinis codicibus reperta quae mentione digna videretur.

2. Haud multo post Georgii Pachymerae tentamen iustum commentarium in duos priores libros Diophanti Maximus Planudes scripsit. Anonymum opus exstat in plurimis codicibus vel nomen tantum praefixum fuit post editam a Xylandro, qui auctorem suspicatus erat, latinam interpretationem. Sed nullus dubio locus est: etsi enim Vaticani gr. 116, cuius modo titulum dedi, deperditus est archetypus, huius adhuc decem folia saeculi XIV exstant in Ambrosiano Et 157 sup., et ubi incipiunt problemata, haud ambigue prima manu

Extraits, T. XVII, 1858, pp. 362—533): ex libro quarto quaedam fragmenta Th. H. Martin Theonis Smyrnaei Astronomica adiunxit.

legitur (fol. 14): *Διοφάντου ἀλεξανδρέως τῶν εἰς ιγ τὸ πρῶτον* et *Σχόλια τοῦ Πλανούδη κυροῦ Μαξίμου.*

Vetustissimum qui nunc adservatur Marcianum 308 (saec. XV) in Planudeis scholiis, nunc primum graece editis, secutus sum, varietate lectionum sine nota peculiari addita; ubi autem correctiones ex codicibus Parisinis hausi (qui omnes ex Marciano vel ex huius apographis descripti fuerunt), Marcianum posui = *B*, Parisinum 2485 = *K*, Arsenaciensem 8406 = *X*, huiusque ultimi secundam manum = X_2. Nihil mihi praebuit mentione dignum Parisinus 2379 quem etiam contuli.

3. Ultimum locum (pp. 256—260) scholiis veteribus adsignavi quae in Diophanteis codicibus alterius familiae reperiuntur. Multa alia ex Matritensi 43 = *A* describere potuissem, sed haud maioris momenti fereque omnia mutila; nam margines huius codicis iampridem exesae fuerunt, iisque sedulo inspectis, perpauca colligenda credidi, nulla edenda, nisi quod ultimum admisi (p. 260, 24—26) in gratiam doctissimi Heiberg qui mihi maledictum illud iamiam indicaverat.

Ceterum, si vetera scholia illa dixi, quae Pachymerae paraphrasin vel Planudeum commentarium aetate superare mihi non videntur, ea tantum secernere volui a multo recentioribus iis (saeculi XVI vel XVII), quae post Xylandri editionem viri docti interdum adnotaverunt. Variis manibus haud facile distinguendis scholia Matritensia scripta fuerunt, nullam agnovi quam librarii (saec. XIII) fuisse credam.

Quum saeculo XV fere medio ex Matritensi Vaticanus gr. 191 = *V* descriptus est, illa tantum scholia ad primum librum admissa sunt, quae nunc etiam

facile legi possunt; duo (p. 260, 10 et 21) manca librarius reliquit (quae sequebantur in Matritensi frustra divinare tentavi); post quaestionem I, 28, inani labore defessus, ulteriora neglexit, sed quaedam antea suo Marte (scholia 4, 5, 6) addiderat. Vaticani gr. 304 (apographi ex *V*) scriptor (XVI saec.) scholia 16, 17, 18 item adiunxit. Inde omnia defluxerunt in Parisinum 2378, in Neapolitanum III C 17, quos contuli, et in alios codices eiusdem familiae.

4. In Pachymereis Planudeis et ultimis scholiis edendis, imo in toto hoc volumine, illa tantum menda tollenda esse duxi quae non auctori ipsi tribui posse credidi; quam rationem, in priore volumine iam initam, multo magis in hoc altero servare debebam, quum de scriptoribus sequioris aevi agebatur. Peculiares cuiusque mores, sicut in codicibus adparebant, ad eandem normam adigere imprimis nolui, et ex. gr. ἴσος scripsi in Pachymerea paraphrasi, ἴσος alibi.

De diagrammatîs quae in Planudeo commentario reperiuntur, pauca addam; illa quam fidelissime descripsi, sed numeros mendosos interdum tacite correxi, nulla varietate lectionum indicata. Compendia sic legenda sunt:

'Eλ.	*ἐλάσσων*	*Mξ.*	*μείζων*
ὑπχ'. vel *ὑπεροχ.*	*ὑπεροχή*	*διαίρ.*	*διαίρεσις*
		πολλ.	*πολλαπλασιασμός*
ἔκθ.	*ἔκθεσις*	*ἀφ.*	*ἀφαίρεσις*
προ. vel *πρ.*	*πρόσθεσις* vel *προσθήκη*	*μερ.*	*μερισμός*
		σύνθ.	*σύνθεσις*
ὑπ.	*ὑποστάσεις*	*τετρ.*	*τετραγωνισμός*
ἴσω.	*ἴσωσις*	*πλ.*	*πλευρά*
λπ.	*λείπεται*	*πρ.ς*	*παρὰ ἀριθμόν.*

Ad problema II, 29, p. 246—247, animadvertere omisi diagramma male compositum fuisse a Planude, qui prava lectione deceptus (vide adn. crit. I, p. 128, 9) suo in commentario ex errore isto vix sese explicuit. Sic Planudi ipsi deberi diagrammata compertum est; quod haud monerem, nisi antiquiora illa esse vir doctus mihique amicus L. Rodet frustra censuisset[1]).

IV.

De genuina Diophanti Arithmeticorum compositione.

De hoc secundo volumine praedicta in praesens sufficiant; ad prius revertar, de fatis Diophanteorum codicum, ut promissum absolvam, disputationem nunc aggressurus.

Quo tempore Diophantus ipse vixerit Arithmeticaque scripserit, diu incertum fuit; hodie, etsi ex epistola Michaelis Pselli (infra p. 38, 24) eum iuniorem Anatolio (Laodicensi episcopo) non fuisse haud extra omne dubium concludi possit, hoc tamen probabilius videtur; nec multo antea eius aetas statuenda est; tertio igitur saeculo post Ch. n. medio fere Diophanti ἀκμὴν adsignare fas mihi sit.

Ab Hypatia, circa finem quarti saeculi, libris saltem sex prioribus Arithmeticorum commentarium adiunctum fuisse evincere iam conatus sum; septem ultimos intactos remansisse et ideo deperditos fuisse libenter

1) *Sur les notations numériques et algébriques antérieurement au XVIe siècle,* Paris, Leroux, 1881.

credam. Sic Eutocius nobis quatuor Conicorum priores libros servavit, sed posteriores, a quibus manum abstinuit, desideramus, et sicut Apolloniano manco operi ad iustum complendum volumen Sereni liber adiunctus est, Arithmeticorum relliquiis adnexum invenimus libellum *De polygonis numeris* qui maioris operis pars haud censendus est.

Post Aegyptum deperditam diu apud Byzantinos Diophantei libri paene ignoti remanserunt; forsitan unicum exstabat exemplar, quod tamen adhuc vidit Michael Psellus (et ante eum credo scholiastes Iamblichi), sed cuius post Constantinopolim a Latinis anno 1204 vi captam nullum vestigium reperitur.

Ex illo antiquo exemplari (*a*) descriptus est saeculo VIII vel IX codex alius (*α*) hodie quoque deperditus, sed qui vere proprieque nostrorum archetypus nominandus est. Huius codicis aetas definiri potest, quum in fidelissimo apographo Matritensi 48 saec. XIII iota adscriptum constanter observetur, imo contra omnes leges literae finali *ω* plerumque additum (in vocibus ut *λέγω* etc.) reperiatur. Nec magis arithmetices peritus, sed forsan astrologiae deditus erat barbarus ille scriptor cui compendium Δ^{κ} (nempe *τετράκις*) absurde in *διακεκριμένον* (I, 464, 4 etc.) moris fuit solvere.

Similia vel etiam multo graviora alia librario isti in praef. prioris voluminis iam imputavi. Sed utinam talia tantum ab eo Diophanti contextus perpessus esset vulneraque insanabilia haud accepisset! Commentarios enim scholiaque omnia omittere quum librarius instituisset, sed male, ut iam diximus, distinctio fieret, plura recepit quae relinquenda, plura reliquit quae

recipienda erant. Nam Hypatia et post illam forsitan scholiastae alii alteras solutiones interdum novaque problemata plurima Diophanteis addiderant; quorum partem variis in locis tanquam genuinam librarius admisit (ut probl. II, 1—7, 17, 18 etc.); quapropter alia multa, etiamsi verisimilius a Diophanto ipso scripta, suspicionem movere possunt nec certo auctori vindicari queunt.

Contra saltem, ne lacunam I, 365, 5 memorem, Porismata illa omissa fuerunt, quae Diophantus problematîs suis adnexerat et quorum ter mentionem diserte iniecit: *Ἔχομεν ἐν τοῖς πορίσμασιν* (I, 316, 6; 320, 5; 358, 5). Nam peculiare opus, eodem quo Euclideum titulo insignitum, Porismata Diophantea fuisse nullus credo; imo persuasum habeo aequationum secundi gradus sub tribus terminis solutionem, quam promisit Diophantus (I, 14, 23) et tanquam notam alibi sumpsit (ex. gr. I, 305, 5), in porismatîs ad probl. I, 27 et 30 datam fuisse. Sic multa alia porismata facile divinatione restitui vel e Bachetianis recipi possent; sed nihilominus de horrenda mutilatione operis graviter dolendum est.

Attamen quum hodie inter historicos mathematicos Nesselmanni sententia plurimum vigeat, Porismatum nempe deperditorum recuperationem, si speranda esset, maioris momenti fore quam septem ultimorum librorum inventionem, cur album calculum meum adiicere nequeam, hîc obiter mihi dicendum est.

In septem libros illos quaenam et cuiusmodi problemata congesta erant, omnino incertum est; nihilominus materiam Diophanto defuisse gravissimi auctores

pronuntiarunt[1]), ut difficiliores quam in quinto libro quaestiones proposuisset; ita haud magni iactura facienda foret et pars deperdita non post sextum sed potius post primum librum desideranda. Quae si vera essent, vix starent quae disputavi.

Sed quaeso, si quintus, si sextus liber Arithmeticorum deperditus esset, quis recentiorum unquam talia problemata a Graecis tentata fuisse credidisset? Maximus error est si neges quod ab antiquis omnibus ignoratum fuisse non manifeste demonstratum est, hoc ab aliquo mathematico graeco cognosci potuisse. Quousque theoriam de numeris promoverit Archimedes, ut de aliis taceam, si nescimus, ignorantiam nostram fateamur. Sed inter celebre illud problema bovinum et difficillima Diophantea nonne satis amplum intervallum est ut septem libros complendum admittat? Et ne quod recentiores mathematici invenerunt, antiquis adrogem, nonne plura Indis Arabibusque tributa ex graecis fontibus hausta esse potuerunt? Quid si Leonardus Pisanus problema solvit Diophanteis simillimum, in Arithmeticis hodie frustra quaerendum? Ut liberius loquar, quum illustrissimus Chaslesius Porismata Euclidis satis probabiliter restituit, etsi Pappi lemmatîs adiutus, difficiliorem suscepit operam quam si numericis quaestionibus a Graecis haud iure abiudicandis septem Diophanteos libros complere tentavisset. Sed Chaslesiana geometrica utpote vere nova avide a studiosis accepta sunt; analysin indeterminatam

1) Vide M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* I (1880) p. 387.

quam vocant promovere sub antiquo habitu vestituque quis hodie sperare potest?

Ceterum de Diophanto imprimis erratum est, quum problematum suorum unicus auctor creditus est: arithmeticas tantum quaestiones redegit in corpus, sicut eodem fere tempore varia geometrica Pappus collegit; antiquiorum autem nomina si Diophantus silentio praetermisit uniformique methodo diversitatem originum primo obtutui celavit, attentius consideranti dissimilia vestigia nihilominus adparent; quaedam solutiones ex ungue leonem indicant, aliae multae debilioribus ingeniis debentur. Quapropter operae pretium duxi fore, si diligenter in indice graecitatis varietates sermonis enotarem quarum haud paucae forsan omittendae videbuntur; priscarum collectionum quas Diophantus compilavit distinctioni sic quodammodo praeludere in animo fuit. Sed nunc vereor ne frustra laborem meum impenderim, quum genuina Diophantea vix ipsa discerni queant; attamen tentaminis haud paenitet, quod multum mihi ad emendationes contulit[1]).

1) Quum indicem illum secundum Bachetianam editionem iampridem confectum recensioni meae aptarem, aliquas dubitationes novas de quibusdam locis adnotare debui; alii plura poterunt animadvertere; quod si faciunt, haud aliter operae meae utilitatem comprobatam iri cupio.

Indicis autem in usum hoc omnino monendum est, vocem unamquamque in unaquaque Diophantea quaestione nonnisi semel et primo loco notatam fuisse, quando saltem alia peculiaris mentio eiusdem vocis haud utilis mihi videbatur; sic consilio meo quod aperui brevitatique simul in mathematico opere satis consulere visum est.

V.

De Diophanteis codicibus.

Quum in praefatione prioris voluminis quorundam codicum notitiam iam dederim, ea quae dixi non repetam, sed stemma filiationis universum proponam (pag. XXIII) comprobareque conabor; asterisco codices notavi quos non ipse excussi; literis peculiaribus illos tantum designavi quorum varietatem lectionum collegi et penes me habeo.

Prioris classis tres characteres indicare satis erit: voces *ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον* (I, 2, 5) absunt, nisi aliunde in marginem receptae; post *συμβήσεται* (I, 8, 24) omittuntur ea quae adnotavi ex *B*, a Maximo Planude, ut videtur, addita; denique peculiaria tantum illa reperiuntur scholia quae infra (p. 256—258) post Planudea dedi.

1. De *Matritensi A* nihil antedictis adderem, nisi haud satis scrupulose in praef. primi voluminis (p. III) scripsissem Vaticanum *V* ex *A* nondum corrupto ortum esse: haud enim intelligendum est nullam mutationem ante descriptionem illam in codice *A* allatam fuisse, sed tantum tunc temporis nondum scripturam ad exemplar alicuius Planudei codicis exactam esse. Si varias correctorum manus in tam male tractato codice haud certo agnoscere potui, hoc tamen constat, interdum *V* scripturam exhibere (ex. gr. I, 120, 9) quam in *A* ex correctione quadam ortam esse inveni. Quod monendum erat, ne quis in apparatu critico scripturam *A* desideret, si aliquando eam

)eperditum antiquum exemplar Hypatianae recensionis.

)eperditum apographum S. VIII vel IX.

CLASSIS.

ısis 48 = *A*

.

ıs gr.191 = *V*

)ost medium.

ıs gr. 304

ineunte.

s 2379 = *C*

uos priores

medio.

s 2378 = *P*

medio.

anus III C 17

medio.

gr. 74

exeunte.

aroccianus

ars tantum

PLANUDEA CLASSIS.

9. Codex deperditus S. XIV cuius exstant decem folia in Ambrosiano Et 157 sup.

10. Marcianus 308 = B_1
S. XV ineunte.

11. Guelferbytanus*
Gudianus 1 S. XV.

12. Palatinus gr. 391
S. XVI exeunte.

13. Reginensis 128
S. XVI exeunte.

4. Parisinus 2379 = *C*
(duo priores libri et Planudea).

20. Taurinensis C III 16.

21. Parisinus Ars. 8406
= *X*.

22. Scorialensis Ω-I-15
S. XVI medio.

23. Scorialensis R-II-3
S. XVI exeunte.

14. Ambrosianus A 91 sup.
(1545).

15. Vaticanus gr. 200
(1545).

16. Scorialensis
T-I-11
(1545)

17. Parisinus 2485 = *K*
S. XVI medio.

18. Scorialensis
R-III-18
S. XVI medio.

19. Ambrosianus
Q 121 sup.
(pars libri I)
S. XVI medio.

?

24. Oxon. Savilianus *
S. XVI exeunte.

NSIO AURIAE ex collatis codicibus 2, 3, 15 et Xylandri ıne conflata:

25. Parisinus 2380 = *D*.

26. Ambrosianus E 5 sup.

s deperditi:

27. Patavinus Broscio a Synclitico concessus.

28. Cardinalis Du Perron.

haud exhibuerim, quum tamen prior scriptura *A* erui non potuisset.

2. *Vaticanum V* ex Matritensi ipso descriptum fuisse post integram utriusque codicis collationem nullus dubito et satis demonstrat addita Introductio harmonica Ps.-Euclidea (videsis supra, p. VIII). Sed etiam Matritensem Romae tunc satis longo tempore praesto fuisse coniici potest; bibliothecarius enim ille, qui priscam tabulam codici *V* praefixam [1]) confecit, manu sua non tantum titulos deficientes Arithmeticorum libris I, II et III atramento addidit, sed etiam in margine vocem *ἀρξάμενος* (I, 2, 5/6), quae omissa fuerat, ex fonte ipso reposuit. Antea tituli quarti libri et sequentium minio hodie evanido a rubricatore quodam additi fuerant, sicut in iisdem libris problematum literae initiales et numeri; quum autem exemplar *A* non sequeretur iste, plures errores commisit, quorum haud uniformis correctio in codicibus eiusdem classis discrepantiam attulit. Laborem a fine inceptum rubricator imperfectum reliquit; nam in tribus prioribus libris initiales literae atramento postea additae sunt et problematum numeri, qui in codice *A* deerant, omnino absunt.

3. *Vaticanum graecum 304* ex *V*, non ex *A*, descriptum fuisse scholiorum collatio imprimis mihi demonstravit: notandum est insuper vocem *ἀρξάμενος* (de qua paulo supra) in textum receptam fuisse erasis sequentibus literis quae prius hoc loco scriptae

1) Variis e codicibus antea separatis *V* conflatus est. Prima tabula notat: *Διοφάντου ἀριθμητική· ἁρμονικὰ διάφορα.*

fuerant. Ceterum nitidius exaratus codex ille 304 ad describendum deinceps electus fuit, nec antiquiorem fontem manuscripti quinque sequentes reddere videntur, quod peculiari demonstratione non eget quum de recentioribus agatur.

4. *De Parisino 2379* = *C* (olim Regio), inter codices Planudeae classis etiam, quoad duos priores libros, recensendo vide praef. primi vol. (p. IV) et quae dicam infra (15) de Vaticano graeco 200. Hunc enim codicem 200 describendum elegisse Romae debuit Ioannes Hydruntinus, ut Planudis commentarium Diophanto adiungeret; item post Diophantum ex eodem Vaticano fragmentum addidit anonymum quod in plurimis Planudeae classis codicibus reperitur, scilicet partem illam Calculi secundum Indos in quam edendam Guelferbytano Gudiano (infra 11) C. I. Gerhardt (pp. 33—46) usus est[1]. Sic primo obtutu priori classi Parisinum *C* abnegares, idemque statueres de codicibus aliis (infra 20, 21, 22, 23) qui ex illo descripti videntur. Sed integra collatio demonstrat Hydruntinum post duos priores libros Vaticanum 200 reliquisse et n. 304 ut melioris notae secutum fuisse; tertiam igitur classem, cuius *C* princeps sit, qui volet constituere poterit.

5, 6. *Parisinus 2378* = *P* (olim Colbertinus) et *Neapolitanus III C 17* ab Angelo Vergetio, cuius manum haud incelebrem facile agnosces, post medium

1) Nomen Planudis fragmento illi in tribus tantum codicibus praefigitur, Guelferbytano, Reginensi (infra 13) et manu posteriore Ambrosiano A 91 sup. (infra 14).

saeculum XVI fideliter descripti sunt. In marginibus Neapolitani variae correctiones reperiuntur, quas saec. XVII ineunte mathematicus quidam attulit, sed quarum nulla ratio habenda est, quum Graecis incognitas notationes praebeant, v. g. $\frac{\alpha}{\beta}$ pro $\frac{1}{2}$.

De eodem codice in catalogo suo (II, p. 362) Salvator Cyrillus sic mentionem composuit, ut libellum de polygonis numeris tanquam septimum Arithmeticorum librum indicatum fuisse posses credere: hoc tantum verum est, in summis paginis (tituli instar currentis quem vocant) literas *Α*, *Β*, *Γ*, *Δ*, *Ε*, *Ζ*, *Η* secundum librorum ordinem minio depictas a Vergetio fuisse.

7. *Urbinas gr. 74* varia arithmetica ab uno eodemque librario saec. XVI exeunte descripta exhibet, nempe: f° 1 sub titulo *Ψηφοφορία κατ' Ἰνδοὺς ἡ λεγομένη μεγάλη* opusculum illud ante Planudem scriptum de quo supra dixi (p. III); ex Ottoboniano codice (Montfaucon I, 187 C) depromptum videtur. — f° 9 Diophantum integrum, sed sine scholiis ullis, ex Vaticano gr. 304. — f° 82 ex Vaticano gr. 116: *Σχόλια τῆς ἀριθμητικῆς Διοφάντου τοῦ Πλανούδη κυροῦ Μαξίμου*; post lemma *ἐξ ἑτέρου* excerptum illud ex Arithmetica Georgii Pachymerae, quod iuris publici in hoc volumine feci; aliud excerptum ex Geometria eiusdem, de irrationalibus Euclideis; denique fragmentum Planudeum Calculi Indici Diophanteis ut dixi saepius adnexum.

8. *Oxonianum Baroccianum 166* ex catalogo tantum novi, nec ampliora quam partem libri primi

Arithmeticorum exhibet (usque ad *κοινῇ προσκείσθω* I, 30, 15); ultima quae addit verba ex scholio vetere 15 (II, 259, 28—260, 2) originem satis indicant.

9. Ad alteram classem, scilicet Planudeam, nunc transeo. De codice deperdito saec. XIV, cuius decem confuso ordine exstant folia in *Ambrosiano Et 157 sup.*, iam (p. XIV) mentionem inieci. Diophanti quinque insunt fragmenta, nempe: foliis 13, 14, 8 *καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν* (I, 14, 1) . . . *ἔσται ἀριθμοῦ ἑνὸς μονάδων* $\bar{\varrho}$ (26, 2). — f° 18 *παρὰ τῶν λοιπῶν δύο* (56, 15) . . . *ἀριθμοὶ ἄρα* $\overline{\kappa\epsilon}$ (60, 20). — f° 20 *ἀπὸ τῆς* (66, 4) . . . *δεδομένον* (76, 15). — foliis 15, 9, 16, 17 *Εὑρεῖν* (88, 2) . . . *τὸ πρόβλημα* (114, 9). — f° 19 *αἱ πλευραὶ συνάγουσι* (124, 12) . . . *ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος* (136, 26); in marginibus Planudeus reperitur commentarius. Alia tredecim folia eadem manu scripta sed itidem perturbata mutilas partes aliorum operum exhibent, nempe: 1, 2, 3 *Θεολογούμενα ἀριθμητικῆς*; 6 *εἰς τὴν τοῦ Πλάτωνος ψυχογονίαν* [1]); 6, 10, 12 bis, 11 bis, 12, 11, 4 *ψηφοφορία κατ' Ἰνδοὺς ἡ λεγομένη μεγάλη*, Planudea scilicet (non autem secundum vulgatam recensionem); folio 4 ex abrupto incipit fragmentum illud praedicti Calculi Indici, quod Diophanteis Planudeae classis plurimis codicibus adnexum esse iam vidimus. Manifestum est in archetypo classis istius perturbato ordine partes Calculi Indici ante et post Diophantum exstitisse, ultimam-

1) Editum sub nomine Michaelis Pselli a Vincent (*Notices et Extraits*, XVI 2, pp. 316—337) anno 1847; sub nomine Soterichi philosophi a R. Hoche (Elberfeld) anno 1871.

que a librariis ut anonymam descriptam fuisse; similem imo maiorem confusionem in Ambrosiano invenimus, qui ergo nisi archetypum ipsum, certe archetypo propiorem codicem nobis repraesentat quam alii de quibus infra dicturus sum.

Quum itineris Italici mei die ultimo spicilegium hoc insperatum mihi oblatum esset, novas lectiones avide quaesivi, sed a Marciano B_1 nullam inveni discrepantiam, in iis saltem quae exacte contuli, nam operae omnino absolvendae tempus defuit; haud tamen alium ab utili forsan labore deterrere velim, imo ingenue dicam: si quis Diophantum amplius adornare cupit, Ambrosianum in primis adeat, Guelferbytanum deinde inspiciat.

10. De *Marciano 308* = B_1 vide praef. primi voluminis (p. I). Hîc tantum de peculiari textus dispositione, quam plures infra recensendi codices imitantur, mentionem faciam: Diophantea in duas columnas distribuuntur, Planudea, post unumquodque problema (aut prooemii sectionem) intercalata, totum paginam implent.

11. *Guelferbytanum Gudianum 1* saec. XV exeunte scriptum ex catalogo tantum nossem, nisi dubia quaedam summa cum benevolentia per epistolam sustulisset v. cl. Heinemann, bibliothecae praepositus. Diophantum continet codex iste cum commentario Planudeo (sine nomine auctoris) et fragmento Calculi Indici (sub lemmate: *τοῦ Μαξίμου τοῦ Πλανούδου*). Hoc lemma Xylander invenerat in codice quo usus est ab Andrea Dudithio Sbardellato commodato, nec, *ut diximus*, in alio tale lemma reperitur, nisi in Re-

ginensi, recentiore Guelferbytani apographo, et in Ambrosiano A 91 sup., ubi problema V, 28 (31 Bacheti et Xylandri) omissum est. Nisi ergo statuas Dudithii codicem deperditum esse, certum est illum eundem esse ac Guelferbytanum; nec alium vidit Tomasinus (Bibliothecae Patavinae manuscriptae publicae et privatae, 1639, p. 115) inter Nicolai Trevisani libros, quorum antea Matheus Macignus Venetianus possessor fuerat; nam Guelferbytano septem folia *Adnotationum in librum I Diophantis* XVII. saeculo ineunte ab eodem Macigno addita sunt. Num ex Marciano B_1 (nota Dudithium ex matre [1]) etiam Venetianum fuisse) an ex Ambrosiano Et 157 sup. nondum mutilo Guelferbytanus iste descriptus fuerit, incertum relinquere debeo. Constat autem Xylandri vel interpretationem vel commentarios nihil continere quod antiquiorem Marciano fontem indicet.

12. *Palatinus gr. 391* saec. XVI exeunte scriptus Diophantum exhibet cum commentario sed sine fragmento Calculi Indici. Marginales notae teutonico sermone adscriptae eum demonstrant paratum fuisse ut typographis traderetur; descriptum igitur fuisse vel a Xylandro ipso vel Xylandri cura concludas necesse est.

13. *Reginensis 128* saec. XVI exeunte scriptus eadem quae Guelferbytanus (cum lemmate *τοῦ Μαξίμου τοῦ Πλανούδου*) praebet; nec alia origo quaerenda est.

---

1) Cuius familiam cognomen Sbardellatus indicat; quod ignoravit Nesselmann (*Alg. d. Gr.* p. 279, not. 1).

14, 15. Primum genus Planudeae classis absolvimus, secundum aggredior. Gemelli sunt *Ambrosianus A 91 sup.* et *Vaticanus gr. 200;* ambo membranacei, ambo eadem manu satis eleganti descripti, ambo Marciani B_1 dispositionem referentes, ne de fonte dubites. Uterque Diophantum, commentarium et fragmentum Calculi Indici exhibet, sed in utroque omissum est problema V, 28; ergo alter ex altero descriptus fuit, nempe Vaticanus ex Ambrosiano; saltem rubricator ex Marciano in Ambrosiano miniatas literas et numeros addidit, Vaticanum prope intactum reliquit, duobus titulis tantum scriptis: *Διοφάντου Ἀλεξανδρέως ἀριθμητικῶν πρῶτον* ante secundum librum, *Διοφάντου Ἀλεξανδρέως ἀριθμητικῶν γ^{ον}* ante tertium. In Vaticano etiam hodie literae pleraeque initiales desunt, sed atramento tituli librorum additi sunt nullo exemplari adhibito. Sic ante primum librum legitur *Διοφάντου Ἀλεξανδρέως ἀριθμητικῆς* (sic) *α′*; ante quartum, *Διοφάντου δ^{ον}*; ante problema V, 20 Bacheti, *Διοφάντου ε^{ον}*; ante quintum librum, *Διοφάντου ϛ^{ον}*; ante sextum, *Διοφάντου ζ^{ον}*; ante libellum polygonorum, *Διοφάντου η^{ον}*; quam falsam divisionem a Vaticano tres sequentes codices mutuati sunt.

16. Inde demonstrare possumus quo anno duo praedicti codices descripti sunt. *Scorialensis* enim *T-I-11* eandem divisionem quam Vaticanus 200, sed non Marciani B_1 dispositionem praebens, Vaticani ergo apographus, hanc subscriptionem profert:

Τέλος τοῦ τοῦ Διοφάντου η^{ου} τῶν ἀριθμητικῶν
Ὁ οὐαλεριᾶνος φορολιβιεὺς ὁ ἀλβίνου καλούμενος

κανονικὸς καί τε καὶ ἀδελφὸς ἔγραψεν εἰς ῥώμη ἔτει ,αφμε.

Quum Mendozae olim fuerit codex iste et in libro manuscripto ubi Marciani commodati codices inscripti erant haec mentio reperiatur:

1545. *A di ultimo feurer. Al magnifico orator Caesareo* (nempe Mendozae) *sono imprestati gli tre infrascritti libri:* 1° *Cleomedes et Diophantes signato n°* 204[1]). . . . 1546. *A di 24 marzo. El contrascritto libro fu restituito et posto nella libreria al loco suo,*

Carolus Graux (*Essais sur les origines du fonds grec de l'Escurial,* Paris 1880, p. 249) Scorialensem ex Marciano B_1 descriptum fuisse statuit; conclusionem istam haud stare posse videmus: imo Mendoza plures libros describendos anno 1545 curavit, primos ab uno eodemque librario Ambrosianum et Vaticanum, deinde Romae a Valeriano Albini Foroiuliensi ex Vaticano Scorialensem, quem ut proprium tantum servavit.

17, 18. Item *Parisinus 2485* = *K* et *Scorialensis alter R-III-18* Vaticano 200 simillimi et Marciani B_1 dispositionem servantes Vaticani apographi videntur esse; prior, olim de Mesmes, postea Colbertinus, ab eodem librario qui Ambrosianum et Vaticanum descripsit procuratus, etiam Mendozae sumptibus deberi potest; Scorialensem subscripsit *Ἄγγελος ὁ Λάσκαρις ὁ Ῥυνδακηνός*, nempe Iani Lascaris filius.

1) Cleomedem enim cum Diophanto continet Marcianus B_1 hodie notatus 308; vetus numerus 204 ex antiquis catalogis etiam notus erat.

19. Eidem generi attribuendum videtur (ex titulo: *Διοφάντου Ἀλεξανδρέως ἀριθμητική α*, qui Vaticanum 200 ut fontem indicat) initium operis usque ad verba *ἐπὶ δὲ δ.* (I, 8, 3) cum commentario ab Angelo Vergetio in *Ambrosiano Q 121 sup.* (f° 44—59) descriptum.

20. Tertium genus Planudeae classis codices tres vel forsan quinque complectitur ex principe Parisino *C* (supra 4) ortos. Sicut integri codices secundi generis cum Diophanto commentarium Planudeum Calculique Indici fragmentum omnes exhibent; sed, ut iam dixi, post Arithmeticorum duos priores libros classem *A* sequi videntur.

Taurinensum C III 16 (73 Pasini), olim Collegii Patavini Societatis Iesu, subscripsit Constantinus Palaeocappa (*Κωνσταντ. γραφεὺς Ἕλλην κοπιακῶς τὸν βίβλον τόνδ' ἐπέραινε*), qui ex *C* Hipparchum in Aratum Diophanto addidit. In marginibus notulae insunt XVII. saeculi cum arabicis quae vocant cifris.

21. *Parisinum Arsenacensem 8406* = *X* Christophorus Auerus descripsit, quum adhuc Romae credo codex *C* (tunc cardinalis Ridolfi) praesto erat.

22, 23. *Scorialenses Ω-I-15*, Philippo II. regi a Iacobo Diassorino dedicatus, sed non scriptus, et *R-II-3*, olim Covarrubiae, peculiarem divisionem proferunt. Diophanti liber primus in duos partitus est, quorum alter incipit: *Καὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν* (14, 1); sic Arithmeticorum libri septem constituti sunt; ut octavus de numeris polygonis libellus numeratus est. Haud dubium est recentiorem Covarrubiae

codicem (saec. XVI exeunte descriptum) alterius apographum esse, quum Diassorinus anno 1562 vita defunctus sit. Diassorini vero codicem e Parisino *C*, non e Marciano B_1, descriptum fuisse haud equidem demonstrare valeo, quum integrum eum non contulerim. Sed ex lepidissima pictura in fronte codicis posita illum Parisiis adornatum fuisse credo, in officina Angeli Vergetii et circa annum 1555, quum iam Petrus Strozzi in Galliam Parisinum *C* attulerat.

24. *Oxoniensem Savilianum 6* saec. XVI exeunte scriptum ex catalogo Caswelli tantum novi: mentio *Diophanti Alexandrini Arithmeticorum libri sex et de numeris multangulis cum scholiis Maximi Planudis* classem indicat, non autem fontem proximum.

25, 26. De codicibus Auriae, nempe *Ambrosiano E 5 sup.* et *Parisino 2380* = *D* (olim de Montchal), vide praefationem primi voluminis (p. IV). Hoc tantum addam, haud ab Auria ipso sed a librario Ioanne a Sancta Maura (circa annum 1600) codices illos descriptos fuisse.

27, 28. Ex variis antiquorum codicum notitiis quas colligere potui, duos forsitan deperditos fuisse credendum est. Scripsit enim Tomasinus (p. 121): „In Bibliotheca Alexandri Synclitici Viri Clarissimi et Primi Iuris Civilis Professoris instructissima videbatur non ita dudum graece scriptus elegantissime Diophantes fol. ch. vet. longe copiosior et emendatior illo qui Parisiis prodiit. Eum vir optimus concessit Viro Cl. Ioanni Broscio Mathematico Cracoviensi, ut ipsius cura et studio in lucem ederetur, quem nunc eruditi omnes avide exspectant.“ — Item Bachetus in

Epistola ad Lectorem: „Ioannes tamen Regiomontanus tredecim libros se alicubi vidisse asseverat et Illustrissimus Cardinalis Perronius . . . mihi saepe testatus est, se codicem manuscriptum habuisse, qui tredecim Diophanti libros integros contineret, quem cum Guilielmo Gosselino concivi suo, qui in Diophantum commentaria meditabatur, perhumaniter more suo exhibuisset, paulo post accidit, ut Gosselinus peste correptus interiret, et Diophanti codex eodem fato nobis eriperetur.“ Sed quae de Regiomontano ibi dicta sunt, omnino falsa esse facile demonstratur[1]); nec maiorem fidem merentur Perronii vel Synclitici testimonia de integro vel copiosiore (Planudeo?) codice; nimis saepe talia fucum fecerunt; at vanos rumores explosisse sat erit.

VI.

De compendiis Diophanteis.

Hactenus de Diophanteis codicibus: superest ut apertius quam in priore volumine de dubiis quibusdam quaestionibus ad rem criticam pertinentibus sententiam meam declarem atque explicem.

1. In primis de compendiorum technicorum usu mihi agendum est; num in archetypo (*a*) casuum notae additae fuerint, num pluralis numerus duplicato compendio (in voce ἀριθμός) significatus fuerit, quas scribendi rationes contra codicum auctoritatem immutare ausus sum, praecipue disquirendum.

1) Vide M. Cantor: *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* II, pag. 241.

Quum autem clarissimus mihique honoratissimus Fridericus Hultschius in relatione sua de priore huius editionis volumine[1]) a me postulaverit ut variantes lectiones codicum AB_1 quoad compendia nunc adderem, post longam dubitationem tanto viro satisfacere haud mihi animus fuit, laboremque inceptum invitus reliqui ut prorsus inutilem, imo delusorium.

Innumera quidem testimonia, ut animadvertit Hultschius, ex mathematicis codicibus manuscriptis afferri possunt, casuum finales syllabas per compendia notatas postea a librariis male solutas esse; nec igitur ex mendis istiusmodi evinci potest in archetypo casuum nullas notas fuisse. Sed qui exemplaria graeca versare consuetus est, nemo negabit notas illas finalium in recentioribus codicibus vulgo inveniri, in vetustioribus persaepe omitti[2]). Compendiorum duplicatio in plurali numero certe casuum notatione antiquior est et a Byzantinis librariis parum utiliter servata postquam finalium additio mos inveteratus fuit.

Proponam igitur ex critico prioris voluminis apparatu haud pauca quae manifesto testantur compendia nullis finalium notis munita a librariis vel male soluta vel servata esse.

Pluries pro *καὶ* scilicet ϛ vel ϛ̀ invenitur *ἀριθμοῦ*, 168, 6; *ἀριθμὸν*, 192, 11; 198, 15; 212, 20; 216, 23; etiam *ἀριθμῶν*, 98, 11. Item ex ϛ *κ*° *ζ*, 390, 3, 4, ortum est *ἀριθμῶν κζ*.

Compendium ⋀ quod defectum significat et ple-

1) *Berliner philol. Wochenschr.*, 23. Juni 1894.

2) Quod in codice *A* observare licet.

rumque in *λείψει* solutum est[1]), post quam vocem genitivus casus ponendus est, haud raro in codice *A* exstat pro formis verbi *λείπειν* (*λιπὼν* vel *λείψας*, etiam semel *λίπωσι*), 104, 21, 22; 106, 1; 130, 3; 132, 24; 140, 22; 176, 17; 182, 10, 13; 186, 16; 364, 16; unde concludas in locis ubi AB_1 scripserunt *λείψει* cum accusativo, 156, 3, 5, 8, 10; 140, 14; 176, 12; 182, 8, 11; 186, 12, compendium ⋀ sine finali syllaba in archetypo exstitisse sed male solutum esse.

Compendium ⊥ pro *ὀρθή* plerumque sine ulla casus nota servatum est (certe non intellectum): 392, 5; 394, 12; 396, 3; 402, 10, 18; 404, 17; 406, 7, 8; 408, 2; 410, 2, 3; 412, 4, 12, 14, 23; 414, 2, 26; 418, 1; 426, 8; 444, 15. Cf. 366, 14, ubi pro eo *A* scripsit *Δ^γ^*, *B δυνάμεων*.

Pro *πλευρά* scriptum est *πλάσις* 92, 12; sed alibi compendium simpliciter *π̄* videtur fuisse, 202, 14; 450, 17; unde mendum *πλευρά* pro *πῶς* 450, 18; compendium idem pro voce *πλῆθος* apparet 356, 7.

Hae qui perpenderit nullus dubitabit compendia nisi semper saltem saepe in archetypo notis finalium destituta fuisse. Archetypum autem (*a*) non nobis repraesentant codices AB_1, sed scripturam librarii (*α*) qui Marte proprio compendia resolvit. Archetypi igitur genuinam formam restituere nulla spes remanet.

---

1) Attamen *A* prima manu scripsit *λεῖψις* 20, 21, 28; 28, 15; 34, 13, 14, 16; 38, 14; 40, 1, 2; 44, 8, 24; et *λεῖψις* cum dativo 32, 12, 16; 34, 10; etc. *λείψεων* 44, 20.

Quod sic ostendam: primum compendium technicum 16, 11 posui pro *μονάδες* codicum; sed post *ἔστω* usus formam *μονάδων* poscere videtur, ut 16, 13 *ἀριθμοῦ ἑνός*, 16, 14 *ἀριθμοῦ ἑνὸς μονάδων* $\bar{\mu}$; 16, 21 et 22 *μονάδων*. Item 16, 14 codices dant *γίνονται ἀριθμοὶ δύο μονάδες* $\bar{\mu}$; sed post *γίνεται* etiam genitivus casus desiderari potest, ut 16, 21 *ἀριθμὸς μονάδων*.

Nominativus casus, item ad valorem praedicandum invenitur adhuc 18, 4, 12 (*ἀριθμοὶ τρεῖς καὶ μονάδες τέσσαρες*, sed *ἀριθμοῦ ἑνός*), 15; 20, 5; 26, 22 (*ἀριθμὸς εἷς*); 28, 18; 30, 13; 36, 6, 7 (*ἀριθμοὶ ιβ*, sed *ἀριθμοῦ ἑνὸς μονάδων* $\overline{\iota\beta}$); 40, 15, 17; 44, 2, 8; 46, 16, 17, 19 (*ἔσονται μονάδες* $\overline{\text{οε}}$), 22 (*ἀριθμοὶ* $\bar{\varepsilon}$ .. *μονάδες* $\bar{\rho}$); 48, 16; 50, 8 (*ἀριθμοὶ τρεῖς*), 15. Haec usque ad paginam 52, 9 reperio, ubi primo compendium technicum ς apparet in codice *A* sine ulla finalis nota. Ubique alias usque ad eundem terminum genitivus casus ponitur.

Unam eandemque in talibus scribendi rationem Diophanti fuisse quis pronuntiet? Sed quam fidem codices mereantur, ex aliis videre est; 18, 11, 13 *μονάσι τέσσαρσιν ὑπερέχῃ* (*ει*) scriptum est[1]), quod cum usu Diophanteo bene congruit. At accusativus pro dativo ponitur 20, 4; 22, 12; 40, 14, 16 et paginis 42, 44, 46: nullum aliud exemplum (compendia soluta si excipias) reperiri potest.

Sed quid dicam de genitivo post vocem *ἴσος*? *A* prima manu scripsit *μονάδων* ξ 18, 3; similia re-

1) At *μονάδων τεσσάρων A* prima manu.

perio 20, 5; 26, 5, 6, 28; 28, 18; 30, 14; 34, 16; 38, 14; 42, 11; 46, 17. Talia B_1 facile correxit; sed qui Diophanteum, non Planudeum usum inquirit, vix inde aliquid credo eruere potest. Quoties igitur compendium technicum solutum est, vel quoties compendio nota finalis addita fuit (quod in *A* prima manu rarum est), hoc nihil ad criticam valere et aliunde testimonia quaerenda esse persuasum habeo.

2. Nihilominus optimo iure clarissimus Hultschius de alio compendiorum genere quaestionem movit: etsi enim inter formas *διπλασίων*, *τριπλασίων* etc. frequentiores et formas *διπλάσιος*, *τριπλάσιος* rariores usus codicum fluctuet, num Diophantus ipse scribendi rationem variaverit inquiri potest. Attamen sub iudice litem malo relinquere; nam si Diophantus priscos arithmeticos compilavit, illas quas inveniebat formas servare potuit; quoties autem compendia scripserit quae librarii solverint, diiudicare haud in promptu est. Quae compendia vero in archetypo reperiebantur, sic fere disces:

Mendum *ἐπὶ* pro *πενταπλασ'* 416, 8 compendium ε^{π} vel simile quid indicat; item *ἑκκαιδεκάκις* pro *ἑκκαιδεκαπλασ'* 126, 10 brevem tantum notam numeralibus literis appositam fuisse demonstrat.

Peculiariter pro *διπλασ'* *A* scripsit $\Delta^{\gamma}\iota$ 386, 25 (*δυνάμεις* *B*). Contra *διπλασίων* scriptum est 320, 7 pro *δίς*, quae vox interdum tota ponebatur (226, 18 $\bar{\delta}$ *ἴσοι* = *δίς*), interdum compendio quodam figurata erat: 302, 23 enim *δίς* scriptum est pro $\bar{\beta}$, nisi pro *δυάδα*; contra 316, 14 *δύο* pro *δίς* nempe ex β' (cf. 284, 16 γ' pro *τρίς*). Ex quo compendium meum

($\beta^{\pi\lambda}$ = *διπλασίων*) defendere possim; sed illud perspicuitatis causa elegi, nec genuinam formam repraesentare tentavi, quam potius Δ^{π}_{ι} fuisse credo.

Pro *τετραπλασ'* scriptum est *δίς* 330, 17, at etiam *τετάρτου*, 326, 24 (ex *δ'*), et *τετραπλεύρου*, 246, 1, nempe ex $\delta^{\pi\lambda'}$.

Pro *τετράκις* compendium Δ^{K} (226, 21) certum est; persaepe in *διακεκριμένος* absurde solutum est, quae vox astrologis solita librarii (*α*) indolem denotat.

Ex quibus omnino constantem compendiorum illorum rationem fuisse vix credam; attamen ea in archetypo saepissime usitata esse, unamque literam vel duas ad plurimum numeris adscriptas fuisse pro certo teneo.

3. Ad duplicationem compendii ς in plurali numero nunc redeo; hunc Byzantinum morem in hoc altero volumine retinendum censui, eumque finalium additione antiquiorem esse iam dixi, quod ex codice *A* evinci potest. Sed ne credas hanc scribendi normam temporibus Diophanti iam invaluisse, multa obstant (praeter locos supra allatos 98, 11 et 390, 3, 4) et praesertim veterum compendiorum ratio; nunquam μ^{o} (vel *μονάς* vel *μοῖρα*) duplicata fuit; μ^{υ} duplicatum non myriades plures sed myriadem duplam (myriadem myriadis) significat. Sic Diophantus $\Delta^{Y}\Delta$ scripsit pro *δυναμοδύναμις*, $K^{Y}K$ pro *κυβόκυβος*, quem usum, etsi satis monitus, parum cavit librarius (*α*) quum compendium Δ^{Y} in plurali numero duplicavit 194, 20, item compendium K^{Y} 210, 19.

Imo nec mihi genuinus videtur Heronianorum codicum usus de duplicando fractionum denomina-

tore: ubi v. g. pag. 56, 21 Hultschianae editionis legitur *λεπτὰ ιγ'' ιγ'' ὀκτώ*, antiquius scriptum fuisse *λεπτὰ τρισκαιδέκατα ὀκτώ* libenter credam, nisi hoc totum interpolatum fuerit.

Quapropter hunc modum in priore volumine omnino reieci, scribendo etiam v. g. □ᵒᵃ pro *τετράγωνοι*, non □□', etc.

4. De figura compendiorum technicorum pauca addam. Initiales literae, ut Δ^{Y}, K^{Y} etc., praetereundae sunt; sed de symbolis ς et ⋀ quum iam multa disputata sint et nihilominus eorum origo incerta maneat, sententiam meam vix celare possum.

Diophanto fere peculiares illae notae sunt; etsi enim vox *ἀριθμός* in mathematicis codicibus persaepe compendio scripta sit, multo frequentius figuram ʒ' vel similem invenies, quae antiquo coppa proxima est. Contra Diophanteum compendium digamma inversum est, et nota defectus ⋀ priscam figuram literae sampi in memoriam revocat. Sic longe forsan ante Diophantum veteres logistici Graeci obsoletas formas literarum in usum suum convertisse videntur, parvis mutationibus adhibitis, ne erroribus locum praeberent.

In archetypo (*a*) formam ς vel similem in usu fuisse satis demonstrant confusiones cum voce *καί*, quas supra notavi. Illam Planudes in sua recensione parum mutatam reposuit; nam in fonte (*α*) propius accedebat ad eam quam *A* servavit, nempe ϥ; etenim 206, 13 pro *ἀριθμός* *A* scripsit *β'* (ex forma *u*), B_1 *δεύτερος*; contra pro *ἢ* 198, 11 scriptum fuit *ἀριθμόν*. Hanc formam ϥ nunquam extra Diophan-

teos codices nactus sum; eam librarius (α) ex coppa depravato ob faciliorem calami ductum detorsisse videtur.

De genuina figura compendii ⋀ dubitari licet; sic enim in uncialibus quas vocant literis descriptionem Diophanti repraesentandam credidi ψ' ἐλλιπὲς κάτω νεῦον; at codices curvum ductum exhibent Ϯ', symbolumque dextrorsum saepe inclinant, ita ut ad lambda prope accedat. In commentario suo Planudes manifesto ⋀ scripsit quasi literam initialem vocis λείψει; sed in Λ litera Λ etsi aliter (in λείπεται) interdum soluta, vocem λοιπός significare videtur (102, 2, 3; 274, 15).

Aliam antiqui compendii depravationem in signo aequalitatis deprehendere licet; literas ι^{σ} in archetypo scriptas fuisse vix dubium est[1]); sed haud semel, ex. gr. 226, 14, confusio vocum ἴσος et ἀριθμός in codicibus invenitur. Symbolum ergo qui vix ab ϟ distinctum erat, a librariis introductum fuit.

Quae autem supra dixi de compendio ⋀ variis modis soluto hoc demonstrant, sensum huius symboli nunquam incertum, enuntiationem haud semel, nisi semper, ambiguam fuisse; quod mihi non parvi momenti videtur.

Item fere de signo aequalitatis statuendum; nam pro adiectivo ἴσος verborum ἰσάζειν vel ἰσοῦν variae formae pluribus locis supponi possunt.

Sed ne longius haec disputem quae me ad alia similia exempla extra Diophanteos imo extra mathe-

1) Cf. adn. crit. I, 96, 13, 14; 111, 21; 116, 25.

maticos codices prono tramite devolvant, argumentum de compendiis relinquam ad finem properans.

VII.

De fractionum notationibus.

Distinguendae sunt quoad notationem apud antiquos fractiones quarum denominator est unitas (*τὸ μέρος*), et fractiones quarum denominator unitate maior est (nempe *τὰ μέρη*, si tamen *τὸ δίμοιρον* excipias).

Primum genus, ut omnes sciunt, Graeci notabant denominatore tantum scripto, quem a numeris integris distinguebant signo peculiari addito versus partem dextram superiorem. In recentioribus codicibus, nisi syllaba finalis repraesentetur, pro signo duplex accentus $\left(\gamma''\right.$ pro $\left.\frac{1}{3}\right)$ frequentissimus est; in manuscriptis vetustioribus saepe vel simplex accentus vel calami ductus varii reperiuntur.

Normam illam ubique sequitur Diophantus vel in positionibus vel in analysi; sed in codice *A* haud omnino constans est peculiare signum fractionis. Inveniuntur enim: vel simplex accentus satis longus (ϛ'), vel ductus calami ex corpore literae oriens (θ'), vel idem aut simplicior ductus cum accentu vel supra vel infra: sic *τρίτον* figuratur √ vel √ vel γ (I, p. 50, 12; 60, 4).

Signum quod finxi (I, p. 6, 21) et ut genuinum adhibui, etiam reperiri potest ad pag. 52 et alibi,

sed secunda manu (vetere tamen) cuius proprium videtur; illud elegi ut suspectam vocem ἔχον tanquam ex compendio male soluto ortam (cf. 74, 6) e textu eiicerem; sed nemini fucum facere velim et figuram forte recentiorem ut vere antiquam venditare.

Item signum ∠′ pro $\frac{1}{2}$ melius Diophanti saeculo convenire credidi; in codice *A* forma fere haec est: ◡, sed punctum saepe abest.

Vix credas compendium τοῦ διμοίρου $\left(\frac{2}{3}\right)$ quater tantum apud Diophantum inveniri; vulgatam figuram ω′ adhibui, sed aliam credo antiquiorem archetypus exhibebat, nempe ⲱ, quam didici ex mathematico papyro Akhmîmensi, a Iulio Baillet recens edito. Sic intelligi potest compendium quod ex *A* exprimendum curavi 272, 4 (certe haud intellectum) confusum fuisse cum signo ⲥ 272, 5, cum δύο 274, 13, cum α 274, 14. Sed 320, 18 quod dedi ex *A*, haud dubie legendum est β̄ γ′ (ut *B*) scilicet δύο τρίτα, nam in *A* litera β sub figuris *B* et *u* depicta est.

Quod autem in praefatione prioris voluminis negandum credideram, post analysin et in solutionibus vulgarem usum non amplius sequi videtur Diophantus, sed unitatem α tanquam numeratorem ponere, supra eam[1]) scripto denominatore; quod exemplum scholiastes Anthologiae (Metrodorus?) imitatus est, ut infra videre est p. 62, 13.

Etenim si perpendas in *A* et B_1 pro fractione simpliciter ᾱ scriptum fuisse I, 140, 17; 142, 22; 194,

1) Quod idem valet ac si post numeratorem denominator scriptus esset. Cf. ergo infra 67, 5 ᾱ ια′.

13, 14, 15; 206, 23; 208, 18; 210, 21; 212, 16, vix aliter concludi potest; si autem certam scripturam desideres, celebris Palatini codicis auctoritatem nunc invocare licet.

Quoad fractionem secundum genus denominatorem prima manu supra numeratorem habet *A* 102, 6, 18 (sic: $\frac{\iota\varsigma}{\varrho\varkappa\alpha}$ et $\frac{\Delta}{E}$); 110, 3, 4; 112, 11, 12; 114, 20, 21; 116, 12, 13; 118, 2, 3; 136, 7 (Δ^{ω}). Post numeratorem scriptus est 60, 4; 100, 18; 120, 8; locos dubios addas 56, 6 (ubi pro *κγ*$^{\omega\nu}$ *A* habet *μονάδων* erasum et supra lineam *εἰκοσιτρίτων* 2ª m.); 58, 10 (ubi numerator omissus est); 120, 9 (ubi locus prioris scripturae fere quinque vel sex literas continebat, quum posterior sicut 120, 8 in marginem extendatur, quod adnotare omisi in apparatu critico). Denique semel 78, 26 invenitur $\overline{\iota\varepsilon}^{\upsilon}$ scilicet denominator in loco quem vocant exponentis, ubi eum constanter ponit recensio Planudea (B_1). Alibi ubique omissus est in *A* 1ª manu.

Num prima scribendi ratio perpetuo in archetypo observata fuerit, equidem affirmare non audeo. Librariis enim, nisi mathematicis, nullius momenti erat literas addere vel supra vel post praecedentes. Attamen ex plurimis omissionibus vix dubitari potest scripturam supra numeratorem multo frequentiorem fuisse legitimamque normam repraesentare. Ultimus modus (scriptura denominatoris in loco exponentis dicto) non ante viguit quam mos finales eodem loco addendi invaluerit; modi huius quoad fractiones exemplum ante saeculum XIII non exstat.

De transversa linea inter numeratorem et denominatorem vix quicquam diiudicari potest. Ad libitum librarii tum addita tum neglecta videtur, sicut supra numeros integros. Si autem mos illam ducendi in normam transisset, antiqua scribendi ratio haud facile immutata foret.

Haec sunt quae animadvertisse operae pretium duxi: ut autem paucis verbis concludam, Byzantinas mathematicas notationes ex codicibus novimus, de antiquis saepe vix coniecturas afferre possumus; nec credendum has notationes tam longo temporis decursu fideliter servatas fuisse; graves mutationes demonstrare, graviores forsan coniicere licet.

VIII.

Prolegomenis hisce coronidem ut imponam, aliquas notas criticas recensebo, quas in chartis a Nesselmanno relictis inventas doctissimus Max. Curtze mihi sponte sua humanissime transmisit. Bachetiana editione usus codicumque manuscriptorum ope destitutus, genuinas lectiones haud semel (viginti quinque locis) proprio Marte Nesselmannus restituit nonnullaque typographica menda (quae tacite sedecim locis correxi) sustulit; quae omnia sigillatim adnotare parum utile mihi videtur; sed insuper varias correctiones proposuit, quae haud omnino negligendae sunt.

Vol. I, p. 30, 23 et 32, 21 de dictione ὁ εἷς dubitationem movet. — 42, 6 τοῦ τε κ̄ καὶ ⟨τοῦ⟩ λ̄, item 92, 18 ἔκ τε τοῦ δ̄ καὶ ⟨τοῦ⟩ θ̄ restituit. — 42, 16 οἱ τρεῖς] σὺν τρεῖς corr. — 48, 13 ἐλάσσων] ἐλά-

χιστος corr.; item 78, 16 et 112, 18. — 70, 21 αὐταί] αὗται corr.; item 120, 15 οὗτος pro αὐτός. — 124, 26 $\overset{\circ}{M}^{\alpha}$ = μονάδα] μονάδα μίαν. — 128, 14 λίπῃ] λείψῃ pro λείπῃ B_1. — 131, 2 ὁμοίως post $\gamma^{ον}$ reiicit. — 144, 15 τουτέστι] ἔστω convenienter. — 150, 8 ἀριθμούς delet (ut volebam).

Quae omnia contra codicum auctoritatem haud dubie defendi possunt, etsi purum ubique et exactum sermonem Diophanto imponere extra veras criticas leges mihi videatur.

A Nesselmanno autem correctiones alias quasdam haud iure allatas fuisse credo; p. 20, 13 et similibus in locis dioristicis δέ pro δή legit. — 30, 2 τόν pro ὅν. — 36, 1/2 ὁμωνύμου τῷ διδομένῳ λόγῳ, quod lectio *B* indicabat. — 74, 10 καί delet; item 144, 8 et 156, 5. — 104, 15 λοιπῶν pro λοιπόν *Ba*. — 162, 11 ἐκζητήσεις ἄν pro ἐὰν ζητήσεις ἄν *Ba*; in quibus partim a Bacheto Nesselmannus in errorem inductus est, partim genuinum Diophanteum usum haud agnovisse videtur.

Menda quaedam typographica benevolus lector corrigat, quaeso. Legendum est Vol. I, p. 8, 13 ἑστώσης — 74, 3 (adn. crit.) posterius] prius — 77 numerus 42 in margine collocandus est lin. 10; pro 42 in margine penultima linea ponendus 43 — 101, 7 (a fine): ut] est — 107, 3 (a fine): $2x + 3$] $2x - 3$ — 208, 16 ἦν δὲ ϛ ε̄· — 263, 4 radius] radices — 273, 5 $\frac{65}{9} - \frac{2}{3}x$] $\frac{65}{9} - 2\frac{2}{3}x$ — 259, 8 (a fine): duos] tres — 362, 17 post ζητούμενον deleatur signum].

Vol. II, p. 151, 14 *'E*$^{\lambda}$. ϛ ᾱ] *'E*$^{\lambda}$. ϛ ᾱ — 160, 24 κ̄] ρ̅κ̅ — 160, 25 ρ̅κ̅] κ̄ — 203, 7 *τῆ*] *τὰ* — 252, 21 ϛϛ ᾱ] ϛ ᾱ. — In Indice Graecitatis: v. *βιβλίον*: 16, 2] 16, 7 — v. *διδόναι*: 103, 5] 108, 5 — 36, 20] 36, 19 — v. *εἰς*: 262, 24] 282, 24 — v. *εἷς*: 56, 10] 56, 18 — v. *ἐκ*: 282, 1] 282, 2 — v. *θέλειν*: 232, 7] 232, 6.

Denique novam animadversionem ad locum II 38, 25 dubitanter proponam: pro *ἑτέρῳ* codicum *ἑταίρῳ* vel ⟨*τῷ*⟩ *ἑταίρῳ* coniici possunt; vox *συνοπτικώτατα* varians lectio videtur pro *συνεκτικώτατα* (38, 24), ergo delenda.

Scribebam Parisiis mense Iunio MDCCCXCV.

DIOPHANTUS

PSEUDEPIGRAPHUS.

I.

Ex codice Parisino Suppl. gr. 387, fo. 181r.

Ἐκ τῆς ἀριθμητικῆς Διοφάντου.

Ἀπὸ δύο μεθόδων εὑρίσκεται παντὸς τετραγώνου ἀριθμοῦ πλευρὰ ἤτοι δυνάμεως. καὶ ἡ μὲν μία ἔχει οὕτως· ἀπόγραψαι τοιοῦτον ἀριθμὸν κατὰ τὴν τάξιν τῆς Ἰνδικῆς μεθόδου· εἶτα ἄρξαι ἀπὸ δεξιῶν ἐπὶ ἀριστερά, καθ' ἕκαστον δὲ στοιχεῖον λέγε· γίνεται· οὐ γίνεται· γίνεται· οὐ γίνεται· ἕως ἂν τελειωθῶσι τὰ στοιχεῖα, καὶ εἰ μὲν τύχῃ τὸ τελευταῖον ὑπὸ τὸ γίνεται, ἄρξαι τοῦ μερισμοῦ ἐκεῖθεν· εἰ δὲ ὑπὸ τὸ οὐ γίνεται, καταλιπὼν τὸ τελευταῖον στοιχεῖον ἄρξαι τοῦ μερισμοῦ ἀπὸ τοῦ μετ' αὐτὸ στοιχείου τοῦ πρὸς τὰ δεξιά, ἐν ᾧ δηλονότι φθάνει τὸ γίνεται.

II.

Ex codice Parisino 453.

(A = fo. 72v—76v, B = 82v—86r).

Μέθοδοι εὔχρηστοι πρὸς τοὺς ἀπὸ μορίων πολλαπλασιασμοὺς κατὰ τὸν τῆς ἀστρονομίας κανόνα πλέον τῶν ἄλλων μεθόδων σώζουσαι τὴν ἀκριβείαν πᾶσαν.

3 Διοφάντους codex. 18 Μέθοδος εὔχρηστος B.

Ἐπειδὴ τὰς ἐφόδους ὡς ἔνι μάλιστα τοῦ ἀκριβοῦς ἕνεκεν δεῖ εἶναι, εὑρίσκομεν δὲ πλέον τῶν ἄλλων τοὺς ἀστρονόμους περιεργότερον καταγινομένους πρὸς τοῦτο, ἀγαπητὸν ἡγούμενοι καὶ πρὸς τὰ χωρὶς ἀστρονομίας πάντα, ὅσα τε πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς ἕπεται, εὐθετοῦν, ἀπεγραψάμεθα τοῦτο τὸ μεθόδιον.

Τοῦ ζωδιακοῦ γὰρ κύκλου εἰς τξ διαιρουμένου, ἕκαστον τῶν τμημάτων μοῖραν ὠνόμασαν οἱ παλαιοί· ἑξῆν δὲ τὴν μοῖραν ἡμᾶς παραδέχεσθαι ἢ ὡς μοναδικὸν χωρίον ἢ ποδιαῖον πρὸς τὰς ἁπαντώσας χρείας. διὰ οὖν τὰ ποστημόρια, ταύτῃ, τουτέστι τῷ τξ^{ω} μέρει τοῦ κύκλου, ποτὲ μὲν ὡς ποδί, ποτὲ δὲ ὡς μονάδι δυναμένῃ παραλαμβάνεσθαι, πρώτην διαίρεσιν ἐπινοήσαντες, τὴν εἰς τὰ ξξ^{α}, διὰ τὸ πλειόνων μερῶν γίνεσθαι ἀπαρτιζόντων τὸν ξ ταύτην, ἐκάλεσαν ἕκαστον τῶν τμημάτων οἱ μὲν πρῶτον λεπτόν, οἱ δὲ ἑξηκοστὸν πρῶτον· εἶτα διὰ τὸ χρῄζειν λεπτομερεστέρας ἀκριβείας πρὸς τὸ εὑρίσκειν, ἐφ' ὅσον ἦν δυνατὸν μετ' ἀκριβείας, τὰ κέντρα τῶν ἀστέρων ποίας ἐποχὰς ἐπέχουσιν ἐν τοῖς κατ' οὐρανὸν διαστήμασι, διεῖλον καθ' ἑαυτοὺς ἕκαστον τῶν πρώτων λεπτῶν εἰς ἕτερα ξξ^{α} τινα καὶ ἐκάλεσαν ταῦτα δεύτερα ἑξηκοστὰ ἤτοι λεπτά. ἦν οὖν αὐτοῖς οὕτως ἡ μοῖρα διὰ μὲν τῶν πρώτων ξξ^{ων} διαιρουμένη εἰς λεπτὰ μὲν πρῶτα ξ, δεύτερα δὲ κατ' ἐπιδιαίρεσιν γχ· εἶτα μείζονος ἀκριβείας δεηθέντες διὰ τὸ ἐν τοῖς κατ' οὐρανὸν παράλλαξιν ὁποιανοῦν βραχυτάτην ἡμῖν ἐπινοουμένην οὐ μικρὰν ἐργάζεσθαι διαφοράν, ἕκαστον τῶν δευτέρων

2 εἶναι] εἰδέναι coni. Hultsch. 5 τε] γε coni. Hultsch. 7 διαιροῦμεν A. 9 ἑξῆν] ἑξὸν mel. cod. Par. 2390. 11 προστημόρια A. 14 ξ^{ον} = ἑξηκοστόν. ξξ^{α} = ἑξηκοστά.

λεπτῶν διελόντες εἰς ἕτερα ξξ^{α}, ἐκάλεσαν τὰ γενόμενα λεπτὰ τρίτα ὄντα κατὰ τὴν τρίτην διαίρεσιν. οὕτως διαιροῦνται τὴν μοῖραν ἤτοι μονάδα ἤτοι πόδα εἰς ⟨μυριάδας⟩ κα ⟨ϛ⟩, ὥστε τὸ τρίτον λεπτὸν ἓν γίνεσθαι εἰκοστόμονον μυριάδων ἑξακισχιλιοστὸν τῆς μονάδος· ἔτι φιλαλήθεις ὄντες, ἕκαστον τῶν τρίτων λεπτῶν τούτων διεῖλον εἰς ξ καὶ τὰ γενόμενα ἐκάλουν λεπτὰ ἤτοι ἑξηκοστὰ τέταρτα, καὶ εἶχον ἔτι πολλῷ ἐλάσσονα μόρια λαμβανόμενα τῆς μονάδος ταῦτα τὰ ἑξηκοστά· διῄρουν γὰρ οὕτως τὴν μονάδα εἰς μυριάδας ,ασιϛ. ἐπιστῆσαι οὖν ἐστιν ἐκ τούτων ὁ πᾶς κύκλος εἰς πόσα διῄρητο διὰ τούτων· οὕτω δὴ οὖν κατὰ τὸ ἑξῆς προῆλθον μέχρι ἕκτων ἑξηκοστῶν, ποιήσαντες τὴν ὑποδιαίρεσιν ἀνάλογον ἔχουσαν· ἔστι γὰρ ὡς μονὰς πρὸς ἑξηκοστὰ πρῶτα, οὕτω πρῶτα ἑξηκοστὰ πρὸς δεύτερα καὶ δεύτερα πρὸς τρίτα καὶ τρίτα πρὸς τέταρτα καὶ ἑξῆς· ἔστι γὰρ ὡς ἓν πρὸς ἕν, οὕτω πάντα πρὸς πάντα· ὡς γὰρ μονὰς πρὸς ξ^{ον} α πρῶτον, οὕτως λεπτὸν α πρῶτον πρὸς δεύτερον καὶ δεύτερον πρὸς τρίτον καὶ ἑξῆς· ὁμοίως δὲ καὶ τὰ ἰσάριθμα· ε γὰρ μοῖραι πρὸς ε λεπτὰ πρῶτα ⟨τὸν⟩ αὐτὸν λόγον ἔχουσιν ὃν ε πρῶτα πρὸς ⟨ε⟩ δεύτερα καὶ ε δεύτερα πρὸς ε τρίτα καὶ ἑξῆς ὁμοίως. τῷ μὲν οὖν Πτολεμαίῳ μέχρις ἕκτων ἑξηκοστῶν ἐν τῇ Συντάξει πρόεισιν ἡ διαίρεσις γενναίως καὶ ἀκριβῶς ποιουμένῳ τὰς παραδόσεις· ἡμῖν δὲ ἀρκείτω παραδείγματος ἀστείου καὶ εἰσαγωγῆς ἕνεκεν ἕως δευτέρων λεπτῶν τουτέστιν ἕως ,γχ διαιρεῖσθαι

1 εἰς om. A. 4 μυριάδας et ϛ in scholio marginali B. 5 εἰκοστομον A, εἰκοστομόριον B. 11 ,ασιϛβ B. 14 ὡς B, ἡ A. 17 οὕτως B. 18 πρὸς ξ B, ξ' ξ A. 21 τὸν addidi. ἔχουσι? A. 22 ε addidi. 25 τὰς om. B.

τὴν μονάδα ἤτοι τὸν πόδα· τοῦτο γὰρ καὶ πρὸς τὰς τοῦ Προχείρου Κανόνος Ψηφοφορίας ἐξαρκεῖν δοκεῖ τοῖς παλαιοῖς.

Περὶ πολλαπλασιασμοῦ.

Πολλαπλασιασμοῦ ὁρισμός.

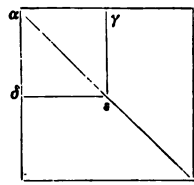
Πολλαπλασιασμός ἐστι σύνθεσις ἀριθμοῦ τινος δοθέντος καθ' ἕτερον ἀριθμὸν δοθέντα· οἱονεὶ ὅταν ὁ ἕτερος τοσαυτάκις συντιθέμενος ᾖ ὁπόσος ἐστὶν ὁ ἕτερος ἐν τῷ πλήθει τῶν μονάδων καὶ ποιῇ τινα κατὰ τὸ πλῆθος τῆς συνθέσεως, ὁ γενόμενος λέγεται πολλαπλασιασμὸς τοῦ ἑτέρου κατὰ τὸν ἕτερον.

Λέγεται μὲν καὶ ἄλλῃ σύνθεσις, ἀλλ' οὐ πολλαπλασιασμός· καὶ γὰρ ὁ ἐκ τῶν δοθέντων εἴτε ἴσων εἴτε ἀνίσων ἀριθμῶν καὶ εἴτε δύο ἢ τριῶν ἢ καὶ πλειόνων συντεθείς, ἁπλῶς λέγεται συγκεῖσθαι, οὐ μέντοι πολλαπλασίων. πολλαπλασιάζομεν δὲ ἢ μοῖραν ἐπὶ μοῖραν ἢ· μοίρας ἐπὶ μοίρας, καὶ πάλιν ἢ λεπτὸν ἐπὶ λεπτὸν ἢ λεπτὰ ἐπὶ λεπτά, καὶ ἀνάμιξ μοῖραν ἐπὶ λεπτὸν καὶ λεπτά· ἀλλ' ἡ μὲν μοῖρα ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῇ, τὸ αὐτὸ εἶδος ποιεῖ· ἐπὶ γὰρ πρῶτα λεπτὰ πολυπλασιαζομένη ἡ μοῖρα ἢ μοῖραι πρῶτα λεπτὰ ποιοῦσιν· καὶ ἀνάπαλιν λεπτὰ πρῶτα ἐπὶ μοῖραν ἢ μοίρας ποιεῖ πρῶτα λεπτά, καὶ ἑξῆς ὁμοίως· μοῖρα ἐπὶ δεύτερα, δεύτερα ποιεῖ καὶ ἐπὶ τρίτα, τρίτα καὶ ἑξῆς· πρῶτα δὲ ἐπὶ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα, ἅπερ ἐστὶν ἐλάσσονα τῶν πρώτων (τῶν μὲν γὰρ πρώτων τὸ ἓν λεπτὸν $\xi^{ον}$ ἐστι τῆς μοίρας· τῶν δὲ δευτέρων, $\chi^{ον}$)· ὅπερ

---

7 κατὰ A. ἀριθμὸν compendio B, καὶ A. 8 ἢ AB. 12 ἄλλῃ AB. 16 πολλαπλασίωϑ] πολλαπλασ× A, πολλαπλάσιον B. 19 μοῖρα] M A, μονὰς B, μοῖρα in margine. 21 ἡ om. B. 22 ποιοῦσι B. ἐπὶ om. A. 27 ξξ id est ἑξηκοστῶν AB.

ἐναντίον ἐστὶ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν· ἐπαυξήσει γὰρ πολλαπλασιάζονται ὡς ἐὰν πεντάκις τὸν $\bar{\varsigma}$ πλάττοντες συνθῶμεν καὶ ποιήσωμεν τὸν $\bar{\lambda}$· πρῶτα δὲ ⟨$\bar{\varepsilon}$⟩ λεπτὰ ἐπὶ πρῶτα $\bar{\varsigma}$ πολλαπλασιάζοντες, $\bar{\lambda}$ δεύτερα ποιοῦμεν, ὅπερ ἥμισύ ἐστιν ἑνὸς πρώτου λεπτοῦ· τοῦτο δὲ γίνεται διὰ τὴν τῶν μορίων πρὸς τὴν μονάδα ἀντιπεπόνθησιν. ἀεὶ γὰρ τὰ μόρια πολλαπλασιαζόμενα ἐναντίως ταῖς μοίραις ἐπ' ἔλαττον χωρεῖ· ἐφ' ἑαυτὸ γὰρ τὸ ἥμισυ πολλαπλασιαζόμενον τέταρτον γίνεται· $\bar{\beta}$ δὲ μονάδες ἐπὶ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ ποιοῦσιν. ὁμοίως καὶ τρίτον ἐπὶ τρίτον, ἔννατον γίνεται· $\bar{\gamma}$ δὲ ἐπὶ $\bar{\gamma}$, $\bar{\theta}$, ὅπερ δοκεῖ λῆρον. τοῦτο δὲ συμβαίνει τοῖς μορίοις ὅτι οὐ συντίθενται κατὰ μονάδα, ἀλλὰ τοὐναντίον μερίζονται κατὰ τὰ ὁμώνυμα μέρη ταῖς μονάσιν· τὸ γὰρ ἥμισυ ἐπὶ τὸ ἥμισυ νῦν οὐ συνετέθη καθ' ὅλον ἑαυτό, ὥσπερ τὰ $\bar{\beta}$ ἐπὶ τὰ $\bar{\beta}$, ἀλλὰ κατὰ τὸ ἥμισυ ἑαυτοῦ, ὡς ἔστιν ἰδεῖν καὶ ἐπὶ διαγράμματος οὕτως.



Ἔστω γὰρ μοναδιαῖον χωρίον τὸ AB ἐκ πλευρᾶς τῆς AZ τετράγωνον δίχα διῃρημένης κατὰ τὸ Γ, καὶ ἀπὸ τῆς $A\Gamma$ ἀναγεγράφθω χωρίον τετράγωνον τὸ $A\Delta E\Gamma$· τοῦτο δὴ τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ AB μοναδιαίου χωρίου, καὶ ἔστιν ἥμισυ ἐπὶ ἥμισυ· ἡ $A\Gamma$ γὰρ ἐπὶ τὴν $A\Delta$ γέγονεν. ὁμοίως οὖν δείξεις ὅτι καὶ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ $\bar{\gamma}$, $\bar{\theta}$ γίνεται, καὶ $\bar{\delta}$ ἐπὶ $\bar{\delta}$, $\overline{\iota\varsigma}$· οὕτως οὖν δεῖ νοεῖν καὶ ἐπὶ τῶν λεπτῶν μορίων ὄντων.

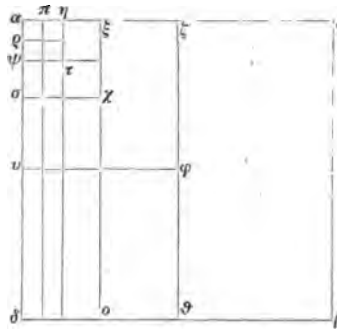
Ὁμοίως δὲ καὶ πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ, καὶ

---

4 $\bar{\varepsilon}$ addidi. $\bar{\varsigma}$] $\bar{\beta}$ A. 5 πρώτου om. A. 14 μονάσι B. 21—22 δίχα . . . . τετράγωνον om A. 24 ἐπὶ ἥμισυ om. A. 26 καὶ $\bar{\delta}$ . . . . νοεῖν om. A.

πρῶτα ἐπὶ τρίτα, τέταρτα καὶ ἑξῆς· καὶ ἀνάπαλιν δὲ δεύτερα ἐπὶ πρῶτα, τρίτα, καὶ τρίτα ἐπὶ πρῶτα, τέταρτα καὶ ἑξῆς. πάλιν ὁμοίως δεύτερα μὲν ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα· ἐπὶ δὲ τρίτα, πέμπτα· καὶ τέταρτα ἐπὶ δεύτερα, ἕκτα καὶ ἑξῆς καὶ τὸ ἀνάπαλιν. καθόλου δὲ εἰπεῖν, δύο τῶν πολλαπλασιαζομένων συντιθέντων [ἤτοι συντιθεμένων], εἶναι συμβαίνει τὸν πολλαπλασιασμὸν παρώνυμον ἀπὸ τῶν συντιθεμένων.

Ὁριστέον οὖν τὸν τῶν λεπτῶν πολλαπλασιασμὸν οὕτως· πολλαπλασιασμός ἐστιν ὁ παρώνυμος ἀριθμὸς ἐκ τῶν μελλόντων πολλαπλασιάζεσθαι τῆς συνθέσεως λαμβανόμενος. οἷον $\beta^{ον}$ ἐπὶ $\gamma^{ον}$, $\epsilon^{ον}$ γίνεται, καὶ ἔστι κατὰ σύνθεσιν τὴν τῶν $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\gamma}$, ὁ $\bar{\epsilon}$ [ὁμοίως β′ ἐπὶ β′, δ′] ὁ παρώνυμος τῶν εἰρημένων ἐκ τῆς συνθέσεως· τούτῳ οὖν τῷ κανόνι δεῖ προσέχειν ἀεὶ ἐπὶ τῶν πολλαπλασιασμῶν.



Σαφηνείας δ' οὖν ἕνεκα μείζονος, δεικτέον καὶ ἐπὶ πλατυτέρας καταγραφῆς ἀληθῆ τὰ λεγόμενα. ἔστω γὰρ χωρίον τετράγωνον τὸ ΑΒ ἀπὸ πλευρᾶς τῆς ΑΓ διῃρημένης εἰς $\xi\xi^{α}$· ὑποκείσθω δὴ τοῦτο ἤτοι ποδιαῖον ἢ μοναδιαῖον ἢ μοιριαῖον, καὶ διὰ τῶν τομῶν παραλλήλων ἀχθεισῶν τῶν ΞΟ, ΖΘ, ἔσται ἡ πρώτη διαίρεσις τῶν $\xi\xi^{ων}$ τῶν πρώτων. ἐὰν οὖν πολλα-

---

6—7 ἤτοι συντιθεμένων delevi. 11 legendum ἐκ τῆς τῶν μ. π. συνθέσεως. 12 καὶ ἔστι om. B. 14—15 ὁμοίως ... δ′ delevi. 15 δ′] β′ AB. 26 μοριαῖον AB.

πλασιάζωμεν [εἰς] τὴν ΑΔ οὖσαν μοῖραν ᾱ, ἐπὶ τὸ ἓν ξ^ον^, λέγω δὴ τὴν ΑΞ, ἔσται τὸ πρῶτον χωρίον τὸ ΑΟ ξ^ου^ ἑνός· εἰ δὲ ἐπὶ τὰ β̄ λεπτὰ τὰ ΑΞ, ΞΖ, ἔσται λεπτὰ ἤτοι ξξ^α^ β̄ καὶ τὰ ἑξῆς· ὁμοίως οὖν καὶ μοῖρα ἐπὶ ἓν πρῶτον λεπτὸν ἢ δύο, ποιοῦσι πρῶτα, τῆς ΑΔ ὑποτεθείσης μοίρας, ⟨ἓν ἢ⟩ δύο καὶ ἑξῆς.

Φανερὸν ὅτι μοῖρα ἤτοι μοῖραι ἐπὶ λεπτὸν ἢ καὶ λεπτὰ πρῶτα, πρῶτα λεπτὰ ποιεῖ· ἀλλὰ δὴ πάλιν τὸ πρῶτον ξ^ον^, τὸ ΑΞ, διῃρήσθω εἰς ξ̄ καὶ ὁμοίως αἱ παράλληλοι ἐπινοείσθωσαν διὰ τῶν Π, Η· ἔσται ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΔΑΠ ὑπό τε μοίρας καὶ λεπτοῦ δευτέρου ἑνός, καὶ γίνεται διὰ τὰ αὐτὰ μοῖρα ἐπὶ δεύτερον λεπτὸν ἕν, δεύτερον λεπτὸν ἕν· καὶ ὁμοίως ἐπὶ δύο δεύτερα, δεύτερα δύο. διαιρεθέντος δὲ τοῦ πρώτου ξ^ου^ τῶν δευτέρων ξξ^ων^ τοῦ ΑΠ εἰς ξ̄, τὰ αὐτὰ φήσομεν καὶ τοῦτο ἀεί· ὥστε μοῖρα ἢ καὶ μοῖραι ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσι ποιήσουσι τὸ αὐτὸ ἐξ ἀνάγκης εἶδος.

Πάλιν δὴ ἔστω ἡ ΑΔ διῃρημένη εἰς ξ̄, ὧν δύο ἔστω τὰ ΑΣ, ΣΥ ξξ^α^ πρῶτα· ἐὰν δὴ πολλαπλασιάσω τὸ πρῶτον ξ^ον^ τὸ ΑΞ ἐπὶ τὸ πρῶτον τὸ ΑΣ, ἔσται τὸ γενόμενον τὸ ΑΧ δεύτερον γενόμενον· γίνεται γὰρ τοῦ ΑΒ γχ^ον^ μέρος. ὁμοίως κἂν δύο πρῶτα λεπτὰ τὰ ΥΑ ἐπὶ δύο ὁμοίως πρῶτα τὰ ΑΖ πολλαπλασιάζοις, ἕξεις χωρίον γινόμενον τὸ ΑΦ, τοιούτων γὰρ ὂν τεσσάρων οἵων τὸ ΑΒ γχ̄, ὥστε τὰ γινόμενα ἔσται δεύτερα καὶ τοῦτο ἑξῆς· ὥστε πρῶτα ἐπὶ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα.

---

1 εἰς delevi. 2 δὴ] δὲ AB. 2—3 τὸ ΑΟ] τῆς ᾱο̄ A. 6 ἓν ἢ addidi. 19 ΑΣ, ΣΥ] ασυ AB. 23 πολλαπλάσιας A, πολλαπλασίαζ B, cum marginali coniectura πολλαπλασιάζοις. 24 τοιοῦτον AB. 26 πρῶτον ἐπὶ πρῶτον AB.

Πάλιν δὴ ἔστω· τοῦ ΑΣ διαιρεθέντος πρώτου ξ^ου εἰς δεύτερα ξξ^α, ὧν δύο τὰ ΑΡ, ΡΨ, ἐὰν μὲν πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, οἷον τὸ ΞΑ ἐπὶ τὴν ΨΑ τουτέστι πρῶτον λεπτὸν ἓν ἐπὶ δεύτερα δύο, γίνονται τρίτα λεπτὰ δύο· τὰ δὲ τρίτα λεπτὰ δύο γίνεται δευτέρου ἑξηκοστὰ δύο, ὅπερ δὴ καὶ ὁρᾶται· ἔστι γὰρ τοῦ ΑΧ ὄντος δευτέρου ξ^ου [,γχ^ου] δύο ἑξηκοστά. ἀλλὰ δὴ κἂν δύο πρῶτα ἐπὶ δύο δεύτερα πολλαπλασιάζοις ἑξῆς, γίνεται τρίτα διὰ τὰ εἰρημένα· εἰ δὲ δεύτερα ἐπὶ δεύτερα, τέταρτα· ἐὰν γὰρ τὰ ΑΡ, ΡΨ δεύτερα δύο ἐπὶ τὰ ΑΠ, ΠΗ ὁμοίως δύο δεύτερα ποιῶν πολλαπλασιάσῃς, ἕξεις τὸ ΑΤ χωρίον γινόμενον λεπτῶν $\bar{\delta}$ τετάρτων· γίνεται γὰρ ὁμοίως τοιούτων τὸ ΑΤ τεσσάρων οἵων τὸ ΑΧ $\overline{\gamma\chi}$.

Σαφηνισθέντων δὴ τῶν πολλαπλασιασμῶν, δεικτέον ἑξῆς πῶς τε δεῖ πολλαπλασιάζειν καὶ ἔτι πῶς μερίζειν, πρῶτον ὁρισαμένους τί ἐστι μερισμός· μερισμὸς γάρ ἐστιν ἀριθμοῦ τινος κατὰ ἕτερον ἀριθμὸν διαίρεσις εἰς ἴσα τε καὶ ἰσοπλήθη ταῖς τοῦ ἀριθμοῦ μονάσι διαιρουμένου, εἴτε μονάδας ἐπὶ μονάδας μερίζειν δέοι, εἴτε λεπτὰ ἐπὶ λεπτά, εἴτε λεπτὰ καὶ μονάδας ἐπὶ λεπτὰ καὶ μονάδας.

Λέγεται δὲ καὶ ἄλλως μερίζεσθαι ἀριθμός, ὁπόταν διαιρῆται εἰς ἄνισα ὁποσαοῦν, ἁπλῶς γὰρ παρὰ τὸ διαμερίζεσθαι τὴν τοῦ ἀριθμοῦ σύνθεσιν· ἀλλ' ἐπιστῆσαί ἐστιν ὅτι ἄλλο τι ποιεῖ ὁ μερισμὸς οὗτος· διὸ καὶ οἱ πολλοὶ μᾶλλον τὸ τοιοῦτο διαίρεσιν ἀριθμοῦ καλοῦσιν, οὐκέτι δὲ μερισμόν· ὁ γὰρ κυρίως μερισμὸς τεταγμένος ἐστί· κατὰ γὰρ τὴν αὐτὴν τάξιν τῷ πολλα-

---

7 ,γχ^ου glossam delevi. 9 *δεύτερα* alt.] $\bar{\beta}\,\bar{\beta}$ B, $\bar{\beta}\,\bar{\beta}$ *δύο* A.
11 *ΑΤ*] $\overline{\alpha\tau}$ AB. 13 *τοιούτων τὸ*] *τοῖς* AB. *οἵων*] *ὁμοίων* AB.
23 *διαιρεῖται* AB. 25 *ὅτι*] *ὅταν* B.

πλασιασμῷ τέτακται, κἂν δοκῇ ἐναντίως αὐτῷ ἔχειν, ὅτι ὁ μὲν σύνθεσις, οὗτος δὲ διαίρεσίς ἐστι· τάξιν δὲ ὁμοίαν ἔχουσιν ὅτι, ὥσπερ ἐκεῖνος ἰσάκις συνετέθη, οὕτως καὶ οὗτος ἰσάκις μερίζεται. ὁ γὰρ μερίζων κατὰ ἕτερον ἀριθμὸν μερίζει δοθέντα· τοῦτο γὰρ τέλος τοῦ μερισμοῦ, τὸ εὑρεῖν ἀριθμόν τινα ὃς πολλαπλασιαζόμενος ἤτοι σύντιθέμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, ποιήσει τὸ τοῦ μεριζομένου πλῆθος.

Καλεῖται δὲ παρὰ τοῖς γεωμέτραις παραβολὴ χωρίου· τὸ γὰρ δοθὲν χωρίον παραβάλλεται, οἷον, εἰ τύχοι, τὸ τῶν $\bar{\rho}$ μ° παρά τινα, ὑπόθου τὸν $\bar{\varepsilon}$ ἀριθμόν, καὶ ποίει τὸν $\bar{\kappa}$ ἀριθμὸν πλάτος γινόμενον τοῦ χωρίου· ἦν δὲ ὁ $\bar{\kappa}$ ὁ ἐπιζητούμενος ὃς καὶ εὕρηται ἤδη· διὰ γὰρ τούτου ὁ μερισμὸς παντελῶς ἀνεφάνθη· τοῦτο δὲ ἦν τὸ λεγόμενον ὅτι οὐδὲν ἕτερόν ἐστι τὸ μερίσαι ἢ τὸ εὑρεῖν τινα ἀριθμὸν ὃς συντεθεὶς ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, οἷον ὁ $\bar{\kappa}$ ὃς εὕρηται, ἐπὶ τὸν $\bar{\varepsilon}$ ποιῆσαι ὀφείλει τὸ τοῦ μεριζομένου πλῆθος· ὃ καὶ ἔστιν· ὁ γὰρ εἰρημένος $\bar{\kappa}$ παρὰ τὸν $\bar{\varepsilon}$ ποιεῖ τὸν $\bar{\rho}$. ὥστε δεῖ ἐπιστῆσαι ὅτι ὁ μέλλων μερίζειν τι, πρότερον ἀποβλέπει εἰς τὸ βάθος τῆς γενέσεως τοῦ μέλλοντος μερίζεσθαι· ἦν γὰρ ὁ πολλαπλασιάσας τὸν μέλλοντα μερίζεσθαι ἡ γένεσις αὐτοῦ· ἰδοὺ γὰρ ὅτι καὶ ὁ μερισμὸς γέγονεν ἡμῖν ⟨ἐκ⟩ τῆς θεωρίας τοῦ πολλαπλασιάζοντος τὸν μερίζοντα.

Σαφῶς τούτων εἰρημένων, εἴπωμεν τί τε παρά τι μεριζόμενον ποιεῖ τί, δήλου ὄντος τοῦ ὅτι μοῖραι παρὰ

---

1 ἐναντίους B. 4 οὕτω A. 7 τὸν παρ' ὃν] τὸ παρὸν AB. 10 παραβάλλοι A, παραβάλλει? B. εἰ om. A. 16 τὸν A, τὸ B. 17 μερισμός B, ἀριθμός A. 22 πολλαπλασιασασμὸς A. 24 ἐκ addidi. 24—25 πλασιάζοντος AB. 26 εἴπομεν AB.

μοίρας μεριζόμεναι μοίρας ποιοῦσιν, ζητουμένου δὲ τοῦ περὶ τῶν ξξ$^{\omega\nu}$ λόγου, περὶ τούτου ῥητέον· ἱστέον τοίνυν, ὁποιονοῦν εἶδος λεπτῶν ἐπὶ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ προσεχὲς μεριζόμενον, ἓν ὁποιονοῦν τῶν πρὸ αὐτοῦ εἶδος ποιεῖ, χωρὶς τῶν πρώτων λεπτῶν μόνων· ῑ γὰρ τυχὸν λεπτὰ πρῶτα παρὰ β̄ μοίρας μεριζόμενα, πρῶτα λεπτὰ ποιεῖ ε̄· καὶ φανερὸν ὅτι τὰ πρῶτα λεπτὰ παρὰ τὸ πρὸ αὐτῶν εἶδος μερισθέντα, τουτέστι παρὰ μοίρας, τὸ ἐξ ἀρχῆς ἴδιον εἶδος πεποίηκε, πρῶτα γὰρ μεμένηκεν.

Ἐπὶ δὲ τῶν μετὰ ταῦτα οὐχ οὕτως ἔχει λοιπῶν εἰδῶν· δεύτερα γὰρ παρὰ τὰ προσεχῆ αὐτοῖς πρῶτα μεριζόμενα, πρῶτα ποιεῖ, καὶ οὐκέτι τὰ αὐτὰ δεύτερα· τοῦτο δὲ ῥᾷον ἐπιστῆσαι ἐκ τῶν ἐπάνω εἰρημένων. ἐλέγετο δὲ ὅτι δεῖ ζητῆσαι ἀριθμὸν ὃς συντιθέμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, καὶ τὰ ἑξῆς. κἀνταῦθα οὖν τὸ αὐτό ἐστι· δεῖ γὰρ ζητῆσαι ἀριθμὸν ὃς συντιθέμενος ἐπὶ τὸν μερίζοντα πάντως ποιῆσαι ὀφείλει τὸ μεριζόμενον εἶδος· [ἔστι δὲ ὁ εὑρισκόμενος ὁ ε̄·] εἴρηται δὲ ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς καὶ τοῦτο ὅτι μοῖρα ἤτοι μοῖραι, ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσιν, τὸ αὐτὸ εἶδος φυλάξουσιν. εἰ δὲ ταῦτα οὕτως, καὶ ἀνάπαλιν πᾶν εἶδος παρὰ μοῖραν ἢ μοίρας μεριζόμενον, ἤτοι παραβαλλόμενον, τὸ αὐτὸ εἶδος φυλάξει. πρῶτα δὲ λεπτὰ παρὰ πρῶτα μεριζόμενα μοίρας ποιεῖ, ὥσπερ καὶ μοῖραι ἐπὶ λεπτὰ πρῶτα πολλαπλασιαζόμεναι ἐποίουν λεπτὰ πρῶτα· ὁμοίως καὶ δεύτερα παρὰ δεύτερα μοίρας, καὶ τρίτα παρὰ τρίτα μεριζόμενα μοίρας ποιήσει, ἐπεὶ καὶ μοῖραι ἐπὶ τρίτα

1 ποιοῦσι A. 4 τῶν] an legendum τὸ? 15 ἀριθμὸν] καὶ AB. 16 τὸ παρὸν AB. 19—20 ἔστι . . . ὁ ε̄ delevi.

λεπτὰ πολλαπλασιαζόμεναι τρίτα λεπτὰ ποιοῦσιν· καὶ ἁπλῶς πᾶν εἶδος παρ' ἑαυτὸ μεριζόμενον μοῖραν ποιεῖ.

Οὐ δεῖ οὖν ἀπατᾶσθαι, εἴ που καθ' ὑπόθεσιν τρίτα ἑξηκοστὰ $\bar{\xi}$ μεριζόμενα παρ' ἑαυτά, εἰ τύχοι, παρὰ $\bar{\beta}$ λεπτὰ τρίτα, ποιήσει μοίρας $\bar{\lambda}$, ἐνθυμούμενος ὅτι τὰ $\bar{\xi}$ τρίτα μεριζόμενα ὀφείλει ποιεῖν ἐλάσσονα ἑαυτῶν ἀριθμὸν καὶ οὐχὶ μοίρας $\bar{\lambda}$, αἵτινες πολλαπλάσιαι τυγχάνουσι τῶν $\bar{\xi}$ λεπτῶν· οὐδὲν γὰρ ἄτοπον ἀπαντᾷ, κἂν γεγόνασιν αἱ $\bar{\lambda}$ μοῖραι ἐκ τοῦ μερισμοῦ τῶν τρίτων λεπτῶν παρ' ἑαυτά, παραβολῆς γινομένης τῶν $\bar{\xi}$ τρίτων λεπτῶν παρὰ μικρότερόν τινα, οἷον τὰ $\bar{\beta}$ τρίτα λεπτά, διότι ἐξ ἀνάγκης μακροτέραν πλευρὰν ἐκ τοῦ μερισμοῦ τῶν λεπτῶν ἔδει γενέσθαι ἐναντίως ταῖς μονάσι· μόρια γάρ εἰσι τὰ λεπτά. ἐπὶ δὲ τῶν μορίων ἀεὶ τοῦτο οὕτως εὑρίσκεται μεριζομένων παρὰ μόρια, ὥσπερ τὸ ιβ' καθ' ὑπόθεσιν παρὰ τὸ δ' μεριζόμενον ἐξ ἀνάγκης ποιεῖ τὸ γ'. φανερὸν δὲ ἔσται πάλιν τὸ λεγόμενον δι' ἀναγραφῆς χωρίου τῷ βουλομένῳ· σεσημειώσθω δὲ τὸ εἰρημένον ὡς ἀναγκαῖον καὶ τοῖς πολλοῖς οὐκ εὔδηλον.

Δεύτερα μέντοι λεπτὰ παρὰ πρῶτα ποιεῖ πρῶτα, ἐπειδὴ καὶ πρῶτα ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα ἐποίει δεύτερα, καὶ εἴρηται ὅτι ὁ μερισμὸς οὐδέν ἐστιν ἕτερον ἢ κατὰ βάθος πολλαπλασιασμοῦ τινος θεωρία τοῦ γεννήσαντος τὸν μεριζόμενον, καὶ ὅτι μερίζειν ἐστὶ τὸ εὑρίσκειν ἀριθμόν τινα ὃς πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὸν παρ' ὃν γίνεται ὁ μερισμός, ποιήσει τὸ τῶν μεριζομένων εἶδός τε καὶ πλῆθος τῶν μορίων. διὰ δὴ τὰ αὐτὰ καὶ τρίτα παρὰ δεύτερα μεριζόμενα πρῶτα ποιεῖ, ἐπεὶ καὶ δεύτερα ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα τρίτα

1 ποιοῦσι A. 25 τὸν A, τὸ B. 27 μορίων] μ̊. AB.

ποιεῖ· καὶ τρίτα παρὰ πρῶτα μεριζόμενα ποιεῖ δεύτερα, καὶ πέμπτα παρὰ δεύτερα, τρίτα καὶ ἑξῆς. κοινωνία οὖν τις καὶ ἐναντιότης, ὡς εἴρηται, θεωρεῖται ἐν τοῖς πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς· πρῶτα γὰρ ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα δεύτερα ποιεῖ, δεύτερα δὲ παρὰ πρῶτα μεριζόμενα πρῶτα ποιεῖ· καὶ πάλιν πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ, καὶ μεριζόμενα ταῦτα παρὰ πρῶτα ποιεῖ δεύτερα. πάλιν πρῶτα ἐπὶ τρίτα, τέταρτα ποιεῖ, καὶ μεριζόμενα ⟨ταῦτα⟩ παρὰ τρίτα ποιεῖ πρῶτα, καὶ ἑξῆς ὁμοίως. καὶ δεύτερα ἐπὶ δεύτερα ποιεῖ τέταρτα καὶ μεριζόμενα παρὰ τὰ δεύτερα τὰ εἰρημένα τέταρτα ποιεῖ δεύτερα· δῆλον οὖν ὅτι ὁ μὲν πολλαπλασιασμὸς παρωνύμως γίνεται ἐκ τοῦ κατὰ σύνθεσιν, ὡς εἴρηται· δεύτερα γάρ, εἰ τύχοι, ἐπὶ τρίτα, πέμπτα ποιεῖ, ἐπεὶ καὶ $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\gamma}$ συντιθέμενα γίνεται $\bar{\epsilon}$· ὁ δὲ μερισμὸς κατὰ τὸ ἐναντίον τούτῳ, ἐκ τοῦ κατὰ διαίρεσιν γάρ· πέμπτα γὰρ παρὰ τρίτα μεριζόμενα γίνεται δεύτερα, καὶ ἀπὸ τῶν $\bar{\epsilon}$ ἀφαιρουμένων $\bar{\gamma}$ καταλείπονται $\bar{\beta}$· καὶ φανερὸν ὅτι ἐκ τοῦ κατὰ διαίρεσιν παρωνύμου γίνεται ὁ μερισμός.

Οὕτως οὖν τὰ προσεχῆ γίνεται καὶ τοῦτο χρὴ εἰδέναι ὅτι πᾶν εἶδος παρὰ τὸν $\bar{\xi}$ ἁπλῶς μεριζόμενον ποιεῖ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ εἶδος, ἐπινοουμένων τῶν $\bar{\xi}$ πρώτων λεπτῶν $\bar{\xi}$· εἰ γὰρ καθ' ὑπόθεσιν τὰ $\overline{\sigma\mu}$ πρῶτα λεπτὰ παρὰ τὸν $\bar{\xi}$ μερίσω, τουτέστι παρὰ πρῶτα λεπτὰ $\bar{\xi}$, ἕξω μοίρας $\bar{\delta}$, ἐπεὶ καὶ $\bar{\delta}$ μοῖραι ἐπὶ πρῶτα ἑξηκοστὰ $\bar{\xi}$ ποιοῦσι πρῶτα λεπτὰ $\overline{\sigma\mu}$· μοῖρα γὰρ καὶ μοῖραι ἐφ' ὃ ἂν εἶδος πολλαπλασιασθῶσι, τὸ αὐτὸ εἶδος ποιοῦσιν· εἰσὶν οὖν τὰ $\bar{\xi}$ λεπτὰ πρῶτα, παρ' ἃ γίνεται ὁ με-

---

3 ὡς om. A. 9 ταῦτα addidi. 19 πρῴνυμος B ex corr.

ρισμός, μοῖρα ᾱ, παρ' ἣν ἐὰν μερίσωμεν τὰ σμ̄ πρῶτα λεπτά, τὸ αὐτὸ ἔσται· σμ̄ γὰρ λεπτὰ πρῶτα μοῖραί εἰσι δ̄, αἵτινες μεριζόμεναι παρὰ τὴν μίαν μοῖραν γίνονται δ̄· τετράκις γὰρ μία, δ̄· ἐπειδὴ καὶ μοῖραι ἐπὶ μοῖραν μοίρας ποιεῖ.

Καὶ δεύτερα δὲ λεπτὰ εἰ τύχοι τ̄ παρὰ τὸν ξ̄ μεριζόμενα ποιεῖ πρῶτα ε̄, δηλονότι ἐπινοουμένων, ὡς εἴρηται, τῶν ξ̄ πρώτων ξ̄, διὸ καὶ πρῶτα ἐπὶ πρῶτα πολλαπλασιαζόμενα δεύτερα ποιεῖ· τὰ γὰρ ξ̄ πρῶτα ἐπὶ τὰ ε̄ πρῶτα, τ̄ δεύτερα ποιεῖ. εἰ δὲ τρίτα ὑποθώμεθα τὰ τ̄ ταῦτα καὶ μερίσωμεν αὐτὰ παρὰ τὸν ξ̄, ἔσονται τὰ πρὸ αὐτῶν τουτέστι ε̄ δεύτερα, ἐπεὶ καὶ πρῶτα ἐπὶ δεύτερα, τρίτα ποιεῖ· ὡς οὖν εἴρηται, τὰ ἁπλῶς λαμβανόμενα ξ̄ παρ' ἃ δεῖ γίνεσθαι τοὺς μερισμούς, πάντῃ δεῖ ἐπινοεῖσθαι πρῶτα λεπτὰ ὄντα· οὕτω δὲ καὶ πέμπτα λεπτὰ παρὰ τὸν ξ̄ τέταρτα ποιεῖ, καὶ ἕκτα, πέμπτα.

III.

Ex codice Parisino Gr. 2448 = A.

Διοφάντου ἐπιπεδομετρικά.

1 Ἔχει ὁ κύκλος διαμέτρῳ πόδας ζ̄· εὑρεῖν τὴν περίμετρον καὶ τὸ ἐμβαδόν.

a Ποιεῖ τὴν διάμετρον τρισσάκις καὶ αὐτῇ τῇ δια-

---

1 ᾱ] β̄ AB. 3 εἰσιν A. 10 τ̄] τὰ. AB. 11 μερίσωμεν] φήσωμεν B.

18 sqq. Cf. *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae* ed. Hultsch, Berolini 1864 (Geometria = Geom., Stereometrica = Ster., Mensura = Mens., Liber Geeponicus = Geep.).

1a. Cf. Geom. 87, 8, Geep. 61.

μέτρῳ πρόσβαλε μέρος ζ^ον^ τῶν ζ̄· γίνονται κβ̄· τοσοῦτον ἡ περίμετρος.

Τὸ δὲ ἐμβαδὸν οὕτως· τοὺς ζ̄ ἐφ' ἑαυτούς, γίνονται b
μθ̄· τούτους διαπαντὸς ἐπὶ τὰ ιᾱ, γίνονται φλθ̄· τούτων
5 ιδ', λη̄ L'· ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοσοῦτον.

Κύκλος οὗ ἡ μὲν διάμετρος ιδ̄, ἡ δὲ περίμετρος μδ̄· 2a
εὑρεῖν τὸ ἐμβαδὸν ἀπὸ τῆς περιμέτρου καὶ διαμέτρου.
ποίει οὕτως· λάβε τῆς περιμέτρου τὸ L', γίνονται κβ̄·
καὶ τῆς διαμέτρου τὸ L', γίνονται ζ̄· πολυπλασίασον
10 τὰ ζ̄ ἐπὶ τὰ κβ̄, γίνονται ρνδ̄· τοσοῦτον ἔσται τὸ
ἐμβαδόν.

Καὶ ἄλλως. πολυπλασίασον τὰ μδ̄ ἐπὶ τὰ ιδ̄, γί- b
νονται χις̄· τούτων λάβε δ', γίνονται ρνδ̄· τοσοῦτον
τὸ ἐμβαδόν.

15 Ἔτι κύκλου περίμετρος μδ̄· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν διά- 3
μετρον. ποίησον καθολικῶς τοὺς μδ̄ ἑπτάκις, γίνονται
τη̄· τούτων τὸ κβ', ιδ̄· τοσοῦτον ἡ διάμετρος.

Τριῶν κύκλων ἁπτομένων ἀλλήλων, εὑρεῖν τοῦ 4
μέσου σχήματος τὸ ἐμβαδόν· ἔστωσαν δὲ αὐτῶν αἱ
20 διάμετροι ἀνὰ ζ̄. ποίει οὕτως· τὴν διάμετρον ἐφ'
ἑαυτήν, γίνονται μθ̄· ταῦτα δίς, γίνονται ⌊ιη̄· τούτων
τὸ ιδ', γίνονται ζ̄· ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοσοῦτον.

Τεσσάρων κύκλων ἁπτομένων ἀλλήλων, εὑρεῖν τοῦ 5
μέσου σχήματος τὸ ἐμβαδόν· ἔστωσαν δὲ αὐτῶν αἱ
25 διάμετροι ἀνὰ ζ̄. ποίει οὕτως· τὴν διάμετρον ἐφ'

1b. Cf. Geom. 87, 4, Geep. 63. — 2a. Cf. Geom. 88, 10. — 2b. Cf. Geom. 101, 3 et 9. — 3. Cf. Geom. 88, 3; 101, 2. — 4. Falsa prorsus solutio: inveniendus enim erat numerus 2 quam proxime. — 5. Simile quid Geom. 101, 9.

---

20 ἀνὰ] ἀπὸ A. 21 δίς] δὲ A in rasura.

ἑαυτήν, γίνονται μθ· ταῦτα τρισσάκις, γίνονται ρμζ· ὧν ιδ', ι L'· τοσοῦτον τὸ ἐμβαδόν.

6 Ἔστω ἡμικύκλιον οὗ ἡ βάσις ιδ, ἡ δὲ κάθετος ζ· εὑρεῖν τὴν περίμετρον καὶ τὸ ἐμβαδόν. ποίει οὕτως· σύνθες τὴν βάσιν ..... ἐπὶ τὴν κάθετον, τουτέστι τοὺς ιδ ἐπὶ τοὺς ζ, γίνονται ⌞ιη· ταῦτα καθολικῶς ἑνδεκάκις, γίνονται ͵αοη· τούτων τὸ ιδ', οζ· τοσοῦτον τὸ ἐμβαδόν.

7 Ἔστω σφαῖρα ἔχουσα τὴν διάμετρον ι· εὑρεῖν αὐτῆς τὴν ἐπιφάνειαν. ποίει οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια, γίνονται ͵αρ· τούτων τὸ ιδ', οη L' ιδ'· ταῦτα τετράκις, γίνονται τιδ δ' κη'· τοσοῦτον ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας.

8 Τὸ δὲ πλινθίον συνέστηκεν ἐπὶ τῶνδε τῶν ἀριθμῶν· ς, η, θ, ιβ· ὁ μὲν οὖν η πρὸς τὸν ς ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ, καθ' ἣν ἡ διὰ τεσσάρων ἐστὶν ἁρμονία· ὁ δὲ ιβ πρὸς τὸν ς ἐν διπλασίῳ, καθ' ἣν ἡ διὰ πασῶν .... ἕξεων ἔλεγχοι καὶ τῆς ἀναλογίας ἀριθμητικῆς μὲν ἐκ τῶν ς καὶ θ καὶ ιβ· οἷς γὰρ ἂν ὑπερέχῃ ὁ μέσος τοῦ πρώτου, τοσούτοις ὑπερέχεται τοῦ τελευταίου. γεωμετρικὴ δὲ ἡ τῶν τεσσάρων· ὃν γὰρ λόγον ἔχει τὰ η πρὸς τὰ ς, τοσοῦτον τὰ ιβ πρὸς τὰ θ· ὁ δὲ λόγος ἐπίτριτος .....

9a Ἡμικυκλίου λώρου τοῦ λεγομένου ἡ διάμετρος ζ καὶ τὰ πάχη ἀνὰ β. σύνθες τὴν διάμετρον καὶ τὰ δύο πάχη, γίνονται ια· ταῦτα ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρκα· ἀπὸ τούτων ὕφειλον τὴν διάμετρον ἐφ' ἑαυτήν, γίνονται μθ, λοιπὸν οβ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια, γίνονται ψ⌞ιβ· τούτων

6. Cf. Geom. 93, 2 et 8. — 7 = Ster. I, 5. — 8 = Ster. I, 30.

5 τὸ κάθετον A. Lacunam statui (item infra l. 17 et 22).

τὸ κη′, γίνονται κη δ′ κη′· τοσοῦτον τὸ ἐμβαδὸν τοῦ λώρου.

⟨ἄλλως⟩. σύνθες τὴν διάμετρον καὶ τὸ ἓν πάχος, γίνονται θ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια, γίνονται ͵αθ· τούτων τὸ ζ′, γίνονται ιδ ζ′· τοσοῦτον ἡ περίμετρος ἐν τῷ μέσῳ· ταῦτα ἐπὶ τὸ πάχος, ἐπὶ τὰ β, γίνονται κη δ′ κη′.

Μέθοδος τῶν πολυγώνων.

Πεντάγωνον μετρήσομεν οὕτως οὗ ἑκάστη πλευρὰ ι· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ ι ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρ· ταῦτα ποιῶ πεντάκις, γίνονται φ· ὧν γ′ ρξς ω· ἔσται τὸ ἐμβαδὸν ρξς ω.

Εὑρεῖν δὲ καὶ τοῦ περιγραφομένου κύκλου τὴν διάμετρον· ἔσται ιζ· ποιῶ δὲ οὕτως· τὰ ι τῆς πλευρᾶς ἐπὶ τὰ ιζ, γίνονται ρο· ταῦτα μερίζω ἐπὶ τὰ ι, γίνονται ιζ· ἔσται ἡ διάμετρος τοῦ περιγραφομένου κύκλου ιζ.

Ἑξάγωνον δὲ μετρήσομεν οὕτως. ἐὰν ἔχῃ τὴν διάμετρον ξ, ἡ δὲ πλευρὰ λ, ποιῶ οὕτως· τὰ λ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ͵ϡ· ταῦτα ποιῶ ἑξάκις, γίνονται ͵ευ· ὧν τρίτον καὶ δέκατον, γίνονται ͵βτμ· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἑξάγωνον.

Ἄλλως δὲ πάλιν τὴν πλευρὰν ἐφ' ἑαυτήν, γίνονται ͵ϡ· ταῦτα πολυπλασίαζε ἐπὶ τὰ ιγ, γίνονται ä. ͵αψ· ἄρτι μερίζω· ὧν ε′, γίνονται ͵βτμ· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

Ἔστω ἑπτάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, οὗ

10a = Geep. 75, 1 (cf. Geom. 102, 2). — 10b = Geep. 75, 2. — 11a = Geep. 76 (cf. Geom. 102, 4). — 11b = Geep. 77 (cf. Geom. 102, 3). — 12. Geom. 102, 5.

---

1 κη] κ A. 3 ἄλλως addidi. 11 ρξς prius] ρξ A. 18 ͵ϡ] ͵ A. 21 ä] δϋ A.

ἑκάστη πλευρὰ $\overline{\iota}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ $\overline{\iota}$ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\rho}$· καὶ τὰ $\overline{\rho}$ ἐπὶ $\overline{\mu\gamma}$, γίνονται ͵$\overline{\delta\tau}$· ὧν τὸ ιβ', $\overline{\tau\nu\eta}$ γ'· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

3a Ἔστω ὀκτάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, οὗ ἑκάστη πλευρὰ $\overline{\iota}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ $\overline{\iota}$ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\rho}$· ταῦτα ἐπὶ τὰ $\overline{\kappa\vartheta}$, γίνονται ͵$\overline{\beta\lambda}$· τούτων ποιῶ πάντοτε τὸ ϛ', γίνονται $\overline{\upsilon\pi\gamma}$ γ'· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀκταγώνου.

b Εὑρεῖν δὲ καὶ τοῦ περιγραφομένου κύκλου τὴν διάμετρον· ἔσται πόδες $\overline{\kappa\varsigma}$ ....· ποιῶ δὲ οὕτως· τὰ $\overline{\kappa\varsigma}$ πεντάκις, γίνονται $\overline{\rho\lambda}$· ὧν τὸ ιγ', $\overline{\iota}$· τοσοῦτον ἡ πλευρὰ ἑκάστη τοῦ ὀκταγώνου.

c Ἐὰν δὲ εἰς τετράγωνον θέλῃς ἐγγράψαι ὀκτάγωνον, ἐὰν ἔχῃ ἡ πλευρὰ τοῦ τετραγώνου $\overline{\kappa\delta}$, τούτους πεντάκις, γίνονται $\overline{\rho\kappa}$· ὧν τὸ ιβ', γίνονται $\overline{\iota}$· τοσοῦτον ἡ πλευρὰ τοῦ ὀκταγώνου.

4a Ἔστω ἐννάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, οὗ ἑκάστη πλευρὰ $\overline{\iota}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ $\overline{\iota}$ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\rho}$· ταῦτα ἐπὶ τὰ $\overline{\nu\alpha}$, γίνονται ͵$\overline{\varepsilon\rho}$· τούτων τὸ η', γίνονται $\overline{\chi\lambda\xi}$ ∠'· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

b Εὑρεῖν δὲ καὶ τοῦ περιγραφομένου κύκλου τὴν διάμετρον. ἔσται πόδες $\overline{\lambda}$· ποιῶ οὕτως· ἑκάστη πλευρὰ ἔχει $\overline{\iota}$· ἡ δὲ διάμετρος τριπλάσιον, γίνονται πόδες $\overline{\lambda}$.

5a Ἔστω δεκάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, οὗ ἑκάστη πλευρὰ πόδες $\overline{\iota}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν.

13a. Geom. 102, 6. — 14a. Geom. 102, 7. — 15a. Geom. 102, 8.

---

8 ὀκταγώνου] διακονίου A. 10 Lacunam statui. 12 ὀκταγώνου] τριγώνου A. 13 θέλεις A. 14 ἔχει A.

ποιῶ οὕτως· τὰ ῑ ἐφ' ἑαυτά, γίνεται ρ̄· ταῦτα ἐπὶ τὰ ιε, γίνεται ,αφ· ὧν τὸ ∠', γίνεται ψν̄· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ δεκαγώνου, πόδες ψν̄.

Ἄλλως δὲ πάλιν τὰ ῑ ἐφ' ἑαυτά, γίνεται ρ̄· ταῦτα ἐπὶ τὰ λη̄, γίνονται ,γω̄· τούτων ἀεὶ τὸ ε', γίνεται ψξ̄· αὕτη ἡ μέθοδος ἀκριβῶς ἔχει, ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τοῦ περιεχομένου τῷ δεκαγώνῳ ἐστὶ πόδες κε̄ †.

Ἔστω ἑνδεκάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, οὗ 16
ἑκάστη πλευρὰ ῑ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ ῑ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρ̄· ταῦτα ἐπὶ τὰ ξς̄, γίνονται ,ςχ· ὧν ἕβδομον, ,μγ· ἔστω τὸ ἐμβαδὸν τοσοῦτον.

Ἔστω δωδεκάγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον, οὗ 17
ἑκάστη πλευρὰ ῑ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ ἐμβαδόν. ποιῶ οὕτως· τὰ ῑ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρ̄· ταῦτα ἐπὶ τὰ με̄, γίνονται ,δφ· ὧν τὸ δ', γίνονται ,αρκε· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

Ἐὰν θέλῃς ἀπὸ διαμέτρου κύκλου εὑρεῖν πλευρὰν 18
ὀκταγωνικήν, ποίει οὕτως· τὴν διάμετρον πεντάκις οὖσαν ιβ̄, γίνονται ξ̄· ἄρτι μερίζω· ὧν τὸ ιβ', γίνονται ε̄· τοσοῦτόν ἐστιν ἡ πλευρὰ τοῦ ὀκταγώνου, ἡ δὲ διάμετρος ιβ̄.

Πάλιν δὲ προστιθῶ μίαν πλευρὰν τῇ διαμέτρῳ τοῦ ὀκταγώνου, ὁμοῦ γίνονται ιξ̄, ὅπερ ἐστὶ διαγώνιος τοῦ ἔξωθεν τετραγώνου.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν θέλῃς ἐκ τῆς πλευρᾶς εὑρεῖν

15b. Ex his corrigas Geom. 105, 13 et Geep. 177. — 16. Geom. 102, 9. Numerus 943 pro fracto proximo est. — 17. Geom. 102, 10. — 18. Hic *διάμετρος κύκλου* vel l. 20—21 *τοῦ ὀκταγώνου* est diametrus circuli inscripti sive latus quadrati *τοῦ ἔξωθεν*.

---

7 κε̄ A; oportebat λ̄ γ' ιε'. 15 ,δφ] ,ςφ A.

τὴν διάμετρον τοῦ ὀκταγώνου, ποίει οὕτως· ἐὰν ἡ πλευρὰ $\bar{\varepsilon}$, πάντοτε ποίει τὴν πλευρὰν δωδεκάκις· ἄρτι μερίζω· ὧν πέμπτον, γίνονται $\overline{\iota\beta}$· τοσοῦτόν ἐστιν ἡ διάμετρος τοῦ ὀκταγώνου.

d Ἄλλως δὲ πάλιν ἡ διαγώνιος ἐπὶ τετραγώνου· ἐὰν ἔχῃ ἡ διάμετρος ιβ, λάμβανε πλευρὰν ὀκταγωνικήν, ὅ ἐστιν $\bar{\varepsilon}$, λοιπὸν μένουσιν $\bar{\xi}$· τούτων τὸ $\angle'$, $\bar{\gamma}$ $\angle'$· ταῦτα ὑφαιρῶ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῶν $\overline{\iota\beta}$, λοιπὸν μένουσιν $\bar{\eta}$ $\angle'$· ταῦτα δίς, γίνονται $\overline{\iota\zeta}$· τοσοῦτόν ἐστιν ἡ διαγώνιος τοῦ ἔξωθεν τετραγώνου.

e Εἰ δέ ἐστιν ἡ μία πλευρὰ τοῦ τετραγώνου μείζων, † κοινοῦται καὶ λαμβάνω· ὧν $\angle'$· ἐκ τούτου δὲ καὶ εἰ ἔστι συγγών'. †, εὑρίσκεται τῇ μεθόδῳ ταύτῃ.

f Ὅπως δὲ πάλιν εὑρίσκεται τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀκταγώνου. ποιῶ οὕτως· ἐὰν ἔχῃ τὴν διάμετρον ιβ, ταῦτα ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρμδ· τούτων ὑφαιρῶ ἕκτον μέρος, γίνονται $\overline{\kappa\delta}$· λοιπὸν μένουσιν $\overline{\rho\kappa}$· τοσοῦτον ἔσται τὸ ἐμβαδόν.

g Ἄλλως δὲ πάλιν μετρήσομεν· ἐὰν [ἔστιν] ἡ διάμετρος $\overline{\iota\beta}$ ῇ, πλευρὰ ἡ μία ἔχει $\bar{\varepsilon}$· νῦν ποιῶ τὴν πλευρὰν ἐπὶ τὴν διάμετρον τῶν $\overline{\iota\beta}$, γίνονται $\bar{\xi}$· ταῦτα δίς, γίνονται $\overline{\rho\kappa}$· τοσοῦτόν ἐστι τὸ ἐμβαδόν.

h Ὅπως μετρεῖται ὀκτάγωνος, μᾶλλον δὲ καὶ θεμελιοῦται. ποίησον οἶκον τετράγωνον, οὗ τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος $\overline{\iota\beta}$, καὶ λαβὼν τῆς διαγωνίου $\angle'$, ἀπότιθε ἀπὸ

18h. Cf. Mens. 52 et Geep. 199.

1 διάμετρον] διάλεκτον A. 3 $\overline{\iota\beta}$] $\overline{\iota\varepsilon}$ A. 5 ἐὰν] ἂν A. 12 Vix sanandus locus: pro κοινοῦται suspicor ποίει οὕτως et postea lacunam. 13 συγγών'.] forsan legendum σύνεγγυς ⟨τετράγωνος⟩. 19 ἔστιν delevi. 20 ῇ] ὄγδοον A; forsan ἡ πλευρὰ ἡ μία.

γωνίας εἰς γωνίαν, καὶ δυνήσῃ στῆσαι τὸ ὀκτάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον.

Ἔχουσι τὰ $\overline{\iota\alpha}$ τετράγωνα $\overline{\iota\delta}$ κύκλους. 19

ἔχουσι τὰ $\overline{\iota\gamma}$ τετράγωνα $\overline{\lambda}$ τρίγωνα ἰσόπλευρα· ἔστι δὲ τὰ $\overline{\iota\gamma}$ τῶν $\overline{\lambda}$ μέρος τρίτον ⟨καὶ⟩ δέκατον.

ἔχουσι τὰ $\overline{\epsilon}$ τετράγωνα $\overline{\gamma}$ πεντάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\iota\gamma}$ τετράγωνα $\overline{\epsilon}$ ἑξάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\mu\gamma}$ τετράγωνα $\overline{\iota\beta}$ ἑπτάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\kappa\vartheta}$ τετράγωνα $\overline{\varsigma}$ ὀκτάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\nu\alpha}$ τετράγωνα $\overline{\eta}$ ἐννάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\iota\epsilon}$ τετράγωνα $\overline{\beta}$ δεκάγωνα.

ἄλλως δὲ πάλιν ἔχουσι τὰ $\overline{\lambda\eta}$ τετράγωνα $\overline{\epsilon}$ δεκάγωνα. αὕτη καὶ ἀκριβεστάτη.

ἔχουσι τὰ $\overline{\xi\varsigma}$ τετράγωνα $\overline{\zeta}$ ἑνδεκάγωνα.

ἔχουσι τὰ $\overline{\mu\epsilon}$ τετράγωνα $\overline{\delta}$ δωδεκάγωνα.

Ἀπέδειξεν Ἀρχιμήδης ὅτι τὰ $\overline{\lambda}$ τρίγωνα ἰσόπλευρα 20
ἴσα ἐστὶν $\overline{\iota\gamma}$ τετραγώνοις, ἃ τῶν $\overline{\lambda}$ ἐστὶ μέρος τρίτον ⟨καὶ⟩ δέκατον· ποίει οὖν τὴν πλευρὰν ἐφ' ἑαυτήν, καὶ τῶν γινομένων τὸ τρίτον ⟨καὶ⟩ δέκατον ἔσται τὸ ἐμβαδόν· τουτέστι $\overline{\lambda}$ τῆς μιᾶς πλευρᾶς ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\text{ϡ}}$· ὧν τρίτον καὶ δέκατον, γίνονται $\overline{\tau\iota}$· τοσοῦτον τὸ ἐμβαδόν.

Ἄλλως τὸ αὐτὸ κάλλιον. τὰ $\overline{\lambda}$ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\text{ϡ}}$· ταῦτα ἐπὶ τὰ $\overline{\iota\gamma}$ τετράγωνα, γίνονται ἅ. $\overline{\alpha\psi}$· ταῦτα μέριζε παρὰ τὰ $\overline{\lambda}$ τρίγωνα, γίνονται $\overline{\tau\iota}$.

Ἄλλως. εὑρεῖν πρῶτον τὴν κάθετον. τὰ $\overline{\lambda}$ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\text{ϡ}}$· τούτων ἄρον τὸ δ', γίνονται $\overline{\sigma\kappa\epsilon}$·

20a, b, c, d. Geom. **17**, 1, 3, 4, 5.

---

5 καὶ addidi (item infra lin. 18 et 19). 10 $\bar{\eta}$] $\bar{\zeta}$ A. 17 τρίτον] τρίγωνον A.

λοιπὸν χοε· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ κς· τοσοῦτον ἡ κάθετος.

d Ἄλλως. τὰ λ τῆς μιᾶς πλευρᾶς ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ·· καὶ τὸ ἥμισυ τῆς βάσεως, τουτέστι τὰ ιε, ἐφ' ἑαυτά, γίνονται σκς· ταῦτα ἀπὸ τῶν ··, λοιπὸν χοε· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ κς· τοσοῦτον ἡ κάθετος· ταῦτα ἐπὶ τὸ ∠' τῆς μιᾶς πλευρᾶς, τουτέστι τῆς βάσεως, ἐπὶ τὰ ιε, γίνονται τ· τοσοῦτον τὸ ἐμβαδόν.

1a Τμῆμα ἧττον ἡμισφαιρίου μετρῆσαι, οὗ ἡ διάμετρος ιβ καὶ ἡ κάθετος δ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. τῆς βάσεως ∠' ἐφ' ἑαυτό, γίνονται λς· ταῦτα τρισσάκις, γίνονται ρη· καὶ τὴν κάθετον ἐφ' ἑαυτήν, γίνονται ις· σύνθες ὁμοῦ, γίνονται ρκδ· ταῦτα πάλιν ἐπὶ τὴν κάθετον, γίνονται υ· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται ,ευνς· τούτων τὸ κα', γίνονται σνθ ϡ ζ'· τοσοῦτον τὸ στερεόν.

b Εὑρεῖν δὲ ἀπὸ τῆς διαμέτρου καὶ τῆς καθέτου τὴν διάμετρον ὅλης τῆς σφαίρας. τῆς βάσεως τὸ ∠' ἐφ' ἑαυτό, γίνονται λς· ταύτην μέριζε παρὰ τὴν κάθετον, παρὰ τὰ δ, γίνονται θ· μῖξον ὁμοῦ μετὰ τὰ δ, γίνονται ιγ· τοσοῦτον ἔσται ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας.

2 Ἔστω κῶνος ἀτέλεστος, οὗ ἡ περίμετρος τῆς βάσεως ξ,
a ἡ δὲ τῆς κορυφῆς ς, τὰ δὲ κλίματα ἀνὰ ιε· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. λαμβάνω τὸ γ' τῆς βάσεως τῶν ξ, γίνονται κ, ἥτις ἐστὶν ἡ διάμετρος· καὶ τῶν ς τῆς κορυφῆς τὸ γ', γίνονται β· καὶ ποιῶ ὡς τραπέζιον ἰσοσκελές, καὶ ἀφαιρῶ τὰ β ἀπὸ τῶν κ, λοιπὸν ιη· τούτων τὸ ∠', θ· ἐπὶ ταῦτα πεσεῖται ἡ κάθετος· ταῦτα

22a. Diametri et inde altitudo crassius computantur.

11 τρισάκις A.

ἐφ' ἑαυτά, γίνονται $\overline{\pi\alpha}$· καὶ τὰ $\overline{\iota\varepsilon}$ τοῦ κλίματος ἐφ ἑαυτά, γίνονται $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$· ἀπὸ τούτων ἀφαιρῶ τὰ $\overline{\pi\alpha}$, λοιπὸν $\overline{\rho\mu\delta}$· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ $\overline{\iota\beta}$. ἔσται ἡ κάθετος τοῦ κώνου, τουτέστι τὸ ὕψος, $\overline{\iota\beta}$.

Εὑρεῖν αὐτοῦ ⟨τὸ στερεόν. σύνθες⟩ τὰ $\overline{\varsigma}$ τῆς κορυφῆς καὶ τὰ $\overline{\xi}$ τῆς βάσεως, γίνονται $\overline{\xi\varsigma}$· τούτων τὸ ἥμισυ, $\overline{\lambda\gamma}$· ἀναγεγράφθω κύκλος οὗ ἡ περίμετρος $\overline{\lambda\gamma}$· γίνεται αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν $\overline{\pi\varsigma}$ ∠′ η′. καὶ ὁμοίως ἀφαιρῶ τὰ $\overline{\varsigma}$ τῆς κορυφῆς ἀπὸ τῶν $\overline{\xi}$ τῆς βάσεως, λοιπὸν $\overline{\nu\delta}$· τούτων τὸ ἥμισυ, κζ. ἀναγεγράφθω ἕτερος κύκλος, οὗ ἡ περίμετρος $\overline{\kappa\zeta}$· γίνεται αὐτοῦ τὸ ἐμβαδὸν $\overline{\nu\eta}$· τούτων τὸ γ′, $\overline{\iota\vartheta}$ γ′· ταῦτα προστιθῶ τοῖς $\overline{\pi\varsigma}$ ∠′ η′· γίνονται ὁμοῦ $\overline{\rho\varepsilon}$ ∠′ γ′ η′· ταῦτα ἐπὶ τὴν κάθετον, ἐπὶ τὰ $\overline{\iota\beta}$, γίνονται $\overline{\text{͵ασοα}}$ ∠′· τοσοῦτον ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κώνου.

Μέθοδος καθολικὴ ἐπὶ τῶν πολυγώνων. οὕτως· 23

Ἔστω πεντάγωνον οὗ ἡ διάμετρος $\overline{\kappa}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν· οὕτως· πάντοτε τὴν διάμετρον καθολικῶς τριπλασιάζεις· τρισσάκις, γίνονται $\overline{\xi}$· καὶ μερίζω παρὰ τὸν $\overline{\varepsilon}$, γίνονται $\overline{\iota\beta}$· τοσοῦτόν ἐστιν ἡ πλευρὰ τοῦ πενταγώνου.

Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν τοῦ αὐτοῦ 24
πενταγώνου ἀπὸ τῆς πλευρᾶς, ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· πάντοτε τὸ πεντάκις, γίνονται $\overline{\xi}$· ἄρτι μερίζω καθολικῶς· ὧν γ′, γίνονται $\overline{\kappa}$. τοσοῦτον ἔσται ἡ διάμετρος τοῦ πενταγώνου.

22b. Elegans methodus: 58 quam proxime ponitur pro $58-\frac{1}{88}$. — 23 = Geep. 146. — 24 = Geep. 147.

---

5 τὸ στερεόν. σύνθες addidi. 6 $\overline{\xi}$] $\overline{\varsigma}$ A. 11 $\overline{\nu\eta}$] $\overline{\eta}$ A. 12 τοῖς] τοῦ A. 18 τρισάκις A.

25 Ἔστω ἑξάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποίει οὕτως· πάντοτε, καθὼς προεῖπον, τὴν διάμετρον καθολικῶς τριπλασίαζε, γίνονται $\bar{\xi}$· καὶ μέριζε· ὧν ϛ′, ἐπειδὴ ἑξάγωνόν ἐστι, γίνεται ἡ πλευρὰ $\bar{\iota}$. τοσοῦτον ἔσται ἡ πλευρὰ τούτου.

26 Ἐὰν θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ αὐτοῦ, ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· πάντοτε τὴν πλευρὰν ποίει ἑξάκις, ἐπειδὴ ἑξάγωνόν ἐστι, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μέριζε καθολικῶς· ὧν γ′, γίνονται $\bar{\kappa}$. τοσοῦτον ἔστω ἡ διάμετρος τοῦ ἑξαγώνου.

27 Ἔστω ἑπτάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποίει οὕτως· πάντοτε τὴν διάμετρον καθολικῶς τριπλασίαζε, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μέριζε παρὰ τὴν †πολύγωνον, τουτέστι παρὰ τὸν $\bar{\zeta}$, γίνονται $\bar{\eta}$ ∠′ ιδ′. τοσοῦτον ἔσται ἡ πλευρὰ τοῦ ἑπταγώνου.

28 Ἐὰν θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ αὐτοῦ, ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· πάντοτε τὴν πλευρὰν ἑπτάκις, ἐπειδὴ ἑπτάγωνός ἐστι, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μέριζε καθολικῶς· ὧν γ′, γίνονται $\bar{\kappa}$. τοσοῦτον ἔσται ἡ διάμετρος.

29 Ἔστω ὀκτάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποιῶ οὕτως· πάντοτε τὴν διάμετρον πεντάκις, γίνονται $\bar{\rho}$· ἄρτι μερίζω· ὧν ιβ′, γίνονται $\bar{\eta}$ ∠′.

30 Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς,

---

25 = Geep. 148. — 26 = Geep. 149. — 27 = Geep. 150. — 28 = Geep. 151. — 29 = Geep. 152. De diametro circuli inscripti hîc agitur. — 30 = Geep. 153.

---

14 πολύγωνον] πολυγώνου ὀνομασίαν coni. Hultsch. 18 $\bar{\xi}$] $\overline{\mu\vartheta}$ A. 19 $\bar{\kappa}$] ιϛ A (ac si latus datum foret 7).

ποίει τὸ ἀνάπαλιν· πάντοτε τὴν πλευρὰν δωδεκάκις, γίνονται $\bar{\rho}$· καὶ μερίζω καθολικῶς, ὡς προεῖπον· ὧν ε′, γίνονται $\bar{\kappa}$. τοσοῦτον ἡ διάμετρος τοῦ ὀκταγώνου.

Ἔστω ἐννάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν 3
5 αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποίει οὕτως· πάντοτε τὴν διάμετρον τριπλασίαζε, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μερίζω· ὧν θ′, γίνονται $\bar{\varsigma}$ ω̄. τοσοῦτον ἡ πλευρά.

Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ, 3
ποίει τὸ ἀνάπαλιν· τὴν πλευρὰν ἐννάκις, γίνονται $\bar{\xi}$·
10 ἄρτι μερίζω καθολικῶς· ὧν τρίτον, $\bar{\kappa}$. τοσοῦτον ἔστω ἡ διάμετρος.

Ἔστω δεκάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν 3
αὐτοῦ τὴν πλευράν. πάντοτε τὴν διάμετρον τριπλασίαζε, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μερίζω· ὧν δέκατον, γίνονται $\bar{\varsigma}$.
15 τοσοῦτον ἔσται ἡ πλευρά.

Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς 3
τοῦ αὐτοῦ, ποίει οὕτως τὸ ἀνάπαλιν· τὴν πλευρὰν δεκάκις, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι μερίζω καθολικῶς τρισσάκις, γίνονται $\bar{\kappa}$. τοσοῦτον ἡ διάμετρος.

20 Ἔστω ἑνδεκάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\overline{\kappa\beta}$· 3
εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποιῶ οὕτως· καθολικῶς τὴν διάμετρον τριπλασίαζω, γίνονται $\overline{\xi\varsigma}$· ἄρτι μερίζω· ὧν ἑνδέκατον, $\bar{\varsigma}$. τοσοῦτον ἡ πλευρά.

Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς, 3
25 ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· τὴν πλευρὰν ἑνδεκάκις, γίνονται $\overline{\xi\varsigma}$· καὶ μέριζε καθολικῶς· ὧν τρίτον, $\overline{\kappa\beta}$. ἔστω ἡ διάμετρος τοσοῦτον.

---

31 = Geep. 154. — 32 = Geep. 155. — 33 = Geep. 156. — 34 = Geep. 157. — 35 = Geep. 158. — 36 = Geep. 159.

---

6 τριπλασίαζε] ultima litera in rasura. 18 τρισσάκις] oportebat ὧν γ′.

7 Ἔστω δωδεκάγωνον καὶ ἐχέτω τὴν διάμετρον $\bar{\kappa}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὴν πλευράν. ποιῶ οὕτως· πάντοτε τὴν διάμετρον τρισσάκις, γίνονται $\bar{\xi}$· ἄρτι καθολικῶς μερίζω· ὧν δωδέκατον, $\bar{\epsilon}$. τοσοῦτον ἡ πλευρά.

8 Ἐὰν δὲ θέλῃς τὴν διάμετρον εὑρεῖν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς, ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· τὴν πλευρὰν δωδεκάκις, γίνονται $\bar{\xi}$· καὶ μερίζω καθολικῶς· ὧν τρίτον, $\bar{\kappa}$. ἔστω τοσοῦτον ἡ διάμετρος.

9 Ὁμοίως καὶ ἐπὶ οἱουδήποτε πολυγώνου, ἐὰν δοθῇ σοι ἡ διάμετρος, πάντοτε καθολικῶς τριπλασίαζε τὴν διάμετρον, καὶ τὰ συναχθέντα μέριζε παρὰ τὴν ὀνομασίαν τῶν πολυγώνων, καὶ ἕξεις τὴν πλευρὰν τοσοῦτον ἀποφήνασθαι.

9 Ἐὰν δὲ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς εὑρεῖν τὴν διάμετρον, ποίει τὸ ἀνάπαλιν οὕτως· πάντοτε τὴν πλευρὰν πολυπλασίαζε ἐπὶ τὴν ὀνομασίαν τῶν πολυγώνων· οἷον ἐὰν ᾖ ⟨τρισκαιδεκάγωνον, ποίει⟩ τρισκαιδεκάκις τὴν πλευράν, καὶ τὰ συναχθέντα μέριζε καθολικῶς, ὧν γ', καὶ ἕξεις τὴν διάμετρον.

10 Ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῇ αὐτῇ μεθόδῳ χρῶ.

2 Περὶ κυλίνδρου.

a Ἀπέδειξε καὶ ἐνταῦθα Ἀρχιμήδης ὅτι ὅνπερ ἔχει λόγον ὁ κύκλος πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ περὶ αὐτὸν περιγραφόμενον, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει καὶ ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύβον τὸν περιέχοντα αὐτὸν καὶ ἴσας πλευ-

37 = Geep. 160. — 38 = Geep. 161. — 39 = Geep. 162. — 40 = Geep. 163. — 41. Cf. Geep. 163.

17 τρισκαιδεκάγωνον, ποίει supplevi ex Geep. 17—18 τὴν πλευρὰν . . . ὧν γ' om. Geep.

ρὰς ἔχοντα τῇ διαμέτρῳ τοῦ κυλίνδρου καὶ τὸ ὕψος ἴσον, καὶ ὡς ἐπὶ τῶν κύκλων εἰπεῖν ὅτι τὰ ἕνδεκα τετράγωνα, τὰ ἐκτὸς περιγραφόμενα τοῦ κύκλου, ἴσα ἐστὶ δεκατέτρασι κύκλοις τοῖς τὴν αὐτὴν διάμετρον ἔχουσιν, οὕτως καὶ οἱ ἕνδεκα κύβοι ἴσοι εἰσὶ δεκατέτρασι κυλίνδροις, ὧν αἱ πλευραὶ ἴσαι εἰσὶ τῇ διαμέτρῳ καὶ τῷ ὕψει, καὶ ὥσπερ ἐπὶ τῶν κύκλων λαμβάνομεν τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τετραγώνου καὶ ποιοῦμεν ἑνδεκάκις καὶ μερίζομεν παρὰ $\overline{\iota\delta}$, καὶ ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κυλίνδρου.

Ἔστω κύλινδρος οὗ ἡ διάμετρος $\overline{\zeta}$ καὶ τὸ ὕψος $\overline{\zeta}$· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. τὰ $\overline{\zeta}$ κύβισον, γίνονται $\overline{\tau\ \gamma}$· ταῦτα πολυπλασίασον ἐπὶ τὰ $\overline{\iota\alpha}$, γίνονται $\overline{\gamma\psi o\gamma}$· ταῦτα μέριζε παρὰ τὰ $\overline{\iota\delta}$, γίνονται $\overline{\sigma\xi\vartheta}$ $\angle'$.

Τινὲς δὲ πρῶτον τὸ ἐμβαδὸν λαμβάνουσιν ὡς ἐπὶ τοῦ κύκλου, καὶ τότε ποιοῦσιν ἐπὶ τὸ ὕψος.

Περὶ δὲ τῆς σφαίρας καὶ κυλίνδρου ὁ αὐτὸς Ἀρχι- 43
μήδης ἀπέδειξεν ὅτι ἡ σφαῖρα δίμοιρον μέρος ἐστὶ τοῦ περιλαμβάνοντος αὐτὴν κυλίνδρου, καὶ πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ κυλίνδρου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Ἐὰν οὖν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου θέλῃς εὑρεῖν τὸ στερεὸν τῆς σφαίρας, ὅσον ἂν εὑρέθῃ ὁ κύλινδρος, λαμβάνεις αὐτοῦ τὸ ⅔. καὶ ἔσται τὸ στερεόν· καὶ ὡς ἐπὶ τῶν $\overline{\zeta}$, ὅτι ἐστὶ $\overline{\sigma\xi\vartheta}$ $\angle'$, τὸ γ', γίνονται $\overline{\pi\vartheta}$ $\angle'$ γ'.

Κάλλιον ἀπὸ τοῦ κύβου, ὡς ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου,

43c. Cf. Ster. I, 4.

---

6 κυλίνδροι A. 9 παρὰ ιδ] quaedam excidisse videntur. 25 Coni, non sphaerae, solidum computatur. Lacunam suspicor.

τὰ πολυπλασιασθέντα μερίζειν παρὰ τὸ ιδ [ὧν γ′]· ἔστι δὲ ἡ σφαῖρα δίμοιρον μέρος τοῦ κυλίνδρου· τὰ οὖν ιδ τίνος ἐστὶ δίμοιρον; τῶν κα· μέρισον τὰ γινόμενα παρὰ τὰ κα· οὕτως ἐδόθη σφαῖρα [ϖ τῶν κα] ... ταῦτα κύβισον, γίνονται τμγ· ταῦτα πολυπλασίασον ἑνδεκάκις, γίνονται ͵γψογ· ταῦτα μέριζε παρὰ τὰ κα, γίνονται ροθ ϖ. οὕτω μέτρει πᾶσαν σφαῖραν.

d Καὶ ἐπὶ τοῦ κώνου, ἐπειδὴ τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου, μέριζε παρὰ τὰ ιδ· τὰ ιδ τίνος ἐστὶ γ′; τῶν μβ. μέτρει ἐπὶ τοῦ κώνου οὕτως· τὰ ζ κύβισον, γίνονται τμγ· ταῦτα ἐπὶ τὰ ια, γίνονται ͵γψογ· μέριζε παρὰ τὰ μβ, γίνονται πθ ∠′ γ′.

e Τινὲς δὲ μετρήσαντες τὸν κύλινδρον, λαμβάνουσι τὸ γ′, καὶ ἔσται τὸ στερεὸν τοῦ κώνου.

4 Σφαίρας ἡ διάμετρος ιγ· εὑρεῖν αὐτῆς τὸ στερεόν. ποιῶ οὕτως· ιγ κύβισον, γίνονται ͵βρϟζ· ταῦτα ἑνδεκάκις, β̈. ͵δρξζ γίνονται· τούτων τὸ κα′, ͵αρν ∠′ δ′ κα′ πδ′. τοσοῦτον τὸ στερεόν.

5 Εὑρεῖν δὲ αὐτῆς καὶ τὴν ἐπιφάνειαν. ποίει οὕτως· τα ιγ ἐφ' ἑαυτά, γίνονται ρξθ· ταῦτα καθολικῶς τετράκις, γίνονται χοϛ· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται ͵ζυλϛ· τούτων τὸ ιδ′, φλα ζ′. τοσοῦτον ἔσται ἡ ἐπιφάνεια.

6 Ἡμισφαίριον μετρῆσαι οὗ ἡ διάμετρος ιγ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. ποίει οὕτως· τὰ ιγ κύβισον, γίνονται ͵βρϟζ· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται β̈. ͵δρξζ· τοῦ αὐτοῦ μβ′, γίνονται φοε δ′ η′. τοσοῦτον τὸ στερεόν.

7 Εὑρεῖν αὐτοῦ καὶ τὴν ἐπιφάνειαν· τὰ ιγ ἐφ' ἑαυτά...

---

1 ὧν γ′ delevi, sed nondum locus sanatus est. 4 ϖ τῶν κα delevi et lacunam statui. 5 ταῦτα] nempe τὰ ζ diametri. 17 ͵αρν ∠′ δ′] ͵αρλ A. 26 φοε δ′ η′] Neglecta videntur πδ′ τλϛ′. 27 Lacunam indicavi.

⟨Μεῖζον τμῆμα ἡμισφαιρίου οὗ ἡ βάσις ιβ, ἡ δὲ 48
κάθετος θ· εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. λαμβάνω τὸ
ἥμισυ τῆς βάσεως· ἐφ' ἑαυτά⟩, γίνονται λς· ταῦτα
τρισσάκις, γίνονται ρη· καὶ τὴν κάθετον ἐφ' ἑαυτήν,
5 γίνονται πα· σύνθες ὁμοῦ, γίνονται ρπθ· ταῦτα ἐπὶ
κάθετον, ἐπὶ τὰ θ, γίνονται ,αψα· ταῦτα ἑνδεκάκις,
γίνονται ἃ. ,ηψια· τούτων τὸ κα', γίνονται ωϟα. το-
σοῦτον ἔσται τὸ στερεόν.

Εὑρεῖν αὐτοῦ καὶ τὴν ἐπιφάνειαν· τῆς βάσεως τὸ 49
10 ἥμισυ ἐφ' ἑαυτό, γίνονται λς· καὶ τὴν κάθετον, ἐφ'
ἑαυτά, γίνονται πα· ὁμοῦ γίνονται ριζ· ταῦτα τετρά-
κις, γίνονται υξη· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται ,ερμη·
τούτων τὸ ιδ', τξξ ∠'. τοσοῦτον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μεί-
ζονος τμήματος τοῦ ἡμισφαιρίου.

15 Σφαίρας ἔσται ἡ διάμετρος δ· εὑρεῖν αὐτῆς τὸ 50
στερεὸν ⟨ἀπὸ⟩ τοῦ κυλίνδρου. ποιῶ οὕτως· ἐν τῇ
βάσει μέτρει κύκλον ἀπὸ τῆς διαμέτρου. τὸ ἐμβαδὸν
εὑρήσομεν οὕτως· ποιοῦμεν τὴν διάμετρον, τὰ δ, ἐφ'
ἑαυτά, γίνονται ις· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται ρος·
20 τούτων τὸ ιδ', γίνονται ιβ ∠' ιδ'· τοσοῦτον τὸ ἐμβα-
δόν. ταῦτα ποίει ἐπὶ τὴν διάμετρον, ἐπὶ τὰ δ· τὰ γὰρ
δ ἐστὶ τὸ ὕψος τοῦ περιλαμβάνοντος κυλίνδρου τὴν
σφαῖραν, δύο ὄντων διαμέτρων τῆς σφαίρας ⟨καὶ⟩ τοῦ
κυλίνδρου· ἐποίησα οὖν τὰ δ ἐπὶ τὸ ἐμβαδόν, ἐπὶ τὰ
25 ιβ ∠' ιδ', γίνονται ν καὶ δύο ἕβδομα. τοσοῦτον ὁ

48 Cf. Mens. 47 unde initium supplevi. — 50. Cf. Ster. I, 9.

4 ρη om. A. 7 ωϟ A. 13 τξξ ∠'] Addendum erat ζ' κη'. 16 ἀπὸ addidi. 17 μέτρει scripsi, μείζονα A. τῆς διαμέτρου scripsi, τοῦ ἐμβαδοῦ A. 21 τὰ δ] τὰ ιδ A. 23 καὶ addidi. 25 ἕβδομον A.

κύλινδρος, ὅσον ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας. δέδειχε δὲ Ἀρχιμήδης ὅτι κύλινδρος ὁ περιλαμβάνων τὴν σφαῖραν ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας· εἰ οὖν ∟′ πρόσθεμα, γ′ ἀφαίρεμα. ἀφαιρῶ οὖν τοῦ κυλίνδρου, ὅ ἐστιν ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας, τῶν $\bar{\nu}$ καὶ $\bar{\beta}$ ἑβδόμων τὸ γ′, κατα- 5
λείπεται $\overline{\lambda\gamma}$ γ′ ζ′ κα′. τοσοῦτον τὸ στερεὸν τῆς σφαίρας. ἐὰν δὲ τὸ ω λάβωμεν τῶν $\bar{\nu}$ καὶ δύο ἑβδόμων, γίνονται ὁμοίως $\overline{\lambda\gamma}$ γ′ ζ′ κα′· ἔσται ἄρα ἡ μὲν ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας $\bar{\nu}$ καὶ δύο ἑβδόμων, τὸ δὲ στερεὸν $\overline{\lambda\gamma}$ ⟨γ′ ζ′ κα′⟩. 10

51 Καὶ ἔστω σφαίρας ἡ περίμετρος $\overline{\iota\eta}$, εὑρεῖν αὐτοῦ τὸ στερεόν. ποιῶ οὕτως· ὡς ἐπὶ τῶν κύκλων, τὰ $\overline{\iota\eta}$ ἐπὶ τὰ $\bar{\xi}$, γίνονται $\overline{\rho\kappa\varsigma}$· καὶ τούτων τὸ κβ′, $\bar{\varepsilon}$ καὶ ἑνδέκατα $\bar{\eta}$· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται $\overline{\xi\gamma}$· ταῦτα κύβισον, γίνονται $\overline{\kappa\epsilon}$ καὶ $\overline{\mu\zeta}$· ταῦτα μέριζε παρὰ τὰ 15
,βφμα, γίνονται $\overline{\iota\eta}$ δ′ ια′ λγ′ μδ′ ρκα′ τξγ′.

52 Ἔτεμον σφαῖραν εἰς μέρη τέσσαρα καὶ εὑρέθη τὸ ἓν τμῆμα ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μερῶν ἀνὰ $\bar{\zeta}$· εὑρεῖν τὸ στερεόν. ποιῶ οὕτως· κυβίζω τὰ $\bar{\zeta}$, γίνονται $\overline{\tau\mu\gamma}$· ταῦτα δίς, γίνονται $\overline{\chi\pi\varsigma}$· ταῦτα ἑνδεκάκις, γίνονται 20
,ζφμς· τούτων τὸ κα′, γίνονται $\overline{\tau\nu\theta}$ γ′. τοσοῦτον τὸ στερεὸν τοῦ τμήματος.

---

5 τῶν] τὸν A. 6 τὸ bis repetit. A. 8 $\bar{\lambda}$ | ζ $\overline{\kappa\alpha}$ A.
10 Fractiones addidi. 13 $\overline{\rho\kappa\varsigma}$] $\overline{\rho\kappa}$ A. 15 κὲ καὶ $\bar{\mu}\zeta$] $\overline{\kappa\varepsilon}$ ς″ μζ′ A.
16 ,βφμα] ,αφμδ A. τξγ′] λξγ′ A.

DE DIOPHANTO

TESTIMONIA VETERUM.

ἐνταῦθα τὰ μέρη τῆς μοίρας ἑτεροιοῖ τὰ εἴδη ὡς καὶ ἐντεῦθεν δῆλον γίνεσθαι ὅτι ἡ μοῖρα τὴν οἰκειότητα τὴν πρὸς τὴν μονάδα καὶ κατὰ μέρη συντηρεῖ . . .

Ioannes Hierosolymitanus patriarcha in Vita Ioannis Damasceni[1]): XI.

Καὶ ὡς ἀετὸς δὲ βλέπων ὀξύ, οὕτως ἦσαν ἐκεῖνοι [Ἰωάννης καὶ Κοσμᾶς] πρὸς τοὺς τῶν φύσεων λόγους ἀσκαρδαμυκτὶ ἀτενίζοντες. ἀναλογίας δὲ ἀριθμητικὰς οὕτως ἐξησκήκασιν εὐφυῶς ὡς Πυθαγόραι ἢ Διόφανται[2]). γεωμετρίας δὲ τὴν ἀπόδειξιν οὕτως ἐξεπαιδεύθησαν, ὡς Εὐκλείδας τινὰς τούτους δοκεῖν καὶ εἴ τινες ἄλλοι παρόμοιοι. περὶ δὲ τὴν ἁρμονικὴν τοιοῦτοι γεγόνασιν ὁποῖοι ἄρα ἐξ ὧν ἐμουσούργησαν θείων μελισμάτων τοῖς συνετοῖς καταφαίνονται. περὶ δὲ ἀστρονομίαν ὅσον ἐν διαστήμασι καὶ σχηματισμοῖς καὶ ἀναλογίαις τῶν ἀποστάσεων, κἂν μικρὰ διέξελθε περὶ αὐτῶν εἰς βραχεῖαν τῶν ἰδιωτῶν εἴδησιν, οἷος ὁ Ἰωάννης ἐξ ὧν γέγραφε καταφαίνεται, τοιοῦτος δὴ πάντως καὶ ὁ Κοσμᾶς.

Suidas:[3]) Ὑπατία· ἡ Θέωνος τοῦ γεωμέτρου θυγάτηρ τοῦ Ἀλεξανδρέως φιλοσόφου, καὶ αὐτὴ φιλόσοφος καὶ πολλοῖς γνώριμος· [γυνὴ Ἰσιδώρου τοῦ φιλοσόφου][4]). ἤκμασεν ἐπὶ τῆς βασιλείας Ἀρκαδίου· ἔγραψεν ὑπόμνημα εἰς Διόφαντον, ⟨εἰς⟩[5]) τὸν ἀστρονομικὸν κανόνα, εἰς τὰ κωνικὰ Ἀπολλωνίου ὑπόμνημα.

---

1) Lectionem codicis Parisini 1559 exhibeo.

2) Oportebat: Διόφαντοι.

3) Editionem Bekkeri et Parisinum codicem 2622, s. XIII, descripsi.

4) Mentionem ex errore ortam seclusi.

5) εἰς addidi; de astronomica Ptolemaei quadam tabula agitur.

Michaelis Pselli epistola inedita.

(L = Laurentianus LVIII, 29; S = Scorialensis T — III — 12).

Γλαφυρωτάτην παρέχεται χρείαν τῇ κατὰ τοὺς ἀριθμοὺς οἰκονομίᾳ καὶ ἡ κατ' Αἰγυπτίους τῶν ἀριθμῶν μέθοδος, δι' ἧς οἰκονομεῖται τὰ κατὰ τὴν ἀναλυτικὴν προβλήματα. δεῖ δέ σε πρῶτον κατανοῆσαι τὰ τῶν παρ' αὐτοῖς ἀριθμῶν ὀνόματα καὶ τίνα δύναμιν ἕκαστον κέκτηται. ἔστι γὰρ παρ' αὐτοῖς, ὡς δὲ καὶ παρ' ἡμῖν, μονὰς καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. ἀριθμὸς δὲ παρ' αὐτοῖς ἰδιαίτερον λέγεται ὁ μηδὲν μὲν ἰδίωμα κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων ἀόριστον· καλεῖται δὲ αὐτοῖς οὗτος ὁ ἀριθμὸς καὶ πλευρά. δύναμις δέ ἐστιν ὅταν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ· τοῦτο δὲ καλεῖται καὶ τετράγωνος ἀριθμός· εἰ οὖν ὑποθοίμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων $\bar{\beta}$, ἡ δύναμις ἔσται μονάδων $\bar{\delta}$. κύβος δέ ἐστιν ὅταν ἀριθμὸς ἐπὶ τὴν δύναμιν πολλαπλασιασθῇ· οἷον εἰ ὑποθοίμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων $\bar{\beta}$, ἡ δύναμις αὐτοῦ τὰ $\bar{\delta}$· ἐὰν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τὰ $\bar{\beta}$ πολλαπλασιασθῇ, γενήσεται ὁ $\bar{\eta}$ ἀριθμὸς ὃς δὴ κύβος ἐστί. δυναμοδύναμις δέ ἐστιν ὅταν ἡ δύναμις ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθῇ· οἷον ὁ $\bar{\delta}$ ἐφ' ἑαυτὸν καὶ γίνεται ὁ $\overline{\iota\varsigma}$. δυναμόκυβος δέ ἐστιν ὅταν ἡ δύναμις ἐπὶ κύβον

---

1 Titulum *Προλαμβανόμενα τῆς κατ' ἀριθμητικὴν αἰγυπτιακῆς μεθόδου τοῦ Ψελλοῦ* prof. L. *Ἀπὸ τῆς Διοφάντου ἀριθμητικῆς* S. 4 *κατ' Αἰγυπτίους* L, *αἰγυπτιακὴ* S. 5 *ἀναλυτικὴν* S, *ἀνάλυσιν* L. 6 *πρῶτον* L, *πρώτως* S. 8 *καὶ* L, *ἔστι* S. 9 *ἕκαστον* Eucl. S, *ἕκαστα* L. *ἓν* om. L. 11 *μὲν* om L. 12 *αὐτοῖς οὗτος ὁ ἀριθμὸς* L, *αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς οὗτος* S. 15 *ὑποθέμεθα* S. 16 *ἔστι* L. 17 *ὁπότ' ἂν* L. 18 *εἰ* om. L. *ὑποθώμεθα* S. 20 *ἀριθμὸς* om. S. 22 *ὁ* $\bar{\delta}$ *ἐφ' ἑαυτὸν* S, *ἡ* $\bar{\delta}$ *ἑαυτὴν* L. *ὁ* (alt.) om. L. 23 *ἐστιν* om. S.

ἐνταῦθα τὰ μέρη τῆς μοίρας ἑτεροιοῖ τὰ εἴδη ὡς καὶ ἐντεῦθεν δῆλον γίνεσθαι ὅτι ἡ μοῖρα τὴν οἰκειότητα τὴν πρὸς τὴν μονάδα καὶ κατὰ μέρη συντηρεῖ . . .

Ioannes Hierosolymitanus patriarcha in Vita Ioannis Damasceni[1]): XI.

Καὶ ὡς ἀετὸς δὲ βλέπων ὀξύ, οὕτως ἦσαν ἐκεῖνοι [Ἰωάννης καὶ Κοσμᾶς] πρὸς τοὺς τῶν φύσεων λόγους ἀσκαρδαμυκτὶ ἀτενίζοντες. ἀναλογίας δὲ ἀριθμητικὰς οὕτως ἐξησκήκασιν εὐφυῶς ὡς Πυθαγόραι ἢ Διόφανται[2]). γεωμετρίας δὲ τὴν ἀπόδειξιν οὕτως ἐξεπαιδεύθησαν, ὡς Εὐκλείδας τινὰς τούτους δοκεῖν καὶ εἴ τινες ἄλλοι παρόμοιοι. περὶ δὲ τὴν ἁρμονικὴν τοιοῦτοι γεγόνασιν ὁποῖοι ἄρα ἐξ ὧν ἐμουσούργησαν θείων μελισμάτων τοῖς συνετοῖς καταφαίνονται. περὶ δὲ ἀστρονομίαν ὅσον ἐν διαστήμασι καὶ σχηματισμοῖς καὶ ἀναλογίαις τῶν ἀποστάσεων, κἂν μικρὰ διέξελθε περὶ αὐτῶν εἰς βραχεῖαν τῶν ἰδιωτῶν εἴδησιν, οἷος ὁ Ἰωάννης ἐξ ὧν γέγραφε καταφαίνεται, τοιοῦτος δὴ πάντως καὶ ὁ Κοσμᾶς.

Suidas:[3]) Ὑπατία· ἡ Θέωνος τοῦ γεωμέτρου θυγάτηρ τοῦ Ἀλεξανδρέως φιλοσόφου, καὶ αὐτὴ φιλόσοφος καὶ πολλοῖς γνώριμος· [γυνὴ Ἰσιδώρου τοῦ φιλοσόφου][4]). ἤκμασεν ἐπὶ τῆς βασιλείας Ἀρκαδίου· ἔγραψεν ὑπόμνημα εἰς Διόφαντον, ⟨εἰς⟩[5]) τὸν ἀστρονομικὸν κανόνα, εἰς τὰ κωνικὰ Ἀπολλωνίου ὑπόμνημα.

---

1) Lectionem codicis Parisini 1559 exhibeo.

2) Oportebat: Διόφαντοι.

3) Editionem Bekkeri et Parisinum codicem 2622, s. XIII, descripsi.

4) Mentionem ex errore ortam seclusi.

5) εἰς addidi; de astronomica Ptolemaei quadam tabula agitur.

Michaelis Pselli epistola inedita.

(L = Laurentianus LVIII, 29; S = Scorialensis *T* — III — 12).

Γλαφυρωτάτην παρέχεται χρείαν τῇ κατὰ τοὺς ἀριθμοὺς οἰκονομίᾳ καὶ ἡ κατ' Αἰγυπτίους τῶν ἀριθμῶν μέθοδος, δι' ἧς οἰκονομεῖται τὰ κατὰ τὴν ἀναλυτικὴν προβλήματα. δεῖ δέ σε πρῶτον κατανοῆσαι τὰ τῶν παρ' αὐτοῖς ἀριθμῶν ὀνόματα καὶ τίνα δύναμιν ἕκαστον κέκτηται. ἔστι γὰρ παρ' αὐτοῖς, ὡς δὲ καὶ παρ' ἡμῖν, μονὰς καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. ἀριθμὸς δὲ παρ' αὐτοῖς ἰδιαίτερον λέγεται ὁ μηδὲν μὲν ἰδίωμα κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων ἀόριστον· καλεῖται δὲ αὐτοῖς οὗτος ὁ ἀριθμὸς καὶ πλευρά. δύναμις δέ ἐστιν ὅταν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ· τοῦτο δὲ καλεῖται καὶ τετράγωνος ἀριθμός· εἰ οὖν ὑποθοίμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων $\bar{\beta}$, ἡ δύναμις ἔσται μονάδων $\bar{\delta}$. κύβος δέ ἐστιν ὅταν ἀριθμὸς ἐπὶ τὴν δύναμιν πολλαπλασιασθῇ· οἷον εἰ ὑποθοίμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων $\bar{\beta}$, ἡ δύναμις αὐτοῦ τὰ $\bar{\delta}$· ἐὰν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τὰ $\bar{\beta}$ πολλαπλασιασθῇ, γενήσεται ὁ $\bar{\eta}$ ἀριθμὸς ὃς δὴ κύβος ἐστί. δυναμοδύναμις δέ ἐστιν ὅταν ἡ δύναμις ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθῇ· οἷον ὁ $\bar{\delta}$ ἐφ' ἑαυτὸν καὶ γίνεται ὁ $\overline{\iota\varsigma}$. δυναμόκυβος δέ ἐστιν ὅταν ἡ δύναμις ἐπὶ κύβον

---

1 Titulum *Προλαμβανόμενα τῆς κατ' ἀριθμητικὴν αἰγυπτιακῆς μεθόδου τοῦ Ψελλοῦ* prof. L. *Ἀπὸ τῆς Διοφάντου ἀριθμητικῆς* S. 4 *κατ' Αἰγυπτίους* L, *αἰγυπτιακὴ* S. 5 *ἀναλυτικὴν* S, *ἀνάλυσιν* L. 6 *πρῶτον* L, *πρώτως* S. 8 *καὶ* L, *ἐστι* S. 9 *ἕκαστον* Eucl. S, *ἕκαστα* L. *ἓν* om. L. 11 *μὲν* om L. 12 *αὐτοῖς οὗτος ὁ ἀριθμὸς* L, *αὐτὸς ὁ ἀριθμὸς οὗτος* S. 15 *ὑποθέμεθα* S. 16 *ἐστι* L. 17 *ὁπότ' ἂν* L. 18 *εἰ* om. L. *ὑποθώμεθα* S. 20 *ἀριθμὸς* om. S. 22 *ὁ* $\bar{\delta}$ *ἐφ' ἑαυτὸν* S, *ἡ* $\bar{\delta}$ *ἑαυτὴν* L. *ὁ* (alt.) om. L. 23 *ἐστιν* om. S.

τροσεφώνησε. καὶ εἴ τις τὰς ἐντεῦθεν μεθόδους , τὰ προβαλλόμενα ἐνίοις ἐν τοῖς ἐμμέτροις ἐπι- .ασιν ἀριθμητικὰ προβλήματα σαφέστατα διαλύ- τὰ μὲν γὰρ τούτων διαλύεται διὰ τοῦδε τοῦ ήματος τῆς αἰγυπτιακῆς ἀναλύσεως, τὰ δὲ δι' υ· δεῖ γὰρ τὸν προβεβλημένον ἀριθμὸν διελεῖν ἐπιτρίτῳ λόγῳ ἢ ἐν ἐπιτετάρτῳ ἢ ἐν ἑτέρῳ τῳ· καὶ ἀπὸ τῆς τοιαύτης διαιρέσεως εὐσύνοπτον ροβεβλημένον γενήσεται. καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ το- ν σοι.

πεὶ δὲ θαυμάζειν εἴωθας τοὺς καταμετροῦντας τετράγωνον ἢ στρογγύλον ἢ ξύλον τοιοῦτον ἢ ρον ἢ ἰσόπλευρον ἢ σχεδίαν ἢ κίονα ἢ ἄλλο τι τοιούτων, βούλομαί σοι καὶ τῆς τούτων καταμε- ως εὐκρινεῖς μεθόδους παρασχεῖν ὡς ἂν μηκέτι θαυμάζῃς ἑτέρους, ἀλλά σε θαυμάζωσιν ἕτεροι. στι δὲ τῶν στερεῶν[1]) εἴδη τρία· εὐθυμετρικόν, δον, καὶ στερεόν. εὐθυμετρικὸν μέν ἐστι πᾶν τὸ μῆκος μετρούμενον, ἐπίπεδον δὲ τὸ ἐν μήκει καὶ ι, στερεὸν δὲ αὐτὸ τὸ συνάγον τὴν τῶν ποδῶν ωγήν.

ὶ εἰ βούλει πρότερον ἐπὶ βόθυνον ἄσβεστον τὴν ἐμμέθοδον ποιησόμεθα καταμέτρησιν· προ- σθω γοῦν ἡμῖν εὑρεῖν ὁπόσων ποδῶν ὁ βόθυνος

Cf. *Heronis Alexandrini* [illegible] *rum et stereometrico-* *quias* (ed. Hultsch, Berol[illegible] 188, nempe Heronis

6 διελεῖν om. [illegible] 11 εἴωθας S,
[illegible] μέτρον S. [illegible] 20 ποδῶν L,
— 23 βοθύνου [illegible] 24 γοῦν S,

εἴη.[1]) ἔστω δὲ τούτου τὸ μὲν μῆκος ποδῶν ῑ, τὸ δὲ πλάτος ποδῶν η̄, τὸ δὲ βάθος ποδῶν γ̄· πολλαπλασίασον οὖν τὸ βάθος ἐπὶ τὸ πλάτος ἤτοι τὰ γ̄ ἐπὶ τὰ η̄, καὶ γίνεται κδ̄· ταῦτα ἐπὶ τὸ μῆκος τουτέστι τὰ ῑ, καὶ γίνεται σμ̄· τοσούτων οὖν ποδῶν τοῦ βοθύνου τὸ στερεόν.

Πάλιν ὑποκείσθω λίθος τετράγωνος[2]), οὗ τὸ μῆκος ποδῶν ε̄, τὸ δὲ πλάτος ποδῶν γ̄, τὸ δὲ πάχος ποδῶν β̄. πολλαπλασίασον οὖν τοὺς β̄ τοῦ πάχους πόδας ἐπὶ τοὺς γ̄ τοῦ πλάτους, καὶ γίνεται ς̄· καὶ τοὺς ς̄ ἐπὶ τοὺς ε̄ τοῦ μήκους, καὶ γίνεται πόδες λ̄. τοσούτων γοῦν ἐστιν ὁ ὑποκείμενος λίθος τετράγωνος.

Εἰ δὲ στρογγύλος[3]) ὁ λίθος εἴη καὶ ὑπάρχῃ τὸ μὲν μῆκος αὐτοῦ ποδῶν ιε̄, ἡ δὲ περίμετρος ποδῶν δ̄, οὕτω σοι μετρητέον αὐτόν· πολλαπλασιάσον τὴν περίμετρον ἐφ' ἑαυτὴν ἤτοι τὰ δ̄ ἐπὶ τὰ δ̄, καὶ γίνονται ις̄· εἶτα ὕφελε τούτων τὸ δ' καὶ πολλαπλασίασον αὐτὸ ἐπὶ τὸ μῆκος ἤτοι τοὺς ιε̄ πόδας, καὶ γίνονται πόδες ξ̄· τοσούτων γοῦν ποδῶν ἐστιν ἡ μέτρησις τοῦ στρογγύλου λίθου.

Εἰ δὲ μείουρόν[4]) ἐστι τὸ ὑποκείμενον, εἴτε ξύλον, εἴτε λίθος, ἔστι δὲ αὐτοῦ τὸ μὲν μῆκος ποδῶν ιβ̄, τὸ δὲ πλάτος δακτύλων ιᾱ, τὸ δὲ μέσον δακτύλων θ̄, τὸ δὲ πάχος δακτύλων η̄, ποίει οὕτως· τὸ ἥμισυ τῶν η̄

1) Heronis mensurae, 2. 2) Heronis mensurae, 4.
3) Heronis mensurae, 5. 4) Heronis mensurae, 8.

8 δὲ bis om. L. 9 πολυπλασίασον L. 11 πόδες om. L. 12 γοῦν ἐστιν S, οὖν ἐστι ποδῶν L. 13 ὑπάρχει L. 14 περίμετρος] sic Her.; legendum διάμετρος. 16 γίνεται S. 17 τούτου L. 18 ἐπὶ τοὺς ιε̄ πόδας ἤτοι τὸ μῆκος L. γίνεται S. 19 οὖν ἐστι ποδῶν L. 21 μύουρον S (et L ex corr.). 23 δακτύλων ιᾱ τὸ δὲ μέσον om. L. 23—24 τό τε πάχος S.

ἤγουν τοῦ πάχους τετραγώνισον ἐπὶ τὰ $\overline{\vartheta}$, καὶ γίνονται $\overline{\lambda\varsigma}$· ταῦτα ἐπὶ τὸ μῆκος τὰ $\overline{\iota\beta}$, καὶ γίνονται δάκτυλοι $\overline{\upsilon\lambda\beta}$· οὗτοι δέ εἰσι πόδες $\overline{\lambda}$· τοσούτων οὖν ποδῶν ἐστιν ἡ μέτρησις τοῦ μειούρου σώματος.

Φρέατος[1]) δὲ μέτρον οὕτως εὑρήσεις· ἔστω τὸ βάθος αὐτοῦ ποδῶν $\overline{\eta}$, τὸ δὲ διάμετρον τοῦ κενώματος ποδῶν $\overline{\delta}$, τὸ δὲ πάχος ποδὸς ἑνός· διπλασίασον δὴ τὸ πάχος, καὶ γίνονται πόδες $\overline{\beta}$· πρόσθες τούτους ἐπὶ τοὺς $\overline{\delta}$ τοῦ κενώματος, καὶ γίνονται $\overline{\varsigma}$· πολλαπλασίασον ταῦτα ἐφ' ἑαυτά, καὶ γίνονται $\overline{\lambda\varsigma}$· ἐξ ὧν ὕφελε τὸ τέταρτον, καὶ λοιπὸν μένουσιν $\overline{\kappa\zeta}$· πολλαπλασίασον τοῦ κενώματος τοὺς $\overline{\delta}$ ἐφ' ἑαυτούς, καὶ γίνονται πόδες $\overline{\iota\varsigma}$· ἐξ αὐτῶν ὕφελε $\overline{\delta}$, καὶ μένουσι $\overline{\iota\beta}$· ταῦτα πολλαπλασίασον ἐπὶ τὸ βάθος τουτέστιν ἐπὶ τοὺς $\overline{\eta}$, καὶ γίνονται πόδες $\overline{\upsilon\varsigma}$· τοσούτων οὖν ποδῶν εὑρήσεις τὸ φρέαρ.

Ἐντεῦθεν οὖν καὶ πλοῖα εὑρήσεις, καὶ κολυμβήθρας, καὶ οὐγγιασμοὺς ὕδατος, καὶ ἱππηλάσια, καὶ τμήματα κύκλων, καὶ κύκλον, καὶ σφαῖραν, καὶ πυραμίδα καὶ ὑγιῆ καὶ τεθραυσμένην καὶ ἡμιτελῆ, καὶ κῶνον ἰσοσκελῆ καὶ κῶνον κόλουρον, καὶ πολύγωνα, καὶ ὁπόσα βούλει σχήματά τε καὶ σώματα.

Ὁπόσα δὲ τῷ Πετοσίρει πρὸς Νεχεψὼ πεφλυάρηται περὶ ζωῆς καὶ θανάτου, οὔ μοι ἔδοξε ταῖς ἐμαῖς ἐγκαταμῖξαι ἐπιστολαῖς, οὐδὲ εἰς ὑγιαίνουσαν ἐμβαλεῖν

1) Cf. Heronis mensuras, 3.

1 ἤγουν S, ἤτοι L. γίνεται S. 2 ταῦτα] δὲ add. L. μῆκος] ἤτοι add. L. γίνεται S. 3 πόδες $\overline{\lambda}$] Falsus numerus, qui legitur item in Herone. 4 μυούρου S (et L ex corr.). 7 δίπλασον L. 13 $\overline{\delta}$] leg. τὸ τέταρτον (Her.). 17 οὐγγιασμοὺς L. 20 κόλλουρον L. 22 Νεψεχὼ L.

ἀκοήν· λῆρος γὰρ νὴ τὴν ἱεράν σου ψυχὴν τὸ ἐκείνου περὶ ὧν προείλετο συγγραμμάτιον· καὶ τὸ Πυθαγορικὸν δὲ πλινθίδιον[1]) περί τε συμβιώσεων καὶ ἀπολωλότων καὶ ἠρρωστηκότων καὶ ἀποδημούντων οὐ κενόσπουδον μόνον, ἀλλὰ καὶ ἐψευσμένον παντάπασιν, κἂν οἱ πολλοὶ περιέπωσι ταῦτα καὶ δοκῶσι τιμὴν ἐντεῦθεν κομίζεσθαι τῷ πολλῷ τῶν ἀκροατῶν συρφετῷ. ἐμοὶ οὖν καὶ τὰ κατὰ τέχνην ἐμμέθοδον διαλυόμενα ἀσπούδαστα ἡγοῦνται καὶ παίγνια, μόνοις δὲ προσέχω τὸν νοῦν τοῖς ἀναβιβάζουσί με πρὸς θεωρίαν τῶν ὄντων, καὶ ἵνα σοι τὸ ἐμὸν πάθος ἀνακαλύψω, καὶ αὐτὴν τὴν ῥητορικὴν τέχνην καὶ τὴν νομικὴν ἐπιστήμην ἄνωθεν προῄρημαι θεωρεῖν, ἀλλ' οὐ θιγγάνειν αὐτῶν.

1) Vide quae edidi sub titulo „*Fragments d'onomatomancie arithmétique*“ in collectione: Notices et extraits des Manuscrits, XXXI 2, 1885.

4 ἀποδημάτων S. 5 παντάπασι L.

Ad epigrammata arithmetica Scholia Palatini codicis Anthologiae.[1])

Γυμνασίας χάριν καὶ ταῦτα τοῖς φιλοπόνοις προτίθημι, ἵνα γνῷς τί μὲν παλαιῶν παῖδες, τί δὲ νέων.

Σωκράτους.

α.

Ὄλβιε Πυθαγόρη, Μουσέων Ἑλικώνιον ἔρνος,
εἰπέ μοι εἰρομένῳ ὁπόσοι σοφίης κατ' ἀγῶνα
σοῖσι δόμοισιν ἔασιν ἀεθλεύοντες ἄριστα.
Τοιγὰρ ἐγὼν εἴποιμι, Πολύκρατες· ἡμίσεες μὲν ∟′ $\overline{\iota\delta}$
ἀμφὶ καλὰ σπεύδουσι μαθήματα· τέτρατοι [δ'] αὖτε δ′ $\overline{\zeta}$
ἀθανάτου φυσέως πεπονήαται· ἑβδομάτοις δὲ ζ′ $\overline{\delta}$
σιγὴ πᾶσα μέμηλε καὶ ἄφθιτοι ἔνδοθι μῦθοι·
τρεῖς δὲ γυναῖκες ἔασι, Θεανὼ δ' ἔξοχος ἄλλων· λοι$^{\pi.}$ $\overline{\gamma}$
τόσσους Πιερίδων ὑποφήτορας αὐτὸς ἀγινῶ. ·/·/. $\overline{\kappa\eta}$

1) Celeberrimi codicis (nunc Parisini suppl. gr. 384 = P) scripturam vel mendosam in versibus servandam duxi, nisi quando certissima medela allata mihi videbatur; emendationes illas tantum adnotavi quas recepit Fred. Duebner in vulgata editione (vol. II apud Didot, Parisiis 1872 = ed.), cuius librum XIV criticumque apparatum videsis

11 δ' del. ed.

β. εἰς ἄγαλμα Παλλάδος.

Παλλὰς ἐγὼ χρυσῇ σφυρήλατος, αὐτὰρ ὁ χρυσὸς L′ κ̄
αἰζηῶν πέλεται δῶρον ἀοιδοπόλων· η′ ε̄
ἥμισυ μὲν χρυσοῖο Χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ ι′ δ̄
Θέσπις καὶ δεκάτην μοῖραν ἔδωκε Σόλων· ⟨κ′ β̄⟩
αὐτὰρ ἐεικοστὴν Θεμίσων, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα λοι π̄· θ̄
ἐννέα καὶ τέχνη δῶρον Ἀριστοδίκου. ·//. μ̄

Σχόλιον[1]). — Παλλὰς ἐγὼ· εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας L′ η′ ι′ κ′ ἕξει λοιπὰς μονάδας θ̄. τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν εὕρωμεν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ προκείμενα μέρη, τουτέστι κατὰ τὸ λθ^ον^ τοῦ ἑβδόμου βιβλίου τῶν Στοιχείων Εὐκλείδου. εὑρίσκεται οὖν κατὰ τὰς τοῦ Εὐκλείδου μεθόδους ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὁ μ̄ ἔχων L′ η′ ι′ κ′, ὧν ἀφαιρεθέντων ἀπὸ τοῦ μ̄, λοιπὰ θ̄ καὶ λύεται τὸ πρόβλημα. εἰ δὲ ἐδόθησαν ἀπ' ἀρχῆς ἀντὶ τῶν θ̄ μονάδων τυχὸν ϛ̄, τὸν λόγον ὃν ἔχει ὁ ϛ̄ πρὸς τὰς θ̄ μονάδας λαβόντες καὶ εὑρόντες ἀριθμόν τινα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ πρὸς τὸν μ̄ ὄντα, οἷον τὸν κϛ̄ ω, εὕρομεν ἂν τοὺς ζητουμένους ἀριθμοὺς καὶ τὸ πρόβλημα ἐλύετο. τὸ δ' αὐτὸ ἐπὶ παντὸς ἀριθμοῦ δεῖ ποιεῖν.

γ.

Ἁ Κύπρις τὸν Ἔρωτα κατηφιοῶντα προσηύδα· δ′ ωμ̄
Τίπτε τοι, ὦ τέκος, ἄλγος ἐπέχραεν; ὃς δ' ἀπάμειπτο· ε′ χοβ̄

1) Scholium in margine scriptum: ergo (sicut sequentia de quibus idem notatum erit) depromptum ex vetusta collectione Metrodorea (videsis infra pag. 53, not. 1), in qua hoc problema locum primum obtinebat.

18 ἀριθμόν] καί P. 19 εὕρωμεν P.

Πιερίδες μοι μῆλα διήρπασαν ἄλλυδις ἄλλη ζ′ $\overline{\text{υπ}}$
αἰνύμεναι κόλποιο, τὰ δὴ φέρον ἐξ Ἑλικῶνος. η′ $\overline{\text{υκ}}$
Κλειὼ μὲν μήλων πέμπτον λάβε, δωδέκατον δὲ ιβ′ $\overline{\text{σπ}}$
Εὐτέρπη· ἀτὰρ ὀγδοάτην λάχε δῖα Θάλεια· κ′ $\overline{\text{ρξη}}$
Μελπομένη δ' εἰκοστὸν ἀπαίνυτο, Τερψιχόρη δὲ 5
τέτρατον· ἑβδομάτην δ' Ἐρατὼ μετεκίαθε μοίρην·
ἡ δὲ τριηκόντων με Πολύμνια νόσφισε μήλων,
Οὐρανίη δ' ἑκατόν τε καὶ εἴκοσι· Καλλιόπη δὲ
βριθομένη μήλοισι τριηκοσίοισι βέβηκε·
σοὶ δ' ἄρα κουφοτέρῃσιν ἐγὼ σὺν χερσὶν ἱκάνω, 10
ϛ^{ο} *μονάδων* $\overline{\varphi}$.
πεντήκοντα φέρων τάδε λείψανα μῆλα θεάων.
ὁ πᾶς οὖν $\overline{\text{,γτξ}}$.

Σχόλιον[1]). — *Ἁ Κύπρις· εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ε′ ιβ′ η′ κ′ δ′ ζ′ ἕξει λοιπὰς μονάδας* 15 $\overline{\varphi}$. *καὶ τοῦτο δὲ ὅμοιόν ἐστι τοῖς πρὸ αὐτοῦ καὶ διὰ τῆς αὐτῆς ἐφόδου περαίνεται. καὶ γὰρ εὑρίσκομεν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ προκείμενα μέρη καὶ ἔστιν ὁ* $\overline{\omega\mu}$· *καὶ ἐὰν λείψῃ οὗτος μέρος ἑαυτοῦ ε′ ιβ′ η′ κ′ δ′ ζ′, λοιπὰ μένουσιν* $\overline{\text{ρκε}}$. *καὶ ἐπειδὴ ὁ* $\overline{\varphi}$ *τοῦ* 20 $\overline{\text{ρκε}}$ *ἐστὶ τετραπλάσιος, ἐὰν τετραπλασιασθῇ ὁ* $\overline{\omega\mu}$, *ποιήσει τὸν* $\overline{\text{,γτξ}}$ *καὶ λύεται τὸ πρόβλημα. ἕνεκα δὲ τούτου γίνεται ὡς ἄρχι ὁ* $\overline{\varphi}$ *πρὸς τὸν* $\overline{\text{ρκε}}$, *οὕτως ὁ* $\overline{\text{,γτξ}}$ *πρὸς τὸν* $\overline{\omega\mu}$, *διότι τὰ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ληφθέντα κατάλληλα,* 25 *κατὰ τὸ ιε^{ον} τοῦ ε^{ου} τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων.*

---

1) Scholium in margine scriptum; hoc problema quintum erat Metrodoreae collectionis.

---

3 *λάβεν* P. 4 *αὐτὰρ* P. 10 *κουφοτέροισιν* P.

δ. εἰς τὴν Αὐγείαν κόπρον.

Αὐγείην ἐρέεινε μέγα σθένος Ἀλκείδαο
πληθὺν βουκολίων διζήμενος· ὃς δ' ἀπάμειπτο·
Ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοάς, φίλος, ἥμισυ τῶνδε·
μοίρη δ' ὀγδοάτη ὄχθον Κρόνου ἀμφινέμονται,
δωδεκάτη δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' ἱρόν·
ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἤλιδα δῖαν ἐεικοστὴ νεμέθονται·
αὐτὰρ ἐν Ἀρκαδίῃ τριηκοστὴν προλέλοιπα·
λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τόδε πεντήκοντα.

. . . . . .

ϛ (κη).[1]) ἄλλο.

Ὡρονόμων ὄχ' ἄριστε, πόσον παρελήλυθεν ἠοῦς;
Ὅσσον ἀποιχομένοιο δύο τρίτα, δὶς τόσα λείπει.

Ὡρονόμων· καὶ τοῦτο ἐφόδευεται, ὥσπερ τὸ κζ^{ον}[2]), διὰ τοῦ β^{ου} τοῦ α^{ου} βιβλίου τῶν Διοφάντου. δεῖ γὰρ τὸν ιβ διελεῖν ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ, καὶ γίνεται ὁ ϛ ιβ^{ζ}· ἔσται οὖν τὸ μὲν παρελθὸν τῆς ἡμέρας λϛ^{ζ}, τὸ δὲ ὑπολειπόμενον μη^{ζ}.

ζ (ιθ).[3])

Χάλκεός εἰμι λέων, κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιά,
καὶ στόμα καὶ θέναρ δεξιτεροῖο ποδός·

1) Secundus numerus $\overline{κη}$, quem codex exhibet, ordinem in collectione Metrodorea indicat. Scholium in margine scriptum est.

2) Nempe collectionis Metrodoreae (videsis infra p. 69).

3) Problema XIX collectionis Metrodoreae. Scholia priora in textu scripta sunt, ultimum tantum in margine.

8 Ἀρκαδίῃ γε ed. 12 πόσος P. 13 δύω scribendum videtur. τόσσα P. 21 καὶ δὲ θέναρ ed.

πλήθει δὲ κρητῆρα δυ' ἤμασι δεξιὸν ὄμμα,
καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύροισι θέναρ·
ἄρκιον ἓξ ὥραις πλῆσαι στόμα· ἓν δ' ἅμα πάντα,
καὶ στόμα καὶ γλῆναι καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον.

Σχόλιον. — Κρουνῶν τεσσάρων ῥεόντων εἰς μίαν δεξαμενήν, καὶ τοῦ μὲν πρώτου πληροῦντος αὐτὴν εἰς ὥρας $\overline{\varsigma}$, τοῦ δὲ δευτέρου εἰς ἡμέρας $\overline{\beta}$, ἤγουν εἰς ὥρας $\overline{\kappa\delta}$[1]), τοῦ δὲ τρίτου εἰς ἡμέρας $\overline{\gamma}$, ἤγουν εἰς ὥρας $\overline{\lambda\varsigma}$, τοῦ δὲ τετάρτου εἰς ἡμέρας $\overline{\delta}$, ἤγουν ⟨εἰς⟩ ὥρας $\overline{\mu\eta}$, ἀφεθέντων ἅμα τῶν τεσσάρων κρουνῶν, εἰς πόσον διάστημα χρόνου πληροῦσι τὴν δεξαμενήν;

Λύσις. Ἰστέον ὅτι ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ κρουνός, ὁ ἐν $\overline{\varsigma}$ ὥραις πληρῶν τὴν δεξαμενήν, τετραπλάσιον μὲν τοῦ $\beta^{ου}$ κρουνοῦ ἀφίησιν ὕδωρ, ἑξαπλάσιον δὲ τοῦ ⟨$\gamma^{ου}$, ὀκταπλάσιον δὲ τοῦ⟩ $\delta^{ου}$.

Ἡ μέθοδος· Δέον εὑρεῖν τὸν ἀριθμὸν τὸν ἐλάχιστον ἔχοντα δ' καὶ ϛ' καὶ η', ἔστι δὲ ὁ $\overline{\kappa\delta}$, ποιοῦμεν οὖν οὕτως· ἅπαξ $\overline{\kappa\delta}$· καὶ τὸ δ' τῶν $\overline{\kappa\delta}$, $\overline{\varsigma}$· καὶ τὸ ϛ' τῶν $\overline{\kappa\delta}$, $\overline{\delta}$· ⟨καὶ⟩ τὸ η' τῶν $\overline{\kappa\delta}$, $\overline{\gamma}$· ὁμοῦ συνήξαμεν $\overline{\lambda\zeta}$· ταῦτα τὰ $\overline{\lambda\zeta}$ λύομεν ἐπὶ τὰ $\overline{\kappa\delta}$ οὕτως· τὸ ἥμισυ τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ γίνεται $\overline{\iota\eta}$ ∠'· καὶ τὸ η' τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ γίνεται $\overline{\delta}$ ∠' η'· καὶ τὸ οδ' τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ γίνεται ∠'· καὶ τὸ ρμη' τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ γίνεται δ'· ⟨καὶ⟩ τὸ σϟϛ' τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ γίνεται η'· ἅτινα συνήξαμεν τῶν $\overline{\lambda\zeta}$ τὸ ∠' καὶ τὸ η' καὶ τὸ οδ' καὶ τὸ ρμη' καὶ τὸ σϟϛ' καὶ ἐστήσαμεν τὸν $\overline{\kappa\delta}$ ἀριθμόν· ἐπληρώθη οὖν ἡ δεξαμενὴ διὰ τῶν τεσσάρων κρουνῶν εἰς τὸ ἥμισυ τῶν $\overline{\varsigma}$ ὡρῶν ⟨καὶ εἰς τὸ η' τῶν $\overline{\varsigma}$ ὡρῶν

1) Notandum est diem ut 12 horas, non 24, computari.

1 δὲ] δὴ coniicio. 3 ἓν] σὺν ed. 16—17 ἐλάχιστον ἔχοντα scripsi, ἀναλύοντα P.

καὶ εἰς τὸ οδ′ τῶν ϛ̄ ὡρῶν⟩ καὶ εἰς τὸ ρμη′ τῶν ϛ̄ ὡρῶν καὶ εἰς τὸ σϟϛ′ τῶν ϛ̄ ὡρῶν.

β. Ἑτέρα λύσις σαφεστέρα καὶ συντομωτέρα. Ἐπειδὴ ὁ α^ος κρουνὸς εἰς ϛ̄ ὥρας ἐπλήρου τὴν δεξαμενήν, πρόδηλον ὅτι καθ' ἑκάστην ὥραν τὸ ϛ^ον μέρος τῆς δεξαμενῆς ἐπλήρου· ὁ δὲ β^ος, ἐπειδὴ ἐν δυσὶν ἡμέραις ἤγουν ἐν ὥραις κδ̄ ἐπλήρου τὴν δεξαμενήν, δῆλον ὅτι καὶ αὐτὸς καθ' ἑκάστην ὥραν τὸ κδ^ον μέρος τῆς δεξαμενῆς ἐπλήρου, ὅπερ γίνεται δ′ τοῦ α^ου κρουνοῦ. ἐπειδὴ δὲ καὶ ὁ γ^ος ἐν τρισὶν ἡμέραις ἤγουν ἐν ὥραις λϛ̄ ἐπλήρου τὴν δεξαμενήν, δῆλον ὅτι καὶ αὐτὸς καθ' ἑκάστην ὥραν τὸ λϛ^ον τῆς δεξαμενῆς ἐπλήρου, ὅπερ γίνεται ϛ^ον μέρος τοῦ α^ου κρουνοῦ. ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ὁ δ^ος ἐν τέσσαρσιν ἡμέραις ἤγουν ἐν ὥραις μη̄ ἐπλήρου τὴν δεξαμενήν, πρόδηλον ὅτι καὶ αὐτὸς καθ' ἑκάστην ὥραν τὸ μη^ον μέρος τῆς δεξαμενῆς ἐπλήρου, ὅπερ γίνεται μέρος η^ον τοῦ α^ου κρουνοῦ. τούτων οὕτω τεθέντων, εὔδηλον ὅτι εἰς δ̄ ὥρας ὁ μὲν α^ος κρουνὸς ἐπλήρωσεν τὸ δίμοιρον τῆς δεξαμενῆς· αἱ γὰρ δ̄ ὧραι δίμοιρόν εἰσι τῶν ϛ̄ ὡρῶν· ὁ δὲ β^ος τὸ ϛ′ μέρος αὐτῆς, ὅπερ ἐστὶ δ′ τοῦ α^ου· ὁ δὲ γ^ος τὸ θ′ αὐτῆς, ὅπερ ἐστὶ ϛ′ τοῦ α^ου· ὁ δὲ δ^ος τὸ ιβ′ αὐτῆς, ὅπερ ἐστὶ η′ τοῦ α^ου· ὥστε τῶν δ̄ κρουνῶν ἀφεθέντων ἐπλήρωσαν τὴν δεξαμενὴν εἰς ὥρας δ̄.[1])

γ. Λύσις ἑτέρα τοῦ αὐτοῦ ζητήματος διὰ λογαρικοῦ ψήφου. Ἔστωσαν τῆς δεξαμενῆς N^o ᾱ[2])

1) Haec solutio longius iusto tempus exhibet, neglecto $\frac{1}{36}$ receptaculi.

2) 1 N^o (νόμισμα, solidus aureus) = 288 φ^o (φόλλεις, folles).

21 δ′] ϛ′ P.

τὸ ὀφεῖλον πληρωθῆναι καὶ ἔστωσαν ἀντὶ τῶν $\bar{\delta}$ κρουνῶν ἄνδρες $\bar{\delta}$, καὶ ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ ἐξ αὐτῶν καταβαλέσθω εἰς ἀναπλήρωσιν τοῦ N^{o} λογάριν τοῦ N^{o} τὸ $\angle'$ μέρος φ^{o} $\overline{\rho\mu\delta}$, καὶ τὸ η′ μέρος τοῦ N^{o} φ^{o} $\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ τὸ οδ′ μέρος τοῦ N^{o} φ^{o} $\bar{\delta}$, καὶ τὸ ρμη′ μέρος τοῦ N^{o} φ^{o} $\bar{\beta}$, καὶ τὸ σϟς′ μέρος τοῦ N^{o} φ^{o} $\bar{\alpha}$· εἰσὶ τὰ τοῦ $\alpha^{ου}$ ἀνδρὸς φ^{o} $\overline{\rho\pi\zeta}$. κατατιθέσθω δὲ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ τὸ δ′ μέρος τοῦ $\alpha^{ου}$ φ^{o} $\overline{\mu\zeta}$, καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ τὸ ς′ τοῦ $\alpha^{ου}$ φ^{o} $\overline{\lambda\alpha}$, καὶ ὁ $\delta^{ος}$ τὸ η′ τοῦ $\alpha^{ου}$ φ^{o} $\overline{\kappa\gamma}$· ἅτινα συνάγονται διὰ τῶν $\bar{\delta}$ ἀνδρῶν φ^{o} $\overline{\sigma\pi\eta}$ ἤγουν N^{o} $\bar{\alpha}$ ἀντὶ τῆς δεξαμενῆς.

δ. *Λύσις ἑτέρα λογαρικὴ σύντομος.*[1]) Ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ ἀνὴρ κατέθετο τὸ δίμοιρον τοῦ N^{o}, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ τὸ ς′ ἤγουν μ^{ι} $\bar{\beta}$, ὅπερ γίνεται δ′ τοῦ διμοίρου· ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ τὸ θ′ φ^{o} λβ, ὅπερ γίνεται ς′ τοῦ διμοίρου· ὁ δὲ $\delta^{ος}$ τὸ ιβ′ τοῦ N^{o}, ὅπερ γίνεται η′ τοῦ διμοίρου.

ε. *Λύσις ἑτέρα λογαρική.* Ἐπειδὴ ὁ $\overline{\lambda\zeta}$ καὶ ὁ $\overline{\kappa\delta}$ λύουσι τὸ ζήτημα, διαιροῦμεν τὸ $\bar{\alpha}$ N^{o} εἰς $\overline{\lambda\zeta}$ μοίρας ἤγουν τριακοστοέβδομα, καὶ διδοῦμεν τῷ μὲν α^{φ} προσώπῳ μοίρας $\overline{\kappa\delta}$, τῷ δὲ β^{φ} $\bar{\varsigma}$, τῷ δὲ γ^{φ} $\bar{\delta}$, τῷ δὲ δ^{φ} $\bar{\gamma}$, ὁμοῦ $\overline{\lambda\zeta}$· ἔχει δὲ ἕκαστον λζ′ ἤγουν ἑκάστη μοῖρα φ^{o} ζ καὶ $\bar{\gamma}$ δ^{α}.

ϛ. *Λύσις ἑτέρα τοῦ αὐτοῦ ζητήματος διὰ τῆς μονάδος τῶν $\overline{,\varsigma}$ λεπτῶν.*[2]) Διαιροῦμεν τὴν

1) Hîc 1 N^{o} = 12 μ^{ι} (μιλιαρήσια, miliarensia) et 1 μ^{ι} (miliarense) = 24 φ^{o} (folles). Vide Hultsch, *Griechische und roemische Metrologie* (Berlin 1882) p. 345.

2) 1 N^{o} = 6000 λεπτά (denaria). Crassior hîc est follium calculus, nempe partium solidi quas Byzantini adhibuisse videntur, sicut Romani librae scripula.

21 δ^{α}] $\bar{\eta}$ P.

μονάδα εἰς λζ μοίρας· ἔχει δὲ ἑκάστη μοῖρα ψῆφον ρξβ ς′, φ° δὲ η· ἅπερ συναγόμενα, οἱ μὲν ψῆφοι τῶν λζ μοιρῶν γίνονται ,ς, αἱ δὲ φόλλεις τῶν αὐτῶν λζ μοιρῶν ⟨N°⟩ α. διδοῦμεν οὖν τῷ α^ω μοίρας κδ ἐχούσας ψῆφον ,γωλβ, φ° ρ⊔β· τῷ δὲ β^ω μοίρας ς ἐχούσας ψῆφον μὲν ϡογ, φ° δὲ μη, ἅπερ γίνεται δ′ μέρος τοῦ α^ου· τῷ δὲ γ^ω μοίρας δ ἐχούσας ψῆφον μὲν χμη ω, φ° δὲ λβ, ἅπερ γίνεται ς′ τοῦ α^ου· τῷ δὲ δ^ω μοίρας γ ἐχούσας ψῆφον υπς ∟′, φ° δὲ κδ, ἅπερ γίνεται η′ τοῦ α^ου· ὥστε διαιροῦντες τὴν μονάδα τῶν ,ς εἰς μοίρας λζ, πάλιν ἀναλύσαντες αὐτὰς εἰς πρόσωπα δ, εὕρομεν πεπληρωμένα καὶ τὰ ,ς λεπτὰ τῆς μονάδος καὶ τὸ τέλειον.

ζ. *Λύσις ἑτέρα συντομωτέρα πάντων.* Ἐπειδὴ ὁ ἀπαρτισμὸς τοῦ κδ ἀριθμοῦ πρὸς τὸν λζ συνίστησι τὸ ζητούμενον, ἰστέον ὅτι ὁ κδ τοῦ λς γίνεται μέρος δίμοιρον· οὐδὲν δὲ διαφέρει πρὸς ἀριθμητικὰς καὶ λογαρικὰς ψηφοφορίας ὁ λζ τοῦ λς, διότι οὐ τέμνουσιν οἱ ἀριθμητικοὶ τὰς μονάδας, οὔτε οἱ λογαρικοὶ τὰς φόλλεις. ἐπεὶ οὖν ὁ κδ δίμοιρόν ἐστι τοῦ λζ, ὡσαύτως δὲ καὶ αἱ δ ὧραι δίμοιρόν εἰσι τῶν ς ὡρῶν, πρόδηλον ὅτι οἱ δ κρουνοὶ εἰς δ ὥρας ἤγουν εἰς τὸ δίμοιρον τῶν ς ὡρῶν ἅμα ῥέοντες ἐπλήρωσαν τὴν δεξαμενήν. οὐκ ἔστιν ἑτέρα λύσις οὔτε παρὰ τῆς φύσεως, οὔτε παρὰ τῆς τέχνης.

Σχόλιον.[1]) — *Χάλκεος· καὶ τοῦτο ὅμοιον τοῖς προσέχουσι πρὸ αὐτοῦ*[2]) *καὶ ὁμοίως λύεται. εὑρίσκονται γὰρ οἱ δ κρουνοὶ μεγέθει πρὸς ἀλλήλους ἔχοντες λόγον*

1) Scholium Metrodoreum in margine scriptum.
2) Vide infra Metrodorea epigrammata XVII et XVIII, p. 63.

ὂν τὰ ιβ.[1]) ϛ. γ. β, ὁμοῦ κγ· ἐὰν οὖν ποιήσωμεν ὡς τὰ ιβ πρὸς τὸν κγ, οὕτως ἕτερόν τινα χρόνον πρὸς ὥρας ϛ, εὑρήσομεν τῶν ϛ ὡρῶν ἐλάσσονα χρόνον ἐν λόγῳ ὑποενδεκαδωδεκάτῳ· [ἐὰν οὖν πάντα κγ^κις γένηται, ὡς ρλη πρὸς οβ·] ἐν ἄρα χρόνῳ τῶν ϛ ὡρῶν ὑποενδεκαδωδεκάτῳ πληρωθήσεται ὁ κρατήρ.

. . . . . .

ια.

Τοὺς χιλίους στατῆρας οὓς ἐκτησάμην
λαβεῖν κελεύω τοὺς ἐμοὺς παῖδας δύο·
πλὴν γνησίου τὸ πέμπτον ηὐξήσθω δέκα
μέτρου τετάρτου τῶν λαχόντων τῷ νόθῳ.

ιβ.

Ἐξ μνῶν ἓξ φιάλας Κροῖσος βασιλεὺς ἀνέθηκεν
δραχμῇ τὴν ἑτέρην μείζονα τῆς ἑτέρης.

ιγ. εἰς ἀνδριάντας

τρεῖς, Ζήθου καὶ Ἀμφίονος καὶ τῆς μητρὸς αὐτῶν.
Ἄμφω μὲν ἡμεῖς εἴκοσι μνᾶς ἕλκομεν
Ζῆθός τε χὠ ξύναιμος· ἢν δέ μου λάβῃς

1) Errore numerus 12 pro 24 positus est, ac si horae sex diem totam complerent. Solutionis sensus: tempus quaesitum est $\frac{6}{1+\frac{11}{12}}$ horae. Pro ὑποενδεκαδωδεκάτῳ (l. 4 et 6) oporteret ὑποεπιενδεκαδωδεκάτῳ.

4—5 ἐὰν οὖν . . . πρὸς οβ seclusi; oporteret ἐὰν οὖν πάντα ϛ^κις γένηται, ὡς οβ πρὸς ρλη· sed haec nihil ad rem. 5 ἐν] ἐὰν P. 15 ἑτέρης] ἑτέρᾳς (sic) P.

τρίτον, τὸ τέτρατόν τε τοῦδ' Ἀμφίονος,
ἔξ [ἂν τὰ] πάντ' ἀνευρών, μητρὸς εὑρήσεις σταθμόν.

. . . . . .

⟨μη⟩.

Αἱ Χάριτες μήλων καλάθους φέρον, ἐν δὲ ἑκάστῃ
ἶσον ἔην πλῆθος. Μοῦσαι σφίσιν ἀντεβόλησαν
ἐννέα καὶ μήλων σφέας ᾔτεον· αἳ δ' ἄρ' ἔδωκαν
ἶσον ἑκάστη πλῆθος, ἔχον δ' ἴσα ἐννέα καὶ τρεῖς.
εἰπὲ πόσον ⟨μὲν⟩ δῶκαν, ὅπως δ' ἴσα πᾶσαι ἔχεσκον.

⟨μθ⟩.

Τεῦξόν μοι στέφανον, χρυσὸν χαλκόν τε κεράσσας
κασσίτερόν θ' ἅμα τοῖσι πολύκμητόν τε σίδηρον,
μνῶν ἑξήκοντα· χρυσὸς δ' ἐχέτω μετὰ χαλκοῦ
δοιὰ μέρη τρισσῶν· χρυσὸς δ' ἅμα κασσίτερός τε
τρισσὰ μέρη τετόρων· χρυσὸς δ' ἅμ' ἠδὲ σίδηρος
τόσσα μέρη τῶν πέντε· πόσον δ' ἄρα δεῖ σε κερᾶσαι
λέξον τοῦ χρυσοῦ, χαλκοῦ πόσον, ἀλλ' ἔτι λέξον
κασσιτέροιο πόσον, λοιποῦ πόσον εἰπὲ σιδήρου
ὥστε σε τὸν στέφανον τεῦξαι μνῶν ἑξήκοντα.

ν. ἄλλο.

Τὸ τρίτον, ἀργυροποιέ, προσέμβαλε καὶ τὸ τέταρτον
τῆς φιάλης εἰς ἓν καὶ τὸ δυωδέκατον·
εἰς δὲ κάμινον ἔλαυνε βαλὼν καὶ πάντα κυκήσας
ἔξελέ μοι βῶλον, μνᾶν δέ μοι ἑλκυσάτω.

1 τέταρτον P. 2 ἂν τὰ del. ed. 8 ἔσχον P. 9 μὲν suppl. ed. 12 τ' ἅμα P. 15 δ' ἅμ'] δ' αὖτ' ed. 16 κεράσσαι ed.

να. ἄλλο.

Ἔχω τὸν ἑξῆς καὶ τὸ τοῦ τρίτου τρίτον. εἰσὶ $\overline{\mu\varepsilon}$
Κἀγὼ τὸν ἑξῆς καὶ τὸ τοῦ πρώτου τρίτον. λζ $\overline{L'}$
Κἀγὼ δέκα μνᾶς καὶ τὸ τοῦ μέσου τρίτον. κβ $\overline{L'}$
. 5

Μητροδώρου ἐπιγράμματα ἀριθμητικά.

⟨β⟩.[1])

Τίπτε με τῶν καρύων ἕνεκεν πληγῇσι πιέξεις,
ὦ μῆτερ; τάδε πάντα καλαὶ διεμοιρήσαντο
παρθένοι· ἦ γὰρ ἐμεῖο Μελίσσιον ἕβδομα δοιά, 10
ἡ δὲ δυωδέκατον Τιτάνη λάβεν· ἕκτον ἔχουσιν
καὶ τρίτον Ἀστυόχη φιλοπαίγμονες ἠδὲ Φίλιννα·
εἴκοσι δ' ἁρπάξασα Θέτις λάβε, δώδεκα Θίσβη·
ἣν ὅρα καὶ δ' ἐγέλα Γλαύκη παλάμησιν ἔχουσα
ἕνδεκα· τοῦτο δέ μοι καρύων περιλείπεται οἶον. 15

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας ζ' ζ' ιβ' ϛ' γ' ἕξει λοιπὰς μονάδας $\overline{\mu\delta}$· *τάδε τοιαῦτα προβλήματα καλεῖ ἐν τοῖς Δεδομένοις ὁ Εὐκλείδης δοθέντι ἀριθμῷ ἢ ἐν λόγῳ· ἔστιν δὲ ὅμοιον τοῦτο τὸ πρόβλημα τῷ πρὸ αὐτοῦ καὶ ὁμοίως λύεται διὰ τῶν αὐτῶν ἐφόδων.* 20 *εὑρίσκεται οὖν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ἔχων τὰ προκείμενα μέρη ὁ* $\overline{\pi\delta}$, *ἐξ οὗ ἀφαιρεθέντων ζ' ζ' ιβ' ϛ' γ', λοιπὰ ια·*

1) Ep. XIV, 116. Primum problema Metrodoreum (XIV, 2: vide supra p. 44, not. 1) in alia collectione inventum haud repetivit Constantinus Cephalas.

2 εἰσὶ] λζ P (errore ex compendio orto?). 11 ἔχουσαν P. 14 ἡ δ', ὅρα, ἡδὺ γελᾷ ed. 15 κάρυον ed. frustra. 16 ἀριθμὸν] καὶ P.

⟨ζ⟩.

Ἡ καρύη πολλοῖσιν ἐβεβρίθει καρύοισιν·
νῦν δέ τις ἐξαπίνης μιν ἀπέθρισεν, ἀλλὰ τί φησιν;
Ἐκ μὲν ἐμεῦ καρύων πέμπτον λάβε Παρθενόπεια·
ὀγδόατον δὲ Φίλιννα φέρει λάχος, ἡ δ' Ἀγανίππη
τέτρατον, ἑβδομάτῳ δ' ἐπιτέρπεται Ὠρείθυια·
ἕκτην δ' Εὐρυνόμη καρύων ἐδρέψατο μοίρην,
τρισσαὶ δ' ἓξ ἑκατὸν Χάριτες διεμοιρήσαντο,
ἐννάκι δ' ἐννέα Μοῦσαι ἐμεῦ λάβον· ἑπτὰ δὲ λοιπὰ
δήεις ἀκρεμόνεσσιν ἐφήμενα τηλοτέροισιν.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ε′ η′ δ′ ζ′ ϛ′ ἕξει λοιπὰς μ° τπη. καὶ τοῦτο ὅμοιον τοῖς πρὸ αὐτοῦ καὶ ὡσαύτως ἐφοδεύεται. καὶ γὰρ εὑρίσκομεν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ προκείμενα μέρη, καὶ ἔστιν ὁ ωμ· καὶ ἐὰν λείψῃ οὗτος ἑαυτοῦ ε′ η′ δ′ ζ′ ϛ′, λοιπὰ ἔσονται τὰ μένοντα ϟζ. καὶ ἐπεὶ ὁ τπη τετραπλάσιος αὐτοῦ ἐστιν, δεῖ καὶ τὸν ωμ τετραπλασιάσαι, καὶ γίνεται ,γτξ καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.

η. ἄλλο.

Ἑπτάλοφον ποτὶ ἄστυ Γαδειρόθεν ἕκτον ὁδοῖο
τὴν Ῥώμην λέγει
Βαίτιος εὐμύκους ἄχρις ἐν ἠιόνας· Βαῖτις ποταμός
κεῖθεν δ' αὖ πέμπτον Πυλάδου μετὰ Φώκιον οὖδας
Ταύρη χθὼν βοέης οὔνομ' ἀπ' εὐεπίης·
Πυρήνην δέ τοι ἔνθεν ἐπ' ὀρθόκραιρον ἰόντι
ὄγδοον ἠδὲ μιῆς δωδέκατον δεκάδος·

---

1 Ep. XIV, 120. 6 Ὠρίθυια P. 7 Εὐρυνομείη P.
19 Ep. XIV, 121. 24 εὐετίης ed. 26 δεκάτης ed.

Πυρήνης δὲ μεσηγὺ καὶ Ἄλπιος ὑψικαρήνου
τέτρατον· Αὐσονίης αἶψα δυωδέκατον
ἀρχομένους ἤλεκτρα φαείνεται Ἠριδανοῖο.
ὦ μάκαρ, ὃς δισσὰς ἤνυσα χιλιάδας
πρὸς δ' ἔτι πέντ' ἐπὶ ταῖς ἑκατοντάδας ἔνθεν ἐλαύνων· 5
ἡ γὰρ Ταρπαίη μέμβλετ' ἀνακτορίη.

	Γάδειρα
,β⟨φ⟩	ς′
	Βαῖτις ποταμός
,γ	ε′
	Ταῦρος
,β	η′ ρκ′
	Πυρήνη ὄρος
,γψν	δ′
	Ἄλπις ὄρος
,ασν	ιβ′
	Ἠριδανὸς ποταμός
,βφ	
	Ῥώμη.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ς′ε′η′ ρκ′δ′ιβ′ ἕξει λοιπὰς μ° ,βφ. καὶ τοῦτο δὲ ὅμοιόν ἐστι τοῖς 10 *πρὸ αὐτοῦ καὶ ὡσαύτως ἐφοδευόμενον καὶ λυόμενον. εὑρίσκεται γὰρ ἀριθμὸς ἐλάχιστος ἔχων τὰ προκείμενα μέρη ὁ ρκ. ἐὰν λείψῃ οὗτος μέρος ἑαυτοῦ* 15 *ς′ε′η′ρκ′δ′ιβ′, λοιπὰ μένουσιν μ° κ̄· καὶ ἐπεὶ ὁ ,βφ τοῦ κ̄ ἐστὶν ἑκατονεικοσιπενταπλάσιος, δεῖ καὶ τὸν ρκ̄ πολλαπλάσιάσαι παρὰ τὸν ρκ̄ε̄, καὶ γί-* 20 *νονται χιλιάδες ιε̄ ὁ ϛ καὶ ποιεῖ τὸ πρόβλημα.*

ϑ.

Εὐβλεφάροιο Δίκης ἱερὰ κρηδεμνὰ μιήνας
ὄφρα σε, πανδαμάτωρ χρυσέ, βλέποιμι τόσον, 25
οὐδὲν ἔχω· πίσυρας γὰρ ἐπ' οὐκ ἀγαθοῖσι ταλάντων
οἰωνοῖσι μάτην δῶκα φίλοις δεκάδας·

3 ἀρχομένης ed. 6 Ταρπείη ed. 7 ἀριθμὸν] καὶ P.
23 Ep. XIV, 122. 27 δεκάδος P.

ἥμισυ δ' αὖ τρίτατόν τε καὶ ὄγδοον, ὦ πολύμορφοι
ἀνθρώπων Κῆρες, ἐχθρὸν ἔχοντα βλέπω.

Σχόλιον. Ὑπόκειταί τις κλέψας χρυσόν, καὶ τὸ μὲν αὐτοῦ διανείμας τοῖς φίλοις, τὸ δὲ πάλιν ἀφαιρεθεὶς ὑπὸ ἐχθροῦ, καὶ μηδὲν ἑαυτῷ ὑπολειπόμενος καὶ διὰ τοῦτο σχετλιάζων. ἔστιν οὖν καὶ τοῦτο ὅμοιον καὶ ὁμοίως τοῖς πρὸ αὐτοῦ ἐφοδευόμενον. δεῖ γὰρ εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει μέρη L′γ′η′, καὶ ἔστιν ὁ κδ· ἐὰν οὖν λείψῃ οὗτος τὸ L′γ′η′, καταλείπει μ° ᾱ τουτέστιν τὸ κδ′ μέρος· ἀλλ' ἐξ ἀρχῆς ὑπέκειτο ἵνα λείψῃ μ° μ̄· οὐκοῦν τὸν κδ πολλαπλασιάσας ἐπὶ τὸν μ̄ ποιήσει τὸν ἀριθμὸν ϡξ, ὅστις ποιήσει τὸ πρόβλημα.

ι. ἄλλο.

Πέμπτον μοι κλήρου, παῖ, λάμβανε· δωδέκατον δὲ
δέξο, δάμαρ· πίσυρες δ' υἱέος οἰχομένου
παῖδες, ἀδελφειοί τε δύω καὶ ἀγάστονε μῆτερ,
ἑνδεκάτην κλήρου μοῖραν ἕκαστος ἔχε.
αὐτάρ, ἀνεψιοί, δύο καὶ δέκα δέχθε τάλαντα,
Εὔβουλος δ' ἐχέτω πέντε τάλαντα φίλος.
πιστοτάτοις δμώεσσιν ἐλευθερίην καὶ ἄποινα
μισθὸν ὑπηρεσίης τοῖσδε δίδωμι τάδε·
ὧδε λαμβανέτωσαν· Ὀνήσιμος εἰκοσίπεντε
μνᾶς ἐχέτω· Δοὸς δ' εἴκοσι μνᾶς ἐχέτω·
πεντήκοντα Σύρος, Συνετὴ δέκα, Τίμιος ὀκτώ·
ἑπτὰ δὲ μνᾶς Συνετῷ παιδὶ δίδωμι Σύρου.
ἐκ δὲ τριηκόντων κοσμήσατε σῆμα ταλάντων,
ῥέζετε δ' Οὐδαίῳ Ζανὶ θυηπολίην.

---

5 ὑπολιπόμενος P. 14 Ep. XIV, 123. 18 ἕκαστος] ἕκτος P. 19 ἀνεψιαδοῖ ed. 20 Εὔβολος P. 23 ὧδε δὲ ed. 24 Δάος ed. 25 Τίβιος ed.

δισσῶν ἐς δὲ πυρὴν καὶ ἅλφιτα καὶ τελαμῶνας·
εἰκαίην δοιῶν σῶμα χάριν λαβέτω.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ε′ ιβ′ ια′ ια′ ια′ ια′ ια′ ⟨ια′⟩ ἕξει [λοιπὰς μ° $\overline{\nu\gamma}$. καὶ τοῦτο δὲ ὅμοιόν ἐστι τοῖς πρὸ αὐτοῦ καὶ ὡσαύτως ἐκείνοις ἐφοδεύεται. καὶ γὰρ εὑρίσκομεν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ προκείμενα μέρη, καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\chi\xi}$· ἐὰν οὖν ἀφέλῃς ἐξ αὐτοῦ μέρη ε′ ιβ′ ια′ ια′ ια′ ια′ ια′ ια′, τουτέστιν μ° $\overline{\chi\zeta}$, λοιπὰ μένουσιν $\overline{\nu\gamma}$ καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.

[Καὶ γέγονεν φανερὸν ἐκ τούτου ὅτι τὴν μνᾶν ὑποτίθεται τεταρτημόριον τοῦ ταλάντου· τὰς γὰρ $\overline{\rho\mu\delta}$ μνᾶς ὡς $\overline{\lambda\varsigma}$ τάλαντα ἐκτίθεται.]

ια. ἄλλο.

Ἥλιος μήνη τε καὶ ἀμφιθέοντος ἁλῆται
ζωοφόρου τοίην τοι ἐπεκλώσαντο γενέθλην·
ἕκτην μὲν βιότοιο φίλῃ παρὰ μητέρι μεῖναι
ὀρφανόν, ὀγδοάτην δὲ μετ' ἀντιβίοισιν ἀνάγκῃ
θητεύειν· νόστον δὲ γυναῖκά τε παῖδα τ' ἐπ' αὐτῇ
τηλύγετον δώσουσι θεοὶ τριτάτῃ ἐπὶ μοίρῃ·
δὴ τότε σοι Σκυθικοῖσιν ὑπ' ἔγχεσι παῖς τε δάμαρ τε
ὄλλυνται· σοὶ δὲ τοῖσιν ἐπάλλιστα † δάκρυα χεύσας,
ἑπτὰ καὶ εἴκοσ' ἔτεσσι βίου ποτὶ τέρμα περήσεις.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ς′ η′ γ′ ἕξει λοιπὰς μ° $\overline{\kappa\zeta}$. καὶ τοῦτο δὲ ὅμοιόν ἐστι τοῖς πρὸ αὐτοῦ καὶ ὁμοίως ἐφοδεύεται. εὑρίσκο-

---

1 ἕς τε ed. 5 τοῖς] τοῦ P. 11—13 καὶ . . . ἐκτίθεται delevi: etenim minarum summa est 120 et pro 2 talentis computatur. 14 Ep. XIV, 124. 16 ζωόφορον P 18 ὀγδοάτ' ἠδὲ P. ἀνάγκη P. 21 ἔγχεϊ P. 22 ἐπάλλιστα] ἐπ' ἄλγεσι ed.

μεν γὰρ ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη ϛ′ η′ γ′, ἔστι δὲ ὁ κδ· ἐὰν οὖν ἀφέλῃς ἐξ αὐτοῦ μέρη ϛ′ η′ γ′ τουτέστιν μ° ιε, λοιπὰ μένουσιν θ· ἀλλ' ὤφειλον εἶναι κξ· οὐκοῦν τρὶς τὰ κδ γίνονται οβ, ἀφ' ὧν τὸ ϛ′ η′ γ′, λοιπὰ κξ.

ιβ. ἄλλο.

Τύμβος ἐγώ, κεύθω δὲ πολύστονα τέκνα Φιλίννης,
τοῖον μαψιτόκων καρπὸν ἔχων λαγόνων.
πέμπτον ἐν ἠιθέοις, τρίτατον δ' ἐνὶ παρθενικῇσιν,
τρεῖς δέ μοι ἀρτιγάμους δῶκε Φιλίννα κόρας.
λοιποὶ δ' ἠελίοιο πανάμμοροι ἠδὲ καὶ αὐδῆς
τέσσαρες ἐκ λαγόνων εἰς Ἀχέροντα πέσον.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ε′ γ′ ἕξει λοιπὰς μ° ζ. καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τοῖς πρὸ αὐτοῦ πᾶσιν. εὑρίσκομεν γὰρ ἀριθμὸν [ὃς] ἐλάχιστον ἔχοντα τὰ εἰρημένα μέρη, τὸν ιε· ἀναφελόντες μέρος ε′ γ′, λοιπὰ ζ.

ιγ. ἄλλο.

Οὗτός τοι Διόφαντον ἔχει τάφος· ἆ μέγα θαῦμα,
καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγει.
ἕκτην κουρίζειν βιότου θεὸς ὤπασε μοίρην,
δωδεκάτην δ' ἐπιθεὶς μῆλα πόρεν χλοάειν·
τῇ δ' ἄρ' ἐφ' ἑβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἥψατο φέγγος,
ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτει·
αἶ αἶ τηλύγετον δειλὸν τέκος, ἥμισυ πατρὸς
τοῦδε καὶ ᾗ κρυερὸς μέτρον ἑλὼν βιότου.

---

6 Ep. XIV, 125. 10 τρὶς P. 18 Ep. XIV, 126. 21 ἕκτη P. 22 δωδεκάτη P χνοάειν ed. 26 σοῦ γ' ἑκάης δυεροῦ ed.

πένθος δ' αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς,
τῇδε πόσου σοφίῃ τέρμ' ἐπέρησε βίου.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας μέρος ἑαυτοῦ ς' ιβ' ζ' ∠' ἕξει λοιπὰς μ° θ̄. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο ὅμοιον τοῖς προκειμένοις ἅπασι καὶ ὁμοίως λύεται. εὑρίσκεται γὰρ ἀριθμὸς ἐλάχιστος ἔχων τὰ εἰρημένα μέρη ὁ πδ̄· ὧν ἄφελε τὸ ς' ιβ' ζ' ∠', τουτέστι μ° οε̄, λοιπὰ θ̄ καὶ γίνεται τὸ πρόβλημα.

ιδ. ἄλλο.

Παντὸς ὅσου βεβίωκε χρόνου, παῖς μὲν τὸ τέταρτον
Δημοχάρης βεβίωκε, νεηνίσκος δὲ τὸ πέμπτον,
τὸ τρίτον εἰς ἄνδρας· πολιὸν δ' ὅτ' ἀφίκετο γῆρας,
ἕξησεν λοιπὰ τρισκαίδεκα γήραος οὐδῷ.

Σχόλιον. Εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς λείψας δ' ε' γ' ἕξει λοιπὰς μ° ιγ̄. καὶ τοῦτο δὲ ὅμοιον τοῖς πρὸ αὐτοῦ ἅπασι καὶ ὡσαύτως λύεται. ἐὰν γὰρ εὕρῃς ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη δ' ε' γ', λύεις τὸ πρόβλημα· ἔστι δὲ ὁ ξ̄, ἐξ οὗ ἀφελὼν τὰ προκείμενα μέρη, τουτέστι μ° μ̄ζ̄, λοιπὰ μένουσι μ° ιγ̄ καὶ εὗρες τὴν λύσιν.

ιε. ἄλλο.

Οἷον ἀδελφειός με βιήσατο, πέντε τάλαντα
οὐχ ὁσίῃ μοίρῃ πατρικὰ δασσάμενος·
ἑπτὰ κασιγνήτοιο τόδ' ἑνδεκάτων πολύδακρυς
πέμπτον ἔχω μοίρης· Ζεῦ, βαθὺν ὕπνον ἔχεις.

Σχόλιον. Ὑπόκειταί τις σχετλιάζων ὡς ἀδικηθεὶς ὑπὸ τοῦ ἀδελφοῦ ἐπὶ τῷ τοῦ πατρικοῦ κλήρου μερισμῷ·

2 an ποσοῦ? ἐπέρησα P. 9 Ep. XIV, 127. 18 ὁ repet. P. 21 Ep. XIV, 128. 22 μ' ἐβιήσατο ed.

ἦσαν γὰρ ἀδελφοὶ δύο οἱ πάντες, ὧν ὁ εἷς ἰσχυρότερος· ἦν δὲ ἡ πᾶσα οὐσία ἡ πατρικὴ τάλαντα $\bar{\varepsilon}$. διαλύεται τὸ πρόβλημα κατὰ τὸ δεύτερον τῶν Διοφάντου βιβλίου $\bar{\alpha}$, τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμόν, ὡς ἄρτι τὸν $\bar{\varepsilon}$, διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὥστε τῶν $\bar{\zeta}$ $\iota\alpha^{\omega\nu}$ τοῦ ἑτέρου πέμπτον μέρος εἶναι τὸν ἕτερον. ἔστω οὖν ὁ ἐλάχιστος ϛϛ $\bar{\zeta}$· τὰ ἄρα $\bar{\zeta}$ $\iota\alpha^{\alpha}$ τοῦ ἑτέρου ἔσται ϛϛ $\overline{\lambda\varepsilon}$· τὸ ἄρα $\bar{\alpha}$ $\iota\alpha^{o\nu}$ ἔσται ϛϛ $\bar{\varepsilon}$· ὁ ὅλος ἄρα ὁ μείζων ϛϛ $\overline{\nu\varepsilon}$· ἦν δὲ καὶ ὁ ἐλάχιστος ϛϛ $\bar{\zeta}$· συναμφότεροι ἄρα ἔσονται ϛϛ $\overline{\xi\beta}$, ἀλλὰ καὶ τάλαντα $\bar{\varepsilon}$. καὶ γίνεται τὸ τάλαντον ϛϛ $\iota\overline{\beta}$ γ' $\iota\varepsilon'$. ἐὰν τοὺς ϛϛ$^{o\upsilon\varsigma}$ πενταπλασιάσωμεν διὰ τὸν ἀπαρτισμόν, ἔσονται ϛϛ $\overline{\xi\beta}$ ἴσοι ταλάντῳ $\bar{\alpha}$ καὶ γίνεται ὁ ϛ $\overset{\xi\beta}{\alpha}$· ἔσται ὁ ἐλάχιστος $\overset{\xi\beta}{\lambda\varepsilon}$, ὁ δὲ μείζων $\overset{\xi\beta}{\sigma o\varepsilon}$. τούτου δὲ τοῦ μείζονος τὰ $\bar{\zeta}$ $\iota\alpha^{\alpha'}$ εἰσι $\overset{\xi\beta}{\rho o\varepsilon}$, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.

ιϛ. ἄλλο.

Εἶπε κυβερνητῆρι πλατὺν πόρον Ἀδριακοῖο
τέμνων νηί· ἁλὸς πόσα λείπεται εἴσετι μέτρα;
τόνδ' ἀπαμείβετο· ναῦτα, μέσον Κριοῖο μετώπου
Κρηταίου Σικελῆς τε Πελωρίδος ἑξάκι μέτρα
χίλια· δοιῶν δ' αὖτε παροιχομένοιο δρόμοιο
πέμπτων διπλάσιον Σικελὴν ἐπὶ πορθμίδα λείπει.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ $\iota\varepsilon^{\omega}$ καὶ διὰ τοῦ δευτέρου προβλήματος τοῦ πρώτου τῶν Διοφάντου Στοιχείων λύεται· τὰ ϛ' διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα τὸ ἓν μέρος ᾖ ἐπιτέταρτον τοῦ ἑτέρου· γίνεται

4 ἀριθμὸν] καὶ P. 16 Ep. XIV, 129. 25 τὰ] τῶν P.

οὖν ὁ ϛ μ° χξϛ ω, καὶ γίνεται ὁ μείζων ἀριθμὸς μ° ,γτλγ γ′, γίνεται δὲ ὁ ἐλάσσων ,βχξϛ ω.

⟨ιζ⟩.

Τῶν πισύρων κρουνῶν ὁ μὲν ἥματι πλῆσεν ἅπασαν
δεξαμενήν, δύο δ' οὗτος, ὁ δ' ἐν τρίσιν ἥμασιν οὗτος, 5
τέτρατος ἐν τετόρεσσι· πόσῳ πλήσουσιν ἅπαντες;

Σχόλιον. Τοῦτο τὸ πρόβλημα λύεται κατὰ τὸ ιθ°ν θεώρημα τοῦ ζ°υ τῶν Στοιχείων Εὐκλείδου· τὸ γὰρ ὑπὸ τοῦ χρόνου καὶ μεγέθους ἑκάστου τῷ ὑπὸ ἴσον ποιοῦντες ἐπὶ τῶν τεσσάρων, εὑρήσομεν τὸ 10 μέγεθος τοῦ μὲν πρώτου ιβ ϛϛ, τοῦ δὲ δευτέρου ϛ ϛϛ, τοῦ δὲ τρίτου δ ϛϛ, τοῦ δὲ τετάρτου γ ϛϛ, ὁμοῦ ϛϛ κε· ἀλλ' ὁ τῶν ιβ ϛϛ ἐν μιᾷ ἡμέρᾳ ἐπλήρου· οὐκοῦν κατὰ τὸ ιθ°ν τοῦ ζ°υ τῶν Στοιχείων Εὐκλείδου ὁ τῶν κε πληρώσει ἐν μορίῳ τῆς ἡμέρας ὑποδιπλασιοδωδεκάτῳ· 15 ἀπῆκται ἄρα εἰς τὸ διελεῖν τὰς ιβ ὥρας τῆς ἡμέρας εἰς δύο μόρια ἵνα τὸ ἓν τοῦ ἑνὸς ᾖ ἐπιδωδέκατον, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.[1])

ιη. ἄλλο.

Οἶγέ με, καὶ πισύρεσσιν ἐνιπλήσω παρεοῦσαν 20
δεξαμενὴν ὥραις κρουνὸς ἅλις προρέων·
δεξιτερὸς δ' ἄρ' ἐμεῖο τόσαις ἀπολείπεται ὥραις
ὄφρα μιν ἐμπλήσει, δὶς δὲ τόσαις ὁ τρίτος·

1 Quum quaesitum tempus sit $\frac{12}{25}$ unius diei (sive 12 horarum), idem est problema ac si postuletur partiri diem in duas partes quae sint inter se ut numeri 12 et 13, vel aliter 1 et $1 + \frac{1}{12}$.

2 δὲ ὁ] ὁ δὲ P. 3 Ep. XIV, 130. 5 δύο] δυσὶ ed. 19 Ep. XIV, 131.

εἰ δ' ἄμφω σὺν ἐμοὶ προχέειν ῥόου ἑσμὸν ἀνώγοις,
εἰν ὀλίγῃ μοίρῃ πλήσομεν ἡματίῃ.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὁμοίως ἐφοδεύεται τῷ ιζ^ου διὰ τοῦ ιθ^ου τῶν Στοιχείων τοῦ ζ^ου βιβλίου Εὐκλείδου. ἔστι γὰρ ὁμοῦ τῶν τριῶν ἡ ἄφεσις ϛϛ $\overline{\iota\alpha}$ καὶ πληρώσουσιν ἐν ὥρας μέρεσιν $\overline{\kappa\delta}^{\iota\alpha}$· βασιλεύει γὰρ ὁ μὲν α^ος καὶ μέγιστος καὶ πληρώσει τὰ τῆς δεξαμενῆς $\overline{\kappa\delta}^{\iota\alpha}$, ὁ δὲ β^ος $\overline{\iota\beta}^{\iota\alpha}$, ὁ δὲ γ^ος $\overline{\eta}^{\iota\alpha}$, ὁμοῦ $\overline{\mu\delta}^{\iota\alpha}$. οἱ γὰρ τρεῖς ὁμοῦ πρὸς τὸν μέγιστον λόγον ἔχουσιν ὃν τὰ $\overline{\iota\alpha}$ πρὸς τὰ $\overline{\xi}$, τουτέστι τὰ $\overline{\mu\delta}$ πρὸς τὰ $\overline{\kappa\delta}$· τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν τριῶν καὶ $\overline{\kappa\delta}$ ἴσον τῷ ὑπὸ τοῦ μεγίστου καὶ $\overline{\mu\delta}$.

κ. ἄλλο.[1])

Κύκλωψ ἐγὼ †Πολύφημος ὁ χάλκεος· οἷα δ' ἐπ' αὐτῷ
τεῦξέ τις ὀφθαλμὸν καὶ στόμα καὶ παλάμην
κρουνοῖς συζεύξας, στάζοντι δὲ πάμπαν ἔοικεν
ἠδ' ἔτι καὶ βλύζων φαίνετ' ἀπὸ στόματος·
κρουνῶν δ' οὔ τις ἄτακτος· ὁ μὲν παλάμης τρισὶ μούνοις
ἥμασιν ἐμπλήσει δεξαμενὴν προρέων,
ἡμάτιος γλήνης, στόμα δ' ἥματος ἐν δύο πέμπτοις·
τίς κ' ἐνέποι τρισσοῖς ἶσα θέοντα χρόνον;

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιον τῷ ιθ^ῳ. εὑρίσκονται γὰρ τρεῖς ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ ἀριθμῶν ἐλαχίστων $\overline{\iota\varepsilon}$. $\overline{\xi}$. $\overline{\beta}$, ὁμοῦ $\overline{\kappa\gamma}$· καὶ γίνεται ὁμοῦ τῶν τριῶν τὰ μεγέθη ϛϛ $\overline{\kappa\gamma}$. ἐὰν οὖν ποιήσωμεν ὡς τὸν $\overline{\kappa\gamma}$ πρὸς τὸν $\overline{\xi}$, οὕτως ὥρας

1) Ep. XIV, 132. Vide supra p. 46 problema 19 Metrodoreum = Ep. XIV, 7.

1 ῥόον P. 6 βασιλεῖ P, dubitanter correxi.

ιβ πρὸς ὥρας $^{\varkappa\gamma}$ οβ, εὑρήσομεν ὅτι ἅμα οἱ τρεῖς κρουνοὶ ἀφεθέντες πληρώσουσι τὴν δεξαμενὴν ἐν ὥρας $^{\varkappa\gamma}$ οβ. εἰ γὰρ ὑποθώμεθα λόγου χάριν τὴν δεξαμενὴν χωροῦσαν μέτρα χ ι, τὸ μὲν στόμα τοῦ Κύκλωπος πληρώσει μέτρα υν, ὁ δὲ ὀφθαλμὸς ρπ, ἡ δὲ χεὶρ ξ, καὶ ἔσται κατὰ τὰς ἐξ ἀρχῆς θέσεις ὁ μὲν ὀφθαλμὸς τῆς χειρὸς τριπλάσιος, τὸ δὲ στόμα τοῦ ὀφθαλμοῦ μεγέθει διπλάσιον ἥμισυ.

κα. ἄλλο.

Ὡς ἀγαθὸν κρητῆρι θεοὶ κερόωσι ῥέεθρον
οἴδε δύω ποταμοὶ καὶ Βρομίοιο χάρις·
ἶσος δ' οὐ πάντεσσι ῥόου δρόμος, ἀλλά μιν οἶος
Νεῖλος μὲν προρέων ἡμάτιος κορέσει,
τόσσον ὕδωρ μαζῶν ἀπερεύγεται· ἐκ δ' ἄρα Βάκχου
θυρσὸς ἐνὶ τρισσοῖς ἥμασιν οἶνον ἱείς·
σὸν δὲ κέρας, Ἀχελῷε, δύ' ἥμασιν· ἣν δ' ἅμα πάντες
ῥεῖτε καὶ εἰν ὥραις πλήσετε μὴν ὀλίγαις.

Σχόλιον. Οἱ τρεῖς ὅροι εἰσὶν πρὸς ἀλλήλους μεγέθει λόγον ἔχοντες ξ. γ. β, ὁμοῦ ια· εἰ οὖν γένηται ὡς ὁ ια ⟨πρὸς⟩ τὸν ξ, οὕτως ἡ μία ἡμέρα πρὸς μιᾶς ἡμέρας ἑνδέκατα ξ, εὕρηται ὁ χρόνος. χρὴ οὖν διελεῖν τὴν ἡμέραν εἰς ια$^{\alpha}$, καὶ τούτων τὰ ξ ἀποφαίνεσθαι εἶναι τὸν ζητούμενον χρόνον. εἰ οὖν ὑποθοίμεθα τὸν κρατῆρα μέτρων λόγου χάριν τλ, ἐπιμετρήσει ὁ μὲν Νεῖλος μέτρα ρπ, ὁ δὲ Διόνυσος ξ, ὁ δὲ Ἀχελῷος ι,
καὶ κατὰ τὰς ὑποθέσεις προβαίνει.

---

9 Ep. XIV, 133. 14 ἀπερεύεται P. 16 ἥμασι· νῦν δ' ἅμα ed. 17 μιν ed.

κε. ἄλλο.

Δάκρυ παραστάξαντες ἀμείβετε. Οἶδε γὰρ ἡμεῖς,
οὓς τόδε δῶμα πεσὸν ὤλεσεν Ἀντιόχου
δαιτυμόνας, οἷσιν θεὸς δαιτός τε τάφου τε
τόνδ' ἔπορεν χῶρον, τέσσαρες ἐκ Τεγέης
κείμεθα, Μεσσήνης δὲ δυώδεκα, ἐκ δέ τε πέντε
Ἄργεος, ἐκ Σπάρτης δ' ἥμισυ δαιτυμόνων·
αὐτός τ' Ἀντίοχος, πέμπτου δέ τε πέμπτον ὄλοντο
Κεκροπίδαι· σὺ δ' Ὕλαν κλαῖε, Κόρινθε, μόνον.

Σχόλιον. Τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ α^ῳ καὶ τῷ β^ῳ καὶ τοῖς παραπλησίοις καὶ ὡσαύτως ἐκείνοις ἐφοδεύεται. δεῖ γὰρ εὑρεῖν ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει μέρη ∠′ κε′, καὶ ἔστιν ὁ $\bar{\nu}$ καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.

κϛ. ἄλλο.

Νικαρέτη παίζουσα σὺν ἡλικιώτισι πέντε,
ὧν εἶχεν καρύων Κλείτ' ἔπορεν τὸ τρίτον,
καὶ Σαπφοῖ τὸ τέταρτον, Ἀριστοδίκῃ δὲ τὸ πέμπτον,
εἰκοστὸν Θεανοῖ καὶ πάλι δωδέκατον,
εἰκοστὸν τέτρατον δὲ Φιλιννίδι, καὶ περιῆν δὲ
πεντήκοντ' αὐτῇ Νικαρέτῃ κάρυα.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ κε^ῳ καὶ ὁμοίως ἐκείνῳ λύεται. εὑρίσκομεν γὰρ ἀριθμὸν ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει μέρη γ′ δ′ ε′ κ′ ιβ′ κδ′· ἔστι δὲ ὁ $\overline{\rho\kappa}$, ἀφ' οὗ τὰ μέρη ἀρθέντα, λείπει $\bar{\epsilon}$. καὶ ἐπειδὴ $\bar{\nu}$ τῇ Νικαρέτῃ κάρυα ὑπελείπετο καί εἰσι ταῦτα δεκαπλάσια τοῦ $\bar{\epsilon}$· πέντε δεκάκις ⟨$\bar{\nu}$⟩· καὶ γίνεται ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς

1 Ep. XIV, 137. 2 παρὰ στάξαντες ed. 3 πεσὼν P. 4 οἷσίν γε ed. 5 ἔπορε P. 14 Ep. XIV, 138. 16 Κλείδ' ed. 26 $\bar{\nu}$ addidi.

$\overline{\text{ασ}}$ καὶ λύει τὸ πρόβλημα, καθὼς ἐν τῷ πρώτῳ καὶ δευτέρῳ ἐδιδάξαμεν.

⟨κζ.⟩

Γνωμονικῶν Διόδωρε μέγα κλέος, εἰπέ μοι ὥρην.
Ἡνίκ' ἀπ' ἀντολίης πόλον ἤλατο χρύσεα κύκλα
ἠελίου, τοῦδ' ἤτοι ὅσον τρία πέμπτα δρόμοιο
τετράκι τόσσον ἔπειτα μεθ' ἑσπερίην ἅλα λείπει.

Σχόλιον. Τοῦτο ἐφοδεύεται κατὰ τὸ $\beta^{ον}$ τοῦ πρώτου βιβλίου τῶν στοιχείων Διοφάντου. δεῖ γὰρ τὸν $\overline{\text{ιβ}}$ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ ὃν ἔχει τὰ $\overline{\text{ε}}$ πρὸς τὰ $\overline{\text{ιβ}}$. καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\text{ιζ}}{\text{ιβ}}$. ἔσται ἄρα τὰ μὲν παρελθόντα τῆς ἡμέρας μόρια $\overset{\text{ιζ}}{\text{ξ}}$, τὰ δὲ ὑπολειπόμενα $\overset{\text{ιζ}}{\text{ρμδ}}$, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.

⟨κθ.⟩[1])

Ζεῦ μάκαρ, ἦ ῥά τοι ἦ ῥα τάδ' εὔαδεν, οἷα γυναῖκες
Θεσσαλικαὶ παίζουσι; μαραίνεται ὄμμα σελήνης[2])
ἐκ μερόπων, ἴδον αὐτός· ἔην δ' ἔτι νυκτὸς ἐπ' ἠῶ
δὶς τόσον ὅσσα δύ' ἕκτα καὶ ἕβδομον οἰχομένοιο.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ $\text{κη}^{\text{ῳ}}$ καὶ ⟨τῷ⟩ $\text{κζ}^{\text{ῳ}}$. δεῖ γὰρ τὸν $\overline{\text{ιβ}}$ διελεῖν ἐν λόγῳ ἐπιεικοστῷ, τουτέστιν ὃν ἔχει ὁ $\overline{\text{κα}}$ πρὸς τὸν $\overline{\text{κ}}$, καὶ γίνεται ὁ ς $\overset{\text{μα}}{\text{ιβ}}$. ἔσται οὖν τὸ μὲν παρελθὸν τῆς νυκτὸς $\overset{\text{μα}}{\text{σνβ}}$, τὸ δὲ μέλλον $\overset{\text{μα}}{\text{σμ}}$.

1) Problema Metrodoreum 28 = Ep. XIV, 6 vide supra p. 46.
2) In margine: Ἀντὶ: ἐκλείπει ἡ σελήνη.

3 Ep. XIV, 139. 5 πόλιν P. 6 τοῦ δῆτα ed. 14 Ep. XIV, 140. 15 τοι ἦ ῥα] τοι ἔργα ed.

λ. ἄλλο.

Ἀπλανέων ἄστρων παρόδους τ' ἐπὶ τοῖσιν ἀλητῶν
εἰπέ μοι, ἡνίκ' ἐμὴ χθιζὸν ἔτικτε δάμαρ·
ἦμαρ ἔην ὅσσον τε δὶς ἕβδομον ἀντολίηθεν
5 ἑξάκι τόσσον ἔην ἑσπερίην ἐς ἅλα.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιον τῷ κθ'. δεῖ γὰρ τὸν ιβ̄ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ ἐπιπενταεβδόμῳ, καὶ γίνεται ὁ ϛ ιβ̄. ἔσται οὖν τὸ μὲν παρελθὸν τῆς ἡμέρας πδ̄, τὸ δὲ μέλλον ρμδ̄.

10 λβ. ἄλλο.

Ἔγρεσθ', ἠριγένεια παρέδραμε· πέμπτον, ἔριθοι,
λειπομένης τρισσῶν οἴχεται ὀγδοάτων.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ πρὸ αὐτοῦ. δεῖ γὰρ τὸν ιβ̄ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα τὸ
15 γ̄ ὀγδόων τοῦ ἑνὸς ε^ου μέρος ᾖ ὁ ἕτερος, τουτέστιν ἵνα λόγον ἔχωσι πρὸς ἀλλήλους τρισκαιδεκαπλασιεπίτριτον. γίνεται οὖν ὁ ϛ ιβ̄^μγ. γίνεται οὖν τὸ μὲν παρελθὸν τῆς ἡμέρας λϛ^μγ, τὸ δὲ ὑπολειπόμενον υπ^μγ.

λγ. ἄλλο.

20 Σύρτιος ἐν τενάγεσσι πατὴρ θάνεν, ἐκ δ' ἄρ' ἐκείνης
πέντε τάλαντα φέρων ἤλυθε ναυτιλίης
οὗτος ἀδελφειῶν προφερέστατος· ἦ γὰρ ἔμοιγε
δῶκεν ἑῆς μοίρης διπλάσιον τριτάτων
δοιῶν, ἡμετέρης δὲ δύ' ὄγδοα μητέρι μοίρης
25 ὤπασεν, οὐδὲ δίκης ἤμβροτεν ἀθανάτων.

1 Ep. XIV, 141. 7 ἀριθμὸν] καὶ P. 10 Ep. XIV, 142. 14 ἀριθμὸν] καὶ P. 19 Ep. XIV, 143.

Σχόλιον. Καὶ τοῦτο ὅμοιόν ἐστι τῷ λβ^ω^. δεῖ γὰρ τὸν ε̄ ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ, καὶ πάλιν τὸ μεῖζον μόριον διελεῖν ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ. ἔσται οὖν ἡ μὲν πρώτη διαίρεσις ἔχουσα τὸν ϛ ε̄ζ, τουτέστιν ὁ μὲν γίνεται ιε̄ζ, ὁ δὲ κ̄ζ. ἐὰν δὲ πάλιν τὰ κ̄ζ διέλωμεν εἰς τὸν τετραπλάσιον λόγον, γίνεται ὁ ϛ ε̄ζ. καὶ ἔσται τὸ μὲν μεῖζον αὐτοῦ τμῆμα ⟨ιε̄ζ⟩, τὸ δὲ ἔλαττον ⟨ε̄ζ⟩, ὁ δὲ ἕτερος ὁ ἐλάσσων τῆς πρώτης διαιρέσεως ιε̄ζ.[1])

λϛ. ἄλλο.[2])

Ἁ βάσις ἂν πατέω σὺν ἐμοὶ βάρος ἁλίκον ἕλκει. —
Χ' ἁ κρηπὶς σὺν ἐμοὶ τόσσα τάλαντα φέρει. —
Ἀλλ' ἐγὼ οἶος ἅπαξ τὰν σὰν βάσιν ἐς δὶς ἀνέλκω. —
Κἠγὼ μοῦνος ἐὼν σὰν βάσιν ἐς τρὶς ἄγω.

λη. ἄλλο.[3])

Δός μοι δέκα μνᾶς, καὶ τριπλοῦς σοι γίνομαι. —
Κἀγὼ λαβὼν σου τὰς ἴσας, σοῦ πενταπλοῦς.

λθ. ἄλλο.[4])

Δός μοι δύο μνᾶς, καὶ διπλοῦς σοι γίνομαι.
Κἀγὼ λαβὼν σου τὰς ἴσας, σοῦ τετραπλοῦς.

Ὅμηρος Ἡσιόδῳ ἐρωτήσαντι πόσων τὸ τῶν Ἑλλήνων πλῆθος τὸ κατὰ τῆς Ἰλίου στρατεῦσαν·[5])

1) In margine inveniuntur numeri ιε̄ζ φ ιε̄ζ Δ ιε̄ζ, forsan legendi ⟨Γ⟩ ε̄ζ Β ιε̄ζ Α ιε̄ζ.

2) Ep. XIV, 144. Problemata 34 et 35 Metrodorea desiderantur, etiam problema 37, sive omissa fuerint sive alibi collocata a Constantino Cephala.

3) Ep. XIV, 145. 4) Ep. XIV, 146. 5) Ep. XIV, 147.

δεῖ δὲ πανταχοῦ προηγεῖσθαι τοῦ σώματος τὸ ἀσώματον· ὅτι δὲ ἀσώματος ὁ ἀριθμὸς δῆλον· ἐπειδὴ ἓν μέγεθος ὅ ἐστι σῶμα, τὸ αὐτὸ τετράγωνον καὶ κύκλος εἶναι οὐ δύναται· ὁ δὲ ἀριθμός, ὅτι ἀσώματος ὢν δύναται· καὶ γὰρ ὁ $\overline{\kappa\epsilon}$ ἀριθμὸς καὶ τετράγωνός ἐστιν, ὅτι ἀπὸ τοῦ $\overline{\epsilon}$ πολλαπλασιασθέντος ἐφ' ἑαυτὸν ἀπετελέσθη, κύκλος δέ, ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τοῦ $\overline{\epsilon}$ ἤρξατο καὶ εἰς τὸ αὐτὸ ἔληξεν· ὥστε ἀσώματος ὁ ἀριθμός, εἴ γε ὁ αὐτὸς καὶ κύκλος γίνεται καὶ τετράγωνος.

Τὴν μὲν οὖν ἀριθμητικὴν προτέραν δεῖ διὰ ταῦτα τετάχθαι, τὴν δὲ μουσικὴν προηγεῖσθαι δεῖ τῆς ἀστρονομίας· ὅτι δειχθήσεται τῷ Μεγάλῳ Ἀστρονόμῳ τὰ ἄστρα ἀποκαθιστάμενα περιόδοις τισὶ χρόνων τεταγμέναις μετὰ ῥυθμοῦ τινος καὶ ἁρμονίας.

Ἄλλως τε εἰ ὁ ἄσχετος ἀριθμός, ὅ ἐστιν ἡ ἀριθμητική, προηγεῖται τοῦ ἀσχέτου μεγέθους, οἷον τῆς γεωμετρίας, δῆλον ὅτι καὶ ὁ ἐν σχέσει ἀριθμός, ὅ ἐστιν ἡ μουσική, προηγεῖτ' ἂν τοῦ ἐν σχέσει μεγέθους, ὅ ἐστι τῆς ἀστρονομίας αὕτη ἡ τάξις.

Δεῖ δὲ τὸ βιβλίον τοῦτο προαναγνῶναι ἅτε εἰσαγωγικὸν ὄν, πεποίηται γὰρ τῷ Νικομάχῳ ἑτέρα ἀριθμητική, ἣν Μεγάλην Ἀριθμητικὴν ἤτοι Θεολογούμενα ἐπιγράφει, ἐν ᾗ μέμνηται τούτου τοῦ βιβλίου· ὅθεν καὶ τὸ γνήσιον τῇ τάξει συναποδέδεικται.

Διῄρηται δὲ τὸ παρὸν σύγγραμμα εἰς $\overline{\beta}$ βιβλία· καὶ ἐν μὲν τῷ α^{ω} τὴν διαίρεσιν τῶν ἀριθμῶν καὶ τὴν οὐσίαν αὐτῶν καὶ τὰς σχέσεις, ἐν δὲ τῷ β^{ω} τὰ σχήματα καὶ τὰς ἀναλογίας παραδίδωσιν· εὐθὺς δὲ τῆς πραγματείας ἀρχόμενος ὁ Νικόμαχος δείκνυσιν ὡς ἄνευ τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης οὐκ ἔστι φιλοσοφεῖν, οὐδὲ εὐδαιμονεῖν, καὶ συλλογιζόμενος οἷον, φησί· τὸ

εὐδαιμονεῖν οὐκ ἄνευ φιλοσοφίας· ἡ φιλοσοφία οὐκ ἄνευ μαθημάτων· τὸ εὐδαιμονεῖν ἄρα οὐκ ἄνευ μαθημάτων. διὰ τοῦ β^{ou} λέγει συλλογισμοῦ· ἡ φιλοσοφία γνῶσις τῶν ὄντων· τὰ ὄντα ἢ συνεχῆ ἢ διωρισμένα· περὶ ταῦτα τὰ μαθήματα καταγίνεται· τὸ φιλοσοφεῖν ἄρα διὰ τῶν μαθημάτων.

Γέρων ἐρασθείς, ἐσχάτη κακὴ τύχη·
Βίος βίου δεόμενος οὐκ ἔστι βίος.

GEORGII PACHYMERAE ARITHMETICES CAPITULA VIGINTI.

(Ex Veneto codice Naniano 255.)

. . . κε. *Πάλιν ἄνωθεν ἀρχόμενοι λέγομεν· πᾶς ἀριθμὸς σύγκειται ἐκ μονάδων πλήθους τινός, σωρεία γὰρ μονάδων ὁ ἀριθμός ἐστιν, ἔχει δὲ καὶ εἰς ἄπειρον τὴν ὕπαρξιν.*

Ἐν γοῦν τοῖς τοιούτοις ἀριθμοῖς οἱ μέν εἰσι τετράγωνοι, οἵ εἰσιν ἐκ ἀριθμοῦ τινος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος· οἷον δὶς β̄, δ̄· τρὶς γ̄, θ̄· ἑξάκις ϛ̄, λϛ̄· ἑπτάκις ζ̄, μθ̄· ὀκτάκις η̄, ξδ̄· ἐννάκις θ̄, πα̅· δεκάκις ῑ, ρ̄· εἰκοσάκις κ̄, ῡ· καὶ ἑκατοντάκις ρ̄ καὶ ἕως ἀπείρου· οἷς συμβέβηκε καὶ ἕνα παρ' ἕνα εἶναι περιττὸν ἢ ἄρτιον, καὶ ἡ διαφορὰ πρὸς ἀλλήλους κατὰ τοὺς ἀπὸ μονάδος περιττούς· ᾱ γὰρ τετράγωνος, ἅπαξ γὰρ ᾱ, ᾱ· καὶ μετὰ γ̄ ὁ δ̄· καὶ μετὰ ε̄ ἀπ' αὐτοῦ ὁ θ̄· καὶ μετὰ ζ̄ ἀπ' αὐτοῦ ὁ ιϛ̄· καὶ μετὰ θ̄ ἀπ' αὐτοῦ ὁ κε̄· καὶ ἐφεξῆς, καὶ δηλοῦσι καὶ ἐκ τούτου τὴν ἑαυτῶν ταυτότητα. ὁ γοῦν ῥητὸς ἐκεῖνος ἀριθμός, ὁ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος καὶ ἀποτελῶν τὸν τετράγωνον, καλεῖται πλευρὰ τετραγώνου.

Οἱ δέ εἰσι κύβοι, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ τὰς ἑαυτῶν πλευρὰς πολλαπλασιασθέντων· οἷον τρὶς γ̄, θ̄·

---

4 sq. Cf. Diophantum, vol. I p. 2, 1, 14—16. 8 sq. Cf. I, 2, 18—20. 22 sq. Cf. I, 2, 21—22.

θ̄ τετράγωνος πάντως, οὗ πλευρὰ τὰ γ̄· πολλαπλα-
ιανθέντος οὖν τοῦ θ̄ τετραγώνου ἐπὶ τὴν πλευρὰν
ὐτοῦ τὸν γ̄, γίνεται ὁ κζ̄ κύβος· ἣν γὰρ εἶχε πλευρὰν
ἐπίπεδος τετράγωνος κατά τε μῆκος καὶ πλάτος,
αύτην καὶ κατὰ τὴν τρίτην διάστασιν, ἣν λέγομεν 5
άχος ἢ βάθος ἢ ὕψος, προσλαμβάνει καὶ ποιεῖ τὸν
ύβον, ὃν καὶ κυρίως ἁρμονίαν ἐλέγομεν καὶ ἰσάκις
σον ἰσάκις.

Οἱ δὲ δυνάμεις, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐφ' ἑαυ-
οὺς πολλαπλασιασθέντων· οἷον τετράκις ὁ δ̄, ιϛ̄· οὗτος 10
ετράγωνος ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ δ̄, ἀλλὰ καὶ δύναμις,
ίνεται γὰρ ἀπὸ τετραγώνου τοῦ δ̄ πολλαπλασιασθέν-
ος ἐφ' ἑαυτόν· τετράκις γὰρ ὁ δ̄, ιϛ̄· ἀλλὰ καὶ τὸν ιϛ̄,
ετράγωνον ὄντα ἐκ πλευρᾶς τοῦ δ̄, εἴ τις πολλαπλα-
ιάσει ἐφ' ἑαυτὸν ὡς γενέσθαι σνϛ̄, καὶ οὗτος ὁ ἀριθ- 15
ὸς δύναμις λέγεται.

Οἱ δὲ δυναμόκυβοι, οἵ εἰσιν ἐκ τετραγώνων ἐπὶ
οὺς ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτοῖς πλευρᾶς κύβους πολλα-
λασιασθέντων· οὐ γὰρ πολλαπλασιάζονται ἐπὶ τούτοις
φ' ἑαυτοὺς οἱ τετράγωνοι, ἵνα δύναμις γένηται, ἀλλ' 20
πὶ τοὺς κύβους τοὺς ἀπὸ τῶν αὐτῶν γεγονότας πλευ-
ῶν· οἷον δὶς β̄, δ̄· οὗτος ὁ δ̄ τετράγωνος· τοῦτον
ολλαπλασιάζω ἐπὶ τὸν η̄ ὅς ἐστι κύβος ἐκ τῆς τοῦ δ̄
λευρᾶς δυάδος συνεστώς, καὶ διὰ τοῦτο δυναμόκυβος
έγεται ὁ λβ̄. 25

Οἱ δέ εἰσι κυβόκυβοι, οἵ εἰσιν ἐκ κύβων ἐφ' ἑαυ-
οὺς πολλαπλασιασθέντων· οἷον ὁ η̄ κύβος ἐστὶν ἐκ
λευρᾶς τοῦ β̄· τοῦτον πολλαπλασιάζω ἐπ' αὐτὸν τὸν
, καὶ γίνεταί μοι ὁ ξδ̄ κυβόκυβος.

---

9 sq. Cf. I, 4, 1—2. 17 sq. Cf. I, 4, 3—5. 26 sq. Cf. I, 4, 6—7.

Ἕτεροι δὲ τὸν μὲν τετράγωνον δύναμίν φασιν, ἵνα ἔχοι καὶ οὗτος ἴδιον ὄνομα, τὸν δὲ ἐπὶ τὸν τετράγωνον πολλαπλασιασμὸν οὐ δύναμιν ὡς ἐλέγομεν, ἀλλὰ δυναμοδύναμιν λέγουσιν, ὥστε ὁ μὲν δύναμις, ὁ δὲ δυναμοδύναμις, ὁ δὲ κύβος, ὁ δὲ δυναμόκυβος, ὁ δὲ κυβόκυβος.

Ὁ δὲ μηδὲν τούτων τῶν ἰδιωμάτων κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλῆθος μονάδων, ἄλογος ἀριθμὸς καλεῖται.

Ὥσπερ δὲ ὁμωνύμως καὶ παρωνύμως ἐκ τοῦ $\bar{\gamma}$ τρίτον λέγεται καὶ ἐκ τοῦ $\bar{\delta}$ τέταρτον, οὕτω καὶ ἐπὶ τούτων αἱ παρώνυμοι ὀνομασίαι ἔχουσι, τοῦ μὲν ἁπλῶς ἀριθμοῦ τὸ ἀριθμοστόν, τῆς δὲ δυνάμεως τὸ δυναμοστόν, τοῦ δὲ κύβου τὸ κυβοστόν, τῆς δὲ δυναμοδυνάμεως τὸ δυναμοδυναμοστόν, τοῦ δὲ κυβοκύβου τὸ κυβοκυβοστόν.

Ὥστε ἀριθμὸς ἐπὶ μὲν ἀριθμὸν πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ δύναμιν, κἂν αὐτὸς ἐφ' ἑαυτόν, κἂν ἐφ' ἕτερον· τρὶς γὰρ $\bar{\gamma}$, $\bar{\vartheta}$, καὶ τρὶς $\bar{\delta}$, $\overline{\iota\beta}$· ἀριθμὸς γὰρ ἁπλῶς ὁ $\bar{\gamma}$ καὶ ἐπ' ἀριθμὸν πολλαπλασιάζεται ἢ τὸν $\bar{\gamma}$ ἢ τὸν $\bar{\delta}$. πάλιν ἀριθμὸς ἐπὶ δύναμιν πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ κύβον· ὁ $\bar{\delta}$ γὰρ ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ τὸν τετράγωνον πολλαπλασιασθεὶς ὡς πλευρὰ τοῦ τετραγώνου $\overline{\iota\varsigma}$, τὸν $\overline{\xi\bar{\delta}}$ ποιεῖ κύβον. πάλιν ἀριθμὸς ἐπὶ κύβον πολλαπλασιασθεὶς δυναμοδύναμιν ἀπεργάζεται· ἐλέγομεν γὰρ τὸν τοῦ τετραγώνου ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασμὸν δυναμοδύναμιν, ὡς τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ ἀπὸ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ $\bar{\delta}$ ἐφ' ἑαυτὸν τετραγώνου· τοῦτον τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ

---

7 sq. Cf. I, 6, 2—4. 10 sq. Cf. I, 6, 9—19. 17 sq. Cf. I, 8, 1—10.

τὸν κύβον τὸν $\bar{\eta}$, ὁ $\bar{\beta}$ δηλονότι, ὅς ἐστιν αὐτοῦ πλευρά, ποιήσει· ὡς γὰρ ἡ πλευρὰ ἐπὶ τὸν τετράγωνον πολλαπλασιασθεῖσα τὸν κύβον ἐποίει καὶ ἦν ὁ πολλαπλασιασμὸς ἀριθμοῦ ἐπὶ δύναμιν τὸν τετράγωνον, οὕτως καὶ πλευρὰ τοῦ κύβου ὡς ἀριθμὸς ἐπὶ κύβον πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ δυναμοδύναμιν τὸν $\overline{\iota\varsigma}$· δὶς γὰρ τὰ $\bar{\eta}$, $\overline{\iota\varsigma}$· ὥστε ὁ $\overline{\iota\varsigma}$, ὡς μὲν ἀπὸ τοῦ τετράκις τὰ $\bar{\delta}$ τετραγώνου ἐφ' ἑαυτόν, οὕτω δὲ καὶ ἀπὸ τοῦ δὶς $\bar{\eta}$ ἀριθμοῦ ἐπὶ κύβον. πάλιν ἀριθμὸς ἐπὶ δυναμοδύναμιν πολλαπλασιασθεὶς δυναμόκυβον ποιεῖ· ἐλέγομεν γὰρ δυναμόκυβον τὸν ἐκ πολλαπλασιασμοῦ τετραγώνου ἐπὶ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῷ πλευρᾶς κύβον γινόμενον· οἷον τετράκις ὁ $\bar{\eta}$ κύβος, $\overline{\lambda\beta}$· τοῦτον ποιεῖ καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ δυναμοδύναμιν πολλαπλασιασθείς· ὁ γὰρ $\overline{\iota\varsigma}$, ὡς γεγονὼς ἀπὸ πολλαπλασιασμοῦ ἐφ' ἑαυτὸν τοῦ τετραγώνου $\bar{\delta}$, δυναμοδύναμίς ἐστι· τοῦτον ὁ $\bar{\beta}$ ἀριθμὸς ὃς ἦν πλευρὰ τοῦ $\bar{\delta}$, πολλαπλασιάζει καὶ γεννᾷ τὸν δυναμόκυβον. ἀριθμὸς δ' αὖθις πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ δυναμόκυβον, κυβόκυβον ἀπεργάζεται· κυβόκυβον γὰρ ἐλέγομεν τὸν ἐκ κύβου ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντα, ὥσπερ τὸν $\bar{\eta}$ κύβον ἐπὶ τὸν $\bar{\eta}$ καὶ τὸν $\overline{\xi\delta}$ ποιοῦντα· τοῦτον τὸν $\overline{\xi\delta}$ κυβόκυβον καὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς τοῦ ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν δυναμόκυβον ἀπεργάζεται· δυναμόκυβος γὰρ ἦν ὁ $\overline{\lambda\beta}$· τοῦτον καὶ ὁ $\bar{\beta}$ πολλαπλασιάζων ⟨τὸν $\overline{\xi\delta}$⟩ ἀπεργάζεται· ὁ δὲ $\bar{\beta}$ πλευρὰ ἦν τοῦ ἐξ ἀρχῆς τετραγώνου $\bar{\delta}$, ἐξ ἧς ὁ $\bar{\eta}$ κύβος ἐγεννᾶτο, ὡσαύτως δὲ καὶ ἡ τοῦ $\bar{\eta}$ κύβου πλευρά. δύναμις δὲ ἐπὶ δύναμιν πολλαπλασιασθεῖσα δυναμοδύναμιν ποιεῖ, κἂν ἑαυτὸν πολλαπλασιάζῃ ὁ τετράγωνος, ὡς τὰ τετράκις $\bar{\delta}$, κἂν ἄλλον τετράγωνον δύναμιν ὄντα καὶ αὐτόν, ὡς τὰ τετράκις $\overline{\iota\varsigma}$. δύναμις δὲ ἐπὶ κύβον πολλαπλα-

σιασθεῖσα δυναμόκυβον ποιεῖ· ἔστω γὰρ κύβος ὁ η καὶ τετράγωνος ὁ $\bar{\delta}$ ὅ ἐστι δύναμις, ἐξ ὧν γίνεται ὁ λβ δυναμόκυβος. δύναμις δὲ ἐπὶ δυναμοδύναμιν πολλαπλασιασθεῖσα κυβόκυβον ἀπεργάζεται· ὁ γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασμὸς τοῦ κύβου κυβόκυβος, ὡς ὁ $\overline{\xi\delta}$ ἐκ τοῦ ὀκτάκις $\bar{\eta}$· τοῦτον τὸν $\overline{\xi\delta}$ ποιεῖ καὶ δύναμις ὁ $\bar{\delta}$ ἐπὶ δυναμοδύναμιν τὸν $\overline{\iota\xi}$ πολλαπλασιασθεῖσα κύβος δὲ ἐπὶ κύβον, κἂν ἐφ' ἑαυτόν, κἂν ἐφ' ἕτερον κύβον, πολλαπλασιασθεὶς κυβόκυβον ποιεῖ.

Πᾶς δὲ ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολλαπλασιασθεὶς μονάδα ποιεῖ· οἷον ἐπὶ τοῦ $\bar{\iota}$ τυχόν· δεκάκις γὰρ τὸ δέκατον, ἕν.

Τῆς οὖν μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης ἀεί, τὸ πολλαπλασιαζόμενον ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται· δεκάκις γὰρ τὸ $\bar{\alpha}$, $\bar{\iota}$, καὶ ἅπαξ τὰ $\bar{\iota}$, $\bar{\iota}$.

Τὰ δὲ ὁμώνυμα μόρια ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιαζόμενα ποιήσει ὁμώνυμα μόρια τοῖς ἀριθμοῖς· οἷον τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ ἀριθμοστὸν πολλαπλασιαζόμενον δυναμοστὸν ποιήσει, ἐπείτοιγε καὶ ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος δύναμιν ποιεῖ· οἷον $\bar{\beta}$ ἐπὶ $\bar{\beta}$ τὸν $\bar{\delta}$ τετράγωνον, ὅς ἐστι δύναμις· τὰ δὲ $\bar{\beta}$ ἀριθμός, καὶ τὰ $\bar{\beta}$ δυοστὸν μόριον τοῦ $\bar{\delta}$, οἷον ἥμισυ. τὸ δ' αὖ ἀριθμοστὸν πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸ δυναμοστόν, κυβοστὸν ποιεῖ, ἐπείτοιγε καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ δύναμιν πολλαπλασιαζόμενος κύβον ποιεῖ ... ἐπὶ δὲ δυναμοκυβοστόν, κυβοκυβοστόν, ἐπείτοιγε ἀριθμὸς ἐπὶ δυναμόκυβον πολλαπλασιασθεὶς κυβόκυβον ποιεῖ.

Δυναμοστὸν δὲ ἐπὶ ἀριθμοστόν, κυβοστὸν ποιήσει,

---

10 sq. Cf. I, 8, 11—12. 12 ἕν scripsi; $\bar{\iota}$ καὶ ἅπαξ τὰ $\bar{\iota}$, $\bar{\iota}$ codices. 13 sq. Cf. I, 8, 13—15. 16 sq. Cf. I, 8, 16—24. 25 Lacunam significavi.

ἐπείτοιγε καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ δύναμιν πολλαπλασιαζόμενος κύβον ἀποτελεῖ, καὶ τὸ ἀνάπαλιν δύναμις ἐπὶ ἀριθμὸν τὸν αὐτὸν κύβον ποιήσει· ἴσον γὰρ εἰπεῖν δὶς $\bar{\delta}$ καὶ τετράκις τὰ $\bar{\beta}$ εἰς τὸ ἀπαρτισθῆναι τὸν κύβον. δυναμοστὸν δὲ ἐπὶ δυναμοστὸν πολλαπλασιαζόμενον δυναμοδυναμοστὸν ποιήσει, ἐπείτοιγε καὶ δύναμις ἐπὶ δύναμιν πολλαπλασιασθεῖσα, ἢ ἐφ' ἑαυτὴν ἢ ἐφ' ἑτέραν δύναμιν ἤγουν ὁ τετράγωνος ἢ ἐφ' ἑαυτὸν ἢ ἐφ' ἕτερον, δυναμοδύναμιν ποιήσει. τοῦτο δὲ τὸ δυναμοστὸν εἰ πολλαπλασιασθείη ἐπὶ κυβοστόν, δυναμοκυβοστὸν ποιήσει, ἐπείτοιγε καὶ δύναμις ἐπὶ κύβον πολλαπλασιασθεῖσα δυναμόκυβον ἐποίει. καὶ αὖθις τὸ δυναμοστὸν τοῦτο εἰ πολλαπλασιασθείη ἐπὶ δυναμοδυναμοστόν, κυβοκυβοστὸν ποιήσει, ἐπείτοιγε καὶ δύναμις εἰ πολλαπλασιασθείη ἐπὶ δυναμοδύναμιν, κυβόκυβον ποιήσει· ὡς ἐλέγομεν τὸν $\bar{\delta}$, δύναμιν ὡς τετράγωνον, πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὴν δυναμοδύναμιν $\overline{\iota\varsigma}$ τὸν ἀπὸ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ τετραγώνου $\bar{\delta}$, ποιεῖν τὸν $\overline{\xi\delta}$ κυβόκυβον, ὃς καὶ ἀπὸ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ $\bar{\eta}$ κύβου γίνεται.

Τὸ δὲ κυβοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν ποιεῖ δυναμοδυναμοστόν, ὅτι καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ κύβον πολλαπλασιαζόμενος δυναμοδύναμιν ἐποίει· ἐπὶ δὲ δυναμοστόν, ποιεῖ δυναμοκυβοστόν, ὅτι καὶ δύναμις ἐπὶ κύβον δυναμόκυβον ἐποίει· ἐπὶ δὲ κυβοστόν, κυβοκυβοστόν, ὅτι καὶ κύβος ἐπὶ κύβον κυβόκυβον ἐποίει.

Τὸ δὲ δυναμοδυναμοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμοστὸν δυναμοκυβοστὸν ποιεῖ, ὅτι καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ δυναμοδύναμιν πολλαπλασιαζόμενος δυναμόκυβον ἐποίει· ἐπὶ

---

17 τὴν scripsi, τὸν cod.

δὲ δυναμοστόν, κυβοκυβοστόν, ὅτι καὶ δύναμις ἐπὶ δυναμοδύναμιν κυβόκυβον ἐποίει.

Τὸ δὲ δυναμοκυβοστὸν ἐπὶ ἀριθμοστόν, κυβοκυβοστόν, ὅτι καὶ ἀριθμὸς ἐπὶ δυναμόκυβον κυβόκυβον ἐποίει.

Πάλιν τὸ μὲν ἀριθμοστὸν ἐπὶ μὲν δύναμιν, ἀριθμὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ κύβον, δύναμιν· ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, κύβον· ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, δυναμοδύναμιν· ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, δυναμόκυβον.

Δυναμοστὸν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, ἀριθμοστόν· ἐπὶ κύβον, ἀριθμόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, δύναμιν· ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, κύβον· ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, δυναμοδυναμοστόν.

Κυβοστὸν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, δυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δύναμιν, ἀριθμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, ἀριθμόν· ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, κύβον.

⟨Δυναμο⟩δυναμοστόν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, κυβοστόν. ἐπὶ δὲ δύναμιν, δυναμοστόν· ἐπὶ δὲ κύβον, ἀριθμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, ἀριθμόν· ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, δύναμιν.

Δυναμοκυβοστὸν δὲ ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δύναμιν, κυβοστόν· ἐπὶ δὲ κύβον, δυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, ἀριθμοστόν· ἐπὶ δὲ κυβόκυβον, ἀριθμόν.

Τὸ δὲ κυβοκυβοστὸν ἐπὶ μὲν ἀριθμόν, δυναμοκυβοστόν· ἐπὶ δὲ δύναμιν, δυναμοδυναμοστόν· ἐπὶ δὲ κύβον, κυβοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμοδύναμιν, δυναμοστόν· ἐπὶ δὲ δυναμόκυβον, ἀριθμοστόν. καὶ οὕτω μὲν τὰ τῶν πολλαπλασιασμῶν ἔχουσι.

---

2 δυναμοδύναμιν κυβόκυβον scripsi; κύβον δυναμόκυβον cod. 5 sq. Cf. I, 10, 1—6. 5—6 ἀριθμὸν scripsi; ἀριθμοστὸν cod. 9 sq. Cf. I, 10, 7—12. 13 sq. Cf. I, 10, 13—18. 16 sq. Cf. I, 12, 1—6. 19 sq. Cf. I, 12, 7—12. 23 sq. Cf. I, 12, 13—18.

κϛ. Ἐπεὶ δὲ πλεῖστα συμβαίνει γίνεσθαι προβλήματα ἀριθμητικά, ἢ ἐξ ὑπεροχῆς τῆς πρὸς ἀλλήλους τοὺς ἀριθμούς, ἢ ἐκ πολλαπλασιασμοῦ ἢ ἑτέρου λόγου τοῦ πρὸς ἀλλήλους, ἢ καὶ ἑκάστου ἰδίᾳ ἢ καὶ μίγδην ἀμφοτέρων, δηλονότι ἐξ ὑπεροχῆς καὶ λόγου, ἢ λόγου καὶ λείψεως, ἢ ὑπεροχῆς καὶ πολλαπλασιασμοῦ, φέρε καὶ περὶ τούτων ὡς ἐν τύπῳ διαλάβωμεν καὶ πρῶτον περὶ τῶν ἐξ ὑπεροχῆς· οἷον τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν ἐν ὑπεροχῇ τῇδε, ἵνα δηλονότι τῶν μερῶν θάτερον θατέρου ὑπερέχοι τῷδε τῷ ἀριθμῷ.

Ὅτε γοῦν τις ἀριθμὸς δοθῇ καὶ ἐπιταχθῶμεν διελεῖν αὐτὸν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ, οἷον φέρε τὸν $\bar{\rho}$ ἐν ὑπεροχῇ τῷ $\bar{\kappa}$, ὀφείλομεν ὑπεξαιρεῖν ἐκ τῶν $\bar{\rho}$ τὴν δοθεῖσαν ὑπεροχήν, δηλονότι τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ τὸν καταλειφθέντα ἀριθμὸν διαιρεῖν δίχα, ὡς ἐνταῦθα τὸν $\bar{\pi}$ εἰς $\bar{\mu}$ καὶ $\bar{\mu}$, καὶ ἔπειτα ἑνὶ μέρει προστιθέναι τὴν ὑπεροχήν, ὡς ἐνταῦθα τῷ $\bar{\mu}$ τὸν $\bar{\kappa}$, ὁμοῦ $\bar{\xi}$· διῃρέθη τοίνυν ὁ $\bar{\rho}$ εἰς $\bar{\xi}$ καὶ $\bar{\mu}$ καὶ ἔστιν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ $\bar{\xi}$ πρὸς τὸν $\bar{\mu}$, $\bar{\kappa}$, καὶ τὸ ἐπιταχθὲν ἐγένετο.

Τοῦτο ἐπὶ πάντων καὶ ἐπ' αὐτῶν δὴ τούτων μὴ δεχομένων τομήν, εἴπερ μόνον μονὰς διαιρεθῇ· οἷον ἐπιταττόμεθα τὸν $\overline{\kappa\beta}$ διελεῖν ἐν ὑπεροχῇ θατέρου πρὸς θάτερον τῷ $\bar{\gamma}$· ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\gamma}$, ἐναπελείφθησαν $\overline{\iota\vartheta}$· ταῦτα διαιρῶ εἰς $\overline{\vartheta\, L'}$ καὶ $\overline{\vartheta\, L'}$· προστίθημι τῷ $\overline{\vartheta\, L'}$ τὸν $\bar{\gamma}$, ὁμοῦ $\overline{\iota\beta\, L'}$· ἐτμήθη τοίνυν ὁ $\overline{\kappa\beta}$ εἰς $\overline{\iota\beta\, L'}$ καὶ $\overline{\vartheta\, L'}$, ὑπερέχει δὲ ὁ $\overline{\iota\beta\, L'}$ τοῦ $\overline{\vartheta\, L'}$, τρισί· καὶ ἀεὶ ἐπὶ πάντων οὕτω γενήσεται ἀπαραβάτως.

κζ. Τὰ δὲ ἐπὶ πολλαπλασιασμοῖς ἀριθμητικὰ προβλήματα ἔχουσιν οὕτως, εἰ ἐπιταττοίμεθα τὸν δοθέντα

1 sq. Cf. I, 4, 7—10. 11 sq. Dioph. probl. I, 1.
28 sq. Dioph. probl. I, 2.

ἀριθμὸν διαιρεῖν ἐν λόγῳ ἢ διπλασίῳ ἢ τριπλασίῳ ἢ ὁποσαπλασίῳ, ἵνα ἔχοι τὸ μέρος τοῦ μέρους τὸν τοιοῦτον λόγον. δεῖ οὖν, εἰ ἐν διπλασίῳ λόγῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν, λαμβάνειν τὸν τοῦ ὅλου ὑποτριπλάσιον καὶ τὸν τοιοῦτον τιθέναι ἐλάσσω ὅρον, οὗ τὸν διπλάσιον λαμβάνομεν, τὸν λοιπὸν δηλονότι μείζω ὅρον, καὶ τὸ πρόβλημα γίνεται. οἷον εἰ ἐπιταχθῶμεν διελεῖν ἐν διπλασίονι λόγῳ τὸν κδ ἀριθμόν, ζητοῦμεν τὸν ὑποτριπλάσιον αὐτοῦ καὶ ἔστιν ὁ η̄· τούτου ὁ διπλάσιος, δηλονότι ὁ λοιπὸς ὁ ις̄, μείζων ὅρος γίνεται, καὶ ἀναπληροῦται τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ις̄ τοῦ η̄ διπλάσιος, καὶ ις̄ καὶ η̄, κδ.

Εἰ δὲ ἐν τριπλασίονι λόγῳ ἐπιταττοίμεθα διελεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμόν, δεῖ λαβεῖν τὸν τοῦ ὅλου ὑποτετραπλάσιον καὶ ποιῆσαι τοῦτον ἐλάσσω ὅρον καὶ τὸν λοιπὸν μείζω, καὶ γίνεται τὸ προβληθέν. οἷον ἔστω ὁ ξ̄ ὃν δεῖ διελεῖν, λαμβάνω τούτου τὸν ὑποτετραπλασίονα καὶ ἔστιν ὁ ιε̄· τοῦτον τιθῶ ὅρον ἐλάττω, τὸν δὲ λοιπὸν με μείζω, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα· με̄ γὰρ καὶ ιε̄, ξ̄, καὶ ἔστιν ὁ με̄ τοῦ ιε̄ τριπλάσιος.

Εἰ δὲ ἐν τετραπλασίονι λόγῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμόν, δεῖ λαβεῖν τὸν τοῦ ὅλου ὑποπενταπλασίονα καὶ τοῦτον τιθέναι ὅρον ἐλάσσω, τὸν δὲ λοιπὸν μείζω, τὸν λεγόμενον καὶ ἀποτομήν, καὶ γίνεταί μοι τὸ προβληθέν. οἷον ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς λ̄ ὃν δεῖ διελεῖν κατὰ λόγον τετραπλασίονα· τούτου λαμβάνω τὸν ὑποπενταπλασίονα τὸν ς̄ καὶ τίθημι τοῦτον ἐλάσσω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν κδ̄ μείζω, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα· κδ̄ γὰρ καὶ ς̄, λ̄· ὁ κδ̄ δὲ τοῦ ς̄ τετραπλάσιος.

Καὶ ἐπὶ πάντων ὁ αὐτὸς λόγος, λαμβανόντων ἡμῶν

ὸν τοῦ ὅλου ⟨ὑπο⟩πολλαπλάσιον τὸν συνεχῆ τοῦ ἐπιαχθέντος ἐκ τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀριθμοῦ γίνεσθαι.

κη. Εἰ δὲ ὑποταττοίμεθα διελεῖν ἀριθμὸν ἐν λόγῳ πιμορίῳ, καὶ πρῶτος τῶν ἐπιμορίων ὁ ἡμιόλιος, εἰ οὖν ἐπιταττοίμεθα τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διελεῖν ἐν 5 ὁγῳ ἡμιολίῳ, δεῖ λαβεῖν τὸν τοῦ ὅλου ὑποδιπλασιφήμισυν καὶ τούτου αὖθις τὸν ἡμιόλιον καὶ τοῦτον ιθέναι μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὴν ἀποτομὴν λάσσω, καὶ γίνεται τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ δοθεὶς ριθμὸς $\bar{\kappa}$· τούτου ζητῶ τὸν ὑποδιπλασιεφήμισυν καὶ 10 στιν ὁ $\bar{\eta}$, τούτου ἡμιόλως ὁ $\overline{\iota\beta}$· τοῦτον τίθημι μείζω ρον, τὴν δὲ ἀποτομὴν τὸν $\bar{\eta}$ ἐλάσσω, καὶ γίνεταί μοι ὸ προβληθέν· $\overline{\iota\beta}$ γὰρ καὶ $\bar{\eta}$, $\bar{\kappa}$, καὶ ὁ $\overline{\iota\beta}$ τοῦ $\bar{\kappa}$ ἡμιόιος. πάλιν δεδόσθω ὁ $\bar{\lambda}$· τούτου ὁ ὑποδιπλασιεφήμιυς ὁ $\overline{\iota\beta}$, τούτου ὁ ἡμιόλιος ὁ $\overline{\iota\eta}$· τοῦτον τίθημι μείζω 15 ρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\beta}$ ἐλάσσω, καὶ γίνεταί μοι ὸ προβληθέν· καὶ ἐπὶ πάντων ὁ αὐτὸς λόγος.

Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ, εῖ λαμβάνειν τὸν τοῦ ὅλου ὑποδιπλασιεπίτριτον καὶ ούτου αὖθις τὸν ἐπίτριτον, καὶ τοῦτον μείζω ὅρον 20 ιθέναι καὶ τὴν ἀποτομὴν ἐλάττω, καὶ γίνεται τὸ πρόλημα. οἷον ἔστω ὁ $\overline{\kappa\eta}$· τοῦτον ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἰς δύο ἀριθμοὺς ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ· λαμβάνω τούτου ὸν ὑποδιπλασιεπίτριτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\beta}$, καὶ τούτου ὖθις τὸν ἐπίτριτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\varsigma}$· τοῦτον τίθημι 25 είζω ὅρον, τὴν δὲ ἀποτομήν, δηλονότι τὸν $\overline{\iota\beta}$, ἐλάττω· αὶ γίνεταί μοι τὸ προβληθέν.

Εἰ δὲ ὑποταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν ἐπιτετάρτῳ λόγῳ, εῖ λαμβάνειν τὸν τοῦ ὅλου ὑποδιπλασιεπιτέταρτον αὶ τούτου αὖθις τὸν ἐπιτέταρτον, καὶ τοῦτον τιθέναι 30 ρον μείζονα, τὸν δὲ λοιπὸν ἐλάττω, καὶ γίνεται τὸ

πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ $\overline{\lambda\varsigma}$ ὃν διαιρεῖν ἐν ἐπιτετάρτῳ λόγῳ ἐπιταττόμεθα· τούτου ὁ ὑποδιπλασιεπιτέταρτος $\overline{\iota\varsigma}$· τούτου πάλιν ζητῶ τὸν ἐπιτέταρτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\kappa}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ ἐλάσσω· καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\kappa}$ πρὸς τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ ἐπιτέταρτος, $\overline{\kappa}$ δὲ καὶ $\overline{\iota\varsigma}$, $\overline{\lambda\varsigma}$.

Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν ἐπιπέμπτῳ λόγῳ, δεῖ λαμβάνειν τὸν τοῦ ὅλου ὑποδιπλασιεπίπεμπτον καὶ τούτου αὖθις τὸν ἐπίπεμπτον, καὶ τοῦτον ποιεῖν μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν ἐλάσσω, καὶ γίνεται τὴ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὃν ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ ἐπιπέμπτῳ ὁ $\overline{\kappa\beta}$· τούτου ὑποδιπλασιεπίπεμπτός ἐστιν ὁ $\overline{\iota}$, τούτου ἐπίπεμπτος ὁ $\overline{\iota\beta}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν $\overline{\iota}$ ἐλάσσω, καὶ ποιῶ τὸ ἐπιταχθέν· $\overline{\iota\beta}$ γὰρ καὶ $\overline{\iota}$, $\overline{\kappa\beta}$· ὁ δὲ $\overline{\iota\beta}$ τοῦ $\overline{\iota}$ ἐπίπεμπτος.

Εἰ δὲ ἐν ἐπιέκτῳ λόγῳ διαιρεῖν ἐπιταττοίμεθα τὸν δοθέντα ἀριθμόν, δεῖ λαβεῖν τὸν τούτου ὑποδιπλασιεπίεκτον καὶ τούτου πάλιν τὸν ἐπίεκτον, καὶ τοῦτον τιθέναι ὅρον μείζω, τὸν δὲ λοιπὸν ἐλάσσω, καὶ ποιοῦμεν τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ $\overline{\kappa\varsigma}$ ὃν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα ἐν ἐπιέκτῳ λόγῳ· λαμβάνω τούτου τὸν ὑποδιπλασίεκτον, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\iota\beta}$, τούτου πάλιν τὸν ἐπίεκτον, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\iota\delta}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\beta}$ ἐλάττω, καὶ γίνεταί μοι τὸ προβληθέν.

Καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως, ὥστε τὸν λόγον τοῦτον σώζεσθαι καὶ ἐὰν ἐπὶ ἀλόγων ἀριθμῶν ἐπιταττοίμεθα εἰς τοιούτους λόγους διαιρεῖν, μόνον εἰ καὶ μονάδα διαιροῖμεν.

κθ. Εἰ δὲ καὶ ἐν ἐπιμερεῖ λόγῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν, οὕτω λυθήσονται τὰ προβλήματα.

Ἐπιτετάχθω διαιρεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐν λόγῳ

ἐπιδιτρίτῳ, οἷον τὸν $\overline{\lambda\beta}$· δεῖ δὴ λαβεῖν τὸν τούτου ὑποδιπλασιεπιδίτριτον, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\iota\beta}$· τούτου αὖθις ἐπιδίτριτος ὁ $\overline{\kappa}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, τὴν δὲ ἀποτομὴν τὸν $\overline{\iota\beta}$ ἐλάσσω, καὶ διαιρεῖταί μοι ὁ $\overline{\lambda\beta}$ εἰς $\overline{\kappa}$ καὶ $\overline{\iota\beta}$, καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\kappa}$ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ ἐπιδίτριτος. 5

Εἰ δὲ διαιρεῖν ἀριθμὸν ἐν ἐπιτριτετάρτῳ λόγῳ ἐπιταττοίμεθα, δεῖ λαβεῖν τὸν τοῦ ὅλου ὑποδιπλασιεπιτριτέταρτον, καὶ τούτου αὖθις ζητῆσαι τὸν ἐπιτριτέταρτον, καὶ τοῦτον τιθέναι μείζω ὅρον, τὴν δὲ ἀποτομὴν ἐλάσσω, καὶ τὸ προβληθὲν λύεται. οἷον ἔστω ὁ $\overline{\kappa\beta}$ ὃν 10 ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν ἐπιτριτετάρτῳ λόγῳ· τούτου λαμβάνω τὸν ὑποδιπλασιεπιτριτέταρτον τὸν $\overline{\eta}$· τούτου πάλιν λαμβάνω τὸν ἐπιτριτέταρτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\delta}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\eta}$ ἐλάσσω, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα. 15

Εἰ δὲ ἐν ἐπιτετραπέμπτῳ λόγῳ ἐπιταττοίμεθα τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διαιρεῖν, δεῖ τοῦ ὅλου λαμβάνειν τὸν ὑποδιπλασιεπιτετράπεμπτον καὶ τούτου πάλιν τὸν ἐπιτετράπεμπτον, καὶ τοῦτον ὅρον μείζω ποιεῖν καὶ τὸν λειπόμενον ἐλάσσω, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· 20 οἷον ἔστω ὁ ⟨$\overline{o}$⟩ ἀριθμὸς ὃν ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν ἐπιτετραπέμπτῳ λόγῳ· τούτου λαμβάνω τὸν ὑποδιπλασιεπιτετράπεμπτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\kappa\varepsilon}$· τούτου ζητῶ τὸν ἐπιτετράπεμπτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\mu\varepsilon}$· τοῦτον τίθημι μείζω ὅρον, καὶ τὸν λειπόμενον τὸν $\overline{\kappa\varepsilon}$ ἐλάσσω, καὶ 25 γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα.

Καὶ ἐφεξῆς, ἐὰν δὴ διαιρεῖν ἐπιταττοίμεθα ἐν λόγῳ ἐπιπενταέκτῳ· ζητήσομεν γὰρ τὸν τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ ὑποδιπλασιεπιπεντάεκτον, οὗ τὸν ⟨ἐπι⟩πεντάεκτον

---

27 δὴ scripsi, δὲ cod.

εὑρόντες, μείζω ὅρον ποιήσομεν καὶ τὸν λειπόμενον ἐλάσσω, καὶ τὸ πρόβλημα λύεται. καὶ αὖθις ἐὰν ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ ἐπιεξεβδόμῳ καὶ εἰ ἐν ἑπτογδόῳ καὶ εἰ ἐν ὀκτωεννάτῳ καὶ ἀεὶ οὕτως· τὰ γὰρ μέρη ταῦτα κατὰ ἐναλλαγὴν τίθενται, δύο τρίτα καὶ τρία τέταρτα καὶ τέσσαρα πέμπτα καὶ πέντε ἕκτα καὶ ἑξῆς οὕτως.

λ. Πάλιν εἰ ἐν λόγῳ πολλαπλασιεπιμορίῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμόν, καὶ πρῶτον ἐν τῷ διπλασιεφημίσει, λάβωμεν τοῦ ὅλου τὸν ὑποτριπλασιεφήμισυν· καὶ τίθεται ὁ τοιοῦτος ἐλάττων ὅρος, καὶ ὁ λοιπὸς μείζων, καὶ τὸ ἐπιταχθὲν γίνεται. οἷον εἰ $\overline{\iota\delta}$ ἐστὶν ὁ δοθεὶς ἀριθμός, λάβωμεν τούτου τὸν ὑποτριπλασιεφήμισυν τὸν $\overline{\delta}$, καὶ τοῦτον θήσομεν ἐλάσσω, καὶ ὁ λοιπὸς ὁ $\overline{\iota}$ μείζων τιθέσθω, καὶ τὸ πρόβλημα γίνεται· ὁ γὰρ $\overline{\iota}$ τοῦ $\overline{\delta}$ διπλασιεφήμισυς. ὁμοίως καὶ εἰ δοθείη ὁ $\overline{\kappa\eta}$· ληφθήσεται γὰρ ὁ τούτου ὑποτριπλασιεφήμισυς καὶ τεθήσεται ἐλάσσων καὶ ὁ λοιπὸς μείζων, καὶ τὸ πρόβλημα γίνεται. ὡσαύτως καὶ εἰ ὁ $\overline{\nu\varsigma}$· τούτου ὑποτριπλασιεφήμισυς ὁ $\overline{\iota\varsigma}$· τοῦτον τιθῶ ἐλάσσω καὶ τὸν $\overline{\mu}$ μείζω, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν. ἐπειδὴ γὰρ τὸ ἐπιταττόμενον διπλασιεφήμισυς λόγος ἦν, καὶ ὁ διπλάσιος ἐξ ὑποτριπλασίου ὡς ἐλέγομεν ἐκανονίζετο, ὁ δὲ ἡμιόλιος σώζεται καθ' αὑτόν, διὰ τοῦτο ἡ λύσις τῶν τοιούτων οὕτω γίνεται.

Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ διπλασιεπιτρίτῳ, τὸν ὑποτριπλασιεπίτριτον τοῦ ὅλου ζητήσομεν, ὃς ἐλάττων τεθήσεται, καὶ ὁ ἀπὸ τῆς διαιρέσεως λοιπὸς μείζων, καὶ γίνεται τὸ προβληθέν. οἷον ἔστω ὁ

---

4 Oportebat ἐπιεπτογδόῳ . . . ἐπιοκτωεννάτῳ.

λ· λαμβάνω τὸν ὑποτριπλασιεπίτριτον τὸν θ̄ καὶ τίθημι τοῦτον ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν τὸν κ̄α μείζω, καὶ τὸ ἐπιταχθὲν γίνεται.

Ἐὰν δὲ ἐν διπλασιεπιτετάρτῳ διαιρεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐπιταττώμεθα, τοῦ ὅλου τούτου λάβωμεν τὸν ὑποτριπλασιεπιτέταρτον, καὶ τοῦτον ἐλάσσω ποιήσωμεν καὶ τὸν λοιπὸν μείζω, καὶ τὸ ἐπιταχθὲν γίνεται. οἷον ἔστω ὁ κ̄ς̄ ὃν ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν διπλασιεπιτετάρτῳ λόγῳ· τούτου λαμβάνω τὸν ὑποτριπλασιεπιτέταρτον η̄ καὶ τίθημι ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν τὸν ῑη μείζονα ποιῶ, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν. καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως, ἀλλασσομένων τῶν μορίων.

λα. Εἰ δὲ ἐν τριπλασιεφημίσει λόγῳ διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα, λαμβάνειν δεῖ τοῦ ὅλου τὸν ὑποτετραπλασιεφήμισυν καὶ ἐλάσσω τιθέναι, καὶ τὸν λοιπὸν μείζονα, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν. οἷον ἔστω ὁ ῑη· τούτου λαμβάνω τὸν ὑποτετραπλασιεφήμισυν τὸν δ̄ καὶ τίθημι ἐλάσσω, τὸν δὲ ιδ̄ μείζω, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα.

Εἰ δὲ κατὰ τὸν τριπλασιεπίτριτον λόγον ζητοῦμεν διαιρεῖν, λαμβάνομεν τὸν ὑποτετραπλασιεπίτριτον τοῦ ὅλου καὶ τίθεμεν ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν μείζω, καὶ ποιοῦμεν τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ λθ· τούτου τὸν ὑποτετραπλασιεπίτριτον λαμβάνω τὸν θ̄ καὶ τιθῶ ἐλάττονα ὅρον καὶ τὸν λ̄ μείζονα, καὶ ἔστιν ὁ λ̄ πρὸς τὸν θ̄ ἐν λόγῳ τριπλασιεπιτρίτῳ.

Εἰ δὲ διαιρεῖν ἐπιταττοίμεθα καὶ ἐν λόγῳ τριπλασιεπιτετάρτῳ, λαμβάνομεν τούτου τὸν ὑποτετραπλασιεπιτέταρτον καὶ τίθεμεν ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν μείζω, καὶ γίνεται τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὃν ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν τῷ τοιούτῳ λόγῳ ὁ ιζ̄· τού-

του λαμβάνω τὸν ὑποτετραπλασιεπιτέταρτον τὸν $\bar{\delta}$ καὶ τίθημι ἐλάσσω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\gamma}$ μείζω ὅρον ποιῶ, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· ὁ γὰρ $\overline{\iota\gamma}$ τοῦ $\bar{\delta}$ τριπλασιεπιτέταρτος. καὶ ἀεὶ οὕτως· αἰεὶ γὰρ κατὰ τὸν
5 ἑξῆς πολλαπλασιασμόν, τοῦ ἐπιμορίου μένοντος ἐν τοῖς τοιούτοις, τὸ πρόβλημα λύεται.

λβ. Εἰ δ' αὖθις κατὰ πολλαπλασιεπιμερῆ λόγον διαιρεῖν τὸν ἀριθμὸν ἐπιταττόμεθα, καὶ πρῶτον κατὰ τὸν διπλασιεπιδίτριτον, λαμβάνομεν τὸν τοῦ ὅλου ὑπο-
10 τριπλασιεπιδίτριτον, καὶ οὕτω λύεται τὸ πρόβλημα. ἔστω γὰρ ὁ $\overline{\lambda\gamma}$ ὃν διαιρεῖν ἐν τῷ τοιούτῳ λόγῳ ἐπιταττόμεθα· καὶ λαμβάνομεν τὸν τούτου ὑποτριπλασιεπι⟨δί⟩τριτον τὸν $\bar{\vartheta}$ καὶ ποιοῦμεν ἐλάσσω, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\kappa\delta}$ μείζω ποιοῦμεν, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα·
15 ὁ γὰρ $\overline{\kappa\delta}$ τοῦ $\bar{\vartheta}$ διπλασιεπιδίτριτος.

Εἰ δὲ ἐν λόγῳ τριπλασιεπιδιτρίτῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμόν, λαμβάνομεν τούτου τὸν ὑποτετραπλασιεπιδίτριτον καὶ τιθῶμεν ἐλάσσω, τὸν δὲ λοιπὸν μείζω, καὶ ποιοῦμεν τὸ πρόβλημα. οἷον
20 ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὃν ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ τριπλασιεπιδιτρίτῳ ὁ $\overline{\mu\beta}$· τούτου λαμβάνομεν τὸν ὑποτετραπλασιεπιδίτριτον τὸν $\bar{\vartheta}$ καὶ τίθεμεν ἐλάσσονα, τὸν δὲ λοιπὸν $\overline{\lambda\gamma}$ μείζω, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν.

Καὶ οὕτως ἐφεξῆς κατὰ τὸ συνεχὲς εἶδος τῶν
25 πολλαπλασίων, τῶν μερῶν τῶν αὐτῶν μενόντων· εἰ δέ γε τῶν πολλαπλασιασμῶν ἑστώτων ἐπαλλάσσονται τὰ μέρη, δίτριτα καὶ τριτέταρτα καὶ τετράπεμπτα καὶ πεντάεκτα καὶ ἑξῆς, οὕτως λύονται τὰ προβλήματα. ἐπειδὴ γὰρ ὁ διπλασιεπιδίτριτος ἐκ τοῦ ὑποτριπλασι-

---

18 τιθῶμεν sic cod.; similiter interdum τιθῶ pro τίθημι.

επιδιτρίτου ἐλέγετο γίνεσθαι, καὶ ὁ τριπλασιεπιδίτριτος ἐκ τοῦ ὑποτετραπλασιεπιδιτρίτου, καὶ ἐφεξῆς, εἰ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ διπλασιεπιτριτετάρτῳ, λάβωμεν τὸν τοῦ ὅλου ὑποτριπλασιεπιτριτέταρτον, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ ῑε ὂν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα· τούτου λαμβάνομεν τὸν ὑποτριπλασιεπι-⟨τρι⟩τέταρτον τὸν δ̄ καὶ τιθῶμεν ἐλάττω, καὶ τὸν λοιπὸν τὸν ῑα μείζω ποιοῦμεν, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα.

Εἰ δὲ ἐν διπλασιεπιτετραπέμπτῳ λόγῳ διαιροῦμεν τὸν ἀριθμόν, λάβωμεν τούτου τὸν ὑποτριπλασιεπιτετράπεμπτον, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν. οἷον εἰ δοθῇ ὁ ιθ̄ ἵνα διαιρεθῇ ἐν λόγῳ διπλασιεπιτετραπέμπτῳ, λαμβάνω τὸν ε̄ ὅς ἐστι τοῦ ὅλου ὑποτριπλασιεπιτετράπεμπτος καὶ τιθῶ ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν τὸν ιδ̄ τίθημι μείζω, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα.

Εἰ δὲ διαιρεῖν τὸν ἀριθμὸν κελευόμεθα ἐν λόγῳ διπλασιεπιπενταέκτῳ, λαμβάνομεν τὸν τοῦ ὅλου ὑποτριπλασιεπιπένθεκτον καὶ ποιοῦμεν ἐλάσσω, τὸν δὲ λοιπὸν μείζω, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὂν διαιρεῖν κελευόμεθα ἐν διπλασιεπιπενθέκτῳ λόγῳ ὁ κγ· τούτου τὸν ὑποτριπλασιεπιπένθεκτον λαμβάνομεν τὸν ϛ̄ καὶ τίθεμεν ἐλάσσω ὅρον, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν ιζ̄ μείζω, καὶ λύομεν τὸ προβληθέν. καὶ οὕτως εὐοδοῦνται τὰ προβλήματα κατὰ τὰ πέντε τῆς ἀνισότητος μέρη, ἅ εἰσι πολλαπλάσιον, ἐπιμόριον, ἐπιμερές, πολλαπλασιεπιμόριον καὶ πολλαπλασιεπιμερές, ἅπερ ἦσαν τοῦ πρός τι ποσοῦ ὡς ἐλέγομεν.

λγ. Φέρε συνθῶμεν τὰ προβλήματα, καὶ ἔστω ἡ ἐπίταξις ὥστε διαιρεθῆναι τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εἴς τε

27 *ὡς ἐλέγομεν*] In commentatione de Nicomacho quam excerpendam esse haud duximus. 28 sq. Cf. Dioph. probl. I, 3.

ὑπεροχὴν ὁποιανοῦν καὶ λόγον τὸν ἐπιταχθέντα, καὶ ἐπιτετάχθω τὸν προκείμενον ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἵνα ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ἔχοι διπλάσιον καὶ μονάδας ἀριθμοῦ $\bar{\delta}$. ἀφαιρείσθω οὖν ἐκ τοῦ ὅλου ἡ ὑπεροχὴ καὶ τὸ λειπόμενον τετμήσθω ἐν τριπλασίονι λόγῳ, καὶ ὁ μὲν ὑπόλογος τοῦ τριπλασίου ἔστω ἐλάσσων ὅρος, ὁ δὲ λοιπὸς σὺν τῇ ὑπεροχῇ μείζων, καὶ γίνεταί μοι τὸ πρόβλημα. οἷον ἔστω ὁ ἐπιταχθεὶς ἀριθμὸς $\overline{\kappa\eta}$ καὶ ἡ ἐπιταχθεῖσα ἐπὶ τούτῳ ὑπεροχὴ $\bar{\delta}$· ἀφαιρῶ τὸν $\bar{\delta}$, ὁ λειπόμενος $\overline{\kappa\delta}$ διαιρεῖται ἐν τριπλασίῳ λόγῳ· τούτου ὁ ὑπόλογος $\bar{\eta}$ ἐλάσσων τεθήσεται, καὶ ὁ λοιπὸς $\overline{\iota\varsigma}$ παρὰ τὸν ὑπόλογον, προσλαβὼν τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\delta}$, μείζων γενήσεται· ὁ γὰρ $\bar{\kappa}$ τοῦ $\bar{\eta}$ διπλασίων μεθ' ὑπεροχῆς τοῦ $\bar{\delta}$ ἐστίν.

Εἰ δὲ ἐπιταχθῶ διελεῖν ἐν λόγῳ τριπλασίῳ καὶ ἐν ὑπεροχῇ μονάδων $\bar{\delta}$, ἔστω ὁ $\bar{\pi}$· ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\delta}$, λείπονται $\overline{\sigma\varsigma}$· τοῦτον διαιρῶ ἐν λόγῳ τετραπλασίονι, καὶ ὁ ὑπόλογος τούτου $\overline{\iota\theta}$· ὁ δὲ παρὰ τὸν ὑπόλογον, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\nu\zeta}$, προσλαβὼν τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\delta}$, $\overline{\xi\alpha}$ γέγονε· καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\xi\alpha}$ τοῦ $\overline{\iota\theta}$ τριπλάσιος καὶ ἡ ἐπέκεινα ὑπεροχὴ μονάδες $\bar{\delta}$. ὁμοίως καὶ ἐὰν ἐπιταχθῶ διελεῖν τὸν $\overline{\mu\varsigma}$ ἐν λόγῳ τριπλασίῳ καὶ ὑπεροχῇ ἀριθμοῦ μονάδων $\bar{\varsigma}$, ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν τὰς $\bar{\varsigma}$ μονάδας καὶ τὸν λειπόμενον $\bar{\mu}$ διαιρῶ ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ, καὶ τὸν μὲν ὑπόλογον τούτου τὸν $\bar{\iota}$ ἐλάσσω ὅρον τάττω, τὸν δὲ παρὰ τὸν ὑπόλογον, ὅς ἐστιν ὁ $\bar{\lambda}$, προσθεὶς καὶ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\varsigma}$, ποιῶ μείζονα $\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ λύεταί μοι τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ $\overline{\lambda\varsigma}$ τοῦ $\bar{\iota}$ τριπλάσιος ἐν ὑπεροχῇ ἐπέκεινα μονάδων $\bar{\varsigma}$· $\overline{\lambda\varsigma}$ δὲ καὶ $\bar{\iota}$, $\overline{\mu\varsigma}$.

Εἰ δὲ ἐπιταχθῶ διελεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων $\bar{\eta}$, ἀφαιρῶ

τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\eta}$ καὶ τὸν λειπόμενον διαιρῶ ἐν πενταπλασίῳ λόγῳ, καὶ τὸν ὑπόλογον τούτων τίθημι ἐλάσσω ὅρον, τὸν δὲ παρὰ τὸν ὑπόλογον ἐκ τοῦ παντὸς ἀριθμόν, προσθεὶς τούτῳ καὶ τὴν ὑπεροχήν, τίθημι μείζονα, καὶ ποιῶ τὸ ἐπιταχθέν. οἷον ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὃν διελεῖν κελευόμεθα ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ καὶ ἐν ὑπεροχῇ τῶν $\bar{\eta}$ μονάδων ὁ $\overline{\nu\eta}$· ἐκβεβλήσθω ἡ ὑπεροχὴ ὁ $\bar{\eta}$, τὸν δὲ λειπόμενον $\bar{\nu}$ ἐν πενταπλασίῳ διαιρῶ λόγῳ, καὶ τὸν ὑπόλογον τὸν $\bar{\iota}$ ποιῶ ἐλάσσονα, τὸν δὲ παρὰ τοῦτον λοιπόν, ὃς ἐστιν ὁ $\bar{\mu}$, προστιθεὶς καὶ τὴν ὑπεροχήν, ποιῶ μείζονα, καὶ λύεταί μοι τὸ πρόβλημα· $\overline{\mu\eta}$ γὰρ καὶ $\bar{\iota}$, $\overline{\nu\eta}$, καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\mu\eta}$ τοῦ $\bar{\iota}$ τετραπλάσιος σὺν ὑπεροχῇ τῶν $\bar{\eta}$ μονάδων.

Ὁμοίως ἐὰν ἐπιταχθῶ διελεῖν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν ἐν λόγῳ πενταπλασίονι καὶ ἐν ὑπεροχῇ ταῖς $\bar{\varsigma}$ μονάσιν, ἔστω ὁ $\overline{\xi\varsigma}$· ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\varsigma}$, τὸν λειπόμενον $\bar{\xi}$ διαιρῶ ἑξαπλασίως, καὶ ἔστιν αὐτοῦ ὁ ὑπόλογος $\bar{\iota}$· τοῦτον τίθημι ἐλάσσω ὅρον, τὸν δὲ παρὰ τοῦτον δὴ τὸν ὑπόλογον τὸν $\bar{\iota}$, ὃς ἐκ τοῦ προλόγου ἀφῃρέθη, τὸν $\bar{\nu}$, προστιθεὶς καὶ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\varsigma}$, ποιῶ μείζονα, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· $\overline{\nu\varsigma}$ γὰρ καὶ $\bar{\iota}$, $\overline{\xi\varsigma}$, καὶ ὁ $\overline{\xi\varsigma}$ τοῦ $\bar{\iota}$ πενταπλάσιος καὶ ἐπέκεινα ἡ ὑπεροχὴ αὐτοῦ μονάδες $\bar{\varsigma}$. οὕτω καὶ ἐπὶ πάντων ληψόμεθα τὸν συνεχῆ πολλαπλάσιον, ἀφαιρουμένης τῆς ὑπεροχῆς καὶ προστιθεμένης τῷ προλόγῳ· ἀφαιρουμένου ἐκ τούτου τοῦ ὑπολόγου, καὶ τὰ προβλήματα λύσομεν. καὶ οὕτω γίνονται τὰ ἐπὶ τοῖς πολλαπλασιασμοῖς μετὰ τῆς ὑπεροχῆς προβλήματα.

λδ. Εἰ δὲ ἐπιταχθῶμεν ἐν ἐπιμορίῳ λόγῳ διαιρεῖν τὸν ἀριθμὸν καὶ ὑπεροχῇ τῇ τυχούσῃ, οὕτω λυθήσονται τὰ προβλήματα. καὶ πρῶτον ἐπιτετάχθω διαιρεῖν

ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ καὶ ὑπεροχῇ φέρε μονάδων $\bar{\beta}$, καὶ ἔστω ὁ $\overline{\iota\zeta}$· δεῖ γοῦν ἀφαιρεῖν τοῦ $\overline{\iota\zeta}$ τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\beta}$, τοῦ δὲ λειπομένου $\overline{\iota\varepsilon}$ ζητεῖν τὸν ὑποδιπλασιεφήμισυν, καὶ ἔστιν ὁ $\bar{\varsigma}$· τοῦτον τίθημι ἐλάσσω καὶ ὑπόλογον, καὶ τὸν λοιπὸν μείζω καὶ πρόλογον τὸν $\bar{\vartheta}$ σὺν τῇ ὑπεροχῇ τῷ $\bar{\beta}$· ὁ γὰρ $\overline{\iota\alpha}$ τοῦ $\bar{\varsigma}$ ἡμιόλιος σὺν ὑπεροχῇ μονάδων $\bar{\beta}$. ὡσαύτως καὶ ἐὰν ἐπιταττώμεθα τὸν $\overline{\kappa\gamma}$ διαιρεῖν ἐν τοιούτῳ λόγῳ καὶ ὑπεροχῇ $\bar{\gamma}$ μονάδων· ἀφαιροῦμεν τὴν ὑπεροχὴν τὸν $\bar{\gamma}$, καὶ τοῦ $\bar{\kappa}$ ζητοῦμεν τὸν ὑποδιπλασιεφήμισυν, καὶ ἔστιν ὁ $\bar{\eta}$· τούτου ὁ $\overline{\iota\varepsilon}$ ἐν ἡμιολίῳ καὶ ὑπεροχῇ $\bar{\gamma}$ μονάδων. ὡσαύτως καὶ ἐὰν ἐπιταττώμεθα τὸν $\overline{\kappa\vartheta}$ διαιρεῖν ἐν τοιούτῳ λόγῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων $\bar{\delta}$, ἀφαιροῦμεν τὴν ὑπεροχήν, καὶ τοῦ $\overline{\kappa\varepsilon}$ ζητοῦμεν τὸν ὑποδιπλασιεφήμισυν, καὶ ἔστιν ὁ $\bar{\iota}$· καὶ τίθεμεν τοῦτον ὑπόλογον, καὶ πρόλογον τάττομεν τὸν $\overline{\iota\varepsilon}$ μετὰ τῆς ὑπεροχῆς, καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\vartheta}$· καὶ ὁ $\overline{\iota\vartheta}$ τοῦ $\bar{\iota}$ ἐν ὑπεροχῇ $\bar{\delta}$ μονάδων ἡμιόλιός ἐστιν.

Ἐὰν δὲ ἐπιταττώμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων τόσων, ἀφαιροῦμεν τὴν ὑπεροχὴν καὶ τοῦ λειπομένου τὸν ὑποδιπλασιεπίτριτον ζητοῦμεν, καὶ τίθεμεν τοῦτον ὑπόλογον τοῦ ἐπιτρίτου, τὸν δὲ λοιπὸν σὺν τῇ ὑπεροχῇ πρόλογον τοῦ ἐπιτρίτου ποιοῦμεν, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα. ἔστω γὰρ ὁ $\overline{\kappa\varsigma}$ ὃν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα ἐν λόγῳ ἐπιτρίτῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων $\bar{\varepsilon}$, ἀφαιρῶ τὸν $\bar{\varepsilon}$ καὶ τοῦ $\overline{\kappa\alpha}$ τὸν ὑποδιπλασιεπίτριτον ζητῶ καὶ ἔστιν ὁ $\bar{\vartheta}$, καὶ τάττω τοῦτον τὸν τοῦ ἐπιτρίτου ὑπόλογον, τὸν δὲ λοιπόν, δηλονότι τὸν $\overline{\iota\beta}$ σὺν ἅμα τῇ ὑπεροχῇ τῷ $\bar{\varepsilon}$, τάττω πρόλογον τοῦ ἐπιτρίτου, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ $\overline{\iota\zeta}$ ἐπίτριτός ἐστι τοῦ $\bar{\vartheta}$ μεθ' ὑπεροχῆς $\bar{\varepsilon}$ μονάδων.

Εἰ δὲ ἐν λόγῳ ἐπιτετάρτῳ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν ὑπεροχῇ φέρε δ̄, ἔστω ὁ κβ̄· ἀφαιρῶ τὸν δ̄, καὶ τοῦ λειπομένου ιη̄ τὸν ὑποδιπλασιεπιτέταρτον λαμβάνω τὸν η̄· τοῦτον τίθημι ὑπόλογον, τὸν δὲ πρόλογον τούτου τὸν ιδ̄ συνιστῶ· ἔστι δὲ ὁ ιδ̄ τοῦ η̄ ἐν ὑπεροχῇ δ̄ μονάδων καὶ ἐπιτέταρτος. ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἐπιμορίων.

λε. Εἰ δὲ πάλιν ὑποταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν λόγῳ ἐπιμερεῖ καὶ ὑπεροχῇ τόσων μονάδων, οὕτω λύσομεν τὰ προβλήματα. ἔστω γοῦν πρῶτος ὁ ἐπιδίτριτος καὶ κείσθω ὁ ιη̄ ὃν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα ἐν λόγῳ ἐπιδιτρίτῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων β̄· ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν καὶ τοῦ λειπομένου ις̄ ζητῶ τὸν ὑποδιπλασιεπιδίτριτον καὶ ἔστιν ὁ ς̄· τοῦτον τίθημι ἐλάσσω, καὶ τὸν λοιπὸν σὺν τῇ ὑπεροχῇ μείζω τὸν ιβ̄, καὶ γίνεται τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ιβ̄ πρὸς τὸν ς̄ ὑπεροχὴν ἔχει τὰς β̄ μονάδας καὶ ὁ λοιπὸς ἐπιδίτριτός ἐστιν.

Ὁμοίως καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν· ἐπὶ πάντων γὰρ ἀφαιρεῖν δεῖ τὴν δοθεῖσαν ὑπεροχὴν καὶ τοῦ λειπομένου ζητεῖν τὸν ὑποδιπλασιεπιμερῆ καθ' ὃν τὸν τέως ἐπιμερῆ ζητοῦμεν, καὶ εὐοδοῦται τὸ πρόβλημα, ὥσπερ ἐν τοῖς ἐπιμορίοις τὸν ὑποδιπλασιεπιμόριον ἀφαιρουμένης τῆς ὑπεροχῆς ἐζητοῦμεν.

Οὕτω δὴ ποιήσομεν καὶ ὅτε ἐπιταττόμεθα διαιρεῖν εἰς ὑπεροχὴν μονάδων καὶ λόγον ἢ πολλαπλασιεπιμόριον ἢ πολλαπλασιεπιμερῆ. ἔστω γὰρ ὁ κ̄ ὃν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα ἐν ὑπεροχῇ μονάδων ς̄ καὶ λόγῳ διπλασιεφημίσει· ἀφαιρῶ τὴν ὑπεροχὴν καὶ τοῦ λειπομένου ιδ̄ τὸν ὑποτριπλασιεφήμισυν ζητῶ καὶ ἔστιν ὁ δ̄, οὗ ὁ ις̄, ὑπεροχὴν ἔχων τὸν ς̄, ἔστι διπλασιεφήμισυς. καὶ ἀεὶ οὕτως, τοῦ μὲν μορίου σωζομένου, τῶν δὲ πολλα-

διαιρεῖν ἐν λόγῳ
μονάδων· ἀφαιρῶ τὴν ὑπερο
σιεπιδίτριτον ζητῶ καὶ ἔστιν
καὶ τὸν λοιπὸν τὸν ιη μείζω
καὶ ἀεὶ οὕτως καὶ γὰρ καὶ
10 πολλαπλασιασμός, τὰ δὲ με
τοῖς ἁπλῶς καὶ δίχα τοῦ πολ
σώζονται. οἷον ἔστω ζητεῖν
φέρε δ̄ μονάδων καὶ λόγῳ ἐ
ιε̄ ἀριθμὸς ὃν διαιρεῖν ἐπιτα
15 νάδων δ̄ καὶ λόγῳ ἐπιτριτετάρ
καὶ τοῦ λειπομένου ιᾱ τὸν
ζητῶ, ὅς ἐστιν ὁ δ̄· τοῦτον τ
ιᾱ συνιστῶ πρόλογον· καὶ ἔστ
μονάδων δ̄, ἐν λόγῳ δὲ ἐπιτρι
20 γὰρ ζ̄ τοῦ δ̄ ἐπιτριτέταρτος. τ
λόγων γίνεται.

λς. Εἰ δὲ εἰς λόγους καὶ
τῶν ἀριθμῶν ἐπιταττοίμεθα, οὗ
λύονται.

καὶ τοῦτον τάξομεν ἐλάσσω καὶ τὸν λοιπὸν ἄνευ τῆς λείψεως, ὅς ἐστιν ὁ ιξ̄, μείζω, καὶ τὸ πρόβλημα λύεται· ὁ γὰρ ιξ τοῦ ῑ λείπεται γ̄ μονάσι τοῦ εἶναι τοῦ ῑ διπλάσιος. εἰ δὲ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς κξ̄ ἐν λείψει δ̄ μονάδων, διαιρεῖται ἡ μονὰς καὶ τὸ αὐτὸ γίνεται· προστιθέσθω γὰρ ἡ λεῖψις, γίνονται λᾱ· τούτου ὑποτριπλάσιος ὁ ῑ καὶ γ^ον· τοῦτον τάττομεν ὑπόλογον, καὶ τὸν λοιπὸν δίχα τῆς λείψεως, ις̄ καὶ β̄ γγ^α, μείζω, καὶ γίνεται τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ις̄ καὶ β̄ γγ^α λείπεται δ̄ μονάσιν εἰς τὸ εἶναι διπλάσιος τοῦ ῑ γ^ου.

Εἰ δὲ διαιρεῖν εἰς τριπλάσιον ἐπιταττόμεθα καὶ λεῖψις τίθεται ὁ δ̄ φέρε, ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὁ κη̄· προστιθέσθω ἡ λεῖψις ὁ δ̄ καὶ τοῦ γινομένου ζητήσωμεν τὸν ὑποτετραπλάσιον καὶ ἔστιν ὁ η̄· τούτου ὁ κ̄ λείπεται δ̄ μονάσι τοῦ εἶναι τριπλάσιος.

Εἰ δὲ διαιρεῖν εἰς τετραπλάσιον ἐπιταττόμεθα ἐν λείψει μονάδων τόσων, τὸν μετὰ τῆς προσθήκης τῆς λείψεως ὑποπενταπλάσιον ληψόμεθα καὶ θήσομεν ὑπόλογον καὶ τὸ πρόβλημα λύεται. οἷον ἔστω ἀριθμὸς ὃν διαιρεῖν ἐπιταττόμεθα μετὰ λείψεως μονάδων δ̄ εἰς λόγον τετραπλάσιον ὁ μ̄ς̄· τούτῳ τὴν λεῖψιν προσθήσομεν καὶ τοῦ γινομένου ν̄ τὸν ὑποπενταπλάσιον εὕρωμεν καὶ ἔστιν ὁ ῑ· τοῦτον θήσομεν ὑπόλογον καὶ τὸν λοιπὸν τὸν λς̄ πρόλογον, καὶ λυθήσεται τὸ πρόβλημα· λείπεται γὰρ ὁ λς̄ μονάσι δ̄ εἰς τὸ εἶναι τετραπλάσιος τοῦ ῑ· καὶ ἀεὶ οὕτως, ἕως οὗ βούλει.

λζ. Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐν λείψει εἰς λόγον ἐπιμόριον καὶ πρῶτον τὸν ἡμιόλιον, ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὁ ιη̄ καὶ ἡ λεῖψις μονάδων β̄· προστίθεται τῷ ιη̄ ἡ λεῖψις καὶ τοῦ γινομένου κ̄ τὸν ὑποδιπλασιεφήμισυν ζητήσομεν καὶ ἔστιν ὁ η̄· τοῦτον ὑπόλογον

ποιήσομεν καὶ τὸν λοιπὸν δίχα τῆς λείψεως εἰς ἀναπλήρωσιν τοῦ ιη τὸν ι μείζω, καὶ τὸ πρόβλημα λύσομεν· λείπεται γὰρ ὁ ι τοῦ εἶναι ἡμιόλιος τοῦ η μονάσι β.

Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν εἰς ἐπίτριτον ἐπὶ λείψει τοσῇδε, ἔστω ὁ ἀριθμὸς κε καὶ ἡ λεῖψις γ μονάδων· προστιθέσθω ἡ λεῖψις τῷ κε καὶ τοῦ γινομένου κη τὸν ὑποδιπλασιεπίτριτον ζητήσομεν καὶ ἔστιν ὁ ιβ· τοῦτον τίθεμεν ὑπόλογον καὶ τὸν λοιπὸν δίχα τῆς λείψεως τὸν ιγ πρόλογον, καὶ λύεται τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ιγ λείπεται γ τοῦ εἶναι ἐπίτριτος τοῦ ιβ. καὶ ἀεὶ οὕτως καὶ τούτους γὰρ διευθετήσει ὁ διπλάσιος ἀλλασσομένων τῶν μορίων πρὸς τὰς ζητήσεις.

λη. Πάλιν εἰ μετὰ λείψεως ἐν λόγῳ ἐπιμερεῖ διαιρεῖν ἐπιταττοίμεθα καὶ πρῶτον ἐν ἐπιδιτρίτῳ, ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ὁ κβ καὶ ἡ λεῖψις μονάδων β· προστίθημι τούτῳ τὴν λεῖψιν καὶ τοῦ γινομένου κδ ζητῶ τὸν ὑποδιπλασιεπιδίτριτον καὶ ἔστιν ὁ θ· τοῦτον τίθημι ὑπόλογον καὶ τὸν λοιπὸν δίχα τῆς λείψεως τὸν ιγ πρόλογον, καὶ λύεταί μοι τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ιγ λείπεται β εἰς τὸ εἶναι ἐπιδίτριτος τοῦ θ.

Εἰ δὲ διαιρεῖν εἰς ἐπιτριτέταρτον κελευόμεθα μετὰ λείψεως, ἔστω ὁ ἀριθμὸς λα, ἡ δὲ λεῖψις μονάδων β· προστίθημι τὴν λεῖψιν καὶ τοῦ γινομένου ζητῶ τὸν ὑποδιπλασιεπιτριτέταρτον καὶ ἔστιν ὁ ιβ· τοῦτον ὑπόλογον τίθημι καὶ τὸν λοιπὸν εἰς ἀναπλήρωσιν τοῦ λα τὸν ιθ πρόλογον, καὶ λύεταί μοι τὸ πρόβλημα· ὁ γὰρ ιθ δυσὶ λείπεται τοῦ εἶναι πρὸς τὸν ιβ ἐπιτριτέταρτος. καὶ ἀεὶ ἐφεξῆς οὕτως καὶ ἐνταῦθα γὰρ ὁ ὑποδιπλάσιος εὐοδώσει τὰς λύσεις.

Τὰ αὐτὰ γενήσονται καὶ εἰ συντίθενται οἱ λόγοι, οἷον ἐπὶ τοῖς πολλαπλασιεπιμορίοις καὶ τοῖς πολλα-

πλασιεπιμερέσιν. οἷον ἔστω κελευόμεθα διαιρεῖν ἀριθμὸν ἐπὶ λείψει μονάδων $\overline{\beta}$ τὸν $\overline{\iota\beta}$ ἐν λόγῳ διπλασιεφημίσει· τούτῳ προστίθημι τὴν λεῖψιν καὶ τοῦ γινομένου $\overline{\iota\delta}$ τὸν ὑποτριπλασιεφήμισυν ζητῶ καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\delta}$· τοῦτον ποιῶ ὑπόλογον καὶ τὸν $\overline{\eta}$ πρόλογον δίχα τῆς λείψεως, καὶ γίνεταί μοι τὸ ἐπιταχθέν· ὁ γὰρ $\overline{\eta}$ δυσὶ λείπεται τοῦ εἶναι πρὸς τὸν $\overline{\delta}$ διπλασιεφήμισυς.

Εἰ δὲ ⟨εἰς⟩ τριπλασιεφήμισυν διαιρεῖν κελευόμεθα, ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὁ $\overline{\kappa\epsilon}$, ἡ δὲ λεῖψις μονάδων $\overline{\beta}$· προστίθημι τῷ $\overline{\kappa\epsilon}$ τὴν λεῖψιν καὶ τοῦ γινομένου $\overline{\kappa\xi}$ τὸν ὑποτετραπλασιεφήμισυν ζητῶ καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\varsigma}$· τοῦτον τίθημι ὑπόλογον καὶ τὸν λοιπὸν $\overline{\iota\theta}$ πρόλογον, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· ὁ γὰρ $\overline{\iota\theta}$ δυσὶ λείπεται τοῦ εἶναι τοῦ $\overline{\varsigma}$ τριπλασιεφήμισυς.

Εἰ δὲ κατὰ λόγον τριπλασιεπίτριτον διαιρεῖν κελευόμεθα, σωζομένου τοῦ πολλαπλασιασμοῦ καὶ ἀλλασσομένου τοῦ μορίου, ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὁ $\overline{\kappa\alpha}$, ἡ δὲ λεῖψις μονάδων $\overline{\epsilon}$· προστίθημι τὸν $\overline{\epsilon}$ τῷ $\overline{\kappa\alpha}$ καὶ τοῦ γινομένου $\overline{\kappa\varsigma}$ ζητῶ τὸν ὑποτετραπλασιεπίτριτον ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\varsigma}$· τοῦτον ὑπόλογον ποιῶ, τὸν δὲ λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\epsilon}$ πρόλογον, καὶ τὸ ἐπιταχθὲν γίνεται· ὁ γὰρ $\overline{\iota\epsilon}$ πέντε μονάσι λείπεται τοῦ εἶναι τοῦ $\overline{\varsigma}$ τριπλασιεπίτριτος. καὶ ἀεὶ οὕτως.

Εἰ δὲ ἐπιταττοίμεθα διαιρεῖν ἐπὶ λείψει ἐν λόγῳ πολλαπλασιεπιμερεῖ καὶ πρῶτον διπλασιεπιδιτρίτῳ, ἔστω ὁ ἀριθμὸς ὁ $\overline{\kappa\alpha}$, ἡ δὲ λεῖψις μονάς· προστίθημι τὴν μονάδα τῷ $\overline{\kappa\alpha}$ καὶ τοῦ γινομένου ζητῶ τὸν ὑποτριπλασιεπιδίτριτον καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\varsigma}$· τοῦτον τίθημι ὑπόλογον καὶ τὸν λοιπὸν τὸν $\overline{\iota\epsilon}$ πρόλογον, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· μονάδι γὰρ λείπει ὁ $\overline{\iota\epsilon}$ τοῦ εἶναι τοῦ $\overline{\varsigma}$ διπλασιεπιδίτριτος. καὶ ἀεὶ ὁ πολλαπλασιασμὸς ἀλλασσόμενος εὐοδώσει τὰς λύσεις, σωζομένων τῶν αὐτῶν μορίων.

λθ. Ἐπειδήπερ τῶν μὲν ἀπὸ μονάδος διπλασίων αἱ τῶν προλόγων πρὸς τοὺς ὑπολόγους αὐτῶν ὑπεροχαὶ κατὰ τὸ φυσικὸν χῦμα τοῦ ἀριθμοῦ εἰσιν· οἷον ὑπεροχὴ τοῦ $\bar{\beta}$ πρὸς τὸν $\bar{\alpha}$, $\bar{\alpha}$· ὑπεροχὴ τοῦ $\bar{\delta}$ πρὸς τὸν $\bar{\beta}$, $\bar{\beta}$· ὑπεροχὴ τοῦ $\bar{\varsigma}$ πρὸς τὸν $\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}$· καὶ ὑπεροχὴ τοῦ $\bar{\eta}$ πρὸς τὸν $\bar{\delta}$, $\bar{\delta}$, ὡς εἶναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ ὑπεροχὴν τοῦ προλόγου καὶ ὑπόλογον· τῶν δὲ ἀπὸ μονάδος τριπλασίων μέσον τῶν ὑπολόγων καὶ τῶν προλόγων οἱ ἄρτιοι μόνοι ὑπεροχαί· οἷον μέσον τοῦ $\bar{\alpha}$ καὶ $\bar{\gamma}$, $\bar{\beta}$, καὶ τοῦ $\bar{\varsigma}$ καὶ τοῦ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, καὶ τοῦ $\bar{\vartheta}$ καὶ τοῦ $\bar{\gamma}$, $\bar{\varsigma}$, καὶ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ καὶ $\bar{\delta}$, $\bar{\eta}$, καὶ τοῦ $\overline{\iota\varepsilon}$ καὶ $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\iota}$ ὡς εἶναι τούς τε προλόγους καὶ τοὺς ὑπολόγους ἕνα παρ' ἕνα καὶ ἄρτιον καὶ περιττόν, ὡς τὸν $\bar{\gamma}$ πρὸς τὸν $\bar{\alpha}$, καὶ τὸν $\bar{\varsigma}$ πρὸς τὸν $\bar{\beta}$, καὶ αὖθις τὸν $\bar{\vartheta}$ πρὸς τὸν $\bar{\gamma}$· τῶν δὲ ἀπὸ μονάδος τετραπλασίων αἱ ὑπεροχαὶ τῶν προλόγων πρὸς τοὺς ὑπολόγους αὐτῶν οἱ ἀπὸ τριάδος τριπλάσιοί εἰσιν· καὶ τῶν πενταπλασίων οἱ ἀπὸ τετράδος τετραπλάσιοι· τῶν δὲ ἑξαπλασίων οἱ ἀπὸ πεντάδος πενταπλάσιοι· καὶ τῶν ἑπταπλασίων οἱ ἀπὸ ἑξάδος ἑξαπλάσιοι· καὶ τῶν ὀκταπλασίων οἱ ἀπὸ ἑπτάδος ἑπταπλάσιοι· καὶ ἐφεξῆς· εἴ τις ἐπιτάξειε δύο ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἐν λόγῳ τινὶ καὶ ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ, ῥᾷστα ἂν ἔχοιμεν ἐντεῦθεν λύειν τὸ προβληθέν.

Εἰ γοῦν τις ἐπιτάξειε εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἔχοντας πρὸς ἀλλήλους πενταπλάσιον λόγον ἐν ὑπεροχῇ τόσων μονάδων, δεῖ λαβεῖν τὴν ὑπεροχὴν καὶ ὅσων μονάδων ἐστὶν αὕτη, φέρε γὰρ ἐὰν $\bar{\kappa}$ μονάδων, ζητεῖν κατὰ τὸ ὑποτετραπλάσιον τῆς ὑπεροχῆς τὸν πέμπτον πενταπλάσιον, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\kappa\varepsilon}$ πρὸς τὸν $\bar{\varepsilon}$, καὶ εὐθὺς ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάσσω ἐμφαίνεται

24 Cf. Dioph. probl. I, 4.

κατά τινα φυσικὴν ἀκολουθίαν, κ̄ γάρ· ὑπερέχει γὰρ ὁ κ̄ε̄ τοῦ ε̄, κ̄.

Καὶ γὰρ οὕτως ἔχει· εἰ μὲν ἐπὶ διπλασίων ἡ ἐπιταγὴ γίνεται, ὡς φέρε ἵνα ἐπιταττώμεθα δύο ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἐν λόγῳ τῷ πρὸς ἀλλήλους διπλασίῳ, ἐν ὑπεροχῇ μονάδων, εἰ μὲν μιᾶς, εὐθύς ἐστιν ὁ πρῶτος διπλάσιος, ὁ β̄ πρὸς τὸν ᾱ· εἰ δὲ δυοῖν μονάδων, ὁ εὐθὺς δεύτερος πρὸς αὐτόν, ὁ δ̄ πρὸς τὸν β̄· εἰ δὲ τριῶν, ὁ εὐθὺς τρίτος μετ' αὐτόν, ὁ ϛ̄ καὶ ὁ γ̄· καὶ ἐφεξῆς. εἰ δὲ ἐπὶ τριπλασίων καὶ ἐν ὑπεροχῇ μονάδων, ἡ μὲν μονὰς ἐνταῦθα χώραν οὐκ ἔχει, ἀλλ' εἰ μὲν δυοῖν μονάδων, δεῖ λαμβάνειν τὸν πρῶτον τριπλάσιον τὸν γ̄ πρὸς τὸν ᾱ, ὧν ἡ ὑπεροχὴ μονάδες β̄· εἰ δὲ τριῶν, οὐκ ἔστιν ὥσπερ οὐδὲ τῆς μιᾶς καὶ ἁπλῶς ἁπάντων τῶν περιττῶν· εἴπομεν γὰρ ὅτι ἐπὶ τοῖς τριπλασίοις οἱ ἄρτιοι μόνοι εἰσὶν αἱ ὑπεροχαί· ὅθεν εἰ τεσσάρων μονάδων ὑπεροχὴ ζητεῖται κατὰ τὸν τριπλασίονα, τὸν δεύτερον λάβωμεν τριπλασίονα, ὅς ἐστιν ὁ ϛ̄ πρὸς τὸν β̄ καὶ ἡ ὑπεροχὴ μονάδες δ̄· εἰ δὲ ϛ̄ μονάδων ἡ ὑπεροχὴ ζητεῖται, τὸν τρίτον· εἰ δὲ η̄, τὸν τέταρτον ληψόμεθα τριπλάσιον, ὥστε κατὰ τὸν ὑποδιπλάσιον λόγον τῆς ζητουμένης ὑπεροχῆς εὑρεθήσεται.

Εἰ δὲ ἐπὶ τετραπλασίων εὑρεῖν ἀριθμοὺς ἐπιταττόμεθα ἐν ὑπεροχῇ μονάδων τοσῶνδε, δεῖ εἰδέναι προηγουμένως ὅτι ἐνταῦθα αἱ ὑπεροχαὶ ἀναμίξ εἰσιν ἕνα παρ' ἕνα ἀρτία καὶ περιττή. εἰ γοῦν τις ἐπιτάττοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ τετραπλασίῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων φέρε δ̄, ἀμαθὲς τὸ ἐρώτημα· ἐκ γὰρ τοῦ γ̄ ἄρχονται ἐπὶ τούτοις αἱ ὑπεροχαὶ καὶ προκόπτουσι κατὰ λόγον τὸν τριπλάσιον· εἰ δὲ ἐν ὑπεροχῇ μονάδων θ̄, τὸν ὑποτριπλάσιον τῶν μονάδων ζητήσομεν

καὶ ἔστιν ὁ τρίτος τετραπλάσιος, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\iota\beta}$ πρὸς τὸν $\overline{\gamma}$, καὶ εὐθὺς ἡ ὑπεροχὴ τῶν $\overline{\vartheta}$ μονάδων ἐμφαίνεται.

Ἐπὶ δὲ πενταπλασίων, ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\delta}$ κατὰ λόγον τετραπλάσιον αἱ ὑπεροχαὶ προκόπτουσιν, ἤν τις ἐπι-
5 τάξοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ πενταπλασίῳ καὶ ἐν ὑπεροχῇ τῷ $\overline{\kappa}$, κατὰ τὸ ὑποτετραπλάσιον τῶν μονάδων τῆς ὑπεροχῆς ζητηθήσεται ὁ πενταπλάσιος, καὶ εὐθὺς ἐμφαίνεται καὶ ἡ ἐπιταχθεῖσα ὑπεροχὴ τοῦ προλόγου πρὸς τὸν ὑπόλογον.

10 Εἰ δὲ ἐπὶ ἑξαπλασίων, αἱ μὲν ὑπεροχαὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\varepsilon}$ κατὰ πενταπλάσιον προκόπτουσιν· $\overline{\varepsilon}$, $\overline{\iota}$, $\overline{\iota\varepsilon}$, $\overline{\kappa}$, $\overline{\kappa\varepsilon}$· εἰ γοῦν τις ἐπιτάξοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ ἑξαπλασίῳ κατὰ ὑπεροχὴν τοῦ $\overline{\kappa}$, δεῖ κατὸ τὸ ὑποπενταπλάσιον τῶν μονάδων ζητεῖν τὸν ἑξαπλάσιον ὅς ἐστιν
15 ὁ $\delta^{\circ\iota}$, ὡς ὁ $\overline{\kappa\delta}$ πρὸς τὸν $\overline{\delta}$, καὶ εὐθὺς ἐμφαίνεται καὶ ἡ τῶν $\overline{\kappa}$ μονάδων ὑπεροχή.

Ἐπὶ δὲ ἑπταπλασίων, ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν τοιούτων ἀπὸ ἑξάδος κατὰ ἑξαπλάσιον· $\overline{\varsigma}$, $\overline{\iota\beta}$, $\overline{\iota\eta}$, $\overline{\kappa\delta}$· εἰ γοῦν τις ἐπιτάξοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν ἑπταπλασίῳ λόγῳ
20 καθ' ὑπεροχὴν μονάδων $\overline{\iota\eta}$, κατὰ τὸ ὑποεξαπλάσιον τῶν μονάδων τῆς ὑπεροχῆς ὀφείλομεν ζητεῖν τὸν ἑπταπλάσιον καὶ τὸν τρίτον ληψόμεθα ἑπταπλάσιον, ὅς ἐστι τοῦ $\overline{\kappa\alpha}$ πρὸς τὸν $\overline{\gamma}$.

Ἐπὶ δὲ ὀκταπλασίων, ἐπεὶ ἀπὸ τῶν $\overline{\zeta}$ κατὰ ἑπτα-
25 πλάσιον εἷς παρ' ἕνα ἄρτιος καὶ περιττὸς αἱ ὑπεροχαὶ γίνονται, ἤν τις ἐπιτάξοι εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐν λόγῳ ὀκταπλασίῳ καὶ ὑπεροχῇ μονάδων $\overline{\iota\delta}$, κατὰ τὸν ὑποεπταπλάσιον τῶν μονάδων ζητηθήσεται ὁ ὀκταπλάσιος, καὶ ἔστιν ὁ δεύτερος ὀκταπλάσιος, τὰ $\overline{\beta}$ γὰρ τῶν $\overline{\iota\delta}$ ὑποεπτα-
30 πλάσιος· καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\varsigma}$ πρὸς τὸν $\overline{\beta}$ καὶ ἡ ὑπεροχὴ ὁ $\overline{\iota\delta}$.

Καὶ ἐφεξῆς οὕτως· ἐν οἷς φαίνεταί τι καὶ ἄλλο

γλαφυρὸν ἔκ τινος ἀρρήτου ἐπινοήσεως συμβαῖνον, ὅτι τῶν ἀπαιτουμένων μονάδων τῆς ὑπεροχῆς τὸ πλάτος καθ' ὃ καὶ τὸν πολλαπλάσιον ζητοῦμεν ἢ δεύτερον ἢ τρίτον ἢ τέταρτον καὶ ἐφεξῆς, αὐτὸν εἶναι συμβαίνει τὸν ὑπόλογον. εἰ μὲν $\bar{\kappa}$ εἰσὶν αἱ μονάδες τῆς ὑπεροχῆς καὶ ἐν τοῖς πενταπλασίοις κατὰ τὸν ὑποτετραπλάσιον τὸν $\bar{\epsilon}$ ζητοῦμεν τὸν πέμπτον πενταπλάσιον, καὶ ἐστιν αὐτὸς ὁ $\bar{\epsilon}$ ὑπόλογος τοῦ $\overline{\kappa\epsilon}$· οὗτος γὰρ ἦν πέμπτος πενταπλάσιος πρὸς τὸν $\bar{\epsilon}$. εἰ δὲ τῆς ὑπεροχῆς αἱ μονάδες $\bar{\beta}$ εἰσὶν ὡς ἐπὶ τοῦ δευτέρου διπλασίου τοῦ $\bar{\delta}$ πρὸς τὸν $\bar{\beta}$, αὐτὸς ὁ $\bar{\beta}$ ἐστὶν ὁ τοῦ διπλασίου πρὸς τὸν αὐτὸν $\bar{\delta}$ ὑπόλογος. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως, ἵνα μὴ καθ' ἕκαστον λέγωμεν· αὐτὸν γὰρ εὑρήσομεν τὸν ὑπόλογον εὐθὺς ἀπαντῶντα τοῦ πολλαπλασίου κατὰ τὰς μονάδας τῶν ὑπεροχῶν, κἂν αὐτὴν πᾶσαν τὴν ὑπεροχὴν λαμβάνωμεν, ὡς ἐπὶ τοῦ διπλασίου τοῦ πρώτου $\bar{\beta}$ πρὸς $\bar{\alpha}$ καὶ τοῦ δευτέρου $\bar{\delta}$ πρὸς $\bar{\beta}$ καὶ τοῦ τρίτου $\bar{\varsigma}$ πρὸς $\bar{\gamma}$· ὁ αὐτὸς γάρ ἐστι καὶ ὑπεροχὴ καὶ ὑπόλογος· κἂν ὡς ἐπὶ τοῦ τριπλασίου, ὅτε ζητοῦμεν τὸν ἥμισυν τῶν μονάδων τῆς ὑπεροχῆς· ὁ αὐτὸς γάρ ἐστιν ὁ τὸ πλάτος ἔχων τῆς ὑπεροχῆς καὶ ὑπόλογος· οἷον ὁ $\bar{\varsigma}$ τοῦ $\bar{\beta}$ δεύτερος τριπλάσιος, καὶ ἡ ὑπεροχὴ $\bar{\delta}$ οὗ τὸ ἥμισυ $\bar{\beta}$· δεύτερος γοῦν τριπλάσιος οὗτος κατὰ τὸ πλάτος τῶν $\bar{\beta}$ μονάδων τῆς ὑπεροχῆς κατὰ τὸν κανόνα ὃν ἐλέγομεν, καὶ ὁ ὑπόλογος τούτου $\bar{\beta}$ ἐστί· καὶ οὕτω δὴ ἐπὶ πάντων.

μ. Κείσθω κανὼν καθολικὸς ἐπὶ πᾶσι τοῖς προβλήμασιν ὁ τοιοῦτος, ὅταν ἐπιταττώμεθα τὸν δοθέντα ἀριθμὸν διαιρεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὅπως ἑκατέρων τῶν διῃρημένων τὰ δοθέντα μὴ τὰ αὐτὰ μόνον μέρη

27 Dioph. probl. I, 5.

συντεθέντα ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν. ἐπειδὴ γὰρ μέρη ἀριθμῶν εἰσιν ἥμισυ, τρίτον, τέταρτον, πέμπτον, ἕκτον, ἕβδομον καὶ ἑξῆς ἐπ' ἄπειρον, καὶ ἐπιταττόμεθα διελεῖν ἀριθμὸν εἰς ἀριθμοὺς δύο ὧν ἑκατέρων τὰ ἐπιταχθέντα μέρη μὴ τὰ αὐτὰ ἀλλ' οἷον φέρε ἥμισυ καὶ τρίτον, ἢ τρίτον καὶ τέταρτον, ἢ πέμπτον καὶ ἕβδομον, ἢ ἕκτον καὶ τέταρτον ἢ ὁπωσοῦν, ἵνα συντεθέντα ἐκεῖνα ποιῇ τὸν δοθέντα ἀριθμόν· καὶ ἔστι διδόμενος καὶ ὁ διαιρηθησόμενος ἀριθμὸς καὶ τὰ μέρη ἑκατέρων τῶν μερῶν, ὅτι τυχὸν τρίτον μὲν τοῦ ἑνὸς μέρους, ἕκτον δὲ θατέρου ἢ ὁπωσοῦν· δίδοται δὲ καὶ ὁ ἀριθμὸς ὃς μέλλει γίνεσθαι ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν μὴ τῶν αὐτῶν μερῶν ἑκατέρων τῶν τμημάτων, οἷον κ τυχὸν ἢ η̄ ἢ ζ̄ ἢ ῑ ἢ ιβ̄ ἢ ἄλλος τις.

Ὅτε γοῦν ταῦτα ἐπιταττοίμεθα, δεῖ δὴ προηγουμένως ἐκεῖνα ἐπιτάττεσθαι ὥστε χωρεῖν ἐν τῷ ἀριθμῷ ἐκείνῳ καὶ τὰ μέρη τῶν μερῶν καὶ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν μερῶν ἀμφοτέρων ἀριθμόν· ἀλλὰ τοῦτο μὲν μελήσει τοῖς ἐπιτάττουσιν ἵνα μὴ ἀμαθῶς ἐπιτάττοιεν, τέως δὲ καὶ τὸν λύοντα δεῖ ἐμφανίζειν τὸ ἀμαθές, εἰ πολλάκις ἀμαθῶς ἐπιτάττοιτο· δεῖ δὲ καὶ τῶν ἐπιταττομένων μερῶν τῶν ἑκατέρων τμημάτων τὸν ἐλάττω, οἷον τὸν $\delta^{ον}$ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἢ τὸν $\varepsilon^{ον}$ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἢ ἄλλως πως, τοῦτον γοῦν τὸν ἐλάττονα τὸν πρῶτον ἀπὸ μονάδος ἐκλαμβάνειν, ὡς εἶναι φέρε τὸ $\alpha^{ον}$ τοῦ $\delta^{ου}$ δ̄ καὶ τὸ $\alpha^{ον}$ τοῦ $\varepsilon^{ου}$ ε̄, καὶ οὕτως ἀφαιρουμένων τῶν ε̄ μο-

---

22—23 τὸν ἐλάττω] in margine additum est: ταῦτα καὶ ἀντιστρόφως λέγονται ὅταν κατὰ τὸν γ̄ καὶ δ̄ ἀριθμὸν ἐννοῶμεν τὸν $\gamma^{ον}$ καὶ τὸν $\delta^{ον}$· μείζων γὰρ ὁ δ̄ τοῦ γ̄· ἄλλως δὲ κατὰ τὰ μόρια τὸ $\delta^{ον}$ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἔλαττον. 25—26 φέρε τὸ ᾱ τοῦ δ̄ $\delta^{ον}$ καὶ τὸ ᾱ τοῦ ε̄ $\varepsilon^{ον}$ cod.

νάδων ἐκ τοῦ ὅλου δοθέντος ἀριθμοῦ, τὸν λοιπὸν ζητεῖν εἰ τὸ λοιπὸν μέρος ἐπιδέχεται ὃ καὶ μεῖζον ἐτίθεμεν. καὶ κατὰ τοῦτο εὐθὺς λύεται τὸ πρόβλημα· συντιθέμενον γὰρ ἐκεῖνο τὸ μέρος τῷ ε^ω μέρει ὅπερ εἴχομεν ἐκ τοῦ προτέρου πολλαπλασίου, ἀποτελέσει τὸν ἐπιταττόμενον ἀριθμόν. εἰ δ' οὐκ ἐπιδέχεται ἐκεῖνος τὸ τοιοῦτον μέρος, δεῖ προβιβάζειν τὸν δεύτερον πενταπλάσιον τὸν $\bar{\iota}$ τοῦ $\bar{\beta}$ καὶ αὖθις ζητεῖν τὸν λοιπὸν εἰ ἐπιδεικτικός ἐστι θατέρου μέρους· εἰ δ' οὐκ ἔστι, δεῖ τὸν τρίτον πενταπλάσιον τὸν $\overline{\iota\varepsilon}$ τοῦ $\bar{\gamma}$ προβιβάζειν καὶ οὕτως ζητεῖν τὸν λοιπὸν εἰ ἐπιδέχεται θάτερον μέρος, καὶ εἰ ἐπιδέχεται, συντίθεται ἐκεῖνο μετὰ τούτου τοῦ μέρους καὶ γίνεται ὁ ἐπιταττόμενος ἀριθμός· καὶ ἀεὶ οὕτως, ἕως οὗ καταντήσομεν εἰς ἐκεῖνον ὃς ἔχει τὸ μέρος ὃ ζητοῦμεν, ἐπείτοιγε τὸ χωροῦν μέρος ἐν τῷ ἀριθμῷ τῷ δοθέντι ἐπιταττόμεθα.

Οἷον τὸν δοθέντα ἀριθμὸν τὸν $\bar{\nu}$ διαιρετέον εἰς ἀριθμοὺς δύο ὧν ἑκατέρων τοῦ μὲν μέρος ε^ον, τοῦ δὲ μέρος ζ^ον ἄμφω συντεθέντα ἀριθμὸν τὸν $\bar{\eta}$ ποιήσουσιν· ἐπειδὴ γὰρ τοῦ μὲν ε^ον, τοῦ δὲ ζ^ον ἀπαιτούμεθα καὶ εἰς $\bar{\eta}$ ἡ σύνθεσις τούτων κεῖται, τὸ ζ^ον ἔλαττόν ἐστι τοῦ ε^ου· λαμβάνομεν τὸν πρῶτον ἑπταπλάσιον τὸν $\bar{\zeta}$ πρὸς τὸν $\bar{\alpha}$ καὶ ἔστιν ὁ ἀφαιρεθεὶς ἀριθμὸς ἐκ τοῦ ἀρχῆθεν δοθέντος ἀριθμοῦ ὁ $\bar{\zeta}$ καὶ ὁ λοιπὸς $\overline{\mu\gamma}$· δεῖ δὴ ζητεῖν καὶ τοῦ λοιποῦ $\overline{\mu\gamma}$ τὸ ε^ον, ἀλλ' οὐκ ἔχει ε^ον· διὰ τοῦτο τὸν δεύτερον ἑπταπλάσιον τίθημι καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\delta}$ πρὸς τὸν $\bar{\beta}$· τούτου ἀφαιρεθέντος ἐκ τοῦ $\bar{\nu}$, ἐναπελείφθησαν $\overline{\lambda\varsigma}$, ἀλλ' οὐδ' οὗτος ἔχει ε^ον καὶ διὰ τοῦτο αὖθις τὸν τρίτον ἑπταπλάσιον τὸν $\overline{\kappa\alpha}$ πρὸς τὸν

5 πολλαπλασίου] fors. leg. πενταπλασίου. 14 δς] δν cod.

γ̄ τίθημι· καὶ ἀφαιρεθέντος αὐτοῦ ἐκ τοῦ ν̄, ἐναπε-
λείφθη ὁ κθ̄· ἀλλ' οὐδ' οὗτος ἔχει ε^ον καὶ διὰ τοῦτο
προσεπιβιβάζω τὸν τέταρτον ἑπταπλάσιον τὸν κη̄ πρὸς
τὸν δ̄ καὶ ἐναπελείφθη ἐκ τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ ν̄, κβ̄·
5 ἀλλ' οὐδ' οὗτος ἔχει ε^ον· προσβιβάζω τὸν πέμπτον
ἑπταπλάσιον τὸν λε πρὸς τὸν ε̄· ἐναπελείφθησαν καὶ
ιε ἐκ τοῦ ν̄· οὗτος ἔχει ε^ον τὸν γ̄ καὶ διαιρεῖταί μοι
ὁ ν̄ εἰς λε καὶ ιε, καὶ τὸ ζ^ον μέρος τοῦ λε, ὅ ἐστιν
ὁ ε̄, προστεθὲν τῷ τοῦ ιε ε^ῳ, ὅ ἐστιν ὁ γ̄, τὸν η̄ συν-
10 τεθέντα ἀπετέλεσαν, ὃς ἀρχῆθεν ἐπετάχθη παρὰ τοῦ
ἐπιτάττοντος.

Καὶ ἐπὶ πᾶσιν ὁ αὐτὸς τρόπος· οὐ μὴν δὲ πολλάκις
λύεται καὶ τῷ κανόνι, εἰ καὶ ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀρξό-
μεθα. ὑποκείσθω γὰρ ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς ξ̄ καὶ ἐπι-
15 τετάχθω διαιρεῖσθαι τοῦτον εἰς δύο ἀριθμοὺς ὧν
ἑκατέρων τοῦ μὲν τὸ ϛ^ον, τοῦ δὲ τὸ θ^ον, συντεθέντα
ἄμφω τὸν ξ̄ ἀριθμὸν συμπληρούτωσαν. γενέσθω πρὸς
τὴν μονάδα οὐχ ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς κατὰ τὸ μόριον,
ἀλλ' ὁ μείζων, ὅς ἐστι τὸ ϛ^ον. τῆς μονάδος τοιγαροῦν
20 τὰ ϛ̄ ἑξαπλάσιον· ἀφαιρεθέντος τούτου ἐκ τῶν ξ̄,
ἐναπολιμπάνονται νδ̄· ζητοῦμεν καὶ τούτου τὸ θ^ον καὶ
εὐθὺς ἐμφαίνεται ὁ ϛ̄· ᾱ δὲ καὶ ϛ̄, ζ̄ καὶ γίνεται τὸ
ἐπιταχθέν· ὥστε καὶ οὕτως κἀκείνως πολλάκις ὁ κανὼν
σώζεται, κἂν εὐθὺς εὑρίσκηται τὸ μέρος, κἂν μετὰ
25 πολλά· καὶ ἔστι καθολικὸς ὁ κανὼν ἐπὶ πάντων τῶν
τοιούτων προβλημάτων οὗτος ἀμεταποίητος.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ ἄλλων γυμνάσωμεν τὸν τοιοῦτον
λόγον τῶν ἐπιδεχομένων πλείστας τομάς, ἔστω ὁ ἐπι-

---

3 προσεπιβάζω cod. 13 λύεται καὶ scripsi; λυμαίνεται cod. 19 ϛ^ον] In mg. additum est: τὸ ἕκτον μεῖζον τοῦ ἐνάτου κατὰ τὸ μόριον, ἀλλ' ὁ θ̄ τοῦ ϛ̄ μείζων.

ταχθεὶς ἀριθμὸς ρ̄· οὗτος διαιρείσθω εἰς δύο ἀριθμοὺς ὧν ἑκατέρων τοῦ μὲν μέρος ζ^ον^, τοῦ δὲ μέρος θ^ον^, ἄμφω συντεθέντα ποιείτωσαν ἀριθμὸν τὸν ιβ̄. λαμβάνω τὸν πρῶτον ἐπταπλασίονα τὸν ζ̄ πρὸς τὸν ᾱ, ἐναπελείφθησαν ἐκ τῶν ρ̄, ͵ιγ· ζητῶ τούτου τὸ θ^ον^, ἀλλ' οὐκ ἔχει· προσβιβάζω τὸν δεύτερον ἑπταπλασίονα τὸν ιδ̄ πρὸς τὸν β̄· ἀφαιρεθέντος τοῦ ιδ̄ ἐκ τοῦ ρ̄, ἐναπελείφθη ὁ πς̄· ζητῶ τούτου τὸ θ^ον^, ἀλλ' οὐδ' οὗτος ἔχει· προσβιβάζω τὸν τρίτον ἑπταπλασίονα τὸν κᾱ πρὸς τὸν γ̄· ἐναπελείφθη ἐκ τῶν ρ̄ ὁ οθ̄· ζητῶ τούτου τὸ θ^ον^, ἀλλ' οὐδ' οὗτος ἔχει· προσβιβάζω τὸν τέταρτον ἑπταπλάσιον, τὸν κη̄ πρὸς τὸν δ̄, καὶ ἐναπολιμπάνονται τοῦ κη̄ ἐκβληθέντος ἐκ τῶν ρ̄ ὁ οβ̄· οὗτος ἔχει θ^ον^ τὸν η̄· τοῦτον τὸν η̄ συντίθημι τῷ δ̄ καὶ ποιῶ τὸν ιβ̄· καὶ διαιρεῖταί μοι ὁ ρ̄ ἀριθμὸς εἰς δύο ἀριθμοὺς τὸν κη̄ καὶ τὸν οβ̄ οὗ τὸ ζ^ον^ μέρος τὰ δ̄ καὶ οὗ τὸ θ^ον^ μέρος τὰ η̄ συντεθέντα τὸν ἐπιταχθέντα ιβ̄ ἀριθμὸν πεποιήκασιν.

Πλὴν ἐπί τισι τὸ τοιοῦτον διαφωνεῖ, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀρξώμεθα· ἐπιταττόμεθα γὰρ τεμεῖν τὸν ρ̄ καὶ τὰ δύο μέρη ἑκατέρων τῶν διαιρεθέντων τό τε δ^ον^ καὶ τὸ ς^ον^ συντεθέντα ποιῆσαι τὸν κδ̄ ἀριθμόν. εἰ γοῦν ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀρχώμεθα τοῦ ς^ου^, ζητοῦμεν τὸν ⟨πρῶτον⟩ ἀπὸ μονάδος ἑξαπλάσιον καὶ ἔστιν ὁ ς̄ οὗ μέρος ς^ον^ ἡ μονάς, καὶ ἐναπελείφθησαν ͵ιδ̄· τούτου ζητῶν τὸ δ^ον^ οὐκ εὑρίσκω, οὐ γὰρ ἔχει, καὶ διὰ τούτου προβιβάζω καὶ αὖθις τὸ ς^ον^ εἰς τὸν δεύτερον ἑξαπλάσιον τὸν ιβ̄ οὗ τὸ ς^ον^ β, καὶ ἐναπελείφθησαν πη̄·

16 οὗ] supra lineam τοῦ κη̄ cod. 17 οὗ] supra lineam τοῦ οβ cod.

τούτου τὸ δ^ον κβ καὶ εὐθὺς γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· κβ γὰρ καὶ β, κδ· καὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ ἑνὸς μέρους πρὸς τὸ λοιπόν, κ· ὁ γὰρ κβ πρὸς τὸν β ὑπεροχὴν ἔχει τὸν κ· ἐπιταττόμεθα γὰρ πολλάκις εὑρίσκειν καὶ τὰς πρὸς ἄλληλα τῶν μερῶν ὑπεροχάς, οὐ μὴν δὲ ἀλλὰ καὶ τοὺς πρὸς ἄλληλα λόγους, ὡς ἐνταῦθά ἐστιν ὁ ἑνδεκαπλάσιος· ὁ γὰρ κβ τοῦ β ἑνδεκαπλάσιος.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ μείζονος ἀρξώμεθα ἐν τῇ τοιαύτῃ ἐπιταγῇ τοῦ τε ἀριθμοῦ ρ καὶ τῶν μερῶν ἑκατέρων τοῦ τε ς^ου καὶ δ^ου καὶ τῆς συνθέσεως αὐτῶν τοῦ κδ, ὡς εἶναι καὶ τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὸν κ καὶ τὸν λόγον τὸν ἑνδεκαπλάσιον, οὐκ εὐοδωθήσεται τὸ πρόβλημα. ἔστω γοῦν πρῶτον ὁ ἀπὸ μονάδος τετραπλάσιος καὶ ἔστιν ὁ δ τοῦ α· ἐναπελείφθησαν τὰ ιϛ ἐκ τῶν ρ· ζητῶ τούτων τὸ ς^ον καὶ ἔστιν ὁ ις· συντιθῶ τοῦτον τῷ α καὶ γίνονται ιζ καὶ οὔτε ἡ ἐπιταχθεῖσα τῶν μερῶν σύνθεσις γίνεται, ἀλλ' οὐδὲ ἡ ὑπεροχή, ἀλλ' οὐδ' ὁ λόγος.

μα. Δίδονται πολλάκις καὶ ἀριθμοὶ δύο παρὰ τῶν ἐπιταττόντων πλὴν οὐχ οἱ τυχόντες, ἀλλ' ἐν ἐπιστήμῃ τοῦ ἐπιτάττοντος τοῦ χωρεῖν τὰ ἐπιταττόμενα ἐν τοῖς ἀριθμοῖς ἐκείνοις ὧν πέρι λέγουσι· λαμβάνονται γοῦν δύο ἀριθμοὶ καὶ ἐπιταττόμεθα ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν προσθεῖναι καὶ ἀμφοτέροις καὶ συστῆσαι πολλαπλάσιον λόγον ὃν ἐπιταττόμεθα τοῦ μείζονος σὺν τῇ προσθέσει πρὸς τὸν ἐλάττονα σὺν τῇ αὐτῇ προσθέσει, ἢ διπλάσιον δηλονότι ἢ τριπλάσιον ἢ τετραπλάσιον καὶ ἐφεξῆς· περὶ γὰρ τῶν ἄλλων λόγων κατὰ τὸ παρὸν οὐ ῥητέον, ὅπου γε καὶ τούτους πυθ-

---

4 Cf. Dioph. probl. I, 6. 28 Dioph. probl. I, 8.

μενικῶς ὑπὸ κανόνα τινὰ ἄγομεν, εἰ καὶ διὰ μέσου καὶ ἐξ ἄλλης μεθόδου ἔστιν εὑρεῖν ἄλλους τοιούτους· τέως γε μὴν ὅτε τοιούτους τινὰς καὶ ἐν τοιούτοις ἀριθμοῖς μετ' ἐπιστήμης ἐπιταττόμεθα, ἱκανούσθω ἡμῖν ὁ κανὼν οὗτος.

Εἰ γοῦν ἀριθμοὶ δύο δοθεῖεν τοιοῦτοι καὶ ὁ διπλάσιος λόγος πρῶτον ἀπαιτεῖται τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα μετὰ τοῦ προστεθησομένου παρ' ἡμῶν ἀριθμοῦ, ὡς ἂν μὴ ἀτάκτως ζητοίημεν καὶ εὑρίσκοιμεν δυσχερῶς τὸν ἀριθμόν, ἐπὶ μὲν οὖν τῶν διπλασίων λόγων δεῖ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ὃς ἔσται τοῦ μείζονος μὲν ὑποτριπλάσιος, τῷ δὲ ἐλάττονι ἴσος, ὡς ἂν ὑπὸ κανόνα τινὰ θείημεν τὰ λεγόμενα· οὕτω γὰρ κατὰ τὴν πρόβασιν τῶν περιττῶν προβιβασθήσονται αἱ λύσεις τῶν προβλημάτων. ἔστω τοίνυν ἐπὶ τοῖς τοιούτοις οἱ δεδομένοι ἀριθμοὶ δύο ὅ τε $\overline{κδ}$ καὶ ὁ $\overline{η}$, καὶ ζητεῖται ὁ διπλάσιος λόγος· προστεθείσθω ἀριθμὸς ὁ αὐτὸς τοῖς δυσὶν ὁ $\overline{η}$, ὃς τῷ μὲν ἐλάσσονί ἐστιν ὁ αὐτός, τοῦ δὲ μείζονος $\overline{κδ}$ ἐστὶν ὑποτριπλάσιος, καὶ γίνεται τὸ ἐπιταχθέν· γίνονται γὰρ οἱ ἀριθμοὶ ὁ μὲν μείζων $\overline{λβ}$, ὁ δὲ ἐλάττων $\overline{ιϛ}$, ἐν λόγῳ διπλασίῳ.

Οὐκ ἀγνοοῦμεν δὲ ὅτι καὶ ἄλλως τὸ αὐτὸ συνίσταται, ἀλλ' ὅμως ἀκολουθίαν κανόνος συνιστᾶν θέλομεν καὶ οὕτω λέγομεν· αὐτίκα γὰρ εἰ δοθεῖεν ὅ τε $\overline{μ}$ καὶ ὁ $\overline{ι}$, ἐπεὶ τρίτον οὐκ ἔχει ὁ $\overline{μ}$, τοῦ μὲν ἐλάττονος λαμβάνομεν τὸν διπλάσιον ὃς ἐστιν ὑποδιπλάσιος τοῦ μείζονος καὶ ἔστιν ὁ $\overline{κ}$· οὗτος προστίθεται καὶ τῷ $\overline{μ}$ καὶ γίνεται $\overline{ξ}$, καὶ τῷ $\overline{ι}$ καὶ γίνεται $\overline{λ}$· ὁ $\overline{ξ}$ δὲ τοῦ $\overline{λ}$ διπλάσιος. ὁμοίως ὁ τε $\overline{ρ}$ καὶ ὁ $\overline{κε}$ καὶ ὁ προσκείμενος $\overline{ν}$, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα $\overline{ρν}$, τὸν δὲ ἐλάττονα $\overline{οε}$, καὶ εἶναι ἐκεῖνον τούτου διπλάσιον.

Ἐπὶ μέντοι γε τριπλασίων κατὰ τὸν κανόνα καὶ τὸν ἐπὶ περιττοῖς προβιβασμὸν ὡς ἐλέγομεν, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποπενταπλάσιον, ὡς εἶναι τοῦ μὲν μείζονος ὑποπενταπλάσιον, τῷ δὲ ἐλάττονι τὸν αὐτόν· οἷον
5 κε καὶ ε· προστεθήσεται ὁ ε καὶ ἀμφοτέροις, ὡς γίνεσθαι τὸν μείζονα λ, τὸν δὲ ἐλάττονα ι, ἐν λόγῳ τριπλασίῳ.

Ἐπὶ δὲ τετραπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποεπταπλάσιον, ὡς εἶναι τοῦ μὲν μείζονος ὑποεπταπλάσιον,
10 ἴσον δὲ τῷ ἐλάττονι· οἷον κα καὶ γ, καὶ ὁ γ ὅς ἐστι τοῦ κα ὑποεπταπλάσιος· καὶ ἀμφοτέροις προστίθεται ὁ γ, ὡς εἶναι τὸν μὲν μείζονα κδ, τὸν δὲ ἐλάττονα ϛ, ἐν τετραπλασίῳ λόγῳ.

Ἐπὶ δὲ πενταπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποθ-
15 πλάσιον τοῦ μείζονος, τὸν αὐτὸν δὲ τῷ ἐλάττονι, οἷον ὅ τε πα καὶ ὁ θ, κοινὸς δὲ ὁ θ ὅς ἐστιν ὑποθπλάσιος μὲν τοῦ πα, ὁ αὐτὸς δὲ τῷ ἐλάττονι, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα ρι, τὸν δὲ ἐλάττονα ιη, ἐν λόγῳ πενταπλασίονι.

20 Ἐπὶ δὲ ἑξαπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν τοῦ μείζονος ὑποιαπλάσιον, τὸν αὐτὸν δὲ τῷ ἐλάττονι, οἷόν ἐστιν ὁ νε καὶ ὁ ε, ὃς καὶ ἀμφοτέροις προστεθήσεται, καὶ γενήσεται ὁ μὲν μείζων ξ, ὁ δὲ ἐλάττων ι, ἐν λόγῳ ἑξαπλασίῳ.

25 Ἐπὶ δὲ ἑπταπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν τοῦ μείζονος ὑποιγπλάσιον, τὸν αὐτὸν δὲ τῷ ἐλάττονι, οἷον ὅ τε υη καὶ ὁ ϛ· καὶ ὁ ϛ ἐν ἀμφοτέροις προστεθήσεται, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα πδ, τὸν δὲ ἐλάττονα ιβ· ὁ δὲ πδ τοῦ ιβ ἑπταπλάσιος.

30 Ἐπὶ δὲ ὀκταπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποιεπλάσιον, ὡς εἶναι τοῦ μὲν μείζονος ὑποιεπλάσιον, τῷ δὲ

ἐλάττονι τὸν αὐτόν, οἷον ρκ καὶ η· καὶ ὁ η προστεθήσεται ἀμφοτέροις, ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς μὲν τῷ ἐλάττονι, ὑποιεπλάσιος δὲ τοῦ μείζονος, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα ρκη, τὸν δὲ ἐλάττονα ις, ἐν λόγῳ ὀκταπλασίῳ.

Ἐπὶ δὲ ἐννεαπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποιζπλάσιον, ὡς εἶναι τοῦ μὲν μείζονος ὑποιζπλάσιον, τῷ δὲ ἐλάττονι ἴσον, οἷον ὅ τε πε καὶ ὁ ε· καὶ ὁ κοινὸς προστεθήσεται ε, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα ιμ, τὸν δὲ ἐλάσσονα ι, ἐν λόγῳ ἐννεαπλασίῳ.

Ἐπὶ δὲ δεκαπλασίων, δεῖ λαμβάνειν τὸν ὑποιθπλάσιον, ὡς εἶναι τοῦ μὲν μείζονος ὑποιθπλάσιον, τὸν αὐτὸν δὲ τῷ ἐλάττονι, οἷον ὅ τε ιε καὶ ε, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν μείζονα ρ, τὸν δὲ ἐλάττονα ι, ἐν λόγῳ δεκαπλασίῳ.

Καὶ ἐφεξῆς κατὰ τὴν πρόβασιν τῶν περιττῶν, οἷον ἑνεικοσαπλάσιον, τρισεικοσαπλάσιον, πενταεικοσαπλάσιον, καὶ ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον· καί εἰσι πυθμενικῶς τὰ τοιαῦτα ἐμφαινόμενα, ὡς προβαίνειν ἐπὶ τοῖς αὐτῶν πολλαπλασίοις τὸν τοιοῦτον κανόνα, εἰ καὶ ἐν τῷ μεταξὺ ἄλλοι τινὲς εὑρεθήσονται, ὡς ἐδείκνυμεν ἐν τοῖς ὁμοίοις προβλήμασιν ἐν ἄλλοις λυομένοις κανόσι, εἰ καὶ διὰ τὸν ὄχλον ἡμεῖς τὰ τοιαῦτα παρειάκαμεν.

μβ. Δίδονται αὖθις ἐξ ἀντιστρόφου ἀριθμοὶ δύο καὶ ἐπιταττόμεθα τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν ἀφαιρεῖν ἀπ' αὐτῶν καὶ τοὺς λειπομένους ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως ἐν λόγῳ τινὶ τῷ δοθέντι καθιστᾶν ἢ ἐν διπλασίῳ ἢ ἐν τριπλασίῳ ἢ ἐν τετραπλασίῳ ἢ ἐν ἄλλῳ τινὶ ἐφεξῆς λόγῳ· δεῖ τοίνυν ἐν τοῖς τοιούτοις γίνεσθαι καὶ τὰς ἐπιταγὰς ἐντέχνους καὶ χωρητάς.

23 Dioph. probl. I, 9.

Καὶ ἐὰν διπλάσιον θέλωμεν μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν καθιστᾶν, ἐν τοιούτοις τισὶν εὐτάκτοις αἱ ἐπιταγαὶ πεφύκασι γίνεσθαι· εἰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως μονάδος ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ἀριθμῶν, ἄρχονται ἐξ ἀριθμῶν γ̄ καὶ β̄, καὶ οἱ μὲν μείζονες κατὰ τοὺς εὐτάκτους περιττοὺς ἀπὸ τριάδος προκόπτουσιν, οἱ δὲ ἐλάττονες κατὰ τὸ φυσικὸν χῦμα τοῦ ἀριθμοῦ, οἷον· γ̄, β̄· ε̄, γ̄· ζ̄, δ̄· θ̄, ε̄· ιᾱ, ϛ̄· ιγ̄, ζ̄· ιε̄, η̄· ιζ̄, θ̄· ιθ̄, ῑ· κᾱ, ιᾱ· κγ̄, ιβ̄· κε̄, ιγ̄, καὶ ἐπ' ἄπειρον· ἐν τούτοις γὰρ πᾶσιν ἀφαιρουμένης τῆς αὐτῆς μονάδος καὶ ἐξ ἀμφοτέρων ἀπολείπεται ὁ λόγος διπλάσιος.

Εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως δυάδος πάλιν τὸν αὐτὸν ζητοῦμεν διπλάσιον λόγον, ἄρχονται οἱ ἀριθμοὶ κατὰ συνέχειαν καὶ εὐτάκτως, οἱ μὲν μείζονες ἀπὸ τοῦ δ̄ κατὰ τὸν ἕνα παρ' ἕνα ἄρτιον, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς ἀπὸ τοῦ γ̄ εὐτάκτους περιττούς, οἷον· δ̄, γ̄· η̄, ε̄· ιβ̄, ζ̄· ιϛ̄, θ̄· κ̄, ιᾱ· κδ̄, ιγ̄· κη̄, ιε̄· λβ̄, ιζ̄, καὶ ἐπ' ἄπειρον· ἐν τούτοις γὰρ πᾶσιν ἀφαιρουμένης τῆς αὐτῆς δυάδος καὶ ἐξ ἀμφοτέρων ἀπολείπεται ὁ λόγος διπλάσιος τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα.

Εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως τριάδος τῶν δύο ἀριθμῶν πάλιν τὸν αὐτὸν ζητοῦμεν διπλάσιον λόγον, ἄρχονται οἱ ἀριθμοὶ κατὰ συνέχειαν καὶ εὐτάκτως, οἱ μὲν μείζονες ἀπὸ τοῦ ε̄ κατὰ τὸν ἕνα παρ' ἕνα περιττόν, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς εὐτάκτους ἀρτίους, οἷον· ε̄, δ̄· θ̄, ϛ̄· ιγ̄, η̄· ιζ̄, ῑ· κᾱ, ιβ̄· κε̄, ιδ̄· κθ̄, ιϛ̄· λγ̄, ιη̄· λζ̄, κ̄, καὶ ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον· ἐν τούτοις γὰρ πᾶσιν ἀφαιρουμένης τῆς αὐτῆς τριάδος καὶ ἐξ ἀμφοτέρων ἀπολείπεται ὁ λόγος διπλάσιος τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα.

3—4 ἐξ ἀμφ.] καὶ ἀμφ. cod.

Εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως τετράδος τῶν δύο ἀριθμῶν πάλιν τὸν αὐτὸν ζητοῦμεν διπλάσιον λόγον, ἄρχονται οἱ ἀριθμοὶ κατὰ συνέχειαν καὶ εὐτάκτως, οἱ μὲν μείζονες [καθὼς καὶ ἐπὶ τῶν διπλασίων ἐγίνετο· τετραπλασίων γὰρ λόγων ἐνταῦθα ἐξέτασις μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς τετράδος] ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$ μὲν ἄρχονται, κατὰ τοὺς συνεχεῖς δὲ ἀρτίους προβαίνουσιν, οἱ δὲ ἐλάττονες ἀπὸ πεντάδος κατὰ τὸ φυσικὸν χῦμα τοῦ ἀριθμοῦ, οἷον· $\bar{\varsigma}$, $\bar{\varepsilon}$· $\bar{\eta}$, $\bar{\varsigma}$· $\bar{\iota}$, $\bar{\zeta}$· $\overline{\iota\beta}$, $\bar{\eta}$· $\overline{\iota\delta}$, $\bar{\vartheta}$· $\overline{\iota\varsigma}$, $\bar{\iota}$· $\overline{\iota\eta}$, $\overline{\iota\alpha}$· $\bar{\kappa}$, $\overline{\iota\beta}$, καὶ ἐφεξῆς· ἐν τούτοις γὰρ πᾶσι μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς τετράδος ἀπ' ἀμφοτέρων τῶν ἀριθμῶν ὁ διπλάσιος λόγος λείπεται. [ἔστι δὲ τὸ ἴδιον τοῦτο παρὰ τοὺς ἐπὶ διπλασίων ῥηθέντας, ὅτι ἐν ἐκείνοις οἱ μὲν μείζονες ἕνα παρ' ἕνα εἶχον τὸν ἄρτιον, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς παρ' ἕνα ἀριθμοὺς ἐκ τοῦ φυσικοῦ χύματος ἦσαν ἤγουν τοὺς περιττούς· ἐπὶ δὲ τῶν τοιούτων τετραπλασίων, οἱ μὲν μείζονες κατὰ τοὺς συνεχεῖς ἀπὸ ἑξάδος ἀρτίους, οἱ δὲ ἐλάττους ἀπὸ πεντάδος κατὰ τὸ συνεχὲς χῦμα τῶν ἀριθμῶν.]

Εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως πεντάδος τῶν δύο ἀριθμῶν οἵτινες ἐδόθησαν πάλιν τὸν αὐτὸν ζητοῦμεν διπλάσιον λόγον, ἄρχονται οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τοῦ $\bar{\zeta}$ κατὰ τοὺς περιττούς, οἱ δὲ ἐλάττονες ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$ κατὰ συνέχειαν τοῦ φυσικοῦ χύματος τοῦ ἀριθμοῦ, οἷον· $\bar{\zeta}$, $\bar{\varsigma}$· $\bar{\vartheta}$, $\bar{\zeta}$· $\overline{\iota\alpha}$, $\bar{\eta}$· $\overline{\iota\gamma}$, $\bar{\vartheta}$· $\overline{\iota\varepsilon}$, $\bar{\iota}$· $\overline{\iota\zeta}$, $\overline{\iota\alpha}$, καὶ ἐφεξῆς· ἐν τούτοις γὰρ πᾶσι μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς πεντάδος ἀπ' ἀμφοτέρων τῶν δεδομένων ἀριθμῶν ὁ διπλάσιος λόγος λείπεται.

Εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως ἑξάδος τῶν δεδομένων ἀριθ-

4—6 καθὼς . . . τετράδος seclusi, quae vix sana videntur.
12—19 ἔστι . . . ἀριθμῶν seclusi utpote Pachymerae vix imputanda.

μῶν ὁ αὐτὸς διπλάσιος λόγος ζητεῖται, ἄρχονται οἱ ἀριθμοὶ οἱ μὲν μείζονες ἀπὸ η̄ κατὰ προκοπὴν τῶν ἀρτίων, οἱ δὲ ἐλάττους ἀπὸ ἑπτάδος οἱ συνεχεῖς τῶν ἀριθμῶν, οἷον· η̄, ζ̄· ῑ, η̄· ιβ̄, θ̄· ιδ̄, ῑ· ιϛ̄, ιᾱ, καὶ ἐφεξῆς. εἰ δὲ ἐξ ἀφαιρέσεως τῆς ἑπτάδος, ἄρχονται οἱ μὲν μείζους κατὰ τοὺς περιττοὺς ἀπὸ τοῦ θ̄, οἱ δὲ ἐλάττους ἀπὸ τοῦ η̄ κατὰ τὸ χῦμα τοῦ ἀριθμοῦ. εἰ δὲ ἀπὸ ὀγδοάδος, ἐκ τοῦ ῑ ἄρχονται οἱ ἄρτιοι οἱ μείζονες, οἱ δὲ ἐλάττους ἐκ τοῦ θ̄ κατὰ τὸ χῦμα τῶν ἀριθμῶν· καὶ οὕτως ἐφεξῆς.

Ὧν καὶ τῶν μειζόνων λόγων καὶ τῶν ἐλαττόνων πολλαπλασιαζομένων, οἱ γὰρ πυθμένες οὗτοί εἰσι, τὰ αὐτὰ γενήσονται ἀπαραλλάκτως· ὡς φέρε εἰπεῖν ἐπὶ ζητήσεως ἑξαπλασίου μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν, δεδομένων ἀριθμῶν τοῦ τε ρ̄ καὶ τοῦ κ̄· λαμβάνομεν γὰρ τὸν ὑποπενταπλάσιον τοῦ ἐλάττονος καὶ ἔστιν ὁ δ̄ καὶ ἀφαιροῦμεν τοῦτον ἐξ ἀμφοτέρων καὶ οἱ λειπόμενοι ιϛ̄ καὶ ͵ιϛ̄· ὁ ͵ιϛ̄ δὲ πρὸς τὸν ιϛ̄ ἑξαπλάσιος. ὡς ἂν δὲ μηδὲ ἐν τοῖς ἄλλοις ἀμεθόδως ποιῶμεν, δεῖ ἐξετάσαι ταῦτα καὶ ἐπὶ τῆς τῶν λοιπῶν πολλαπλασιασμῶν ζητήσεως μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ κοινοῦ αὐτοῖς ἀριθμοῦ.

Δεῖ δὲ ἐν πᾶσι τούτοις τὸν διδόμενον λόγον εἰς ζήτησιν δηλονότι μείζονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς τὸν ἐλάττονα· ἐπὶ γὰρ τοῦ ρ̄ καὶ τοῦ κ̄, ὁ τοῦ ρ̄ πρὸς τὸν κ̄ λόγος πενταπλάσιός ἐστι, ὁ δὲ διδόμενος εἰς ἀναζήτησιν λόγος ἑξαπλάσιός ἐστιν· ὁ ἑξαπλάσιος δὲ μείζων λέγεται τοῦ πενταπλασίου, οὐ κατὰ τὴν φύσιν τῶν μερῶν, ἀλλὰ κατὰ τοὺς ἀριθμοὺς αὐτοὺς τὸν ϛ̄ καὶ ε̄· μείζων γὰρ ὁ ϛ̄ τοῦ ε̄.

11 Lacunam suspicor. 22 Dioph. probl. I, 9 (vol. I p. [illegible]9).

μγ. Ἄνωθεν τοίνυν ἀρχόμενοι πάλιν λέγομεν·

Ἐπὶ διπλασίων, οἷον γ̄, β̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων ᾱ· ϛ̄, δ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων β̄· θ̄, ϛ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων γ̄· ιβ̄, η̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων δ̄· ιε̄, ῑ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων ε̄· ιη̄, ιβ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων ϛ̄· κᾱ, ιδ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων ζ̄· καὶ ἀεὶ οὕτως· οἱ μὲν μείζονες προκόπτουσι κατὰ τὴν ἀπὸ τριάδος κατὰ γ̄ πρόβασιν, οἱ δὲ ἐλάττονες κατὰ τὴν ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους πρόβασιν, ὡς ἐπαναβιβάζεσθαι τὰς ἀφαιρέσεις ἀπὸ μονάδος κατὰ τὴν εὔτακτον φύσιν τοῦ ἀριθμοῦ ἐπ' ἄπειρον.

Ἐπὶ δὲ τριπλασίων, οἷον δ̄, β̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων ᾱ· η̄, δ̄, καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων β̄· ιβ̄, ϛ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων γ̄· ιϛ̄, η̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ἐξ ἑκατέρων δ̄· καὶ ἐφεξῆς· οἱ μὲν γὰρ μείζονες προκόπτουσι κατὰ τὴν ἀπὸ τετράδος κατὰ δ̄ πρόβασιν, οἱ δὲ ἐλάττονες κατὰ τὴν ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους πρόβασιν, ὡς ἐπαναβιβάζεσθαι τὰς ἀφαιρέσεις ἀπὸ μονάδος κατὰ τὴν εὔτακτον φύσιν τοῦ ἀριθμοῦ ἐπ' ἄπειρον· πλὴν καὶ ταύτας εὐτάκτους εἶναι, ἐπὶ μὲν τοῖς πρώτοις τὴν μονάδα, ἐπὶ δὲ τοῖς δευτέροις τὴν δυάδα, καὶ τὴν τριάδα ἐπὶ τοῖς τρίτοις, καὶ ἐφεξῆς.

Ἐπὶ δὲ τετραπλασίων, οἷον ε̄, β̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· ῑ, δ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· ιε̄, ϛ̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· κ̄, η̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· κε̄, ῑ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν πεντάς· οἱ μὲν γὰρ μείζονες προκόπτουσι κατὰ τὴν ἀπὸ πεντάδος κατὰ ε̄ πρόοδον, οἱ δὲ ἐλάττονες κατὰ τὴν ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους.

Ἐπὶ πενταπλασίων δέ, οἷον ϛ̄, β̄ καὶ ἡ ἀφαίρεσις

αὐτῶν μονάς· ιβ, δ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· ιη, ς καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· κδ, η καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· λ, ι καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν πεντάς· καὶ ἐφεξῆς· οἱ μὲν γὰρ μείζους κατὰ τὴν ἀπὸ τοῦ ς κατὰ ς πρόβασιν, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τὴν ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους πρόβασιν καὶ αἱ ἀφαιρέσεις εὔτακτοι κατὰ τὸ χῦμα τοῦ ἀριθμοῦ.

Ἐπὶ δὲ ἑξαπλασίων, οἷον ζ, β καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· ιδ, δ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· κα, ς καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· κη, η καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· λε, ι καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν πεντάς· καὶ ἐφεξῆς· οἱ μὲν γὰρ μείζους ἀπὸ ζ κατὰ ζ προβαίνουσιν, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς ἀρτίους ἀπὸ δυάδος.

Ἐπὶ δὲ ἑπταπλασίων, οἷον η, β καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· ις, δ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· κδ, ς καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· λβ, η καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· καὶ ἐφεξῆς· οἱ μὲν γὰρ μείζους ἀπὸ η κατὰ ὀκτάδα, οἱ δὲ ἐλάττους ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους.

Ἐπὶ δὲ ὀκταπλασίων, οἷον θ, β καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· ιη, δ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· κζ, ς καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· λς, η καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· καὶ ἀεὶ οὕτως· οἱ μὲν γὰρ μείζους ἀπὸ θ ἐπὶ θ προβαίνουσιν, οἱ δὲ ἐλάττους ἀπὸ δυάδος κατὰ τοὺς ἀρτίους.

Ἐπὶ ἐννεαπλασίων, οἷον ι καὶ β καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· κ, δ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· λ, ς καὶ ἡ ἀφαίρεσις ⟨αὐτῶν⟩ τριάς· μ, η καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τετράς· ν, ι καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν ε· καὶ ἀεὶ ἐφεξῆς· οἱ μὲν γὰρ μείζους ἀπὸ τοῦ ι ἐπὶ ι, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς ἀρτίους ἀπὸ δυάδος.

Ἐπὶ δὲ δεκαπλασίων, οἷον ια̅, β̅ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν μονάς· κβ̅, δ̅ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν δυάς· λγ̅, ϛ̅ καὶ ἡ ἀφαίρεσις αὐτῶν τριάς· μδ̅, η̅ καὶ ἡ ἀφαίρεσις ⟨αὐτῶν⟩ τετράς· καὶ ἀεὶ οὕτως· οἱ μὲν γὰρ μείζους ἀπὸ ια̅ ἐπὶ ια̅, οἱ δὲ ἐλάττους κατὰ τοὺς ἀρτίους ἀπὸ δυάδος.

Καὶ κατὰ ταύτας τὰς συμπλοκὰς εὐθετήσονται τὰ προβλήματα, ὥστε ἀφαιρεῖσθαι ἀπὸ δύο ἀριθμῶν δεδομένων τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, ὡς γίνεσθαι τοὺς λειπομένους κατά τινα λόγον τῶν ἀπηριθμημένων καὶ τῶν ὁμοίων καὶ ἑφεξῆς, εἰ καὶ ἄλλοι τινὲς ἐπὶ τοῖς ὁμοίοις λόγοις μεταξὺ τούτων εὑρίσκονται, ὥστε ἐπὶ πάντων τῶν πολλαπλασίων ἐν τοῖς τοιούτοις τοῦ ἐλάττονος τὸν ἥμισυν κοινὸν ἀφαίρεμα γίνεσθαι καὶ ἐξ ἀμφοτέρων καὶ οὕτω τὴν λύσιν γίνεσθαι.

Ὅτι δηλαδὴ οἱ τῶν τοιούτων ἐλάττονες κατὰ τὴν ἀπὸ δυάδος τῶν ἀρτίων πρόβασιν εὐτάκτως γίνονται· β̅, δ̅, ϛ̅, η̅, ι̅ καὶ ἐφεξῆς· συμβαίνει γοῦν [εἰς] τοὺς τοιούτους καὶ ἀφαιρέσεις τῶν δύο γίνεσθαι ἀριθμῶν τῶν διδομένων ἐκείνων καὶ τὸν πολλαπλασιασμὸν εὐτάκτως λαμβάνεσθαι.

Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τῶν ὑπὸ κανόνα πιπτόντων καὶ συνεχῶν ὄντων ἀριθμῶν· ἐπὶ δὲ τῶν διεχῶν, ὡς φέρε, διδομένων ιζ̅ καὶ θ̅, εἰ ζητοῦμεν μετὰ τὴν κοινὴν ἀφαίρεσιν τὸν διπλάσιον, ἢ κα̅ καὶ θ̅, εἰ ζητοίημεν μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τὸν τριπλάσιον, ὡς ἐκεῖ οὔσης μονάδος ἀφαιρέσεως κοινῆς καὶ ἐνταῦθα τριάδος, καὶ πάλιν κη̅ καὶ ι̅, εἰ ζητοίημεν μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τὸν τετραπλάσιον, ἥτις ἐστὶν ὁ δ̅, καὶ αὖθις λ̅

17 προβίβασιν cod. 18 εἰς sec. manu cod. dubia medela.

καὶ $\bar{\iota}$, εἰ ζητοίημεν τὸν πενταπλάσιον μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν, ἥτις ἐστὶν ὁ $\bar{\varepsilon}$, καὶ αὖθις $\bar{\nu}$ καὶ $\bar{\iota}$, εἰ ζητοίημεν τὸν ἑξαπλάσιον μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν, ἥτις ἐστὶν ὁ $\bar{\beta}$· ἐπὶ τούτοις πᾶσι μέθοδος μία· τὸ ἀπὸ μονάδος ἀφαι-
5 ρουμένης ἐξετάζειν τοὺς λειπομένους ἀριθμούς, εἰ τὸν δεδομένον λόγον σώζουσι, τὸν μείζονα πάντως ἢ ὃν ἔχει ὁ μείζων ὅρος πρὸς τὸν ἐλάττονα, καὶ εἰ εὕρηται ὁ λόγος, εὕρηται τὸ ζητούμενον· εἰ δ' οὐκ, ἀλλ' ἀφαιρεῖν δυάδα ἐκ τῶν δύο καὶ δοκιμάζειν τὸν λόγον· εἰ
10 δ' οὐκ, ἀλλ' ἀφαιρεῖν τριάδα καὶ τετράδα ἕως οὗ εἰς τὸν λόγον καταντήσομεν.

Οἷον δεδόσθωσαν ἀριθμοὶ ὅ τε $\bar{\rho}$ καὶ $\bar{\kappa}$, καὶ ἐπιταττέσθω ἀφαιρεθῆναι ἐκ τῶν δύο ἴσον καὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν καὶ τοὺς λειπομένους σώζειν ἑξαπλασίονα
15 *λόγον, τὸν μείζονα τοῦ πενταπλασίου ὃν ἔχει ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα· ἀφαιρῶ κοινὴν μονάδα καὶ ἐξ ἀμφοτέρων καὶ γίνονταί μοι* $\overline{\iota\theta}$ *καὶ* $\overline{\iota\theta}$· *οὐ γίνεται ὁ ἑξαπλάσιος λόγος· καὶ ἀφαιρῶ* $\bar{\beta}$ *καὶ γίνονται* $\overline{\iota\eta}$ *καὶ* $\overline{\iota\eta}$· *οὐδὲ πάλιν γίνεται καὶ ἀφαιρῶ τριάδα καὶ*
20 *γίνονται* $\overline{\iota\zeta}$ *καὶ* $\overline{\iota\zeta}$· *καὶ οὐδὲ πάλιν ὁ λόγος γίνεται· ἀφαιρῶ τετράδα ἐξ ἀμφοτέρων καὶ γίνονταί μοι* $\overline{\iota\varsigma}$ *καὶ* $\overline{\iota\varsigma}$· *καὶ ὁ* $\overline{\iota\varsigma}$ *τοῦ* $\overline{\iota\varsigma}$ *ἑξαπλάσιος καὶ τὸ ἐπιταχθὲν γίνεται. καὶ τοῦτο ἐπὶ πάντων καὶ ἐπ' αὐτῶν τούτων τῶν μὴ συνεχῶν καὶ ἐπὶ τῶν κεκανονισμένων ἐκείνων*
25 *χώραν ἔχει γίνεσθαι.*

μδ. Κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ δύο δοθέντων ἀριθμῶν, τοῦ μὲν μείζονος, τοῦ δὲ ἐλάττονος, ἀφαιρείσθω ἀπὸ τοῦ μείζονος καὶ προστεθείσθω τῷ ἐλάτ-

---

8 et 10 *οὐκ*] *οὖν* cod.; forsan legendum *οὐ γίνεται*.
26 Cf. Dioph. probl. I, 10.

τονι ὁ ἀφαιρεθεὶς καὶ γινέσθω ὁ μείζων κατὰ λόγον δεδομένον πρὸς τὸν ἐλάττονα. δεδόσθω ὁ ρ̄ καὶ ὁ κ̄ καὶ ἀφαιρείσθω τοῦ ρ̄ μονὰς καὶ προστεθείσθω ἡ μονὰς τῷ κ̄· ἰδοὺ ιθ̄ καὶ κᾱ· οὗτοι ζητείσθωσαν τὸν τετραπλάσιον λόγον ὃς ἐδόθη ἵνα μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν συναχθῇ· ἀφαιρῶ ἐκ τοῦ ρ̄ δυάδα, προστίθημι τῷ κ̄ ταύτην· γίνονται ιη̄ καὶ κβ̄· οὐδ' αὖθις γίνεται ὁ δεδομένος ἐξ αὐτῶν λόγος ἤγουν ὁ τετραπλάσιος· αὖθις τριάδα ἀφαιρῶ ἐκ τοῦ ρ̄ καὶ τοῦτον προστίθημι τῷ κ̄· ἰδοὺ ιζ̄ καὶ κγ̄· ἀλλ' οὐδ' οὕτως συνίσταται ὁ τετραπλάσιος λόγος· αὖθις ἀφαιρῶ δ̄ τοῦ ρ̄ καὶ προστίθημι τῷ κ̄, καὶ γίνονται ιϛ̄ καὶ κδ̄ καὶ δοκιμάζω πρὸς ἀλλήλους τούτους καὶ ὁ τετραπλάσιος λόγος εὕρηται.

Καὶ πάλιν ἀντιστρόφως δίδονται ἀριθμοὶ δύο ἵνα ὁ μὲν προστεθῇ τινι ἀριθμῷ, ὁ δὲ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ τούτου ἀριθμοῦ καὶ ποιῶσιν οἱ γενόμενοι πρὸς ἀλλήλους λόγον τινὰ δεδομένον· προηγουμένως γοῦν ὀφείλει ὁ ὑποκείμενος τοῖς δυσὶν ἀριθμοῖς μείζων εἶναι τοῦ ἐκ τῆς συνθέσεως ἀμφοτέρων τῶν δεδομένων ἀριθμῶν γενομένου, εἰ θέλομεν τὰς λείψεις ἐκφυγεῖν· εἰ δ' οὐκ, ἀλλὰ καὶ οὕτως γίνονται τὰ προβλήματα. οἷον λόγου χάριν δίδονται ἀριθμοὶ δύο κ̄ καὶ ρ̄, τούτων ἡ σύνθεσις ρκ̄· ὑποκείσθω ὅτι ζητεῖται πενταπλάσιος λόγος τῶν τοιούτων, τοῦ μὲν κ̄ προστιθεμένου, τοῦ δὲ ρ̄ ἀφαιρουμένου ἐκ τοῦ αὐτοῦ καὶ ἑνὸς ἀριθμοῦ· ἔστω γοῦν ὁ ρλ̄ ᾧτινι πρόσκειται ὁ κ̄ καὶ γίνεται σύνολος ρν̄, καὶ οὗτινος ἀφαιρεῖται ὁ ρ̄ καὶ ἐναπολέλειπται λ̄, καὶ ἔστιν ὁ ρν̄ τοῦ λ̄ πενταπλάσιος.

---

14 Dioph. probl. I, 11.

Ὧν ἐστι τούτου δὴ καὶ τοῦ προτέρου προβλήματος ἡ ἀπόδειξις τοιαύτη κατὰ τὸν Ἀλεξανδρέα Διόφαντον· φησὶ γὰρ ἐκεῖνος ἐπὶ μὲν τοῦ προτέρου προβλήματος αὐταῖς λέξεσιν οὕτως·

5 Δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς κ. τ. λ. . . . . τετραπλάσια. καὶ ταῦτα μὲν καὶ οὕτως τὸ πρότερον πρόβλημα ἀποδείκνυται, τὸ δὲ δεύτερον οὕτως·

Δύο δοθέντας ἀριθμοὺς κ. τ. λ. . . . . τριπλάσια.

---

5 et 8 vide vol. I p. 29, 6—26, et p. 30, 2—20. Compendia resolvit Pachymere (pro Λ scripsit λεῖψις). Variantes lectiones alias hîc habebis.

Probl. I, x. 13. 14 ἑκατέρῳ om. 18 γίνονται. 20. 21 καὶ γίνεται μονάδων $\bar{o\varsigma}$ ὁ ἀριθμός. 26 ὄντα om.

Probl. I, xi. 12 μείζοσιν. γίνονται. 14 ἐστὶν. 17 ἴσαι.

In margine additum est: Ὅρος Διοφάντου· λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ ὕπαρξιν· λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν. οἷον $\bar{\varsigma}^{\bar{\beta}}$ $\bar{\eta}^{\bar{\delta}}$ $\overline{\iota\beta}$. λεῖψις τοῦ $\bar{\varsigma}$ πρὸς τὸν $\bar{\eta}$, $\bar{\beta}$· καὶ τοῦ $\bar{\eta}$ πρὸς τὸν $\overline{\iota\beta}$, $\bar{\delta}$ ὅπερ ἐστὶν ὕπαρξις † ὁ $\bar{\gamma}$· λεῖψις γοῦν ὁ $\bar{\beta}$ ἐπὶ ὕπαρξιν τὸν $\bar{\gamma}$ πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τὴν λεῖψιν ἣν ἔχει ὁ $\overline{\iota\beta}$ πρὸς τὸν $\overline{\iota\eta}$ δηλονότι τὸν $\bar{\varsigma}$. τὸν γὰρ ἀριθμὸν λέγει ἢ ὕπαρξιν ὅταν ἐκ τοῦ δοκιμάζειν αὐτὸν πρὸς ἄλλον τινά, πρὸς ἐκεῖνον λείπει, ἢ ὑπόστασιν ὅταν καθ' αὑτὸν θεωρῇ τὸν ἀριθμόν.

SCHOLIA

IN

DIOPHANTUM.

SCHOLIA IN DIOPHANTUM (LIBR. I) MAXIMI QUAE FERUNTUR PLANUDIS

(cod. Marcian. 308).

AD DEFINITIONEM I.

⟨*A*⟩. *Ἀριθμός ἐστιν ὑποδείγματος ὁ* $\bar{\gamma}$.

Τετράγωνός ἐστιν ὁ $\bar{\vartheta}$, *ὡς ἐπὶ ὑποδείγματος· ὁ γὰρ* $\bar{\gamma}$ *ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ τὸν* $\bar{\vartheta}$, *καὶ ἔστιν ὁ* $\bar{\gamma}$ *πλευρὰ τοῦ* $\bar{\vartheta}$.

Κύβος ἐστὶν ὁ $\overline{\kappa\zeta}$· *ὁ γὰρ* $\bar{\gamma}$ *ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνον τὸν* $\bar{\vartheta}$ *πολλαπλασιασθεὶς ποιεῖ τὸν* $\overline{\kappa\zeta}$.

Δυναμοδύναμίς ἐστιν ὁ $\overline{\pi\alpha}$· *ὁ γὰρ* $\bar{\vartheta}$ *τετράγωνος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς, ταὐτὸν δὲ εἰπεῖν, ὁ* $\bar{\gamma}$ *ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν* $\overline{\kappa\zeta}$ *κύβον, ποιεῖ τὸν* $\overline{\pi\alpha}$.

Δυναμόκυβός ἐστιν ὁ $\overline{\sigma\mu\gamma}$· *ὁ γὰρ* $\bar{\vartheta}$ *δύναμις ἐπὶ τὸν* $\overline{\kappa\zeta}$ *κύβον πολλαπλασιασθείς, ταὐτὸν δὲ εἰπεῖν, ὁ* $\bar{\gamma}$ *ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν* $\overline{\pi\alpha}$ *δυναμοδύναμιν, ποιεῖ τὸν* $\overline{\sigma\mu\gamma}$.

Κυβόκυβός ἐστιν ὁ $\overline{\psi\kappa\vartheta}$· *ὁ γὰρ* $\overline{\kappa\zeta}$ *κύβος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθείς, ταὐτὸν δὲ εἰπεῖν, ὁ* $\bar{\vartheta}$ *δύναμις ἐπὶ τὸν* $\overline{\pi\alpha}$ *δυναμοδύναμιν καὶ ἔτι* ⟨*ὁ*⟩ $\bar{\gamma}$ *ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν* $\overline{\sigma\mu\gamma}$ *δυναμόκυβον, ποιεῖ τὸν* $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.

1 Numerum *A* et sequentes usque ad *IA* restitui secundum sectiones codicum.

AD DEFINITIONEM II.

⟨*B*⟩. Ἡ δὲ ἔκθεσις αὐτῶν ἐστιν ἥδε·

ς°	Δ^Υ	K^Υ	Δ^ΥΔ	ΔK^Υ	K^ΥK
γ̄	ϑ̄	κζ̄	πα̅	σμγ̄	ψκϑ̄

καὶ ἡ μὲν δύναμις γίνεται οὕτως· γ. γ, ϑ̄,
ὁ δὲ κύβος· γ. ϑ, κζ̄,
ἡ δὲ δυναμοδύναμις· γ. ϑ. ϑ. κζ, πα̅,
ὁ δὲ δυναμόκυβος· γ. ϑ. κζ. πα, σμγ̄,
ὁ δὲ κυβόκυβος γ. ϑ. κζ. κζ. πα. σμγ. ψκϑ̄.

Ἁπλοῖ μὲν οὖν κατὰ τοὔνομα τούτων τῶν ἀριθμῶν εἰσιν ὅ τε ς° καὶ ἡ Δ^Υ καὶ ὁ K^Υ, σύνθετοι δὲ ἥ τε Δ^ΥΔ καὶ ⟨ὁ⟩ ΔK^Υ καὶ ὁ K^ΥK. τῶν μὲν οὖν ἁπλῶν πρός τε ἑαυτοὺς καὶ ἀλλήλους καὶ τοὺς συνθέτους πολλαπλασιαζομένων γίνονται οἵ τε ἁπλοῖ καὶ οἱ σύνθετοι ἀριθμοί· οἷον ἁπλοῦς ὁ γ̄ ς° ἐφ' ἑαυτὸν μὲν ποιεῖ τὸν ϑ̄ Δ^Υ ἁπλοῦν· ἐπὶ δὲ τὸν ϑ̄ Δ^Υ ἁπλοῦν, τὸν κζ̄ K^Υ ἁπλοῦν· ἐπὶ δὲ τὸν κζ̄ K^Υ ἁπλοῦν τὸν πα̅ Δ^ΥΔ σύνθετον· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως. καὶ οἱ μὲν ἁπλοῖ οὕτως· οἱ δὲ σύνθετοι οὔτε πρὸς ἑαυτοὺς οὔτε πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι ποιοῦσιν ὀνομαζομένους τινὰς ἀριθμούς· εἰ γὰρ τὸν πα̅ Δ^ΥΔ σύνθετον ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιάσω, ποιῶ μὲν τὸν ,ϛφξα̅, ὀνόματι δὲ αὐτὸν ὀνομάσαι οὐκ ἔχω ἑτέρῳ, εἰ μὴ ὅτι καὶ αὐτὸν δυναμοδύναμιν λέγω· τηνικαῦτα γὰρ τὸν μὲν πα̅ λαμβάνω ὡς Δ^Υ, τὸν δὲ ϑ̄ ὡς ς^ον καὶ οὐκέτι ὡς Δ^Υ· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως.

12 ἥ τε] ὅ τε. 15 ἀριθμοί] καὶ.

AD DEFINITIONEM III.

⟨Γ⟩. Ἀριθμοστόν ἐστιν, ὡς ἐπὶ τοῦ προτεθέντος ὑποδείγματος, τὸ τῆς μονάδος τρίτον· ὁ γὰρ ἀριθμὸς ἦν ὁ $\bar{\gamma}$, καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς πάντων ὁμοίως.

Δυναμοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ἕνατον· ἡ γὰρ δύναμις ἦν ὁ $\bar{\vartheta}$. 5

Κυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος εἰκοσθέβδομον· ὁ γὰρ κύβος ἦν ὁ $\overline{\kappa\zeta}$.

Δυναμοδυναμοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ὀγδοηκοστόμονον· ἡ γὰρ δυναμοδύναμις ἦν ὁ $\overline{\pi\alpha}$. 10

Δυναμοκυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος διακοσιοστοτεσσαρακοστότριτον· ὁ γὰρ δυναμόκυβος ἦν ὁ $\overline{\sigma\mu\gamma}$.

Κυβοκυβοστὸν δὲ τὸ τῆς μονάδος ἑπτακοσιοστοεικοστοένατον· ὁ γὰρ κυβόκυβος ἦν ὁ $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.

AD DEFINITIONEM IV. 15

⟨Δ⟩. $\varsigma^{o'}$ ἐπὶ $\varsigma^{o'\nu}$ ποιεῖ Δ^{Y}. ὁ $\bar{\gamma}$ ἐφ' ἑαυτόν, τὸν $\bar{\vartheta}$.
$\varsigma^{o'}$ ἐπὶ Δ^{Y} ποιεῖ K^{Y}. ὁ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\vartheta}$, τὸν $\overline{\kappa\zeta}$.
$\varsigma^{o'}$ ἐπὶ K^{Y} ποιεῖ $\Delta^{Y}\Delta$. ὁ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν $\overline{\pi\alpha}$.
$\varsigma^{o'}$ ἐπὶ $\Delta^{Y}\Delta$ ποιεῖ ΔK^{Y}. ὁ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\pi\alpha}$, τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$.
$\varsigma^{o'}$ ἐπὶ $\Delta^{Y}K$ ποιεῖ $K^{Y}K$. ὁ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$, τὸν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$. 20
Δ^{Y} ἐπὶ Δ^{Y} ποιεῖ $\Delta^{Y}\Delta$. ὁ $\bar{\vartheta}$ ἐφ' ἑαυτόν, τὸν $\overline{\pi\alpha}$.
Δ^{Y} ἐπὶ K^{Y} ποιεῖ ΔK^{Y}. ὁ $\bar{\vartheta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$.
Δ^{Y} ἐπὶ $\Delta^{Y}\Delta$ ποιεῖ $K^{Y}K$. ὁ $\bar{\vartheta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\pi\alpha}$, τὸν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.
K^{Y} ἐπὶ K^{Y} ποιεῖ $K^{Y}K$. ὁ $\overline{\kappa\zeta}$ ἐφ' ἑαυτόν, τὸν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.

⟨Ε⟩. Εἰδέναι χρὴ ὅτι οὐ τὸν τυχόντα ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν τυχόντα ἀριθμόν, ἢ δύναμιν, ἢ κύβον, πολλαπλασιάζειν χρή, ἵν' ἕτερον εἶδος γίνηται, ἀλλ' ὅταν μὲν 25

14 κυβόκυβος] κυ.

ἀριθμὸν ἐπὶ ἀριθμόν, ἢ δύναμιν ἐπὶ δύναμιν, πρὸς ἑαυτά· οἷον τὸν $\bar{\delta}$ ἀριθμὸν ἐπ' ἄλλον ἀριθμὸν ποιήσεις, οἷον τὸν $\bar{\epsilon}$, οὐκ ἔσται δύναμις· ἔσται γὰρ ὁ $\bar{\kappa}$ ὃς οὐκ ἔστι τετράγωνος, ἀλλ' ἁπλῶς ἀριθμός. ὁμοίως καὶ ἐ
5 τὸν $\bar{\theta}$ δύναμιν ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ δύναμιν ποιήσεις, οὐκ ἔσται δυναμοδύναμις, ἀλλ' ἁπλῶς δύναμις· ἔσται γὰρ ὁ $\overline{\rho\mu\delta}$ ἀπὸ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ ἀριθμοῦ γενόμενος.

Ὅταν δὲ ἕτερον εἶδος ἐφ' ἕτερον εἶδος μέλλῃς ποιεῖν, ἐπὶ τὸ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ γενόμενον χρῆ
10 ποιεῖν, οἱονεὶ ἀριθμὸν ἐπὶ δύναμιν ἢ κύβον, ἢ αὖ πάλιν δύναμιν ἐπὶ κύβον ἢ δυναμοδύναμιν· εἰ γὰρ τὸν $\bar{\gamma}$ ἀριθμὸν ἐπὶ τὴν ἀπ' αὐτοῦ δύναμιν, τὸν $\bar{\theta}$, ποιήσεις, ἑξεις κύβον τὸν $\overline{\kappa\zeta}$· εἰ δὲ ἐφ' ἕτερον, οὐκέτι· οἷον εἰ πρὸς τὸν $\bar{\delta}$ δύναμιν ποιήσεις, γενήσεται ὁ $\overline{\iota\varphi}$
15 ὃς κύβος οὐκ ἔστιν. ὁμοίως καὶ εἰ τὸν $\bar{\theta}$ δύναμιν ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $\bar{\gamma}$ γεγονότα κύβον ποιήσεις, ἑξεις δυναμόκυβον τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$· εἰ δὲ ἐφ' ἕτερον, οὐκέτι· εἰ γὰρ ἐπὶ τὸν ἀπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ κύβον, τὸν $\bar{\eta}$, ποιήσεις, γενήσεται ὁ $\overline{\sigma\beta}$ ὃς δυναμόκυβος οὐκ ἔστι.

20 ⟨ϛ⟩. Πᾶς οὖν ἀριθμὸς ἐπὶ πάντα ἀριθμὸν πολλαπλασιαζόμενος ἁπλῶς ἀριθμὸν ποιεῖ· ἐπὶ δὲ ἑαυτὸν καὶ τοὺς ὁμωνύμους τοῖς ἀπὸ μονάδος τετραγώνοις πολλαπλασίοις ἑαυτοῦ, τετράγωνον. ἐπεὶ γὰρ οἱ ἀπὸ μονάδος τετράγωνοί εἰσιν ὁ $\bar{\alpha}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\theta}$, $\overline{\iota\varsigma}$, $\overline{\kappa\epsilon}$, $\overline{\lambda\varsigma}$, $\overline{\mu\theta}$,
25 καὶ ἐφεξῆς, ἀναλογεῖ δὲ καὶ ἡ μονὰς τῇ ἰσότητι, διὰ μὲν τὸν πρῶτον τετράγωνον τὴν μονάδα, πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ ἴσον ἑαυτῷ ἀριθμόν, τετράγωνον ποιεῖ· οἷον ὁ $\bar{\beta}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\beta}$, ποιεῖ τὸν $\bar{\delta}$.

διὰ δὲ τὸν δεύτερον τὸν $\bar{\delta}$, πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν
30 τετραπλάσιον ἑαυτοῦ, τετράγωνον ποιεῖ· οἷον ὁ $\bar{\beta}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\eta}$, ποιεῖ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$.

διὰ δὲ τὸν τρίτον τετράγωνον τὸν $\overline{\vartheta}$, πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἐννεαπλάσιον ἑαυτοῦ, τετράγωνον ποιεῖ· οἷον ⟨ὁ⟩ $\overline{\beta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\eta}$, τὸν $\overline{\lambda\varsigma}$.

καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως.

⟨Ζ⟩. Πᾶς ἀριθμὸς ἐπ' οὐδένα τετράγωνον ποιήσει κύβον, εἰ μὴ ἐπὶ μόνον τὸν ἀπ' αὐτοῦ· οἷον ὁ μὲν $\overline{\beta}$ ἐπὶ τὸν ἀπ' αὐτοῦ τὸν $\overline{\delta}$, ποιεῖ τὸν $\overline{\eta}$· ὁ δὲ $\overline{\gamma}$ ἐπὶ τὸν ἀπ' αὐτοῦ τὸν $\overline{\vartheta}$, ποιεῖ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$· καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως.

καὶ ὁμοίως πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ μόνον τὸν ἀπ' αὐτοῦ κύβον, δυναμοδύναμιν ποιεῖ· ὡς ὁ $\overline{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$, ποιεῖ τὸν $\overline{\pi\alpha}$.

καὶ ἔτι ἐπὶ μόνην τὴν ἀπ' αὐτοῦ δυναμοδύναμιν, δυναμόκυβον ποιεῖ· ὡς ὁ $\overline{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\pi\alpha}$, τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$.

καὶ ἐπὶ μόνον τὸν ἀπ' αὐτοῦ δυναμόκυβον, κυβόκυβον ποιεῖ· ὡς ὁ $\overline{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$, τὸν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.

καὶ ἄλλως οὐ γενήσεται.

⟨Η⟩. Πᾶς τετράγωνος ἐπὶ πάντα, τετράγωνον ποιεῖ· ἐπὶ δὲ ἑαυτόν, καὶ δυναμοδύναμιν· ὁ γὰρ $\overline{\delta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\vartheta}$, ποιεῖ τὸν $\overline{\lambda\varsigma}$, καὶ ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$, τὸν $\overline{\xi\delta}$, καὶ ἔτι ὁ $\overline{\vartheta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$, τὸν $\overline{\rho\mu\delta}$, τετραγώνους καὶ αὐτοὺς ὄντας· ὁ δὲ $\overline{\delta}$ ἐφ' ἑαυτόν, τὸν $\overline{\iota\varsigma}$, καὶ ὁ $\overline{\vartheta}$ ἐφ' ἑαυτόν, τὸν $\overline{\pi\alpha}$, δυναμοδυνάμεις ὄντας.

Πᾶς τετράγωνος ἐπὶ μόνον τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς κύβον, ποιεῖ δυναμόκυβον· ὡς ὁ $\overline{\vartheta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$, τὸν $\overline{\sigma\mu\gamma}$·

καὶ ἐπὶ μόνην τὴν ἀπ' αὐτοῦ δυναμοδύναμιν, ποιεῖ κυβόκυβον· ὡς ὁ $\overline{\vartheta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\pi\alpha}$, τὸν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$.

⟨Θ⟩. Πᾶς κύβος ἐπὶ πάντα κύβον, κύβον ποιεῖ· ἐπὶ δὲ ἑαυτόν, καὶ κυβόκυβον· ὁ γὰρ $\overline{\eta}$ κύβος ἐπὶ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$ κύβον, τὸν $\overline{\sigma\iota\varsigma}$ κύβον ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\varsigma}$ ποιεῖ, καὶ ἐπὶ τὸν $\overline{\xi\delta}$ κύβον ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\delta}$, τὸν $\overline{\varphi\iota\beta}$ κύβον

ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\eta}$· ἐφ' ἑαυτοὺς δὲ ὁ μὲν $\bar{\eta}$ ποιεῖ κυβόκυβον τὸν ξδ, ὁ κζ τὸν ψκθ.

καὶ οὗτοι μέν εἰσι καὶ τετράγωνοι πάντες οἱ κυβόκυβοι· οἱ μόνως κύβοι οὐ κυβόκυβοι γινόμενοι οὐκέτι. Καὶ τοῦτο πρὸς τοῖς ἄλλοις χρὴ εἰδέναι ὅτι τῶν εἰρημένων ἀριθμῶν ἔνιοι ἐν διαφόροις εἴδεσι θεωροῦνται· αὐτίκα γὰρ ὁ ιϛ καὶ ἀριθμός ἐστιν, εἴπερ αὐτοῦ ἀναγράφεις τετράγωνον, καὶ τετράγωνός ἐστιν ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\delta}$, καὶ δυναμοδύναμις ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\beta}$.

καὶ ἔτι ὁ ξδ· ἔστι μὲν καὶ αὐτὸς ἀριθμός, εἴπερ ἀπ' αὐτοῦ ὁμοίως ἀναγράφεις τετράγωνον· ἔστι δὲ καὶ τετράγωνος ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\eta}$, καὶ κύβος ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\delta}$, καὶ ἔτι κυβόκυβος ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\bar{\beta}$.

ἐκκείσθω δὲ καὶ διάγραμμα τῶν τοιούτων ἀριθμῶν μέχρι δεκάδος σὺν τοῖς ἀπ' αὐτῶν γενομένοις εἴδεσιν, ἄνωθεν ἐπὶ τὰ κάτω ἰοῦσιν εὐτάκτως· ἕξει γὰρ ἕκαστος τῶν ἀριθμῶν ὑπ' αὐτὸν τὰ ἐξ αὐτοῦ γινόμενα εἴδη.

α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	θ	ι
α	δ	θ	ιϛ	κε	λϛ	μθ	ξδ	πα	ρ
α	η	κζ	ξδ	ρκε	σιϛ	τμγ	φιβ	ψκθ	͵α
α	ιϛ	πα	σνϛ	χκε	͵ασιϛ	͵βυα	͵διϛ	͵ϛφξα	͵ᾱ
α	λβ	σμγ	͵ακδ	͵γρκε	͵ζψοϛ	͵ᾱϛωζ	͵γβψξη	͵ε θμθ	͵ι
α	ξδ	ψκθ	͵διϛ	͵ᾱεχκε	͵δϛχνϛ	͵ιᾱζχμθ	͵κϛβρμδ	͵νγαυμα	͵ρ

⟨I⟩. Αἱ δὲ δυνάμεις πᾶσαι δῆλον ὡς εἰσὶ τετράγωνοι· τῶν δὲ κύβων, οἱ μὲν ἀπὸ κύβων ἐφ' ἑαυτοὺς γενομένων, τετράγωνοι καὶ αὐτοὶ εἶναι δύνανται· οἱ δ' ἄλλοι οὐδαμῶς.

4 οὐ κυβόκυβοι] ἐκ κ''.

Αἱ μὲν δυναμοδυνάμεις πᾶσαι τετράγωνοι εἶναι δύνανται· ἀπὸ γὰρ δυνάμεων ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεισῶν γίνονται.

Οἱ δὲ δυναμόκυβοι, ὥσπερ οἱ κύβοι· ὅσοι μὲν γὰρ αὐτῶν ἁπλῶς δυναμόκυβοί εἰσιν, ὡς ὁ $\overline{\lambda\beta}$ καὶ ⟨ὁ⟩ $\overline{\sigma\mu\gamma}$ ⟨καὶ⟩ ὁ ,ζψος, οὐ δύνανται εἶναι καὶ τετράγωνοι· ὅσοι δὲ ἀπὸ δυναμοκύβων ἁπλῶς ἐφ' ἑαυτοὺς πολλαπλασιασθέντων γεγόνασι, καὶ τετράγωνοι δύνανται εἶναι, ὡς ἀπὸ τοῦ $\overline{\lambda\beta}$ ἐφ' ἑαυτὸν γινομένου, ὁ ,$\overline{\alpha\kappa\delta}$, καὶ τοῦ $\overline{\sigma\mu\gamma}$ ἐφ' ἑαυτὸν ὁμοίως, ὁ ,$\overline{\epsilon\theta\mu\theta}$.

Οἱ δὲ κυβόκυβοι πάντες καὶ τετράγωνοι δύνανται εἶναι· ἀπὸ γὰρ κύβων ἐφ' ἑαυτοὺς πολλαπλασιασθέντων γεγόνασι.

Παρατηρητέον ἐν τῷ παρόντι διαγράμματι καὶ τοῦτο, ὡς τὰ ὑποβεβηκότα ἑκάστῳ τῶν ἀριθμῶν εἴδη κατὰ τὴν τῶν ἀρτιάκις ἀρτίων προκόπτουσιν ἔφοδον, εἰ καὶ μὴ πάντα ἄρτια εἶεν, ἀλλ' οἷοιπέρ εἰσιν οἱ ἀριθμοί, τοιαῦτα κατὰ τὸ περισσόν τε καὶ ἄρτιον καὶ τὰ ἐξ αὐτῶν εἴδη.

ἡ μὲν οὖν μονάς, ἐπειδὴ τῇ ἰσότητι ἀναλογεῖ, καὶ τὰ ὑποβεβηκότα αὐτῇ εἴδη μονάδας ἔχει.

ὁ δὲ $\overline{\beta}$ ὑποβεβηκότα ἔχει τὸν $\overline{\delta}$ διπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ὁ $\overline{\delta}$ τὸν $\overline{\eta}$ διπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ὁ $\overline{\eta}$ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ διπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ἑξῆς.

ὁ δὲ $\overline{\gamma}$ πάλιν τὸν $\overline{\theta}$ τριπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ὁ $\overline{\theta}$ τὸν $\overline{\kappa\zeta}$ τριπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ὁ $\overline{\kappa\zeta}$ τὸν $\overline{\pi\alpha}$ τριπλάσιον αὐτοῦ, καὶ ἑξῆς ὁμοίως.

καὶ πάντες οἱ ἄλλοι ἀριθμοὶ τοσαπλασίους αὐτῶν

---

14 παρατηρητέον X_2, παρατητέον alii. 21 αὐτῆς. 22 ἑαυτοῦ.

ἔχουσι τοὺς ὑποβεβηκότας αὐτοῖς ὅσων μονάδων ἐστὶν ἕκαστος· ὁ μὲν $\bar{\delta}$ τετραπλασίους, ὁ δὲ $\bar{\varepsilon}$ πενταπλασίους, καὶ ἐφεξῆς.

AD DEFINITIONEM V.

⟨ΙΑ⟩. Πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολλαπλασιασθεὶς μονάδα ποιεῖ.

Ἔστω ἀριθμὸς ὁ $\bar{\delta}$ καὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον τὸ $\delta^{ον}$. ἐὰν οὖν πολλαπλασιάσῃς τὸ $\bar{\delta}$ ἐπὶ τὸ $\delta^{ον}$, ἔσται μονάς· $\delta^{κις}$ γὰρ τὸ $\delta^{ον}$, μονὰς ἤτοι ἕν· μονὰς γὰρ εἰς $\delta^{α}$ τμηθεῖσα, οὐκ εἰς πλείονα τῶν $\bar{\delta}$ τμηθήσεται· ὁμοίως εἰς $\varepsilon^{α}$, οὐκ εἰς πλείονα ἢ ἐλάττονα τῶν $\bar{\varepsilon}$· καὶ ἐφεξῆς.

Ἵνα δὲ καὶ ἐπὶ διαγράμματος δῆλον ᾖ τὸ λεγόμενον, ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθάς, ἥ τε AB καὶ ἡ $A\Gamma$, καὶ ἔστω ἑκατέρα μονάδων τριῶν, καὶ τετμήσθωσαν εἰς τὰς μονάδας τὰς AE, EZ, ZB, καὶ εἰς τὰς AH, $H\Theta$, $\Theta\Gamma$· καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτῶν τετράγωνον τὸ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἀπὸ μὲν τῶν E καὶ Z σημείων ἤχθωσαν τῇ $A\Gamma$ παράλληλοι ἥ τε EK καὶ $Z\Lambda$, ἀπὸ δὲ τῶν H καὶ Θ τῇ AB παράλληλοι ἥ τε HM καὶ ΘN.

Δῆλον οὖν ὅτι τὸ ὅλον τετράγωνον μονάδων γέγονεν ἐννέα, ἕκαστον δὲ τῶν AK καὶ KZ, $Z\Delta$ χωρίων τριῶν μονάδων ἐστίν. ἀπειλήφθω δὴ τὸ τρίτον τῆς AE εὐθείας καὶ ἔστω τὸ $A\Xi$· καὶ ἀπὸ τοῦ Ξ σημείου ἤχθω παράλληλος τῇ $A\Gamma$ ἡ ΞO· καὶ ἔστι τὸ AO χωρίον τρίτον τοῦ AK· τρίτον γὰρ τῆς AE εὐθείας, ἀφ' ἧς τὸ AK, ἦν ἡ $A\Xi$· ἦν δὲ ὅλον τὸ AK μονάδων

---

20 τῆς $A\Gamma$. 28 ἀφ' ἧς] ἐφ' ἧς X_2, melius foret ὑφ' ἧς.

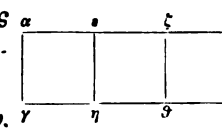
τριῶν· καὶ τὸ τρίτον αὐτοῦ ἄρα τὸ *ΑΟ* μονάδος ἐστὶ μιᾶς.

Καὶ δέδεικται ὅπως ἡ *ΑΓ* μονάδων οὖσα τριῶν ἐπὶ τὴν *ΑΞ* τρίτον οὖσαν μονάδος πολλαπλασιασθεῖσα μονάδα ἐποίησε· καὶ ἔστι τὸ τρίτον ὁμώνυμον ταῖς τρισὶ μονάσι· καὶ καθόλου πᾶν μόριον ὁμωνύμως ἑαυτῷ διαιρεῖ τὸν ἀριθμὸν ἐφ' ὃν πολλαπλασιάζεται, ὡς ἐνταῦθα τὸ τρίτον εἰς τρία διεῖλε τὸν τρία καὶ ἀπέλαβε τὸ τρίτον αὐτοῦ ὅπερ ἦν ἡ μονάς.

Εἰ δὲ ἡ *ΑΞ* μὴ τρίτον ἦν τῆς *ΑΕ*, ἀλλ' ἥμισυ τυχόν, εἰς δύο ἔμελλε διαιρεῖν τὸν τρία ὁμωνύμως αὐτῷ· τὸ γὰρ ἥμισυ καὶ δυοστὸν λέγεται· καὶ ἦν ἂν τὸ *ΑΟ* μονάδος μιᾶς καὶ ἡμίσεος· εἰ δὲ ἕκτον ἦν τῆς *ΑΕ* ἡ *ΑΞ*, εἰς ἓξ ἂν διῄρει τὸν τρία, ὁμωνύμως αὐτῷ, καὶ ἦν τὸ *ΑΟ* ἡμίσεος μονάδος.

AD DEFINITIONEM VI.

ΙΒ. Τὸ πολλαπλασιαζόμενον εἶδος ἐπὶ τὴν μονάδα, φησίν, αὐτὸ εἶδος ἔσται· τουτέστιν, ἐὰν μονὰς ἐφ' ὁντινοῦν ἀριθμὸν πολλαπλασιασθῇ, αὐτὸν τὸν ἀριθμὸν ἐπ' αὐτὴν πολλαπλασιασθέντα πάλιν ποιήσει· οἷον ἔστω μονὰς καὶ ἀριθμὸς ὁ $\bar{\gamma}$ καὶ πολλαπλασιαζέσθω ἡ μονὰς ἐπὶ τὸν $\bar{\gamma}$. λέγομεν οὖν ἅπαξ ἀντὶ τῆς μονάδος καὶ λέγομεν· ἅπαξ τὰ $\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}$· ἰδοὺ πάλιν αὐτὸς ὁ $\bar{\gamma}$ γέγονεν. ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν ἕτερος ὁστισοῦν ἀριθμὸς μετὰ τῆς μονάδος πολλαπλασιασθῇ, ὁ αὐτὸς πάλιν γενήσεται.



Ἐκκείσθω δὲ καὶ διάγραμμα τούτου. ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις ἡ *ΑΒ* καὶ ἡ *ΑΓ*, καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* μονάδων $\bar{\gamma}$, ἡ δὲ *ΑΓ* μονάδος $\bar{\alpha}$,

καὶ ἀναγεγράφθω τὸ ὑπ' αὐτῶν παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ. λέγω ὅτι καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον $\bar{\gamma}$ μονάδων ἐστί. διῃρήσθω γὰρ ἡ ΑΒ εἰς τὰς μονάδας αὐτῆς τήν τε ΑΕ καὶ ΕΖ καὶ ΖΒ, καὶ ἀπὸ τῶν Ε καὶ Ζ σημείων ἤχθωσαν παράλληλοι τῇ ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΕΗ, ΖΘ· ἐπεὶ τοίνυν ἡ ΑΓ μονάδος ἐστὶ $\bar{\alpha}$, ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΕ τῆς αὐτῆς μονάδος $\bar{\alpha}$, καὶ ὅλον ἄρα τὸ ΑΗ μονάδος ἔσται $\bar{\alpha}$· μονὰς γὰρ ἐπὶ μονάδα, μονάδα ποιεῖ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὰ ΕΘ καὶ ΘΒ μονάδος ἔσται ἑκάτερον· ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον μονάδων ἔσται $\bar{\gamma}$· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

AD DEFINITIONEM VII.

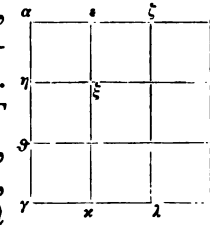
ΙΓ. Ὁμώνυμα μόριά εἰσι τοῖς ἀριθμοῖς, τοῖς μὲν $\bar{\beta}$ τὸ ἥμισυ ἤτοι δυοστόν, τοῖς δὲ $\bar{\gamma}$ τὸ τρίτον, τοῖς δὲ $\bar{\delta}$ τὸ τέταρτον, καὶ ἐφεξῆς· ἀλλ' οὐ λέγω τρίτον τυχὸν τὸ τῶν $\bar{\gamma}$ τρίτον, ἢ τέταρτον τὸ τῶν $\bar{\delta}$ τέταρτον, ἐκεῖνο γὰρ μονάς ἐστιν, ἀλλὰ τὸ τῆς μονάδος τρίτον ἢ τέταρτον· ὅπερ ὁμώνυμον πάντως ἐστὶν ἀριθμῷ, οὐχὶ μόριον ἐκείνου ὄν, ἀλλὰ τῆς μονάδος, καὶ ἔστι τὸ μὲν τρίτον αὐτῆς ὁμώνυμον τῷ $\bar{\gamma}$ ἀριθμῷ, τὸ δὲ τέταρτον τῷ $\bar{\delta}$, καὶ ἐφεξῆς.

ΙΔ. Ἀριθμοστὸν οὖν, φησίν, ἐπὶ ἀριθμοστὸν ποιεῖ δυναμοστόν· τουτέστι $\gamma^{ον}$ ἐπὶ $\gamma^{ον}$, $\vartheta^{ον}$, ἤτοι τὸ $\gamma^{ον}$ τοῦ $\gamma^{ου}$ $\vartheta^{ὸν}$ ἐστι.

Καὶ ἀριθμοστὸν ἐπὶ δυναμοστὸν ποιεῖ κυβοστόν· τουτέστι $\gamma^{ον}$ ἐπ' $\vartheta^{ον}$ ποιεῖ $\kappa\xi^{ον}$, ἤτοι τὸ $\gamma^{ον}$ τοῦ $\vartheta^{ου}$ $\kappa\xi^{ὸν}$ ἐστι· ὥσπερ γὰρ ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν τὰ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\gamma}$, $\bar{\vartheta}$ ἐποίει, καὶ τὰ $\bar{\gamma}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\vartheta}$, $\bar{\kappa\xi}$, οὕτως ἐπὶ τῶν ὁμωνύμων αὐτοῖς μορίων τῆς μονάδος.

Ὡσαύτως καὶ δυναμοστὸν ἐπὶ δυναμοστὸν δυναμοδυναμοστὸν ποιεῖ· τουτέστι τὸ ϑ^ον ἐπ' ϑ^ον, πα^ον ποιεῖ, ἤτοι τοῦ ϑ^ου ⟨τὸ ϑ^ον⟩ πα^ὸν ἐστι· καὶ γὰρ καὶ $\overline{\vartheta}$, ἐπὶ $\overline{\vartheta}$, $\overline{\pi\alpha}$ ἐποίει δυναμοδύναμιν.

Ἔστω δὲ καὶ ἐπὶ διαγράμματος δῆλον. ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ ΑΒ καὶ ΑΓ, καὶ ἔστω ἑκατέρα αὐτῶν μονάδος μιᾶς, καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτῶν τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ, καὶ ἔσται μονάδος. καὶ διῃρήσθω ἑκατέρα τῶν ΑΒ, ΑΓ εἰς $\overline{\gamma}$ τρίτα· ἡ μὲν ΑΒ εἰς τὰ ΑΕ, ΕΖ, ΖΒ, ἡ δὲ ΑΓ εἰς τὰ ΑΗ, ΗΘ, ΘΓ· καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν Ε καὶ Ζ σημείων παράλληλοι τῇ ΑΓ εὐθεῖαι αἱ ΕΚ, ΖΛ· ὁμοίως καὶ ἀπὸ τῶν Η καὶ Θ σημείων παράλληλοι τῇ ΑΒ αἱ ΗΜ, ΘΝ· καὶ τεμνέσθω ἡ ΕΚ τὴν ΗΜ κατὰ τὸ Ξ.



Ἐπεὶ τοίνυν ἡ ΑΒ μονὰς εἰς $\overline{\gamma}$ τρίτα διῄρηται, ἕκαστον ἄρα τῶν ΑΚ, ΚΖ, ΖΔ τρίτον μονάδος ἔσται· ὅλον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τετράγωνον μονάδος μιᾶς ἦν. ἀλλ' ἕκαστον τούτων πάλιν ὑπὸ τῶν ΗΜ καὶ ΘΝ εὐθειῶν εἰς $\overline{\gamma}$ τρίτα διῄρηται· ἔσται οὖν καὶ τὸ ΑΚ εἰς $\overline{\gamma}$ τρίτα διῃρημένον. ἦν δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΚ μονάδος τρίτον· τὸ ΑΞ ἄρα ἔσται τρίτον τρίτου, ὅπερ ἐστὶν ἔνατον· καὶ δέδεικται ὅπως τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ ἀριθμοστόν, τουτέστι τὸ ΑΕ ἐπὶ τὸ ΑΗ, τὸ τρίτον ἐπὶ τὸ τρίτον, δυναμοστὸν ἐποίησε τὸ ΑΞ μονάδος ὂν ἔνατον· τὸ γὰρ ΑΒΓΔ ὅλον τετράγωνον, μονάδος μιᾶς ὄν, τοιούτων ἐστὶν ἐννέα οἵων ἐστὶ τὸ ΑΞ ἑνός.

---

2 τὸ ἔννατον add. X_2.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν τὸ μὲν *ΑΗ* ἀριθμοστὸν μένῃ, ἤτοι $\gamma^{ον}$ μονάδος, τὸ δὲ *ΑΕ* δυναμοστὸν ὑποθώμεθα, τουτέστιν $\vartheta^{ον}$ μέρος τῆς *ΑΒ*, τὸ *ΑΞ* κυβοστὸν ἔσται, τουτέστιν $\kappa\zeta^{ον}$ μέρος τοῦ *ΑΒΓΔ* ὅλου τετραγώνου· καὶ ἐὰν ἑκάτερον τῶν *ΑΗ* καὶ *ΑΕ* δυναμοστὸν ὑποθώμεθα, τουτέστι τὸ μὲν *ΑΗ* $\vartheta^{ον}$ τῆς *ΑΓ*, καὶ τὸ *ΑΕ* ὁμοίως $\vartheta^{ον}$ τῆς *ΑΒ*, τὸ *ΑΞ* δυναμοδυναμοστὸν ἔσται, τουτέστιν $\pi\alpha^{ον}$ μέρος μιᾶς μονάδος, ἤτοι τοῦ *ΑΒΓΔ* τετραγώνου· καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως.

Χρὴ δὲ τὸν τούτων πολλαπλασιασμὸν μὴ ὡς ἔτυχε ποιεῖν, τουτέστι τὸ τυχὸν ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ τυχὸν ἀριθμοστὸν ποιεῖν, ἵνα γένηται δυναμοστόν, ἢ τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ τυχὸν δυναμοστὸν ἵνα γένηται κυβοστόν· ἀλλ' ὡς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς καὶ ταῖς δυνάμεσι καὶ τοῖς ἄλλοις εἴρηται, τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ ἴσον αὐτῷ ἤγουν ἐφ' ἑαυτὸ χρὴ ποιεῖν, τουτέστι τὸ $\gamma^{ον}$ ἐπὶ τὸ $\gamma^{ον}$ ἵνα γένηται $\vartheta^{ον}$, καὶ τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὸ ἀπ' αὐτοῦ δυναμοστὸν ποιεῖν, τουτέστι τὸ $\gamma^{ον}$ ἐπὶ τὸ $\vartheta^{ον}$ ἵνα γένηται $\kappa\zeta^{ον}$· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

AD DEFINITIONEM VIII.

[Ἀριθμοστὸν δὲ ἐπὶ ἀριθμόν, καὶ δυναμοστὸν ἐπὶ δύναμιν, καὶ τὰ λοιπὰ ταὐτόν ἐστι τῷ· πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολλαπλασιασθεὶς μονάδα ποιεῖ.]

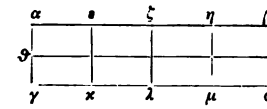
ΙΕ. Ἀριθμοστὸν ἐπὶ δύναμιν, ἀριθμὸν ποιεῖ, καὶ ἑξῆς. ὥσπερ ἐλέγομεν ὅτι πᾶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον πολλαπλασιασθεὶς μονάδα

1 μένῃ corr. ex μένει secunda manu. 21—24 Ἀριθμοστὸν ... ποιεῖ in margine tantum exstant.

ποιεῖ, οὕτω καὶ πᾶν ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὴν ἀπὸ τοῦ ὁμωνύμου αὐτῷ ἀριθμοῦ γενομένην δύναμιν, οὐκ ἐπὶ τὴν τυχοῦσαν, πολλαπλασιασθέν, τὸν ὁμώνυμον αὐτῷ ἀριθμὸν ποιήσει. οἷον ἔστω ἀριθμοστὸν τὸ $\overline{\gamma^{ον}}$, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ ὁμωνύμου αὐτῷ ἀριθμοῦ δύναμις ὁ $\overline{\vartheta}$· λέγομεν οὖν· ἐννεάκις τὸ τρίτον, ἐννέα τρίτα, τρεῖς μονάδες εἰσί. καὶ γέγονεν ὁ $\overline{\gamma}$ ἀριθμὸς ὁμώνυμος τῷ ἀριθμοστῷ, ἤτοι τῷ $\overline{\gamma^{ῳ}}$ τῆς μονάδος μέρει.

Ὁμοίως καὶ ἀριθμοστὸν ἐπὶ κύβον, δυνάμιν ποιεῖ. ἔστω γὰρ πάλιν ἀριθμοστὸν μὲν τὸ $\overline{\gamma^{ον}}$, κύβος δὲ ὁ $\overline{\kappa\zeta}$· καὶ λέγομεν· εἰκοσικαιεπτάκις τὸ $\overline{\gamma^{ον}}$, $\overline{\kappa\zeta}$ τρίτα, τὰ δὲ $\overline{\kappa\zeta}$ τρίτα $\overline{\vartheta}$ μονάδες εἰσίν· καὶ γέγονεν ὁ $\overline{\vartheta}$ δύναμις. ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως.

Ἔστω δὲ καὶ ἐπὶ διαγράμματος δῆλον. ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB καὶ $A\Gamma$, καὶ ἔστω ἡ μὲν AB μονάδων $\overline{\delta}$, ἡ δὲ $A\Gamma$ μονάδος $\overline{\alpha}$. καὶ ἀναγεγράφθω ἀπ' αὐτῶν παραλληλόγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, καὶ διῃρήσθω ἡ AB εἰς τὰς μονάδας, τήν τε AE καὶ EZ καὶ ZH καὶ HB· καὶ ἐπεὶ ἡ AB, $\overline{\delta}$ μονάδων οὖσα, δύναμίς ἐστίν, ἥτις καὶ γίνεται ἀπὸ τοῦ $\overline{\beta}$ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθέντος, τετμήσθω καὶ ἡ $A\Gamma$ δίχα κατὰ τὸ Θ, ἵνα δὴ μέρος ὁμώνυμον ἔχῃ τῷ ποιοῦντι τὴν δύναμιν ἀριθμῷ· ἔσται οὖν ἑκατέρα τῶν $A\Theta$, $\Theta\Gamma$ μονάδος δυοστόν. καὶ ἤχθωσαν ἀπὸ τῶν E καὶ Z ⟨καὶ H⟩ σημείων παράλληλοι τῇ $A\Gamma$ εὐθεῖαι αἱ EK, $Z\Lambda$, HM· ὁμοίως καὶ ἀπὸ τοῦ Θ σημείου παράλληλος τῇ AB ἡ ΘN εὐθεῖα.



---

27 H add. X_2. 29 $\alpha\beta$ X, $\alpha\gamma$ alii.

Ἐπεὶ τοίνυν ὅλον τὸ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον μονάδων ἐστὶ $\bar{\delta}$, ἔστι δὲ καὶ τὸ *ΑΝ* παραλληλόγραμμον ἥμισυ τοῦ *ΑΒΓΔ* παραλληλογράμμου (ἡ γὰρ *ΘΝ* δίχα αὐτὸ τέμνει), αὐτὸ ἄρα τὸ *ΑΝ* μονάδων ἔσται $\bar{\beta}$· καὶ δέδεικται ὅπως τὸ ἀριθμοστὸν ἐπὶ τὴν δύναμιν, τουτέστι τὸ *ΑΘ* ἐπὶ τὴν *ΑΒ*, τὸ δυοστόν, εἶτ' οὖν ἥμισυ, ἐπὶ τὸν $\bar{\delta}$ ἀριθμόν, τὸν $\bar{\beta}$ ποιεῖ τὸ *ΑΝ*· τὸ γὰρ *ΑΒΓΔ* παραλληλόγραμμον ὅλον τοιούτων ἐστὶ τεσσάρων οἵων τὸ *ΑΝ* δύο.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν μὲν τὸ ⟨*ΑΘ*⟩ ἀριθμοστὸν μένῃ, ἡ δὲ *ΑΒ* $\bar{\eta}$ μονάδων ὑποτεθῇ, ἤτοι κύβος· ἐπεὶ πάλιν ὅλον τὸ *ΑΒΓΔ* μονάδων $\bar{\eta}$ ἔσται, ἡ δὲ *ΘΝ* δίχα τεμεῖ αὐτό, τὸ ἄρα *ΑΝ* μονάδων ἔσται $\bar{\delta}$, τουτέστι δύναμις, καὶ ὁμοίως ἐπὶ τῶν λοιπῶν.

ΙΣ. Δυναμοστὸν ἐπὶ ἀριθμὸν ἀριθμοστὸν ποιεῖ. ἔστω δυναμοστὸν τὸ $\delta^{ον}$, ἀριθμὸς δὲ ὁ $\bar{\beta}$· λέγομεν οὖν δὶς τὸ $\delta^{ον}$, $\bar{\beta}$ τέταρτα· τὰ δὲ $\bar{\beta}$ τέταρτα ἥμισύ ἐστι, καὶ γέγονεν ἀριθμοστὸν τὸ δυοστόν. [τὸ δὲ δυοστόν]

Ὁμοίως ⟨δυναμοστὸν⟩ ἐπὶ κύβον ἀριθμὸν ποιεῖ. ἔστω γὰρ δυναμοστὸν μὲν τὸ $\delta^{ον}$, κύβος δὲ τὰ $\bar{\eta}$· λέγομεν οὖν· ὀκτάκις τὸ $\delta^{ον}$, $\bar{\eta}$ τέταρτα, τὰ δὲ $\bar{\eta}$ τέταρτα $\bar{\beta}$ μονάδες εἰσί, καὶ γέγονεν ἀριθμὸς ὁ $\bar{\beta}$.

Ἔστω δὲ καὶ ἐπὶ διαγράμματος δῆλον. ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ *ΑΒ* καὶ *ΑΓ*, καὶ ἔστω ἡ μὲν *ΑΒ* μονάδων $\bar{\beta}$, ἡ δὲ *ΑΓ* μονάδος $\bar{\alpha}$· καὶ ἀναγεγράφθω τὸ ὑπ' αὐτῶν παραλληλόγραμμον τὸ *ΑΒΓΔ*, καὶ διῃρήσθω ἡ *ΑΒ* εἰς τὰς δύο μονάδας, τήν τε *ΑΕ* καὶ *ΕΒ*. καὶ ἐπεὶ ἡ *ΑΒ*, δύο

18 τὸ δὲ δυοστὸν seclusi.

μονάδων οὖσα, ἀριθμός ἐστιν, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ γενόμενος τετράγωνος ὁ $\bar{\delta}$ ἐστι, διῃρήσθω καὶ ἡ ΑΓ μονὰς εἰς ἴσα $\bar{\delta}$ τέταρτα, τὰ ΑΖ, ΖΗ, ΗΘ, ΘΓ. ἔσται οὖν ἕκαστον τούτων μονάδος τέταρτον, καὶ ἡ ΑΖ ἄρα δυναμοστόν ἐστιν, ἤτοι μονάδος $\delta^{ον}$. καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Ε σημείου παράλληλος τῇ ΑΓ εὐθείᾳ ἡ ΕΚ, ἀπὸ δὲ τῶν Ζ καὶ Η καὶ Θ παράλληλοι τῇ ΑΒ αἱ ΖΛ, ΗΜ, ΘΝ.

Ἐπεὶ οὖν ὅλον τὸ ΑΒΓΔ $\bar{\beta}$ μονάδων ἐστίν, ἡ δὲ ΗΜ δίχα αὐτὸ τέμνει, τὸ ἄρα ΑΜ μονάδος $\bar{\alpha}$ ἔσται. πάλιν ἐπεὶ τὸ ΑΜ μονάδος ἐστὶ $\bar{\alpha}$, ἡ δὲ ΖΛ δίχα αὐτὸ τέμνει, τὸ ἄρα ΑΛ ἡμίσεως ἔσται μονάδος· καὶ δέδεικται ὅπως τὸ δυναμοστὸν ἐπὶ τὸν ἀριθμόν, τουτέστι τὸ ΑΖ ἐπὶ τὴν ΑΒ, τουτέστι τὸ $\delta^{ον}$ ἐπὶ τὰ $\bar{\beta}$, ἀριθμοστὸν ἐποίησε τὸ ΑΛ δυοστὸν ὂν μονάδος.

Ὁμοίως δὲ καὶ ἐὰν τὸ μὲν ΑΖ δυναμοστὸν μένῃ, ἡ δὲ ΑΒ κύβος ἤτοι $\bar{\eta}$ μονάδων ὑποτεθῇ, τὸ ΑΛ ἀριθμὸς ἔσται· ἐπειδὴ γὰρ τὸ ΑΛ τέταρτόν ἐστι τοῦ ΑΒΓΔ, ὑπόκειται δὲ νῦν τὸ ΑΒΓΔ $\bar{\eta}$ μονάδων, τὸ ΑΛ ἄρα $\bar{\beta}$ μονάδων ἔσται.

AD DEFINITIONEM IX.

ΙΖ. Λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν πολλαπλασιασθεῖσα ποιεῖ ὕπαρξιν, λεῖψις δὲ ἐπὶ ὕπαρξιν ποιεῖ λεῖψιν.

Οὐχ ἁπλῶς λεῖψιν λέγει, μὴ καὶ ὑπάρξεώς τινος οὔσης, ἀλλὰ ὕπαρξιν ἔχουσαν λεῖψιν· ὡς ἐὰν ὑποθώμεθα τὸν $\varsigma^{ὸν}$ εἶναι $\mu^{ο}$ $\bar{\beta}$, καὶ φῶμεν ὅτι ἔστω ὅδε

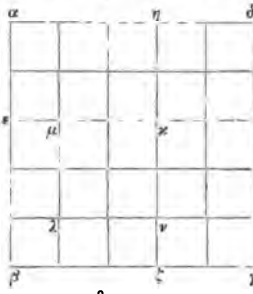
4 τέταρτον K, τετάρτου alii.

ἀριθμὸς μ° $\bar{\varsigma}$ λείψει ς^οῦ $\bar{\alpha}$, μ° $\bar{\delta}$ λέγομεν· τὰ γὰρ ; παρὰ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$ ἐστιν.

Ὥσπερ δὲ γίνεται ἐπὶ τῆς ὑπάρξεως, οὕτω καὶ ἐπὶ τῆς λείψεως· λεῖψις γὰρ ς^οῦ ἐπὶ μὲν λεῖψιν μ^ῶν ὕπαρξιν ς^ῶν ποιεῖ, ἐπὶ δὲ λεῖψιν ς^οῦ ὕπαρξιν Δ^{Y}, ἐπὶ δὲ λεῖψιν Δ^{Y} ⟨ὕπαρξιν⟩ K^{Y}, καὶ ἐφεξῆς. ὁμοίως καὶ λεῖψις ς^ῶν ἐπὶ μὲν ὕπαρξιν μ^ῶν ⟨λεῖψιν⟩ ς^ῶν, ἐπὶ δὲ ὕπαρξιν ς^ῶν λεῖψιν Δ^{Y}, καὶ ἑξῆς.

Δεδείχθω μέντοι καὶ γραμμικῶς τὰ τοιαῦτα, καὶ πρῶτον ὅπως ἡ λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν ὕπαρξιν ποιεῖ.

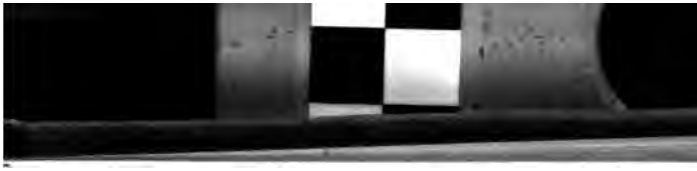
Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις ἡ AB καὶ ἡ $B\Gamma$, καὶ ἔστω ἑκατέρα αὐτῶν μ° $\bar{\varepsilon}$ λείψει ς^οῦ $\bar{\alpha}$, καὶ ὑποκείσθω ὁ ς^ὸ μ° $\bar{\beta}$, καὶ ἔστω ἡ μὲν ἐπὶ AB λεῖψις ἡ AE, ς^οῦ $\bar{\alpha}$ ἤτοι μ° $\bar{\beta}$· ἡ ἄρα EB ἔσται μ° $\bar{\gamma}$· ἡ δὲ ἐπὶ $B\Gamma$ λεῖψις ἔστω ἡ $Z\Gamma$ ς^οῦ $\bar{\alpha}$ καὶ αὐτή, ἤτοι μ° $\bar{\beta}$· ἡ ἄρα BZ ὁμοίως ἔσται μ° $\bar{\gamma}$.



μ° $\bar{\varepsilon}$ ∧ ς $\bar{\alpha}$

Καὶ ἐπεὶ δύο εὐθεῖαι εἰσὶν αἱ AB, $B\Gamma$ ἑκατέρα μ° $\bar{\varepsilon}$ λείψει ς^οῦ $\bar{\alpha}$, καὶ δεῖ ταύτας ἐπ' ἀλλήλας πολλαπλασιασθῆναι ὡς ἂν καὶ ἡ λεῖψις ὅπως ἐπὶ τὴν λεῖψιν πολλαπλασιαζομένη ὕπαρξιν ποιεῖ καὶ ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν λεῖψιν δειχθῇ, δέον ἐστὶ κατὰ τὴν τοῦ πολλαπλασιασμοῦ μεταχείρισιν (οὐ τὴν κατὰ τὸν Ἰνδικὸν ἀριθμὸν λέγω· ἐκείνη γὰρ ἀντιστρόφως ἔχει πρὸς τὴν Ἑλληνικήν) πολλαπλασιασθῆναι πρῶτον μὲν καὶ τὴν ὕπαρξιν τῶν μ^ῶν ἐφ' ἑαυτήν· εἶτα τὴν αὐτὴν ὕπαρξιν τῶν μ^ῶν ἐπὶ

5 λεῖψιν (alt.) K, λεῖψις alii. 10 πρῶτον K, πρῶτα alii.



τὴν λεῖψιν τοῦ ς^{ου}· καὶ αὖθις τὴν λεῖψιν τοῦ ς^{ου} ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν τῶν μ^{ων}· καὶ τέλος τὴν λεῖψιν τοῦ ς^{ου} ἐφ' ἑαυτήν, ἤτοι ἐπὶ τὴν λεῖψιν, καὶ δεῖξαι τὸ ζητούμενον.

Τούτων ὑποκειμένων, ἐπεὶ ἑκατέρα τῶν AB, $B\Gamma$ μ^{ο} ἐστὶ $\bar{\varepsilon}$, πεπολλαπλασιάσθω ἡ AB ἐπὶ τὴν $B\Gamma$, καὶ γίνεται τὸ $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνον μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$· καὶ καταγεγράφθωσαν αἱ μονάδες πᾶσαι τοῦ τετραγώνου· εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ AB, τουτέστι ἡ τῶν $\bar{\varepsilon}$ μονάδων ὕπαρξις, ἐπὶ τὴν $Z\Gamma$, λεῖψιν τοῦ ς^{ου} τὴν ἐν τῇ $B\Gamma$. καὶ ἐπεὶ μονάδες ἐπὶ ἀριθμοὺς ἀριθμοὺς ποιοῦσι, καὶ ὕπαρξις ἐπὶ λεῖψιν λεῖψιν ποιεῖ, ἀφαιρεθήσεται ἀπὸ τοῦ $AB\Gamma\Delta$ τετραγώνου τὸ $Z\Delta$ παραλληλόγραμμον, λεῖψις ςς^{ων} $\bar{\varepsilon}$ ἤτοι μ^{ο} $\bar{\iota}$. καὶ λοιπὸν μένει τὸ AZ παραλληλόγραμμον μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$. αὖθις πολλαπλασιασθήτω ἡ AE λεῖψις τοῦ $\bar{\alpha}$ ς^{ου} ἐπὶ τὴν $B\Gamma$ ὕπαρξιν τῶν $\bar{\varepsilon}$ μονάδων, καὶ γενήσεται αὖθις λεῖψις ςς^{ων} $\bar{\varepsilon}$, καὶ δεήσει εἶναι τὴν λεῖψιν τῶν $\bar{\varepsilon}$ ςς^{ων} τὸ $A\Theta$ παραλληλόγραμμον. ἀλλ' ἐπεὶ τὸ $H\Theta$ τετράγωνον ἐπὶ τῆς προτέρας λείψεως ἀφῃρέθη καὶ οὐ δεῖ δὶς τὸ αὐτὸ ἐφ' ἑκατέρας τῶν λείψεων ἀφαιρεῖσθαι, ἀφαιρεθήσεται μὲν τὸ AK παραλληλόγραμμον ςς^{ων} $\bar{\gamma}$, πρὸς δὲ τούτῳ καὶ $K\Lambda$ τετράγωνον ςς^{ων} ὂν $\bar{\beta}$, ὡς ἂν πάλιν ἡ λεῖψις ςς^{ων} γενήσεται $\bar{\varepsilon}$, ἥτις ἐστὶ τὸ $A\langle H\rangle KN\Lambda ME$ χωρίον μ^{ο} $\bar{\iota}$. καὶ λοιπὸς μένει ὁ $BEM\Lambda NZ$ γνώμων μ^{ο} ὢν $\bar{\varepsilon}$.

Ἀλλ' ἐπεὶ ἀφαιρουμένων τῶν AE καὶ $Z\Gamma$ λείψεων, μένει ἑκατέρα τῶν EB, BZ μ^{ο} $\bar{\gamma}$, καὶ δεῖ τὸ ἀπὸ τούτων τετράγωνον μ^{ο} εἶναι $\bar{\vartheta}$, κατελείφθησαν δὲ μ^{ο} $\bar{\varepsilon}$ τοῦ γνώμονος, δέον ἐστὶ καὶ $\bar{\delta}$ μ^{ο} ταύταις προσθεῖναι,

---

24 χωρίων B, χωρίον K.

ὡς ἂν τὸ ἀπὸ τῶν $\bar{\gamma}$ μ° τετράγωνον γένηται. πολλαπλασιασθεῖσα δὴ ἡ ΑΕ λεῖψις τοῦ $\bar{\alpha}$ ς°ῦ ἐπὶ τὴν ΖΓ λεῖψιν τοῦ $\bar{\alpha}$ ς°ῦ ποιήσει Δ^Υ $\bar{\alpha}$ ὕπαρξιν, ἥτις ἔσται μ° $\bar{\delta}$· ὁ γὰρ ς^ὸ ὃς ἦν πλευρὰ τῆς Δ^Υ μ° ἦν $\bar{\beta}$· ἔσται οὖν ἡ Δ^Υ τὸ ΚΛ τετράγωνον μ° $\bar{\delta}$, ὅπερ πρότερον μὲν ἀφαιρεθέν, νῦν δὲ προστεθὲν τῷ ΒΕΜΛΝΖ γνώμονι, τουτέστι ταῖς $\bar{\varepsilon}$ μ°, ποιήσει τὸ ΒΚ τετράγωνον μ° $\bar{\vartheta}$, καὶ γίνεται ὃ καὶ τῆς ΕΒ μόνως ἐπὶ τὴν ΒΖ πολλαπλασιαζομένης, τῶν $\bar{\gamma}$ μ° ἐπὶ τὰς $\bar{\gamma}$ μ°, μηδαμῶς λαμβανομένων τῶν λείψεων, ἔμελλε γίνεσθαι. καὶ ἔστι τὸ τετράγωνον τὸ ΕΒΖΚ Δ^Υ $\bar{\alpha}$ μ° $\overline{\kappa\varepsilon}$ ⋔ ςς^ῶν $\bar{\iota}$, τουτέστι μ° $\overline{\kappa\vartheta}$ ⋔ μ° $\bar{\kappa}$, ὅπερ ἐστὶ μ° $\bar{\vartheta}$.

[μ° $\bar{\varepsilon}$	λείψει	ς°ῦ $\bar{\alpha}$
μ° $\bar{\varepsilon}$	λείψει	ς°ῦ $\bar{\alpha}$
ὕπαρξις		λεῖψις
μ° $\overline{\kappa\varepsilon}$		ςς^οὶ $\bar{\varepsilon}$
Δ^υ $\bar{\alpha}$		ςς^οὶ $\bar{\varepsilon}$
μ° $\kappa\varepsilon$ Δ^υ $\bar{\alpha}$	λείψει	ςς^ῶν $\bar{\iota}$]

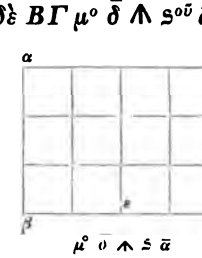
[Ἄλλως. Ἐπεὶ τὸ ΚΛ τετράγωνον δὶς ἀφῃρέθη ὑπὸ τῶν λείψεων, ἀλλ' ὑπὸ μὲν τῆς προτέρας λείψεως ἐν ὑπάρξει ὂν ἀφῃρέθη, ὑπὸ δὲ τῆς δευτέρας μὴ ὂν ἀφῃρέθη, ἔστι δὲ ἀδύνατον ἐκ τοῦ μὴ ὄντος ἀφαιρεθῆναί τι, διὰ τοῦτο ἡ λεῖψις ἐπὶ τὴν λεῖψιν ἐποίησε τὸ ΚΛ τετράγωνον ὡς ἂν καὶ ἡ δευτέρα λεῖψις ἐν

4—7 ἔσται οὖν κτέ.] B habet in mg.: γρ. καὶ οὕτως· ἔσται οὖν ἡ δύναμις τὸ ΚΛ τετράγωνον μ° $\bar{\delta}$, ὅπερ ἐπὶ τῆς χώρας τοῦ ἀφαιρεθέντος τετραγώνου τοῦ ΚΛ ἀντ' αὐτοῦ προστεθὲν τῷ ΒΕΜΛΝΖ γνώμονι. 13—18 Diagramma solus habet X. 19 Ἄλλως κτέ. quae seclusi ante scholium inserta sunt.

ὑπάρξει ὂν δύνηται τοῦτο ἀφελεῖν ὡς καὶ ἡ προτέρα, καὶ μένῃ τὸ *BK* τετράγωνον ἀπαθές.]

Δέδεικται μὲν οὖν αὐτόθεν, ἡνίκα πῶς ἡ λεῖψις ἐπὶ λεῖψιν ὕπαρξιν ποιεῖ ἐδείκνυτο, καὶ ὅπως ἡ λεῖψις ἐπὶ ὕπαρξιν λεῖψιν ποιεῖ· οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ αὖθις κατ' ἰδίαν δεικνύσθω.

Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ *AB*, *BΓ*, καὶ ἔστω ἡ μὲν *AB* $\mu^{o}\ \bar{\gamma}$, ἡ δὲ *BΓ* $\mu^{o}\ \bar{\delta} \wedge \varsigma^{o\bar{u}}\ \bar{\alpha}$, καὶ ὑποκείσθω πάλιν ὁ $\varsigma^{\grave{o}}\ \mu^{o}\ \bar{\beta}$, καὶ ἔστω ὁ $\varsigma^{\grave{o}}$ ἡ *EΓ*· ἡ *BE* ἄρα ἔσται $\mu^{o}\ \bar{\beta}$. πολλαπλασιασθήτω δὴ πρῶτον ἡ ὕπαρξις τῶν $\bar{\gamma}\ \mu^{o}$ ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν τῶν $\bar{\delta}\ \mu^{o}$, γίνεται τὸ *ABΓΔ* παραλληλόγραμμον $\mu^{o}\ \overline{\iota\beta}$· καὶ καταγεγράφθωσαν αἱ μονάδες πᾶσαι τοῦ παραλληλογράμμου, εἶτα πολλαπλασιασθήτω ἡ *AB* ἐπὶ τὴν *EΓ*, τουτέστιν αἱ $\bar{\gamma}\ \mu^{o}$ ἐπὶ τὴν τοῦ $\bar{\alpha}\ \varsigma^{o\bar{u}}$ λεῖψιν, καὶ γεννήσεται λεῖψις $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}\ \bar{\gamma}$, τουτέστι $\mu^{o}\ \bar{\varsigma}$, ὅπερ ἐστὶ τὸ *EΔ* παραλληλόγραμμον, καὶ μένει λοιπὸν τὸ *AE* παραλληλόγραμμον $\mu^{o}\ \bar{\varsigma}$, ὡς ὑπὸ τῆς *AB* καὶ *BE*, τουτέστι $\mu^{o}\ \bar{\gamma}$ ἐπὶ $\mu^{o}\ \bar{\beta}$ πολλαπλασιασθεισῶν, καὶ γίνεται ὅπερ καὶ τῆς λείψεως μὴ λαμβανομένης ἔμελλε γίγνεσθαι. καὶ ἔστι τὸ *AE* παραλληλόγραμμον $\mu^{o}\ \overline{\iota\beta} \wedge \varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}\ \bar{\gamma}$, τουτέστι $\mu^{o}\ \overline{\iota\beta} \wedge \mu^{o}\ \bar{\varsigma}$, ὅπερ ἐστὶ $\mu^{o}\ \bar{\varsigma}$.



AD EANDEM DEFINITIONEM.

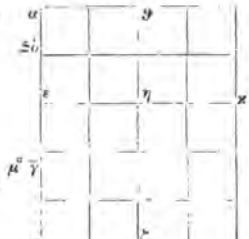
ΙΗ. Δειχθέντων δὴ ὅπως $\mu^{o} \wedge \varsigma^{o\bar{u}}$ ἐπὶ $\mu^{o} \wedge \varsigma^{o\bar{u}}$ πολλαπλασιάζονται, καὶ ἔστιν ὅπως μονάδες προσθέσει

---

2 μένῃ X_2, μένει alii. 20 ὑπὸ] ἀπὸ.

ἀριθμοῦ ἐπὶ μονάδας λείψει ἀριθμοῦ πολλαπλασιάζονται, τῆς λείψεως κἀνταῦθα ἐπὶ ὕπαρξιν λεῖψιν ποιούσης.

Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς ἀλλήλαις αἱ AB, $B\Gamma$, καὶ ἔστω ἡ μὲν AB ς^{ου} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\gamma}$, ἡ δὲ $B\Gamma$ μ^{o} $\bar{\delta}$ ⋀ ς^{ου} $\bar{\alpha}$, καὶ ὑποκείσθω πάλιν ς^{ὸ} μ^{o} $\bar{\beta}$, καὶ ἔστω ὁ μὲν ἐν τῇ AB ς^{ὸ} ἤτοι ἡ ὕπαρξις αὐτοῦ ἡ AE, ἡ δὲ ἐν τῇ $B\Gamma$ λεῖψις τοῦ ς^{ου} ἡ $Z\Gamma$· ἔσται ἄρα ἡ μὲν EB μ^{o} $\bar{\gamma}$, ἡ δὲ BZ μ^{o} $\bar{\beta}$.



Πολλαπλασιασθείσης οὖν τῆς AE πρῶτον ἐπὶ τὴν $B\Gamma$, τουτέστι τῆς ὑπάρξεως τοῦ $\bar{\alpha}$ ς^{ου} ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν τῶν $\bar{\delta}$ μ^{o}, γίνεται τὸ AK παραλληλόγραμμον ςς^{ῶν} $\bar{\delta}$, ἤτοι μ^{o} $\bar{\eta}$. πάλιν αὐτῆς τῆς AE πολλαπλασιασθείσης ἐπὶ τὴν $Z\Gamma$, τουτέστι τῆς ὑπάρξεως τοῦ $\bar{\alpha}$ ς^{ου} ἐπὶ τὴν λεῖψιν τοῦ $\bar{\alpha}$ ς^{ου}, γίνεται ⟨λεῖψις⟩ Δ^{Y} $\bar{\alpha}$, ἥτις ἐστὶ τὸ ΘK τετράγωνον, μ^{o} ὂν $\bar{\delta}$, καὶ ἀφαιρουμένου τοῦ τοιούτου τετραγώνου, μένει λοιπὸν τὸ $E\Theta$ παραλληλόγραμμον μ^{o} $\bar{\delta}$. πάλιν πολλαπλασιασθείσης τῆς EB ἐπὶ τὴν $B\Gamma$, τουτέστι τῆς ὑπάρξεως τῶν $\bar{\gamma}$ μ^{o} ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν τῶν $\bar{\delta}$ μ^{o}, γίνεται τὸ BK παραλληλόγραμμον ⟨μ^{o}⟩ $\overline{\iota\beta}$ καταγραφεισῶν τῶν μονάδων καὶ εὑρίσκεται τὸ $AB\Gamma K H\Theta$ χωρίον μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$. αὖθις δὲ τῆς EB, ἥτις ἡ αὐτή ἐστι τῇ $K\Gamma$, ἐπὶ ⟨τὴν⟩ $Z\Gamma$ πολλαπλασιασθείσης, τουτέστι τῆς ὑπάρξεως τῶν $\bar{\gamma}$ μ^{o} ἐπὶ τὴν τοῦ $\bar{\alpha}$ ς^{ου} λεῖψιν, γίνεται λεῖψις ςς^{ῶν} $\bar{\gamma}$, καὶ ἔστιν ἡ λεῖψις τὸ ZK παραλληλόγραμμον ςς^{ῶν} $\bar{\gamma}$ ἤτοι μ^{o} $\bar{\varsigma}$. καὶ ἀφαιρεθέντος τούτου ἀπὸ ⟨τοῦ⟩ $AB\Gamma K H\Theta$ χωρίου, λοιπὸν μένει τὸ AZ παραλληλόγραμμον μ^{o} $\bar{\iota}$, ὅπερ καὶ ὑπὸ τῶν AB, BZ

7 ἡ AE] ὁ AE. 16 λεῖψις prop. in mg. X.

ἔμελλε γίνεσθαι καὶ τῆς λείψεως μὴ λαμβανομένης. καὶ ἔστι τὸ AZ παραλληλόγραμμον ϛϛ^{ῶν} $\bar{\delta}$ ⋔ $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$, μ^{ο} $\overline{\iota\beta}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$, τουτέστιν, ἀφανιζομένης τῆς ὑπάρξεως τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν} ὑπὸ τῆς λείψεως τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν}, ϛ^{ο} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\beta}$ ⋔ $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$, τουτέστι μ^{ο} $\overline{\iota\delta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\delta}$, ὅπερ ἐστὶ μ^{ο} $\bar{\iota}$.

[AE ϛ^{ὺ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\gamma}$ EB

$B\Gamma$ μ^{ο} $\bar{\delta}$ λείψει ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ $Z\Gamma$

ὕπαρξις		λεῖψις	
AK	ϛϛ^{οὶ} $\bar{\delta}$	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$	ΘK
BK	μ^{ο} $\overline{\iota\beta}$	ϛϛ^{οὶ} $\bar{\gamma}$	ZK

ϛϛ^{οὶ} $\bar{\delta}$ μ^{ο} $\overline{\iota\beta}$ λείψει $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$

ϛ^{ὺ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\beta}$ λείψει $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$]

Δειχθέντος δὴ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῆς λείψεως, ἔτι δεικτέον καὶ περὶ τῆς συνθέσεως αὐτῆς καὶ ὑπεροχῆς· ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοί, ὁ μὲν αὐτῶν, ὡς ἐπὶ ὑποδείγματος, ἦν μ^{ο} $\bar{\iota}$, ὁ δὲ μ^{ο} $\bar{\iota}$ ⋔ ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$, καὶ συντεθέντες μ^{ο} $\bar{\kappa}$ ἔσονται ⋔ ϛ^{οῦ} πάλιν $\bar{\alpha}$.

Ἐὰν δὲ ὦσι δύο ἀριθμοί, καὶ ὁ μὲν αὐτῶν ᾖ μ^{ο} $\bar{\iota}$ ⋔ ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$, ὁ δὲ μ^{ο} $\bar{\iota}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\beta}$, συντεθέντες μ^{ο} $\bar{\kappa}$ ἔσονται ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$.

Ἐὰν δὲ ὦσι δύο ἀριθμοί, καὶ ὁ μὲν αὐτῶν ᾖ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$ μ^{ο} $\bar{\iota}$, ὁ δὲ μ^{ο} $\bar{\iota}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$, συντεθέντες μ^{ο} $\bar{\kappa}$ ἔσονται μόνων, τῆς ὑπάρξεως τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν} ὑπὸ τῆς λείψεως τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν} ἀφανισθείσης.

Ἐὰν δὲ ἡ μὲν ὕπαρξις ᾖ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$, ἡ δὲ λεῖψις ϛϛ^{ῶν} $\bar{\varsigma}$, μ^{ο} $\bar{\kappa}$ ἔσονται ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$, τῆς μὲν ὑπάρξεως τῶν

6—12 Diagramma solus habet X. 13 sq. Cf. Dioph. def. X. 19 ὁ δὲ] οἱ δὲ.

γ̄ ss^ων ἀφανισθείσης ὑπὸ τῆς λείψεως τῶν γ̄ ss^ων, τῆς δὲ λείψεως τῶν λοιπῶν γ̄ ss^ων ἔτι μενούσης.

Ἐὰν δὲ ἡ μὲν ὕπαρξις ᾗ ss^ων γ̄, ἡ δὲ λεῖψις ss^ων β̄, ἔσονται s^ὸ ᾱ μ^ο κ̄, τῆς μὲν ὑπάρξεως τῶν β̄ ss^ων ὑπὸ τῆς λείψεως τῶν β̄ ss^ων ἀφανισθείσης, τῆς δὲ ὑπάρξεως τοῦ ᾱ s^οῦ ἔτι μενούσης.

Καὶ ἡ μὲν σύνθεσις αὕτη, ἡ δὲ ὑπεροχὴ γίνεται οὕτω.

Αἱ ῑ μ^ο τῶν ῑ μ^ο ⋀ s^οῦ ᾱ ὑπερέχουσιν s^ῷ ᾱ, τουτέστιν αὐτῇ τῇ λείψει.

Αἱ ῑ μ^ο ⋀ s^οῦ ᾱ τῶν ῑ μ^ο ⋀ ss^ων β̄ ὑπερέχουσιν ὁμοίως s^ῷ ᾱ, τουτέστιν ᾧ ὑπερέχει ἡ λεῖψις τῆς λείψεως.

⟨Αἱ ῑ μ^ο⟩ ss^οὶ γ̄ τῶν μ^ο ῑ ⋀ ss^ων γ̄ ὑπερέχουσιν ss^οῖς ξ̄, τουτέστι τοῖς γ̄ τῆς ὑπάρξεως καὶ τοῖς γ̄ τῆς λείψεως.

ss^οὶ γ̄ μ^ο ῑ τῶν μ^ο ῑ ⋀ ss^ων ϛ̄ ὑπερέχουσι ss^οῖς θ̄, τουτέστι τοῖς γ̄ τῆς ὑπάρξεως καὶ τοῖς ϛ̄ τῆς λείψεως.

ss^οὶ γ̄ μ^ο ῑ τῶν μ^ο ⟨ῑ⟩ ⋀ ss^ων β ὑπερέχουσιν ss^οῖς ε̄ ὁμοίως.

Ὑποκείσθω ὁ s^ὸ ὅσων δήποτε μονάδων βούλει, καὶ εὑρήσεις ἐξετάζων τὸ λεγόμενον.

Ὅπως δὲ προστίθησι τὰς λείψεις κοινάς, καὶ ἀφαιρεῖ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια καὶ ἴσων ἴσα, καὶ μερίζει ταῦτα ὡς ἂν ἓν εἶδος ἑνὶ εἴδει ἴσον καταλειφθῇ, τουτέστιν ἢ ἀριθμὸς ἢ δύναμις ἴσος μονάσιν ἤ τι τῶν τοιούτων, ἐπ' αὐτῶν τῶν προβλημάτων σαφέστερον μαθησόμεθα.

---

13 Αἱ ῑ μ^ο add. X_2; forsan legendum ss^οὶ γ̄ μ^ο ῑ τῶν μ^ο ῑ ⋀ ss^ων γ̄ κτέ. 21 sq. Cf. def. XI.

AD PROBLEMA I.

	$\varsigma^{\grave{o}}$ $\bar{\rho}$			$\acute{\upsilon}\pi^{\chi'}$ $\bar{\mu}$.
	$'E^{\lambda}$. ς $\bar{\alpha}$			M^{ζ}. $\varsigma\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\mu}$
	$\varsigma\varsigma$ $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\mu}$	ι^{σ}.		μ^{o} $\bar{\rho}$
	$\varsigma\varsigma$ $\bar{\beta}$	ι^{σ}.		μ^{o} $\bar{\xi}$
	ς $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.		μ^{o} $\bar{\lambda}$
	$'E^{\lambda}$. μ^{o} $\bar{\lambda}$			M^{ζ}. μ^{o} $\bar{o}$.

Ἐπιτάσσει τὸν $\bar{\rho}$ διελεῖν εἰς δύο ἀριθμούς, μείζονα καὶ ἐλάττονα, ὥστε τὸν μείζω τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχειν μ^{o} $\bar{\mu}$, ὡς ὁ $\bar{o}$ τοῦ $\bar{\lambda}$, καὶ τάσσει τὸν μὲν $'E^{\lambda}$. $\varsigma^{o\bar{\upsilon}}$ $\bar{\alpha}$, τὸν δὲ M^{ζ}. $\varsigma^{o\bar{\upsilon}}$ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\mu}$, συνάμφω δὲ $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\mu}$. ἐζητεῖτο δὲ ὁ $\bar{\rho}$ διαιρεθῆναι, καὶ $\varsigma\varsigma^{o\iota}$, φησίν, ἄρα $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\mu}$ ἴσοι εἰσὶ μ^{o} $\bar{\rho}$. καὶ ἐπεὶ δέδοται ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια ἀφαιρεῖν καὶ τὰς λείψεις κοινὰς προστεθῆναι, ὡς ἔμπροσθεν εἰσόμεθα, ὅμοια δέ εἰσιν ἐνταῦθα αἱ μονάδες ταῖς μονάσιν, ἀφαιρεῖ καὶ ἀπὸ τῶν $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$ καὶ μ^{o} $\bar{\mu}$, αὐτὰς τὰς μ^{o} $\bar{\mu}$, καὶ ἀπὸ τῶν $\bar{\rho}$ μ^{o}, τὰς ἴσας ἐκείναις μ^{o} $\bar{\mu}$, καὶ καταλιμπάνεται ἐκ μὲν τῶν $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$ καὶ μ^{o} $\bar{\mu}$, $\varsigma\varsigma^{o\iota}$ $\bar{\beta}$· ἐκ δὲ τῶν $\bar{\rho}$ μ^{o}, μ^{o} $\bar{\xi}$. ἐπεὶ δὲ οἱ $\bar{\beta}$ $\varsigma\varsigma^{o\iota}$ καὶ μ^{o} $\bar{\mu}$ ἴσα ἦν ταῖς $\bar{\rho}$ μ^{o}, ἀφῃρέθη δὲ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, καὶ δὴ καὶ ἴσα (καὶ τοῦτο γὰρ χρὴ προσκεῖσθαι), καὶ λοιποὶ ἄρα οἱ $\bar{\beta}$ $\varsigma\varsigma^{o\iota}$ ἴσοι εἰσὶ ταῖς $\bar{\xi}$ μ^{o}. ὁ ἄρα $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{\grave{o}}$ ἴσος ἔσται μ^{o} $\bar{\lambda}$. ἕξουσιν ἄρα τὰ μέρη ἀνὰ $\bar{\lambda}$ μ^{o}. προστιθεμένων δὲ τῶν $\bar{\mu}$ μ^{o} τῷ ἑνὶ μέρει ὡς ἂν μεῖζον θατέρου γενόμενον καὶ ὑπερέχῃ αὐτοῦ μονάδων $\bar{\mu}$, γίνεται $\bar{o}$.

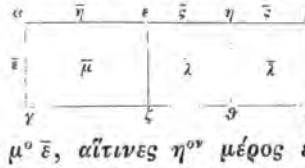
Ὑποστάσεις δὲ λέγει αὐτοὺς τοὺς ζητουμένους ἀριθμούς, ἤτοι ὑπάρξεις αὐτῶν· τὸν δὲ ἀριθμὸν ὁ

28 *αὐτῶν* evanidum in B, *αὐτῇ* alii.

Διόφαντος οὐχ ὡρισμένον ἔχει, ἀλλ' ὡς ποσότητα μόνον τινὰ τίθησι· καὶ γὰρ ἐν οἷς μὲν τῶν προβλημάτων πλειόνων μονάδων εὑρίσκεται ὁ ἀριθμός, ἐν οἷς δ' ἐλαττόνων. ἔστι δ' οὗ καὶ μονάδος ἐλάττων.

Ἰστέον γε μὴν ἐν τούτῳ τῷ α^{ω} προβλήματι, ὡς ὁ διαιρεθησόμενος ἀριθμός, εἴτε ἄρτιός ἐστιν, εἴτε περιττός, καὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα ἀρτίαν δυνατὸν εἶναι ἢ περιττὴν ὁποτέρως βούλει. ἔτι καὶ τοῦτο ἰστέον ὡς ἐάν τε ἀπ' ἀρτίου περιττὸν ἀφέλῃς, ἐάν τε ἀπὸ περιττοῦ ἄρτιον, τὸ λοιπὸν περιττὸν ἔσται· καὶ καθόλου πᾶς ἄρτιος ἀριθμὸς ἢ ἐκ δύο ἀρτίων ἢ δύο περιττῶν σύγκειται καὶ εἰς αὐτοὺς διαιρεῖται, ὥστε ἀπὸ μὲν ἀρτίου ὁπότερον ἂν εἶδος ἀφέλῃς, τὸ λοιπὸν ὅμοιον ἔσται τῷ ἀφαιρεθέντι, ἀπὸ δὲ περιττοῦ, τοὐναντίον τοῦ ἀφαιρεθέντος. εἰ τοίνυν καὶ ἐν τῷδε τῷ προβλήματι τὸν $\bar{\iota}$ ἄρτιον διέλωμεν εἰς δύο ἀριθμοὺς ὥστε τὸν μείζω τοῦ ἐλάσσονος μ^{o} $\bar{\gamma}$ ὑπερέχειν, συσταθήσεται· ἀφαιρεθεισῶν γὰρ τῶν $\bar{\gamma}$ μ^{o}, λοιπὰ $\bar{\xi}$, ἅπερ διαιρεῖται εἰς $\bar{\gamma}$ $\angle'$ καὶ $\bar{\gamma}$ $\angle'$, ὧν θατέρῳ αἱ $\bar{\gamma}$ μ^{o} συντεθεῖσαι ποιοῦσι τὸν μείζονα $\bar{\varepsilon}$ $\angle'$ καὶ τὸν ἐλάσσονα $\bar{\gamma}$ $\angle'$· τὰ δὲ $\bar{\varepsilon}$ $\angle'$ τῶν $\bar{\gamma}$ $\angle'$ ὑπερέχει $\bar{\gamma}$ μ^{o}.

Ἔστι δὲ καὶ γραμμικῶς τὸ τοιοῦτο πρόβλημα εὑρεῖν. ἐκκείσθω παραλληλόγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$, καὶ ἔστω ἡ μὲν $A\Gamma$ τοσούτων μονάδων ὅσων ἐστὶν ὁποῖον δήποτε μέρος τοῦ $\bar{\mu}$ ἀριθμοῦ πλὴν ἵνα καὶ ὁ $\bar{\rho}$ ἀριθμὸς ὁμώνυμον μόριον ἔχῃ ταῖς τοιαύταις μονάσιν. ἔστω δὴ μ^{o} $\bar{\varepsilon}$, αἵτινες η^{ov} μέρος ἐστὶ τοῦ $\bar{\mu}$· ἐπεὶ δὲ καὶ ὁ $\bar{\rho}$ ἔχει ε^{ov} μέρος τὰ $\bar{\kappa}$, ἔστω καὶ ἡ AB μ^{o} $\bar{\kappa}$, καὶ γίνε-



ται τὸ παραλληλόγραμμον μ^{o} $\bar{\rho}$· καὶ ἐπεὶ τὰ $\bar{\varepsilon}$ η^{ov} μέρος ἐστὶ τῶν $\bar{\mu}$, ἀπειλήφθω ἡ AE μ^{o} $\bar{\eta}$, καὶ ἀπὸ τοῦ E τῇ $A\Gamma$ παράλληλος ἤχθω ἡ EZ. δῆλον δὴ ὅτι τὸ AZ μ^{o} ἐστὶ $\bar{\mu}$, καὶ ἐπεὶ ἡ EB ἐλείφθη μ^{o} $\overline{\iota\beta}$, δῆλον ὅτι τὸ $E\Delta$ μ^{o} ἐστὶ $\bar{\xi}$· τετμήσθω ἡ EB δίχα κατὰ τὸ H, καὶ ἀπὸ τούτου τῇ $A\Gamma$ παράλληλος ἤχθω ἡ $H\Theta$· καὶ δῆλον ὡς ἑκάτερον τῶν $E\Theta$, ΘB μ^{o} ἐστὶ $\bar{\lambda}$· ἥ τε γὰρ $H\Theta$ ἴση τῇ $A\Gamma$, καὶ ἑκατέρα τῶν EH, HB μ^{o} $\bar{\varsigma}$. προστεθέντος δὴ τοῦ AZ τῷ $E\Theta$, γίνεται τὸ $A\Theta$ μ^{o} $\bar{o}$, καὶ ἔστι τὸ μὲν $A\Theta$ $\bar{o}$, τὸ δὲ ΘB $\bar{\lambda}$, καὶ τέτμηται ὁ $\bar{\rho}$ εἰς ἀριθμοὺς δύο, ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος ὑπερέχει μ^{o} $\bar{\mu}$· ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

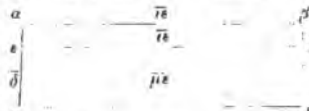
AD PROBLEMA II.

$'E^{\lambda}$.	ς $\bar{\alpha}$		M^{ζ}. ss $\bar{\gamma}$
	ss $\bar{\delta}$	ι^{σ}.	μ^{o} $\bar{\xi}$
	ς α	ι^{σ}.	μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
$'E^{\lambda}$.	μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$		M^{ζ}. μ^{o} $\overline{\mu\varepsilon}$.

Ἐν μὲν τῷ α^{ω} μόνην ὑπεροχὴν ἐζήτει τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα, ἐν δὲ τῷ παρόντι λόγον μόνον, ἐν δὲ τῷ γ^{ω} λόγον ὁμοῦ καὶ ὑπεροχὴν ζητήσει, προβαίνων, ὡς ἐπηγγείλατο, ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων ἐπὶ τὰ σκολιώτερα. ἔστι δὲ τὸ β^{ov} τοῦτο καὶ ῥᾷον οὕτω δεῖξαι· ἐπεὶ τῶν τοῦ $\bar{\xi}$ μερῶν τὸ M^{ζ}. τοῦ $'E^{\lambda}$. τριπλάσιον ἔσται, αὐτὸς ἄρα ὁ $\bar{\xi}$ ἕξει τέταρτον, ὅπερ ἔσται τὸ $'E^{\lambda}$. μέρος· καὶ ἔστιν ὁ $\overline{\iota\varepsilon}$· ὁ μείζων ἄρα τριπλασίων ὢν τούτου, ἔσται $\overline{\mu\varepsilon}$.

Δεικτέον δὲ καὶ διὰ γραμμῶν. ἐκκείσθω τὸ $AB\Gamma\Delta$ παραλληλόγραμμον. καὶ ἐπεὶ τῶν τοῦ $\bar{\xi}$ μερῶν τὸ μεῖζον τριπλάσιον ἔσται τοῦ ἐλάσσονος,

αὐτὸς δὲ ἄρα ὁ $\bar{\xi}$ ἕξει μόριον ὁμώνυμον τῷ μονάδι μείζονι ἀριθμῷ τοῦ τριπλασιασμοῦ, ἤτοι τῷ $\bar{\delta}$, καὶ ἕξει τὸ $\delta^{ον}$· τοῦτο δὲ ἔσται $\mu^{ο}$ $\overline{\iota\varepsilon}$· διὰ μὲν οὖν τὸ $\delta^{ον}$, ἔστω ἡ $A\Gamma$ $\bar{\delta}$ $\mu^{ο}$, διὰ δὲ τὰς $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{α}$, ἔστω ἡ AB τῶν $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{ο}$· ὅλον ἄρα τὸ $AB\Gamma\Delta$ ἔσται $\bar{\xi}$. λαμβάνω τοίνυν τὸ $\delta^{ον}$ τῆς $A\Gamma$ τὴν AE μονάδος οὖσαν μιᾶς, καὶ ἀπὸ τοῦ E ἄγω παράλληλον τῇ AB τὴν EZ, καὶ ἔστι τὸ AZ $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{ο}$, τὸ δὲ $E\Delta$ $\overline{\mu\varepsilon}$, καὶ ἔστι τοῦτο ἐκείνου τριπλάσιον.



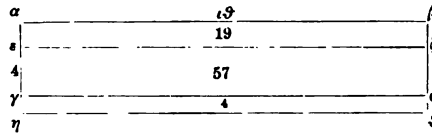
Καὶ καθόλου ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἐπὶ τῶν τοιούτων τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάττονος, μονάδι μεῖζον τοῦ πολλαπλασιασμοῦ ὀφείλει ἔχειν μόριον ὁ διαιρούμενος ἀριθμός· εἰ μὲν τριπλάσιον, τέταρτον· εἰ δὲ τετραπλάσιον, πέμπτον, καὶ ἐφεξῆς· καὶ θατέραν μὲν τῶν πλευρῶν χρὴ ποιεῖν ὁμώνυμον τῷ μορίῳ, θατέραν δὲ τοσούτων μονάδων ὅσων ἦν τὸ μόριον.

AD PROBLEMA III.

$'E^{λ}$. ς $\bar{α}$	$M^{ζ}$. ςς $\bar{γ}$ $\mu^{ο}$ $\bar{δ}$
ςς $\bar{δ}$ $\mu^{ο}$ $\bar{δ}$ $ι^{σ}$.	$\mu^{ο}$ $\bar{π}$
ςς $\bar{δ}$ $ι^{σ}$.	$\mu^{ο}$ $\overline{ος}$
ς $\bar{α}$ $ι^{σ}$.	$\mu^{ο}$ $\overline{ιθ}$
$'E^{λ}$. $\mu^{ο}$ $\overline{ιθ}$	$M^{ζ}$. $\mu^{ο}$ $\overline{ξα}$.

Ἐκκείσθω παραλληλόγραμμον τὸ $AB\Gamma\Delta$. καὶ ἐπεὶ τῶν τοῦ $\bar{π}$ μερῶν τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος τριπλάσιόν τέ ἐστι καὶ ὑπερέχει αὐτοῦ καὶ $\mu^{ο}$ $\bar{δ}$, ἄφελε ἀπὸ τοῦ $\bar{π}$ τὰς $\bar{δ}$ $\mu^{ο}$· λοιπὰ $\overline{ος}$. καὶ ἐπεὶ τὸ μέρος αὐτοῦ μέρους τριπλάσιον, δίελε τὸν $\overline{ος}$ εἰς $\bar{δ}$· ἕξει ἄρα $\delta^{ον}$ καὶ

ἔστιν αὐτὸ τὸ $\overline{\delta}^{ον}$ $\overline{\iota\vartheta}$ $\overline{\mu}^{ο}$. διὰ μὲν τὸ $\overline{\delta}^{ον}$, ἔστω ἡ $A\Gamma$ $\overline{\delta}$ $\overline{\mu}^{ο}$, διὰ δὲ τὰς $\overline{\iota\vartheta}$ $\overline{\mu}^{ο}$, ἡ AB τῶν $\overline{\iota\vartheta}$ $\overline{\mu}^{ο}$· ὅλον ἄρα τὸ $AB\Gamma\Delta$ ἔσται $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\sigma\varsigma}$. εἰλήφθω τὸ $\overline{\delta}^{ον}$ τῆς $A\Gamma$ καὶ



ἔστω τὸ AE· καὶ ἀπὸ τοῦ E τῇ AB παράλληλος ἤχθω ἡ EZ· καὶ ἐπεὶ ἡ AE μονάδος ἦν, ἔσται τὸ μὲν AZ $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\iota\vartheta}$, τὸ δὲ $E\Delta$ $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\nu\zeta}$· εἶτα παραβεβλήσθω παρὰ τὴν $\Gamma\Delta$ χωρίον παραλληλόγραμμον δυνάμενον $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\delta}$, ἃς ἀφεῖλες τῶν π, καὶ ἔστω τὸ $\Gamma\Theta$ οὗ ἡ μὲν ΓH πλευρὰ ἔσται $\overline{\delta}$ ἐννεακαιδεκάτων, ἡ ⟨δὲ⟩ $\Gamma\Delta$ $\overline{\iota\vartheta}$ $\overline{\mu}^{ο}$. ἔσται ἄρα ὅλον τὸ $E\Theta$ $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\xi\alpha}$ καὶ ἔσται τριπλάσιον τοῦ AZ καὶ τέσσαρσι μονάσιν ὑπερέχον αὐτοῦ· ὅλον δὲ τὸ $A\Theta$ ἔσται τῶν $\overline{\pi}$ $\overline{\mu}^{ο}$.

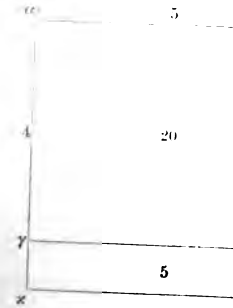
AD PROBLEMA IV.

$'E^{\lambda}$. ς $\overline{\alpha}$		M^{ζ}. $\varsigma\varsigma$ $\overline{\varepsilon}$
$\varsigma\varsigma$ $\overline{\delta}$	ι^{σ}.	$\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\varkappa}$
ς $\overline{\alpha}$	ι^{σ}.	$\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\varepsilon}$
$'E^{\lambda}$. $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\varepsilon}$		M^{ζ}. $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\varkappa\varepsilon}$.

Θεωρείσθω τὸ $\overline{\delta}^{ον}$ πρόβλημα ἐφ' ἑτέρου παραδείγματος, γυμνασίας χάριν· ἐπιτετάχθω εὑρεῖν τὸν μείζονα τοῦ ἐλάττονος ἡμιόλιον, ὑπερέχοντα αὐτοῦ $\overline{\mu}^{ο}$ $\overline{\varepsilon}$.

Figurae arabicas numerorum notas ad modum hodiernum exegi; codices cifras Planudeas quae feruntur exhibent; videsis tabulam in optimo opere M. Cantoris exsculptam *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, vol. I. 8 $\Gamma\Theta$] $\overline{\gamma\delta}$. 10 τριπλάσιον] τὸ πλάσιον.

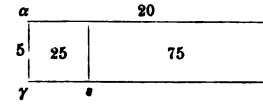
[illegible] ὑπερέχει μ' κ,



τὸ ΑΒΓΔ, κ̄ μ° ὄν, οὗ ἡ
ἡ δὲ ΑΒ ε̄. ἐπεὶ δὲ ὅλ
πενταπλάσιος ἦν, ἡ ὑπε
παραλληλόγραμμον τετραπ
10 δύο γὰρ πολλαπλασίων
ὑπεροχὴ μονάδι ἐλαττονά
πολλαπλασίων τοῦ ἐλάττο
ἔσται μ° ε̄, καὶ κείσθω αὐ
ρον τὸ ΕΖΗΘ. ἐὰν ἄρα
15 χωρίον ἴσον τῷ ΕΖΗΘ, π
τοῦ ἐλάττονος· παραβεβλήσ

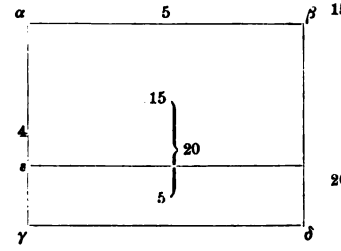
Ἄλλως.

Ἐπεὶ ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος πενταπλάσιός ἐστιν, ἡ δὲ ὑπεροχὴ μ° $\bar{\kappa}$, διὰ μὲν τὸ πενταπλάσιον, ἔστω ἡ ΑΓ μ° $\bar{\epsilon}$, διὰ δὲ τὰς $\bar{\kappa}$ μ°, ἡ ΑΒ μ° $\bar{\kappa}$· καὶ καταγεγράφθω τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον. ἔσται ἄρα ὅλον $\bar{\rho}$ μ°. διῃρήσθω



ὅλος ὁ $\bar{\rho}$ παρὰ τὸν μονάδι ἐλάττονα τῆς ΑΓ, τουτέστι παρὰ τὸν $\bar{\delta}$· ἔσται ἄρα τὸ $\delta^{ον}$ τῶν $\bar{\rho}$, $\overline{\kappa\epsilon}$, καὶ ἔστω τὸ ΑΕ χωρίον. ζητῶ τοίνυν τίνος πενταπλάσιός ἐστιν ὁ $\overline{\kappa\epsilon}$ καὶ εὑρίσκω ὅτι τοῦ $\bar{\epsilon}$, καὶ τούτους εἶναι λέγω τοὺς ἀριθμούς.

Καὶ τοῦτο μὲν ἐπὶ τῶν πολλαπλασίων· ἐπὶ δὲ τῶν ἐπιμορίων ὃ ὕστερον· προκείσθω εὑρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὧν ὁ μείζων τοῦ ἐλάσσονος ἔσται ἐπίτριτος, ἡ δὲ ὑπεροχὴ μ° $\bar{\epsilon}$· ἐπεὶ πυθμὴν τῶν ἐπιτρίτων ἐστὶν ὁ $\bar{\delta}$, διὰ μὲν τὸν $\bar{\delta}$, ἔστω ἡ ΑΓ $\bar{\delta}$ μ°, διὰ δὲ τὴν ὑπεροχὴν τῶν $\bar{\epsilon}$ μ°, ἡ ΑΒ τῶν $\bar{\epsilon}$ μ°· ἔσται οὖν ὅλον τὸ



παραλληλόγραμμον μ° $\bar{\kappa}$· ἀλλ' ἐπεὶ ὁ $\bar{\delta}$ τοῦ $\bar{\gamma}$ ἐστὶν ἐπίτριτος, λαμβάνω τὴν μονάδι ἐλάττονα τῆς ΑΓ, τὴν ΑΕ, τουτέστι τὸν $\bar{\gamma}$, καὶ πολυπλασιάζω τοῦτον ἐπὶ τὴν ὑπεροχὴν τὴν $\bar{\epsilon}$ καὶ γίνεται $\overline{\iota\epsilon}$, καὶ εὕρηνται οἱ ἀριθμοὶ ὁ $\bar{\kappa}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\epsilon}$.

Ἄμεινον δὲ τῆς πρώτης ἀποδείξεως ἔχεσθαι χωρούσης ἐν πᾶσι· τὰ γάρ τι τῶν ἐπιμορίων τε καὶ ἐπι-

---

8 τῇ ΑΓ.

μερῶν καὶ τῶν ἄλλων ἰδίας ἕκαστα τῆς ἀποδείξεως δεῖται, καὶ εὐχερὲς περὶ πάντων διεξιέναι, πλὴν τῷ βουλομένῳ, διὰ τῶν προλαβόντων καὶ τὰ λοιπὰ δῆλα.

Ἰστέον δὲ ἐν τῇ πρώτῃ δείξει, κατὰ μὲν τοὺς πολλαπλασίους ἀριθμούς, ἐλέγομεν τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος πρὸς τὸν ἐλάττονα μονάδι ἐλαττονάκις μετρεῖσθαι ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος ἢ ὁ μείζων ἀριθμὸς ἐμετρεῖτο ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος· περὶ δὲ ἐπιμορίων καὶ τῶν ἄλλων οὐ διελάβομεν. λέγομεν οὖν καὶ περὶ αὐτῶν τοῦτο ὅτι ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν ἀριθμοστὸν ἔσται ἤτοι μόριον τοῦ ἐλάττονος, οὐκέτι μονάδι ἐλαττονάκις, ὡς ἐν ἐκείνοις, ἀλλ' ὁμωνύμως τῷ ἐπιμορίῳ. οἷον ἡ ὑπεροχὴ τοῦ ἐπιτρίτου τρίτον ἐστὶ τοῦ ὑπεπιτρίτου, καὶ τοῦ ἐπιτετάρτου τέταρτον· καὶ ἐπὶ τῶν ἐπιμερῶν τοῦ ἐπιδιτρίτου ἡ ὑπεροχὴ δύο τρίτα ἔσται τοῦ ὑπεπιδιτρίτου· καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων πάντων ὡσαύτως· ἄμεινον οὖν ἡ πρώτη ἀπόδειξις.

AD PROBLEMA V.

ς	$\bar{\alpha}$			μ^{o}	$\bar{\lambda}$	⋔ ς	$\bar{\alpha}$
ϛϛ	$\bar{\varepsilon}$			μ^{o}	$\bar{\text{ϟ}}$	⋔ ϛϛ	$\bar{\gamma}$
ϛϛ	$\bar{\beta}$	μ^{o} $\bar{\text{ϟ}}$	ι^{σ}.	μ^{o}	$\bar{\rho}$		
ϛϛ	$\bar{\beta}$		ι^{σ}.	μ^{o}	$\bar{\iota}$		
ς	$\bar{\alpha}$		ι^{σ}.	μ^{o}	$\bar{\varepsilon}$		
μ^{o}	$\overline{\kappa\varepsilon}$					μ^{o}	$\overline{o\varepsilon}$
τὸ	ε^{ov} $\bar{\varepsilon}$			τὸ	γ^{ov}		$\overline{\kappa\varepsilon}$

Δεῖ δὴ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν δοθέντων δύο μορίων ἀριθμὸν ἐν τῷ μεταξὺ πίπτειν τῶν τοιούτων

15 ἐπιδιτρίτου] ἐπιτρίτου. 15—16 ὑπεπιδιτρίτου] ὑπεπιτρίτου. 26 sq. Cf. vol. I, 20, 13.

δύο μορίων τοῦ ἐξ ἀρχῆς διαιρουμένου, τουτέστι δεῖ τὸν ἀριθμὸν μεταξὺ πίπτειν τοῦ γ^ου^ τῶν ρ̄, ὅπερ ἐστὶ λ̅γ̅ γ″, καὶ τοῦ ε^ου^ τῶν αὐτῶν, ὅπερ ἐστὶ τὰ κ̄, ὅτι καὶ γ^ον^ καὶ ε^ον^ λαμβάνεται τῶν μορίων· τουτέστι δεῖ τὸν διδόμενον ἀριθμὸν μήτε τὸν κ̄ εἶναι, ὅστις ε^ὸν^ ἐστι τῶν ρ̄, ἢ ἄλλον τῶν ὑπ' αὐτόν, μήτε λ̅γ̅ γ″, ὃς γ^ὸν^ ἐστι τῶν ρ̄, ἢ ἄλλον τινὰ τῶν ὑπὲρ αὐτόν· ἀλλὰ πάντως τὸν διδόμενον μείζονα μὲν εἶναι ὅσῳ δήποτε τοῦ κ̄, ἐλάττονα δὲ τοῦ λ̅γ̅ γ″, ὡς καὶ ἐνταῦθα ὁ λ̄ δέδοται μεταξὺ τοῦ τε κ̄ καὶ τοῦ λ̅γ̅ γ″. δυνατὸν δὲ καὶ πάντας τοὺς μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἀριθμῶν δοθῆναι· εἰ δ' εἴτε αὐτὸς ὁ κ̄ ἤ τις ἄλλος τῶν ὑπ' αὐτόν, εἴτε ὁ λ̅γ̅ γ″ ἤ τις ἄλλος τῶν ὑπὲρ αὐτόν, οὐ συσταθήσεται τὸ θεώρημα.

Καὶ πρῶτον δεδείχθω ἐπὶ τοῦ κ̄· κείσθω τὸ τοῦ α^ου^ γ^ον^ καὶ τὸ τοῦ β^ου^ ε^ον^ ποιεῖν μ^ο^ κ̄· ἔστω τὸ τοῦ β^ου^ ε^ον^, ϛ^οῦ^ ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται ϛϛ^ῶν^ ε̄· τὸ ἄρα τοῦ α^ου^ γ^ον^ ἔσται μ^ο^ κ̄ ⋔ ϛ^οῦ^ ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται μ^ο^ ξ̄ ⋔ ϛϛ^ῶν^ γ̄· οἱ δὲ δύο συντεθέντες γίνονται ϛϛ^οὶ^ β̄ μ^ο^ ξ̄· ταῦτα ἴσα μ^ο^ ρ̄· ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· λοιποὶ ϛϛ^οὶ^ β̄ ἴσοι μ^ο^ μ̄· καὶ γίνεται ὁ ϛ^ὸ^ μ^ο^ κ̄· ἐπεὶ ὁ β^ος^ ϛϛ^ῶν^ ἐστι ε̄, ἔσται μ^ο^ ρ̄· ὁ δὲ α^ος^, ἐπεὶ μ^ο^ ξ̄ ἐστι ⋔ ϛϛ^ῶν^ γ̄, ἔσται οὐδενός· αἱ γὰρ ξ̄ μ^ο^, γ̄ εἰσιν ϛϛ^οί^. ἔμεινε τοίνυν ὁ ρ̄ ἀδιαίρετος, ἀλλὰ μὴν ἐζητεῖτο διαιρεθῆναι, ὥστε οὐ συνέστη τὸ πρόβλημα, δι' ἣν ἔφαμεν αἰτίαν, πολλῷ δὲ πλέον εἴ τις τῶν ὑπὸ τὸν κ̄ ὑποτεθείη· τηνικαῦτα γὰρ καὶ πλέον ἢ ρ̄ μ^ο^ ὁ β^ος^ συναχθήσεται, ὅπερ ἄτοπον· τὸ γὰρ μέρος ἔσται τοῦ ὅλου μεῖζον.

---

4 μορίων] forsan legendum μερῶν. 8 πάντως] πάντα. ὅσῳ] ὅσον.

Πάλιν δεδείχθω ἐπὶ τοῦ λ̅γ̅ γ″· ἐπεὶ ὁ β^ος ἔσται ϛϛ^ῶν ε̅, ὁ α^ος ἔσται μ^ο ρ̅ ⋔ ϛϛ^ῶν γ̅, ὁμοῦ δὲ ϛϛ^οὶ β̅ μ^ο ρ̅· ταῦτα ἴσα μ^ο ρ̅. ἀλλ' ἐὰν ἀφέλωμεν ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, λοιποὶ ἔσονται β̅ ϛϛ^οὶ ἴσοι οὐδενί, ὅπερ ἄτοπον· πολλῷ δὲ πλέον οὐ συσταθήσεται καὶ εἴ τις τῶν ὑπὲρ τὸν λ̅γ̅ γ″ ὑποτεθείη· τηνικαῦτα γὰρ λοιποὶ ἔσονται β̅ ϛϛ^οὶ καὶ μ^ο τινὲς ἴσαι οὐδενί· οὐκοῦν μόνους τοὺς μετὰ τὸν κ̅ καὶ ὑπὸ τὸν λ̅γ̅ γ″ τιθέναι δεῖ, ἕτερον δὲ οὐδένα.

Τὸ τοῦ α^ου γ^ον, φησίν, ἔσται μ^ο λ̅ ⋔ ϛ^οῦ α̅· ἐπεὶ γὰρ τὸ τοῦ β^ου ε^ον καὶ τὸ γ^ον τοῦ α^ου μ^ο ποιεῖ λ̅, ἐτέθη ⟨δὲ⟩ τὸ ε^ον τοῦ β^ου, ϛ^οῦ α̅, δῆλον ὅτι ϛ^ὺ α̅ καὶ μ^ο τινὲς ποιοῦσι τὸν λ̅· τοῦ δὲ ϛ^οῦ ἀφαιρεθέντος, ἔμεινεν ὅλως μ^ο λ̅ ⋔ ϛ^οῦ α̅· ἄδηλον γάρ ἐστιν ἔτι πόσων μ^ο ἐστὶν ὁ ϛ^ὺ· ἐπεὶ δὲ εὑρίσκεται ὕστερον μ^ο ὢν ε̅, ταὐτόν ἐστιν εἰπεῖν ὡς τὸ τοῦ α^ου γ^ον μ^ο ἐστὶ λ̅ ⋔ μ^ο ε̅, τουτέστι μ^ο κ̅ε̅· εἰ δὴ τὸ γ^ον αὐτοῦ ἐστι μ^ο λ̅ ⋔ ϛ^οῦ α̅, ἤτοι μ^ο κ̅ε̅, ὅλως ὁ α^ος ἔσται τρὶς τὸ γ^ον, τουτέστι μ^ο ϟ̅ ⋔ ϛϛ^ῶν γ̅, ἤτοι μ^ο ι̅ε̅, τουτέστιν ὁ α^ος μ^ο ο̅ε̅.

Οἱ δὲ δύο, φησί, συντεθέντες ποιοῦσιν ϛϛ^οὺς β̅ καὶ μ^ο ϟ̅· ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν β^ος ϛϛ^ῶν ἦν ε̅, ὁ δὲ α^ος μ^ο ϟ̅ ⋔ ϛϛ^ῶν γ̅, ἄφελε ἀπὸ τῶν ε̅ τοῦ β^ου τοὺς γ̅ ϛϛ^οὺς· λεῖψις γὰρ ἐπὶ ὕπαρξιν λεῖψιν ποιεῖ, ὡσανεὶ ἐλέγομεν. ἐπεὶ ὁ μὲν β^ος ἦν μ^ο κ̅ε̅, ὁ δὲ α^ος μ^ο ϟ̅ παρὰ μ^ο ι̅ε̅, ἤτοι μ^ο ο̅ε̅, οἱ δύο συντιθέμενοι ὅ τε κ̅ε̅ καὶ ὁ ο̅ε̅ ποιοῦσι ρ̅· τὰ δὲ ρ̅ τοῖς ρ̅ πάντως ἴσα· ἀλλ' εἰ οὕτω καὶ ὁ Διόφαντος ἔλεγεν, ἀφαιροῦντι ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, οὐδὲν ἔμεινε. νῦν δὲ ϛϛ^οὺς φησι β̅ καὶ μ^ο ϟ̅ ἴσα εἶναι μ^ο ρ̅ καὶ ἀφαιροῦντι ἀπὸ μὲν τῶν β̅ ϛϛ^ῶν καὶ τῶν ϟ̅ μ^ο

---

2 α^ος] τρίτος. 9 cf. vol. I, 20, 21. 10 γ^ον] τοῦ τρίτου. 11 δὲ add. X_2. 12 ὅλως] ὁ λ̅. 19 cf. vol. I, 20, 23. 24 οἱ K X, ὁ B.

τὰς ϟ μ°, ἀπὸ δὲ τῶν ρ̄ μ° τὰς ἴσας τὰς ϟ, λοιπαὶ μ° ῑ ἴσαι ϛϛ°ῖς β̄ καὶ ὁ ϛ° μ° ε̄.

Τὸν δὲ α°ν καὶ β°ν ἀριθμὸν οὐ χρὴ μείζονα νοεῖν καὶ ἐλάττονα· θάτερος γὰρ θατέρου καὶ μείζων καὶ ἐλάσσων γίνεται.

AD PROBLEMA VI.

ϛ ᾱ		ϛ ᾱ	μ° κ̄
ϛ ς̄		ϛϛ δ̄	μ° π̄
ϛϛ ῑ	μ° π̄ ἰσ.	μ° ρ̄	
ϛϛ ῑ	ἰσ.	μ° κ	
ϛ ᾱ	ἰσ.	μ° β	
μ° ιβ̄			μ° πη̄
τὸ ς°ν, β̄		τὸ δ°ν, κβ̄	

Δεῖ δὴ τὴν δοθεῖσαν ὑπεροχὴν τῶν μορίων, τουτέστι τοῦ δ°υ πρὸς τὸ ς°ν, ἥπερ ἐδόθη μ° κ̄, εἶναι ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος μέρους τοῦ ἐξ ἀρχῆς δοθέντος ἀριθμοῦ τοῦ ρ̄, τουτέστιν ἐλάττονα τοῦ δ°υ μέρους τοῦ ρ̄· ⟨εἴτε γὰρ κε̄ δοθείη⟩ εἴτε ἄλλος τις ὑπὲρ αὐτόν, οὐ συσταθήσεται· καὶ δεδείχθω ἐπὶ τοῦ κε̄, τουτέστιν ὑπερεχέτω τὸ δ°ν τοῦ α°υ τοῦ ς°υ τοῦ β°υ μ° κε̄.

Ἐπεὶ τὸ ς°ν τοῦ β°υ ἐστὶν ϛ°ῦ ᾱ καὶ αὐτὸς ϛϛ°ῶν ς̄, τὸ ἄρα δ°ν τοῦ α°υ ἔσται ϛ°ῦ ᾱ μ° κε̄· ταύτας γὰρ ὀφείλει νῦν ὑπερέχειν αὐτοῦ· αὐτὸς ἄρα ὁ α°ς ἔσται ϛϛ°ῶν δ̄ μ° ρ̄, καὶ ὁμοῦ ϛϛ°ῖ ῑ μ° ρ̄· ταῦτα ἴσα δεῖ εἶναι μ° ρ̄. ἀλλ' ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ ἴσων ἴσα, λοιποὶ ϛϛ°ῖ ῑ ἴσοι οὐδενί, ὅπερ ἄτοπον. πολλῷ δὲ πλέον καὶ ἐὰν κς̄ ᾖ καὶ μείζων ἀριθμὸς δοθῇ· τηνικαῦτα γάρ, ὡς ἐπὶ τοῦ κς̄, ϛϛ°ῖ ῑ καὶ μ° δ̄ ἴσα ἔσονται οὐδενί.

18 εἴτε γὰρ κε̄ δοθείη addidi; εἴτε γὰρ κε̄ εἴη coniecit Xylander.

Ἰστέον δ' ὡς ἐπὶ μὲν τοῦ προλαβόντος θεωρήματος μεταξὺ τῶν δύο μερῶν ἐτίθει τὸν διδόμενον ἀριθμόν, ἐνταῦθα δὲ ἐλάττονα μόνον τοῦ μείζονος μέρους, ὡς δύνασθαι καὶ μέχρι μονάδος κατιέναι.

AD PROBLEMA VII.

$$\begin{array}{lll} & \mathsf{S}\ \bar{\alpha} & \\ \mathsf{S}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\varrho} & & \mathsf{S}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\kappa} \\ \mathsf{SS}\ \bar{\gamma} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\tau} & \iota^{\sigma}. & \mathsf{S}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\kappa} \\ \mathsf{SS}\ \bar{\gamma} & \iota^{\sigma}. & \mathsf{S}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \overline{\sigma\pi} \\ \mathsf{SS}\ \bar{\beta} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \overline{\sigma\pi} \\ \mathsf{S}\ \bar{\alpha} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \overline{\varrho\mu}. \end{array}$$

Ἐπεὶ ὁ $\mathsf{S}^{\grave{o}}$ *εὑρέθη* $\overline{\varrho\mu}\ \mu^{o}$, *ὅταν λέγῃ ὅτι λοιπὸς* $\mathsf{S}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\varrho}$, *ταὐτὸν λέγει τῷ· κἂν μὲν ἀπὸ τῶν* $\overline{\varrho\mu}$ *ἀφέλω* $\bar{\varrho}$, *λοιπὰ* $\overline{\varrho\mu}$ *παρὰ* $\bar{\varrho}$, *τουτέστι* $\bar{\mu}$ *μόνον· ἐὰν δὲ ἀπὸ τῶν* $\overline{\varrho\mu}$ *ἀφέλω* $\bar{\kappa}$, *λοιπὰ* $\overline{\varrho\mu}$ *παρὰ* $\bar{\kappa}$, *τουτέστι* $\overline{\varrho\kappa}$ *μόνα. ἐπεὶ δὲ δεῖ τριπλάσια εἶναι τοῦ* $\mathsf{S}^{o\bar{u}}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\varrho}$, *τουτέστι τῶν* $\bar{\mu}$, *τρὶς ἄρα ὁ ἐλάττων, τουτέστιν ὁ* $\mathsf{S}^{\grave{o}}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\varrho}$, *τουτέστι τὰ* $\bar{\mu}$, *ἴσος ἐστὶ τῷ* $\mathsf{S}^{\bar{\omega}}\ \bar{\alpha} \pitchfork \bar{\kappa}\ \mu^{o}$, *τουτέστι τῷ* $\overline{\varrho\kappa}$ *τῷ μείζονι· τρὶς γὰρ* $\bar{\mu}$, $\overline{\varrho\kappa}$. *τρὶς δὲ ὁ ἐλάττων γίνεται* $\mathsf{SS}^{oi}\ \bar{\gamma} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\tau}$, *τουτέστι* $\overline{\varrho\kappa}$. *ἀλλ' ἐπεὶ πάντα μονάδας λέγω, οὔπω γὰρ εὑρέθη πόσων μονάδων ἐστὶν ὁ* $\mathsf{S}^{\grave{o}}$, *λέγει δὲ ὅτι τρὶς τὰ ἐλάττονα γίνεται* $\mathsf{SS}^{oi}\ \bar{\gamma} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\tau}$· *ταῦτα δὲ ἴσα* $\mathsf{S}^{\bar{\omega}}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\kappa}$· *κοινὴν προστίθησι τὴν λεῖψιν, τουτέστιν ἀναπληροῖ τὰς λειπούσας* $\bar{\tau}\ \mu^{o}$ *τοῖς* $\bar{\gamma}\ \mathsf{SS}^{o\bar{\iota}\varsigma}$, *καὶ ποιεῖ αὐτοῦ ἀνελλιπεῖς* $\bar{\gamma}\ \mathsf{SS}^{o\bar{u}\varsigma}$· *καὶ ποιεῖ τοῦτο καὶ ἐπὶ τοῦ* $\mathsf{S}^{o\bar{u}}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\kappa}$, *τουτέστι προστίθησι καὶ αὐτῷ τὰς* $\bar{\tau}\ \mu^{o}$, *ἃς προσέθετο*

---

12 cf. vol. I, 24, 9. 15 $\bar{\kappa}$ prius] $\overline{\varrho\kappa}$ B, correxit X_2.
20 $\overline{\varrho\kappa}$] $\overline{\varrho\mu}$. 22—23 cf. vol. I, 24, 12.

τοῖς $\bar{\gamma}$ ϛϛ$^{o\bar{\iota}\varsigma}$, εἰς ἀναπλήρωσιν αὐτοῦ· καὶ γίνεται καὶ αὐτὸς ϛ$^{o\bar{\upsilon}}$ $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{o} $\overline{\sigma\pi}$· ἀπὸ γὰρ τῶν $\bar{\tau}$ αἱ μ^{o} $\bar{\kappa}$ προσελογίσθησαν τῇ λείψει, τὰ $\overline{\sigma\pi}$ ἔμειναν.

Καὶ ἀφαιροῦνται ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· ἐνταῦθα οὐ μ^{o} ἀφαιρεῖται, ἀλλὰ ϛ$^{o\upsilon\varsigma}$· τὸ μὲν γάρ ἐστι $\bar{\gamma}$ τελείων ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$, τὸ δὲ ϛ$^{o\bar{\upsilon}}$ $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{o} $\overline{\sigma\pi}$· ὅμοια γοῦν οἱ ϛϛ$^{o\bar{\iota}}$ τοῖς ϛϛ$^{o\bar{\iota}\varsigma}$· καὶ ἀφαιρεῖται ἀφ' ἑκατέρου ϛ$^{o\bar{\upsilon}\nu}$ $\bar{\alpha}$· οὐδὲ γὰρ δύναται πλέον· καὶ μένουσιν ἐν μὲν θατέρῳ ϛϛ$^{o\bar{\iota}}$ $\bar{\beta}$, ἐν δὲ θατέρῳ μ^{o} $\overline{\sigma\pi}$.

AD PROBLEMA VIII.

ϛ $\bar{\alpha}$

ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\varrho}$			ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\kappa}$
ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\varrho}$	ἰ$^{\sigma}$.		ϛϛ $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\bar{\xi}$
μ^{o} $\bar{\mu}$	ἰ$^{\sigma}$.		ϛϛ $\bar{\beta}$
μ^{o} κ	ἰ$^{\sigma}$.		ϛ $\bar{\alpha}$
M^{ς}. μ^{o} $\overline{\varrho\kappa}$			$'E^{\lambda}$. μ^{o} $\bar{\mu}$.

Δεῖ δὴ τὸν λόγον τὸν διδόμενον, τουτέστιν ὃν ἕξουσι πρὸς ἀλλήλους οἱ γενόμενοι ἀριθμοὶ ἐκ τῆς τοῦ ϛ$^{o\bar{\upsilon}}$ προσθέσεως, ὡς ἐνταῦθά ἐστιν ὁ τριπλάσιος, ἐλάττονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων πρὸς τὸν ἐλάττονα, τουτέστιν ὁ $\bar{\varrho}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$· οὗτος γὰρ πενταπλάσιος, ἐκεῖνος δὲ τριπλάσιος, ὁ δὲ τριπλάσιος τοῦ πενταπλασίου ἐλάττων, ὡς καὶ τὰ $\bar{\gamma}$ τοῦ $\bar{\varepsilon}$. καὶ γὰρ εἰ μὴ οὕτως ἔχει, οὐ προβαίνει ἡ δεῖξις· ὅτι δέ, τοῦ $\bar{\varrho}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$ πενταπλάσιον ἔχοντος λόγον, εἰ καὶ ὁ λόγος τῶν γινομένων ἀριθμῶν πενταπλάσιος εἴη, οὐ συσταθήσεται, δεικτέον οὕτως.

---

2 μ^{o} $\bar{\kappa}$] μὲν $\bar{\kappa}$ 4 cf. vol. I, 24, 14. 19 προθέσεως.

Ἐπεὶ ὁ προστιθέμενος ϛ^{οῦ} ἐστιν $\bar{\alpha}$, ἐὰν μὲν τῷ $\bar{\rho}$ προστεθῇ, ἔσται ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\rho}$· ἐὰν δὲ τῷ $\bar{\kappa}$, ἔσται ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\kappa}$· καὶ δεήσει τὰ μείζονα τῶν ἐλασσόνων εἶναι πενταπλάσια, οὕτω γὰρ ὑπόκειται· ε^{κις} ἄρα τὰ ἐλάττονα ἴσα ἔσται τοῖς μείζοσι· ε^{κις} δὲ τὰ ἐλάττονα γίνονται ϛϛ^{οὶ} $\bar{\varepsilon}$ μ^{ο} $\bar{\rho}$· ταῦτα ἴσα ϛ^{ῷ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\rho}$· ἀλλ' ἐὰν ἀφέλωμεν ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, καταλιμπάνονται ϛϛ^{οὶ} $\bar{\delta}$ ἴσοι οὐδενί, ὅπερ ἄτοπον. πολλῷ δὲ πλέον καὶ εἰ ἑξαπλάσιος καὶ ἐπέκεινα ὁ λόγος ὑποτεθείη· τηνικαῦτα γὰρ πρὸς τοῖς ϛϛ^{οῖς} καὶ μ^{ο} καταλειφθήσονται ἴσαι οὐδενί.

Ἰστέον δὲ ὡς ἐν τῷ παρόντι προβλήματι διπλῆ γίνεται ἡ ἀφαίρεσις κατά τε μ^{ο} καὶ ϛϛ^{ούς}· καὶ γὰρ πρότερον ἀφαιροῦμεν ἐκ τῶν ϛϛ^{ῶν} τῶν $\bar{\gamma}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\xi}$, μ^{ο} $\bar{\xi}$, καὶ ἐκ τοῦ ϛ^{οῦ} τοῦ $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\rho}$, μ^{ο} $\bar{\xi}$, τουτέστιν ἴσα καὶ ὅμοια. καὶ λοιποὶ ϛϛ^{οὶ} $\bar{\gamma}$ ἴσοι ϛ^{ῷ} $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\mu}$· εἶτα διὰ τὸ μήπω εὑρεῖν ἡμᾶς τὴν ὑπόστασιν τοῦ ϛ^{οῦ}, ἀφαιροῦμεν πάλιν ἐκ τοῦ ϛ^{οῦ} τοῦ $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\mu}$, τὸν $\bar{\alpha}$ ϛ^{όν}, καὶ ἀπὸ τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν}, ϛ^{όν} $\bar{\alpha}$· καὶ γίνονται ϛϛ^{οὶ} $\bar{\beta}$ ἴσοι μ^{ο} $\bar{\mu}$.

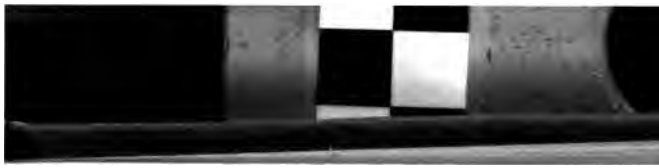
AD PROBLEMA IX.

ϛ $\bar{\alpha}$

μ^{ο} $\bar{\rho}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$		μ^{ο} $\bar{\kappa}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$
μ^{ο} $\bar{\rho}$ ⋔ ϛ $\bar{\alpha}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\overline{\rho\kappa}$ ⋔ ϛϛ $\bar{\varsigma}$
ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{ο} $\bar{\rho}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\bar{\kappa}$
ϛϛ $\bar{\varepsilon}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\overline{\rho\kappa}$
ϛ $\bar{\alpha}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\bar{\delta}$
Μ^{ζ}. μ^{ο} ϟϛ		Ἐ^{λ}. μ^{ο} $\overline{\iota\varsigma}$.

---

15 ἴσοι] ἴσον.



Δεῖ, φησί, τὸν διδόμενον λόγον, ὡς ἐνταῦθα τὸν ἑξαπλάσιον, μείζονα εἶναι τοῦ λόγου οὗ ἔχει ὁ μείζων τῶν δοθέντων πρὸς ἐλάττονα, τουτέστιν ὁ ρ̄ πρὸς τὸν κ̄· ἔχει δὲ οὗτος πρὸς αὐτὸν πενταπλάσιον, μείζων δὲ τοῦ πενταπλασίου ὁ ἑξαπλάσιος. εἰ γὰρ ἴσος αὐτῷ δὴ τῷ πενταπλασίῳ ὁ διδόμενος λόγος ὑποτεθείη ἢ καὶ ἐλάττων, οὐ συσταθήσεται τὸ πρόβλημα· καὶ εἰ μὲν ἴσος ἤτοι πενταπλάσιος ὑποτεθείη, ἵνα μὴ παντότε τὰ αὐτὰ λέγωμεν, ἕψεται ϛϛ^οῖς δ̄ ἴσους εἶναι οὐδενί· πολλῷ δὲ δὴ πλέον καὶ εἰ ἐλάττων.

Κοινὴ δέ, φησί, προσκείσθω ἡ λεῖψις· ἐπεὶ ἐνταῦθα καὶ ὁ μὲν μ^ο ἐστὶν ρ̄ ⋀⟨ϛ^οῦ ᾱ, ὁ δὲ μ^ο ρ̅κ̅ ⋀⟩ ϛϛ^ῶν ς̄ καί εἰσιν ἐν ἑκατέρῳ λείψεις, ὁποτέραν τούτων προσθήσομεν; καί φαμεν ὅτι οὐκ ἐνταῦθα μόνον, ἀλλὰ καὶ πανταχοῦ ἔνθα τὸ τοιοῦτον συμβαίνει, τὴν μείζονα λεῖψιν δεῖ κοινὴν προστιθέναι· εἰ γὰρ προσθείημεν τὴν ἐλάττονα, οὐκέτι ἡ μείζων λεῖψις ἀνῄρηται, τῆς δὲ μείζονος προστιθεμένης, ἀναιρεῖται καὶ ἡ ἐλάττων. τῆς οὖν μείζονος προστιθεμένης κἀνταῦθα λείψεως, αἱ μὲν μ^ο ρ̅κ̅ ⋀ ϛϛ^ῶν ς̄, γίνονται ρ̅κ̅ μ^ο ἀνελλιπεῖς, αἱ δὲ ρ̄ μ^ο ⋀ ϛ^οῦ ᾱ γίνονται ρ̄ μ^ο ϛϛ^οῖ ε̄, τοῦ ᾱ ϛ^οῦ ἀφανισθέντος ὑπὸ τῆς τοῦ ᾱ ϛ^οῦ λείψεως, ἐπεὶ λεῖψις ἐπὶ ὕπαρξιν λεῖψιν ποιεῖ.

---

1 cf. vol. I, 26, 16. 9 *λέγωμεν* X_2, *λέγομεν* alii. 12 I, 26, 27. 13 *μὲν*] *μείζων*. ϛ^οῦ *καὶ ὁ ἐλάττων μ^ο ρ̅κ̅ ⋀* supplet X_2, quae correxi. 14 *ἑκατέρας*.

AD PROBLEMA X.

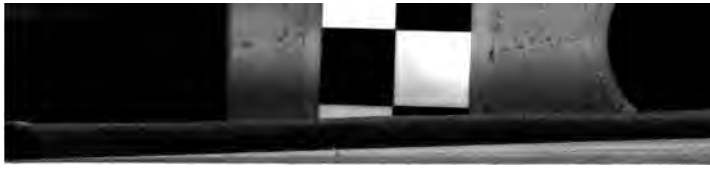
$$\begin{array}{lll}
 & \text{ϛ}\ \bar{\alpha} & \\
\text{ϛ}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa} & & \mu^{o}\ \bar{\rho}\ \pitchfork\ \text{ϛ}\ \bar{\alpha} \\
\text{ϛ}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \bar{\upsilon}\ \pitchfork\ \text{ϛϛ}\ \bar{\delta} \\
\text{ϛϛ}\ \bar{\varepsilon}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \bar{\upsilon} \\
\text{ϛϛ}\ \bar{\varepsilon} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \overline{\tau\pi} \\
\text{ϛ}\ \bar{\alpha} & \iota^{\sigma}. & \mu^{o}\ \overline{o\varsigma} \\
M^{\zeta}.\ \overline{{}^{\iota}\iota\varsigma} & & {}^{\prime}E^{\lambda}.\ \overline{\kappa\delta}.
\end{array}$$

Καὶ ἐνταῦθα τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων ἀριθμῶν, τοῦ $\bar{\rho}$ λέγω καὶ $\bar{\kappa}$, πενταπλάσιον λόγον πρὸς ἀλλήλους ἐχόντων, οὐδὲν διαφέρει τὸν διδόμενον λόγον ὑπό τε τῆς προσθέσεως καὶ τῆς ἀφαιρέσεως, ἄν τε ἴσος ὁ λόγος οὗτος τῷ λόγῳ τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων ὑποτεθῇ, ἄν τε μείζων, ἄν τε ἐλάττων, ἐλάττονος δηλονότι λαμβανομένου τοῦ τῶν $\mu^{o}\ \bar{\rho}\ \pitchfork\ \text{ϛ}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$, μείζονος δὲ τοῦ $\text{ϛ}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$· εἰ δὲ τοὐναντίον ὑποτεθείη, τουτέστιν ἐλάττων μὲν $\text{ϛ}^{o'}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$, μείζων δὲ ὁ $\mu^{o}\ \bar{\rho}\ \pitchfork\ \text{ϛ}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$, δεῖται τὸ πρόβλημα προσδιορισμοῦ, ὥστε ἀεὶ τὸν διδόμενον λόγον ἐλάττονα εἶναι τοῦ λόγου τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων, μήτε μὴν ἴσον, μήτε μείζονα.

Κείσθω δὲ ἐπὶ παραδείγματος· ἔστω ὁ ἐλάττων $\text{ϛ}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$, μείζων δὲ ὁ $\mu^{o}\ \bar{\rho}\ \pitchfork\ \text{ϛ}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$. καὶ ὑποκείσθω δεῖν τὸν μείζονα πενταπλάσιον εἶναι τοῦ ἐλάττονος· $\varepsilon^{\kappa\iota\varsigma}$ ἄρα ὁ $\text{ϛ}^{o'}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$ ἴσος ἔσται τῷ $\mu^{o}\ \bar{\rho}\ \pitchfork\ \text{ϛ}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$· γίνεται $\text{ϛϛ}^{o\iota}\ \bar{\varepsilon}\ \mu^{o}\ \bar{\rho}$, καὶ ἀναπληρωθείσης τῆς λείψεως γίνονται $\text{ϛϛ}^{o\bar{\iota}\varsigma}\ \bar{\varsigma}\ \mu^{o}\ \bar{\rho}$ ἴσαι $\mu^{o}\ \bar{\rho}$. ἀφαιρεθέντων ἀπὸ ὁμοίων ὁμοίων, οὐδενὶ ἔσονται ἴσοι $\text{ϛ}^{o\iota}\ \bar{\varsigma}$, ὅπερ ἄτοπον. πολλῷ δὲ δὴ πλέον καὶ ἐὰν μείζων ἢ πενταπλάσιος ὑποτεθῇ.

---

12 post *ἀφαιρέσεως* repetita *οὐδὲν διαφέρει.* 16 *ὑποτιθείη.*



Ἐσκέφθω δὲ τὸ παρὸν πρόβλημα καὶ ἑτέρως· δυσὶ δοθεῖσιν ἀριθμοῖς, τοῦ μὲν ἐλάσσονος ἀφελεῖν, τῷ δὲ μείζονι προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὸν γενόμενον πρὸς τὸν λοιπὸν λόγον ἔχειν δεδομένον. — ἐπιτετάχθω τοῦ μὲν $\bar{\kappa}$ ἀφελεῖν, τῷ δὲ $\bar{\rho}$ προσθεῖναι τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ ποιεῖν τὰ μείζονα τῶν ἐλαττόνων ἑπταπλάσια. δεῖ γὰρ ἐν τούτῳ μείζονα εἶναι ἀεὶ τὸν διδόμενον λόγον τοῦ λόγου τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων, ἤτοι τοῦ πενταπλασίου, ὅς ἐστι τῶν $\bar{\rho}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ ἀεὶ τὸν τὴν λεῖψιν ἔχοντα ἐλάττονα λαμβάνειν, οὐδέποτε δὲ τὸν τὴν προσθήκην. ἔσται οὖν ὁ μὲν $\mu^{o}\ \bar{\kappa}$ ⋔ $\mathfrak{s}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$, ὁ δὲ $\mathfrak{s}^{o}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\rho}$. καὶ ἔστιν οὗτος ἐκείνου ἑπταπλάσιος· $\zeta^{\kappa\iota\varsigma}$ ἄρα ὁ $\mu^{o}\ \bar{\kappa}$ ⋔ $\mathfrak{s}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$ ἴσος ἐστὶ τῷ $\bar{\alpha}\ \mathfrak{s}^{\bar{\omega}}\ \mu^{o}\ \bar{\rho}$, $\zeta^{\kappa\iota\varsigma}$ δὲ ὁ $\mu^{o}\ \bar{\kappa}$ ⋔ $\mathfrak{s}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$ γίνεται $\mu^{o}\ \overline{\rho\mu}$ ⋔ $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{\bar{\omega}\nu}\ \bar{\zeta}$· κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις· μ^{o} ἄρα $\overline{\rho\mu}$ ἴσαι εἰσὶν $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{o\bar{\iota}\varsigma}\ \bar{\eta}\ \mu^{o}\ \bar{\rho}$. ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{o\iota}$ ἄρα $\bar{\eta}$ ἴσοι εἰσὶ $\mu^{o}\ \bar{\mu}$· ὁ $\mathfrak{s}^{o}$ ἄρα, $\mu^{o}\ \bar{\varepsilon}$. κἂν μὲν τοῦ $\bar{\kappa}$ ἀφαιρεθῇ, $\overline{\iota\varepsilon}$· ἐὰν δὲ τῷ $\bar{\rho}$ προστεθῇ, γίνεται $\overline{\rho\varepsilon}$· καὶ ἔστι τὰ $\overline{\rho\varepsilon}$ τῶν $\overline{\iota\varepsilon}$ ἑπταπλάσια.

Ἡ λεῖψις κοινὴ προστεθεῖσα τὰς μὲν $\bar{\upsilon}\ \mu^{o}$ ⋔ $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{\bar{\omega}\nu}\ \bar{\delta}$ ἐποίησε $\mu^{o}\ \bar{\upsilon}$ ἀνελλιπεῖς· $\bar{\delta}$ γὰρ $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{o\iota}$ προσετέθησαν οἱ λείποντες· οὗτοι δὲ καὶ ἐπὶ τῶν $\mathfrak{s}^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}$ καὶ $\mu^{o}\ \bar{\kappa}$ προστεθέντες, (κοινὴ γὰρ ἡ προσθήκη), ἐποίησαν αὐτοῦ $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{o\bar{\upsilon}\varsigma}\ \bar{\varepsilon}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$· $\bar{\delta}$ γὰρ καὶ $\bar{\alpha}$, $\bar{\varepsilon}$. καὶ ἀφῃρέθη ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· τουτέστιν ἀπὸ μὲν τῶν $\bar{\varepsilon}\ \mathfrak{s}\mathfrak{s}^{\bar{\omega}\nu}\ \mu^{o}\ \bar{\kappa}$, αἱ $\bar{\kappa}\ \mu^{o}$, ἀπὸ δὲ τῶν $\bar{\upsilon}\ \mu^{o}$, ὁμοίως $\bar{\kappa}\ \mu^{o}$, καὶ ἔμειναν $\mu^{o}\ \overline{\tau\pi}$ ἴσαι $\mathfrak{s}\mathfrak{s}^{o\bar{\iota}\varsigma}\ \bar{\varepsilon}$.

---

12 $\bar{\rho}$] $\bar{\kappa}$. 15 προκείσθω. 20 cf. vol. I, 28, 19.

AD PROBLEMA XI.

ς ᾱ

ς ᾱ μ° κ̄ ς ᾱ ⋔ μ° ϱ̄
ς ᾱ μ° κ̄ ι^σ. ςς γ̄ ⋔ μ° τ̄
ς ᾱ μ° τ̄κ̄ ι^σ. ςς γ̄
μ° τ̄κ̄ ι^σ. ςς β̄
μ° ϱ̄ξ̄ ι^σ. ς ᾱ
M^ζ. μ° ϱ̄π̄ 'E^λ. μ° ξ̄.

Ἐν μὲν τῷ δεκάτῳ ταῖς μονάσι προσετίθη ἢ ἀφῄρει τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, καὶ διὰ τοῦτο ἐνῆν ὁτὲ μὲν τὸν τὴν ἀφαίρεσιν παθόντα, ὁτὲ δὲ τὸν τὴν προσθήκην δεξάμενον, μείζονα εἶναι τοῦ λοιποῦ· ἐν δὲ τῷ ια^ῳ ἀεὶ ὁ τὴν προσθήκην ἔχων μείζων ληφθήσεται· ἀντιστρόφως γὰρ ἔχει ἐκείνῳ, ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ προστίθησιν ἢ ἀφαιρεῖ τὰς μονάδας· ἐκεῖ μὲν γὰρ ἀδήλου ὄντος τοῦ ἀριθμοῦ πόσων μ° ἐστίν, ἄδηλον ἦν πότερος ποτέρου μείζων· οἷον ὡς ἐπὶ παραδείγματος ἔστωσαν μ° ῑ καὶ μ° β̄· ταῖς μὲν β̄ μ° προσκείσθω ἀριθμός τις, ἀπὸ δὲ τῶν ῑ ἀφῃρήσθω ὁ αὐτός· καὶ ἔστω ὁ μὲν ς° ᾱ μ° β̄, ὁ δὲ μ° ῑ ⋔ ς°^ῦ ᾱ. ἐὰν ὁ ς° β̄ μ° ῃ̄, ὁ μὲν ἔσται μ° δ̄, ὁ δὲ η̄, καὶ ἔσται μείζων ὁ τὴν ἀφαίρεσιν ὑποστάς· ἂν δὲ ῃ̄ ς° ε̄, ὁ μὲν ἔσται μ° ζ̄, ὁ δὲ ε̄, καὶ ἔσται μείζων ὁ τὴν προσθήκην δεξάμενος. ἐνταῦθα δὲ ἐπεὶ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ καὶ προστίθεται ὁ ἐλάσσων καὶ ἀφαιρεῖται ὁ μείζων, πρόδηλον ὡς ἀεὶ ὁ τὴν προσθήκην δεξάμενος μείζων ἔσται. προσδιορισμοῦ μέντοι οὐδὲ τοῦτο δεῖται, οὐδὲ ἐὰν

15 ἀφαιρεῖν.

ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀφαιρῶμεν μὲν τὸν ἐλάσσονα, προστιθῶμεν δὲ τὸν μείζονα, ὡς γίνεσθαι τὸν μὲν ς^{ου} $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\kappa}$, τὸν δὲ ς^{ου} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\varrho}$.

AD PROBLEMA XII.

α^{η} διαίρ. ss $\bar{\beta}$ — μ^{ο} $\bar{\varrho}$ ⋔ ss $\bar{\beta}$

β^{α} διαίρ. μ^{ο} $\bar{\tau}$ ⋔ ss $\bar{\varsigma}$ — ς $\bar{\alpha}$

μ^{ο} $\bar{\tau}$ ⋔ ss $\bar{\varepsilon}$ ἰ^{σ}. μ^{ο} $\bar{\varrho}$

μ^{ο} $\bar{\tau}$ ἰ^{σ}. ss $\bar{\varepsilon}$ μ^{ο} $\bar{\varrho}$

μ^{ο} $\bar{\sigma}$ ἰ^{σ}. ss $\bar{\varepsilon}$

μ^{ο} $\bar{\mu}$ ἰ^{σ}. ς $\bar{\alpha}$

μ^{ο} $\bar{\pi}$ — διπλ. — μ^{ο} $\bar{\kappa}$

μ^{ο} $\bar{\xi}$ — τριπλ. — ϱ — μ^{ο} $\bar{\mu}$.

Διῄρηται ἐνταῦθα ὁ $\bar{\varrho}$ δὶς εἴς τε τὰ $\bar{\pi}$ καὶ $\bar{\kappa}$ καὶ ἔτι εἰς τὰ $\bar{\xi}$ καὶ $\bar{\mu}$, καὶ ἔστι τὰ μὲν $\bar{\pi}$ τῶν $\bar{\mu}$ διπλάσια, τὰ δὲ $\bar{\xi}$ τῶν $\bar{\kappa}$ τριπλάσια, χιαστῶς.

Οἱ δὲ δύο τῆς β^{α} διαιρέσεως ὄντες, ὁ μὲν μ^{ο} $\bar{\tau}$ ⋔ ss^{ῶν} $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ ς^{ου} $\bar{\alpha}$, συντιθέμενοι γίνονται μ^{ο} $\bar{\tau}$ ⋔ ss^{ῶν} $\bar{\varepsilon}$, διὰ τὸ τὸν $\bar{\alpha}$ ς^{ὸν} ἀναπληρῶσαι ἃ ς^{ου} λεῖψιν.

Ὁ δὲ ς^{ὸ} γίνεται μ^{ο} $\bar{\mu}$ οὕτως· εὑρέθησαν μ^{ο} $\bar{\tau}$ ⋔ ss^{ῶν} $\bar{\varepsilon}$ ἴσαι μ^{ο} $\bar{\varrho}$· κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις· τουτέστι οἱ $\bar{\varepsilon}$ ss^{οὶ} προστιθέμενοι ποιοῦσι τὰς μὲν $\bar{\tau}$ μ^{ο} ἀνελλιπεῖς, τὰς δὲ $\bar{\varrho}$ μ^{ο}, ss^{οὺς} $\bar{\varepsilon}$ μ^{ο} $\bar{\varrho}$. καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· τουτέστιν ἀπὸ τῶν ss^{ῶν} $\bar{\varepsilon}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\varrho}$ ἀφαιρουμένων τῶν $\bar{\varrho}$ μ^{ο}, καὶ ἀπὸ τῶν $\bar{\tau}$ ὁμοίως $\bar{\varrho}$ μ^{ο}, λοιποὶ ss^{οἱ} $\bar{\varepsilon}$ ἴσοι μ^{ο} $\bar{\sigma}$, καὶ γίνεται ὁ ς^{ὸ} $\bar{\mu}$ μ^{ο}.

AD PROBLEMA XIII.

$\mu^{o}\ \tau \wedge \varsigma\ \bar{\varsigma}$			$\varsigma\varsigma\ \bar{\varsigma} \wedge \mu^{o}\ \bar{\sigma}$
$\varsigma\varsigma\ \bar{\beta}$			$\mu^{o}\ \bar{\varrho} \wedge \varsigma\varsigma\ \bar{\beta}$
$\varsigma\varsigma\ \overline{\kappa\delta} \wedge \mu^{o}\ \bar{\omega}$			$\varsigma\ \bar{\alpha}$
$\varsigma\varsigma\ \overline{\kappa\epsilon} \wedge \mu^{o}\ \bar{\omega}$	$\iota^{\sigma}.$		$\mu^{o}\ \bar{\varrho}$
$\varsigma\varsigma\ \overline{\kappa\epsilon}$	$\iota^{\sigma}.$		$\mu^{o}\ \overline{\lambda\beta}$
$\varsigma\ \bar{\alpha}$	$\iota^{\sigma}.$		$\mu^{o}\ \overline{\lambda\varsigma}$
$\mu^{o}\ \overline{\pi\delta}$	τριπλάσ.		$\mu^{o}\ \overline{\iota\varsigma}$
$\mu^{o}\ \overline{o\beta}$	διπλάσ		$\mu^{o}\ \overline{\kappa\eta}$
$\mu^{o}\ \overline{\xi\delta}$	τετραπλ.		$\mu^{o}\ \overline{\lambda\varsigma}$

Τὸν ἐπιταχθέντα ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἀνίσους, καὶ πάλιν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἀνίσους, καὶ ἔτι τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν διελεῖν εἰς δύο ἀριθμοὺς ἀνίσους, τοῦτό ἐστι τὸ τρὶς διελεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμόν· διῄρηται τοίνυν ὁ $\bar{\varrho}$ εἰς $\overline{\pi\delta}$ καὶ $\overline{\iota\varsigma}$, καὶ πάλιν ὁ αὐτὸς εἰς $\overline{o\beta}$ καὶ $\overline{\kappa\eta}$, καὶ ἔτι ὁ αὐτὸς εἰς $\overline{\xi\delta}$ καὶ $\overline{\lambda\varsigma}$. καὶ ἔστι τὰ μὲν $\overline{\pi\delta}$ τῶν $\overline{\kappa\eta}$ τριπλάσια, τὰ δὲ $\overline{o\beta}$ τῶν $\overline{\lambda\varsigma}$ διπλάσια, τὰ δὲ $\overline{\xi\delta}$ τῶν $\overline{\iota\varsigma}$ τετραπλάσια.

Τοῦ δὲ μείζονος τῶν ἐκ τῆς $\alpha^{\eta\varsigma}$ διαιρέσεως ὄντος $\mu^{o}\ \bar{\tau} \wedge \varsigma\varsigma^{\omega\nu}\ \bar{\varsigma}$, πῶς ὁ ἐλάττων τῆς αὐτῆς διαιρέσεως γίνεται $\varsigma\varsigma^{\omega\nu}\ \bar{\varsigma} \wedge \mu^{o}\ \bar{\sigma}$, ὧδε ἂν μάθωμεν· ἐπεὶ τοὺς δύο ὁμοῦ $\bar{\varrho}\ \mu^{o}$ εἶναι δεῖ, ἔστι δὲ ὁ μείζων $\mu^{o}\ \bar{\tau} \wedge \varsigma\varsigma^{\omega\nu}\ \bar{\varsigma}$, χρὴ τὸν ἐλάττονα εἶναι $\varsigma\varsigma^{\omega\nu}$ μὲν $\bar{\varsigma}$, ἵνα ἀφανίσῃ τὴν λεῖψιν τῶν $\bar{\varsigma}\ \varsigma\varsigma^{\omega\nu}$, τὰ ἐν τῷ μείζονι, μ^{o} δὲ λείψει $\bar{\sigma}$, ἵνα ἀπὸ τῶν γενομένων ἀνελλιπῶν $\mu^{o}\ \bar{\tau}$ ἐκ τοῦ ἀφανισθῆναι τὴν λεῖψιν τῶν $\bar{\varsigma}\ \varsigma\varsigma^{\omega\nu}$, ἀφαιρεθεισῶν τῶν $\bar{\sigma}\ \mu^{o}$, λοιπαὶ γένωνται $\mu^{o}\ \bar{\varrho}$, ὅσων καὶ οἱ δύο ὁμοῦ.

27 $\bar{\sigma}$] $\bar{\kappa}$.

ϛϛ^{οἱ} $\overline{κε}$ ⋔ $μ^{ο}$ $\overline{ω}$ γίνονται ἴσοι $μ^{ο}$ $\overline{ρ}$· κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις· ϛϛ^{οἱ} ἄρα $\overline{κε}$ ἀνελλιπεῖς ἴσοι εἰσὶ $μ^{ο}$ $\overline{ϡ}$, καὶ ὁ ϛ^{ὸ} ἄρα $μ^{ο}$ $\overline{λϛ}$· τὰ γὰρ $\overline{ϡ}$ παρὰ τοῦ $\overline{κε}$ μεριζόμενα, $\overline{λϛ}$ ποιεῖ. ἔστιν οὖν ὁ μείζων τῆς $α^{ης}$ διαιρέσεως $μ^{ο}$ $\overline{τ}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\overline{ϛ}$· ἐπεὶ ὁ ϛ^{ὸ} $\overline{λϛ}$ $μ^{ο}$ ἐστίν, οἱ $\overline{ϛ}$ ἄρα ϛϛ^{οἱ} ἔσονται $μ^{ο}$ $\overline{σιϛ}$· τούτων ἀφαιρεθέντων ἀπὸ τῶν $\overline{τ}$ $μ^{ο}$, λοιπὰ $\overline{κδ}$· ὁ δὲ ἐλάττων τῆς αὐτῆς, ϛϛ^{ῶν} $\overline{ϛ}$ ⋔ $μ^{ο}$ $\overline{σ}$· ἐπεὶ οἱ $\overline{ϛ}$ ϛϛ^{οἱ} $\overline{σιϛ}$ $μ^{ο}$ εἰσίν, ἂν ἀφέλῃς ἀπὸ τούτων τὴν λεῖψιν, τὰ $\overline{σ}$, λοιπὰ $\overline{ιϛ}$. ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς $β^{ας}$ διαιρέσεώς ἐστι $μ^{ο}$ $\overline{οβ}$, ϛϛ^{οἱ} γὰρ $\overline{β}$· ὁ δὲ ἐλάττων τῆς αὐτῆς, $μ^{ο}$ $\overline{ρ}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\overline{β}$· ἐπεὶ οἱ $\overline{β}$ ϛϛ^{οἱ} $\overline{οβ}$ $μ^{ο}$ εἰσί, τούτων ἀφαιρεθεισῶν ἀπὸ τῶν $\overline{ρ}$, λοιπαὶ $μ^{ο}$ $\overline{κη}$. ὁ δὲ μείζων τῶν ἐκ τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως, ϛϛ^{ῶν} $\overline{κδ}$ ⋔ $μ^{ο}$ $\overline{ω}$· ἐπεὶ οἱ $\overline{κδ}$ ϛϛ^{οἱ} $μ^{ο}$ εἰσὶν $\overline{ωξδ}$, ἐὰν ἀφέλῃς ἀπὸ τούτων $μ^{ο}$ $\overline{ω}$, λοιπὸν $\overline{ξδ}$· ὁ δὲ ἐλάττων τῆς αὐτῆς ϛ^{οῦ} $\overline{α}$, $μ^{ο}$ $\overline{λϛ}$.

Ἰστέον ὡς εἰ μέλλοιμεν εὐχερῶς ἐν τῷ $ιγ^{ῳ}$ τοὺς ἀριθμοὺς εὑρίσκειν μηδὲν ὑπὸ τῶν λεπτῶν ἐνοχλούμενοι, ὀφείλομεν ὑποτιθέναι τὸν διαιρούμενον τρίς, ἢ ἴσον ἢ πολλαπλάσιον τοῖς ἀναφαινομένοις ϛϛ^{οῖς} ἀπὸ τῆς συνθέσεως τοῦ μείζονος καὶ ἐλάττονος τῆς $γ^{ης}$ διαιρέσεως· ὡς ἐνταῦθα ὁ μὲν διαιρούμενός ἐστιν ὁ $\overline{ρ}$, οἱ δὲ ϛϛ^{οἱ} $\overline{κε}$, τὰ δὲ $\overline{ρ}$ τῶν $\overline{κε}$ τετραπλάσια. εἰ δ' οὐκ εἰσὶ πολλαπλάσιοι, προβήσεται μὲν καὶ οὕτω, πλὴν τῆς μονάδος διαιρουμένης εἰς λεπτά.

Δεῖ δὲ καὶ τοὺς διδομένους λόγους μὴ ὑπερβατῶς, ἀλλ' ἐφεξῆς τίθεσθαι· οἷον διπλάσιον, τριπλάσιον, καὶ ἐφεξῆς· εἰ γὰρ μετὰ τὸν διπλάσιον μὴ τὸν τριπλάσιον, ἀλλὰ τὸν τετραπλάσιον ἢ ἄλλον τινά, οὐ συσταθήσεται· ἔτι καὶ τοῦτο δεῖ σκοπεῖν ὥστε ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος

2 ἴσον. 19 ἀπὸ] ὑπὸ.

ἀεὶ λόγου ἄρχεσθαι, τουτέστιν ἵνα ὁ μείζων τῆς $\beta^{\alpha\varsigma}$ διαιρέσεως πρὸς τὸν ἐλάττονα τῆς $\gamma^{\eta\varsigma}$ τὸν ἐλάχιστον τῶν διδομένων λόγον ἔχῃ, ὡς ἐνταῦθα τὸν διπλάσιον, εἶτα ὁ μείζων τῆς $\alpha^{\eta\varsigma}$ πρὸς τὸν ἐλάττονα τῆς $\beta^{\alpha\varsigma}$ τὸν μέσον, ὡς ἐνταῦθα τὸν τριπλάσιον, εἶτα ὁ μείζων τῆς $\gamma^{\eta\varsigma}$ πρὸς τὸν ἐλάττονα τῆς $\alpha^{\eta\varsigma}$ τὸν μέγιστον, ἐνταῦθα τὸν τετραπλάσιον· εἰ γὰρ ἀντιστρόφως τεθεῖεν οἱ λόγοι, οὐ συσταθήσεται.

AD PROBLEMA XIV.

ς $\bar{\alpha}$		μ^{o} $\bar{\iota\beta}$	
ςς $\bar{\iota\beta}$		ς $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\iota\beta}$	
ςς $\iota\beta$	ι^{σ}.	ςς $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\bar{\lambda\varsigma}$	
ςς ϑ	ι^{σ}.	μ^{o} $\bar{\lambda\varsigma}$	
ς $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	μ^{o} $\bar{\delta}$	
μ^{o} δ		μ^{o} $\iota\beta$	
μ^{o} $\bar{\mu\eta}$	τριπ$^{\lambda}$.	μ^{o} $\bar{\iota\varsigma}$	

Δεῖ δὴ τὸ πλῆθος τῶν μονάδων τοῦ ἑνὸς τῶν ἐξ ἀρχῆς δοθέντων ἀριθμῶν μεῖζον εἶναι τοῦ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ τῷ διδομένῳ λόγῳ· οἷοι δέδονται ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ ὁ $\bar{\delta}$ καὶ ὁ $\bar{\iota\beta}$· οὗτοι συντιθέμενοι μὲν γίνονται $\bar{\iota\varsigma}$, πολλαπλασιαζόμενοι δὲ ἐπ' ἀλλήλους γίνονται $\bar{\mu\eta}$, καί εἰσι τὰ $\bar{\mu\eta}$ τῶν ις τριπλάσια. ὁ λόγος οὖν τῶν ἐξ ἀρχῆς ἀριθμῶν ὁ διδόμενός ἐστιν ὁ τριπλάσιος, ὁ δὲ ὁμώνυμος αὐτοῦ ἀριθμὸς ὁ $\bar{\gamma}$· τὰ δὲ $\bar{\iota\beta}$ μείζονά ἐστι τοῦ $\bar{\gamma}$. τοῦτο οὖν λέγει, ὅτι αἱ μονάδες τοῦ ἑνὸς τῶν ἀριθμῶν ἔστωσαν πλείους, εἰ μὲν τριπλάσιος ὁ λόγος ὑποτίθεται, τῶν $\bar{\gamma}$ μ^{o}, εἰ δὲ τετραπλάσιος, τῶν $\bar{\delta}$, καὶ ἐφεξῆς· ἄλλως γὰρ οὐ προβήσεται.

4 μέσον] μείζονα. 18 λόγῳ X_2, λόγου alii. δέδοται.

Καὶ ἔστι τὸ μὲν ὑπ' αὐτῶν, φησίν, ϛϛ^{οι} $\overline{ιβ}$· ϛ^{ο} γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν μὲν πολλαπλασιασθείς, Δ^{Y} ποιεῖ, ὡς ὁ $\overline{δ}$ τὸν $\overline{ιϛ}$· ἐπὶ δὲ μονάδας ἑτέρας, ϛϛ^{ους}, ὡς νῦν ὁ $\overline{δ}$ ϛ^{ὁ} ἐπὶ τὰς $\overline{ιβ}$ μ^{ο} ἐγένετο $\overline{μη}$, τουτέστι ιβ^{κις} αὐτὸς ὁ $\overline{δ}$ ϛ^{ὁ}.

Ἢ καὶ οὕτως· ἐπεὶ τῆς μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης καὶ ἑστώσης, τὸ πολλαπλασιαζόμενον εἶδος ἐπ' αὐτὴν αὐτὸ τὸ εἶδος ἔσται, ἐπολλαπλασιάσθη δὲ ϛ^{ὁ} $\overline{α}$ ἐπὶ $\overline{ιβ}$ μ^{ο}, δῆλον ὅτι $\overline{ιβ}$ ϛϛ^{οι} ἔσονται· εἰ γὰρ ϛ^{ὁ} $\overline{α}$ ἐπὶ μ^{ο} $\overline{α}$ ἐπολλαπλασιάζετο, ϛ^{ὁ} ἔμελλε εἶναι, καὶ εἰ ἐπὶ $\overline{β}$ μ^{ο}, ϛϛ^{οι} $\overline{β}$, καὶ ἐπὶ $\overline{ιβ}$ οὖν πάλιν ϛϛ^{οι} $\overline{ιβ}$.

Τρὶς ἄρα τὰ ἐλάττονα, φησί· τρὶς τὰ ἐλάσσονα γίνεται ϛϛ^{οι} $\overline{γ}$ μ^{ο} $\overline{λϛ}$ ἴσαι ϛϛ^{οις} $\overline{ιβ}$· ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· ἀπὸ τῶν $\overline{γ}$ ϛϛ^{ῶν} καὶ τῶν $\overline{λϛ}$ μ^{ο}, τοὺς $\overline{γ}$ ϛϛ^{ους}, ἀπὸ δὲ τῶν $\overline{ιβ}$ ϛϛ^{ῶν}, ὁμοίως $\overline{γ}$ ϛϛ^{ους}, καὶ γίνεται ϛϛ^{οι} $\overline{θ}$ ἴσοι μ^{ο} $\overline{λϛ}$· καὶ ὁ ϛ^{ὁ} μ^{ο} $\overline{δ}$.

AD PROBLEMA XV.

ἔκθ.	ϛϛ $\overline{β}$ ⋀ μ^{ο} $\overline{λ}$		ϛ $\overline{α}$ μ^{ο} $\overline{λ}$	
	ϛϛ $\overline{β}$ ⋀ μ^{ο} $\overline{π}$		ϛ $\overline{α}$ μ^{ο} $\overline{π}$	
πολλ.	ϛϛ $\overline{ϛ}$ ⋀ μ^{ο} $\overline{σμ}$	ἰσ.	ϛ $\overline{α}$ μ^{ο} $\overline{π}$	
προ.	ϛϛ $\overline{ϛ}$	ἰσ.	ϛ $\overline{α}$ μ^{ο} $\overline{τκ}$	
ἀφ.	ϛϛ $\overline{ε}$	ἰσ.	μ^{ο} τκ	
μερ.	ϛ $\overline{α}$	ἰσ.	μ^{ο} ξδ	
ὑπ.	μ^{ο} $\overline{ιη}$		μ^{ο} $\overline{ιδ}$	
	μ^{ο} $\overline{ρκη}$	διπλάσ. τριπλάσ.	μ^{ο} $\overline{ρμδ}$	
	μ^{ο} $\overline{μη}$		μ^{ο} $\overline{ξδ}$.	

1 cf. vol. I, 36, 6/7. 11 I, 36, 8.

Ὁ ἄρα $\alpha^{o\varsigma}$· ἐπεὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ς^{ou} $\bar{\alpha}$ ἐστι καὶ μ^{o} $\bar{\lambda}$, ἐὰν δὲ ἀφαιρεθῶσιν αἱ μ^{o} ἀπὸ τοῦ β^{ou} καὶ τεθῶσι μετὰ τοῦ α^{ou}, ἔσται διπλασίων αὐτοῦ, δῆλον ὡς ὁ $\beta^{o\varsigma}$ μὲν καταλειφθήσεται ς^{ou} $\bar{\alpha}$ μόνου, ὁ δὲ $\alpha^{o\varsigma}$ ὡς διπλάσιος αὐτοῦ, ἔσται $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$· ἀλλ' ἐπεὶ οὔπω τὰς $\bar{\lambda}$ μ^{o} ἀπὸ τοῦ β^{ou} ἔλαβεν, ἔστι $\bar{\beta}$ μὲν $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$, ⋀ δὲ τῶν $\bar{\lambda}$ μ^{o}, τουτέστιν ἐπεὶ ὁ $\beta^{o\varsigma}$ ἐστιν (ὡς ὕστερον εὑρίσκεται) μ^{o} $\overline{\iota\delta}$, ἔσται ἄρα ὁ $\alpha^{o\varsigma}$ μ^{o} $\overline{\iota\eta}$, ἵνα λαβὼν παρὰ τοῦ β^{ou} τὰς $\bar{\lambda}$ μ^{o}, κἀκεῖνος μὲν γενόμενος $\overline{\rho\kappa\eta}$, τούτου δὲ γενομένου $\overline{\xi\delta}$, διπλάσιος ἢ τούτου.

Πάλιν ὁ $\alpha^{o\varsigma}$, φησί, δοὺς $\bar{\nu}$ μ^{o} τῷ β^{ω}, γίνεται $\varsigma\varsigma^{ol}$ $\bar{\beta}$ ⋀ μ^{o} $\bar{\pi}$· ἦν μὲν γὰρ πρότερον $\varsigma\varsigma^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$ ⋀ μ^{o} $\bar{\lambda}$, δοὺς δὲ καὶ τὰς $\bar{\nu}$, γέγονεν ⋀ $\bar{\pi}$. ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ ὢν ς^{ou} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\lambda}$ καὶ λαβὼν καὶ τὰς $\bar{\nu}$, γέγονεν ς^{ou} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\pi}$.

Τρὶς δὲ τὰ ἐλάσσονα δῆλον ἐκ τοῦ διαγράμματος.

Ὁ μὲν $\overline{\iota\delta}$ δοὺς τῷ $\overline{\iota\eta}$ $\bar{\lambda}$ μ^{o}, ἐκεῖνον μὲν ἐποίησεν $\overline{\rho\kappa\eta}$, ἑαυτὸν δὲ $\overline{\xi\delta}$· ἐκεῖνα δὲ τούτων διπλάσια. ὁ δὲ $\overline{\iota\eta}$ δοὺς τῷ $\overline{\iota\delta}$ μ^{o} $\bar{\nu}$, ἐκεῖνον μὲν ἐποίησεν $\overline{\rho\mu\delta}$, ἑαυτὸν δὲ $\overline{\mu\eta}$· ἐκεῖνα δὲ τούτων τριπλάσια.

---

1 I, 36, 19. 11 I, 36, 22/23. 15 I, 36, 25.

AD PROBLEMA XVI.

$\varsigma\ \bar{\alpha}$

ἔκθ.	$\varsigma\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\lambda}$,	$\varsigma\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\mu}$,	$\varsigma\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\kappa}$	
σύνθ.	$\varsigma\varsigma\ \bar{\gamma} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$	ι^{σ}.	$\varsigma\ \bar{\alpha}$	
προ.	$\varsigma\varsigma\ \bar{\gamma}$	ι^{σ}.	$\varsigma\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$	5
ἀφ.	$\varsigma\varsigma\ \bar{\beta}$	ι^{σ}.	$\mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$	
μερ.	$\varsigma\ \bar{\alpha}$	ι^{σ}.	$\mu^{o}\ \overline{\mu\varepsilon}$	
ὑπ.	$\mu^{o}\ \overline{\iota\varepsilon}$,	$\mu^{o}\ \bar{\varepsilon}$,	$\mu^{o}\ \overline{\kappa\varepsilon}$	

$\bar{\kappa}$ $\bar{\lambda}$ $\bar{\mu}$

Δεῖ, φησί, τῶν ἐπιταττομένων τριῶν τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν· ὡς ἐνταῦθα 10 *οἱ μὲν τρεῖς ὁμοῦ γίνονται* $\bar{\text{ϟ}}$, *τὸ δὲ ἥμισυ τούτων,* $\overline{\mu\varepsilon}$, *ἕκαστος δὲ τῶν τριῶν ἐλάττων ἐστὶ τοῦ* $\overline{\mu\varepsilon}$. *εἰ γὰρ ὑποθώμεθά τινα τῶν τριῶν ἴσον εἶναι τῷ ἡμίσει τῶν τριῶν, οὐ συσταθήσεται· καὶ ὑποκείσθω τὸν* $\gamma^{ον}$ *καὶ* $\alpha^{ον}$ *ποιεῖν* $\mu^{o}\ \bar{\nu}$· *οὐκοῦν οἱ μὲν τρεῖς ἔσονται* $\bar{\rho}$· 15 $\bar{\kappa}$ *γὰρ καὶ* $\bar{\lambda}$ *καὶ* $\bar{\nu}$, $\bar{\rho}$· *τὸ δὲ ἥμισυ τῶν* $\bar{\rho}$, $\bar{\nu}$· *καὶ τῆς δείξεως ὁμοίως γινομένης, ἔσται ὁ* $\varsigma^{ὸ}\ \mu^{o}\ \bar{\nu}$, *καὶ δεήσει τὸν* $\beta^{ον}$ *εἶναι* $\varsigma^{οῦ}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\nu}$, *ὅπερ ἄτοπον· πολλῷ δὲ πλέον οὐδ' ἂν μείζων ὑποτεθῇ, συσταθήσεται· τηνικαῦτα γὰρ τοῦ* $\varsigma^{οῦ}$, *τυχόν, γενομένου* $\overline{\nu\varepsilon}\ \mu^{o}$, *ὁ* $\beta^{ος}$ 20 *ἔσται* $\varsigma^{οῦ}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\xi}$.

Διὰ τὰ αὐτά, τουτέστιν ἐπεὶ πάλιν ὁ $\beta^{ος}$ *καὶ ὁ* $\gamma^{ος}$ *ποιοῦσι* $\mu^{o}\ \bar{\lambda}$, *ἔσται ὁ* $\alpha^{ος}\ \varsigma^{οῦ}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\lambda}$· *καὶ ἔτι ἐπεὶ ὁ* $\gamma^{ος}$ *καὶ ὁ* $\alpha^{ος}$ *ποιοῦσι* $\mu^{o}\ \bar{\mu}$, *ἔσται* ⟨*ὁ*⟩ $\beta^{ος}\ \varsigma^{οῦ}\ \bar{\alpha} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\mu}$· *καὶ γίνονται οἱ τρεῖς,* $\varsigma\varsigma^{οὶ}\ \bar{\gamma} \pitchfork \mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$, *καί εἰσιν ἴσοι* 25 $\varsigma^{ῷ}\ \bar{\alpha}$. *κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως,* $\varsigma\varsigma^{οὶ}\ \bar{\gamma}$ *ἴσοι* $\varsigma^{ῷ}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$. *καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια·* $\varsigma\varsigma^{οὶ}\ \bar{\beta}$ *ἴσοι* $\mu^{o}\ \bar{\text{ϟ}}$· *καὶ ὁ* $\varsigma^{ὸ}\ \mu^{o}\ \overline{\mu\varepsilon}$.

9 I, 38, 4. 22 I, 38, 11.

AD PROBLEMA XVII.

ς ᾱ

ἔκθ. ς ᾱ ⋔ μ° κβ̄, ς ᾱ ⋔ μ° κδ̄, ς ᾱ ⋔ μ° κζ̄, ς ᾱ ⋔ μ° κ̄.

σύνθ. ss δ̄ ⋔ μ° ιγ̄ ι^σ. ς ᾱ

5 πρ. ss δ̄ ι^σ. ς ᾱ μ° ιγ̄

ἀφ. ss γ̄ ι^σ. μ° ιγ̄

μερ. ς ᾱ ι^σ. μ° λα̅

ὑπ. μ° ϑ̄, μ° ζ̄, μ° δ̄, μ° ια̅,

κζ κ κβ κδ

Δεῖ δὴ τῶν τεσσάρων τὸ γ^ον μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν· ἔνθα μὲν τρεῖς ἦσαν οἱ ἀριθμοί, τῶν τριῶν ἔλεγε τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι δεῖν ἑκάστου αὐτῶν· νῦν δέ, ἐπειδὴ τέσσαρές εἰσιν οἱ ἀριθμοί, τὸ γ^ον φησί· καὶ γὰρ ἔνθα μὲν γ̄, τὸ ἥμισυ τῶν γ̄ γίνεται ὁ ς^ω· ἔνθα δὲ δ̄, τὸ γ^ον· ὁμοίως ἔνθα ε̄, τὸ δ^ον· καὶ ἐφεξῆς· ἡ γὰρ τοιαύτη μέθοδος μέχρι ἀπείρου πρόεισιν. εἰ οὖν ἔνθα δ̄, ὁστισοῦν τῶν δ̄ ἴσος γένοιτο τῷ γ^ῳ αὐτῶν, ἔσται δὲ καὶ ὁ ς^ω τὸ γ^ον, δεῖ δὲ ἕκαστος αὐτῶν λείψει τινῶν μονάδων γίγνεσθαι, αὐτὸς ἑαυτοῦ ὅλου λείψει γενόμενος, οὐδὲν ἔσται· ἐζητοῦμεν δὲ μονάδας εὑρεῖν, οὐ μὴν οὐδέν.

Διὰ τὰ αὐτά, τουτέστι ἐπεὶ πάλιν οἱ ἀπὸ τοῦ β^ου τρεῖς μ° ποιοῦσιν κβ̄, ἔσται ὁ α^ος ς^ου ᾱ ⋔ μ° κβ̄· καὶ ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ γ^ου τρεῖς ποιοῦσι μ° κδ̄ (εἰσὶ δὲ ὁ γ^ος, ὁ δ^ος, ὁ α^ος), ἔσται ὁ β^ος ς^ου ᾱ ⋔ μ° κδ̄· καὶ ἤγουν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ δ^ου τρεῖς, (τουτέστιν ὁ δ^ος, ὁ

9 I, 38, 21. 21 I, 40, 1.

$\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$), ποιοῦσι $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa\zeta}$, ἔσται ὁ $\gamma^{ος}$ $\varsigma^{ου}$ $\overline{\alpha}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa\zeta}$. καὶ γίνεται ὁ $\varsigma^{ο}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\lambda\alpha}$, διά τε τῆς προσθήκης τῆς λείψεως καὶ τῆς τῶν ὁμοίων ἀφαιρέσεως.

AD PROBLEMA XVIII.

		$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$	
ἔκθ.	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\lambda}$,	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\mu}$,	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa}$
μερ.	ς $\overline{\alpha}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\iota\varepsilon}$,	ς $\overline{\alpha}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa}$,	ς $\overline{\alpha}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\iota}$
σύνθ.	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\gamma}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\mu\varepsilon}$	$\iota^{σ}$.	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$
πρ.	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\gamma}$	$\iota^{σ}$.	$\varsigma\varsigma$ $\overline{\beta}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\mu\varepsilon}$
ἀφ.	ς $\overline{\alpha}$	$\iota^{σ}$.	$\mu^{ο}$ $\overline{\mu\varepsilon}$
ὑπ.	$\mu^{ο}$ $\overline{\lambda}$,	$\mu^{ο}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$,	$\mu^{ο}$ $\overline{\lambda\varepsilon}$

$\overline{\nu\varepsilon}$ $\overline{\xi}$ $\overline{\xi\varepsilon}$

Κοινοῦ προστεθέντος τοῦ $\gamma^{ου}$· ἐὰν γὰρ ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν, καὶ ὑπερέχωσιν ἑνὸς αὐτῶν οἱ λοιποί, καὶ ὁ ὑπερεχόμενος κοινὸς προστεθῇ τοῖς τε ὑπερέχουσιν αὐτοῦ καὶ ἑαυτῷ, τοσαύτας ὑπερέξουσι μονάδας οἱ ὑπερέχοντες μετὰ τῆς προσθήκης δὶς τοῦ ὑπερεχομένου, τουτέστιν ἅπαξ τοῦ ὑπερεχομένου μετὰ τῆς προσθήκης, ὅσας καὶ δίχα τῆς προσθήκης οἱ ὑπερέχοντες ὑπερεῖχον ἅπαξ αὐτοῦ· ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοὶ τρεῖς, ὁ $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\varepsilon}$· καὶ ὑπερέχουσιν ὁ $\overline{\gamma}$ καὶ $\overline{\delta}$ τοῦ $\overline{\varepsilon}$, $\mu^{ο}$ $\overline{\beta}$· ἀλλ' ἐὰν τὸν $\overline{\varepsilon}$ κοινὸν προσθῶμεν τῷ τε $\overline{\gamma}$ καὶ $\overline{\delta}$, ἤτοι τῷ $\overline{\zeta}$, καὶ ἑαυτῷ, ὁ μὲν ἔσται $\overline{\iota\beta}$, ὁ δὲ $\overline{\iota}$· καὶ πάλιν ὁ $\overline{\iota\beta}$ ὑπερέχει τοῦ $\overline{\iota}$, $\mu^{ο}$ $\overline{\beta}$. ὁμοίως δέ, καὶ ἐὰν αὖθις προστεθῇ κοινός, τὸν μὲν ποιήσει $\overline{\iota\zeta}$, ἑαυτὸν δὲ $\overline{\iota\varepsilon}$· καὶ ὑπεροχὴ $\overline{\beta}$ $\mu^{ο}$· καὶ τοῦτο μέχρι παντός.

12 I, 40, 16. 13 ὁποσοιοῦν] ὁσοιοῦν.

ἑαυτοῦ προσθήκης, καὶ ἡ ὑπερ
τὰ ιβ̄ δίς ἐστιν ὁ ε̄ καὶ μ° β̄.

Δειχθήτω δὲ καὶ ἐπὶ τοῦ
πλείονος ἕνεκεν· ἐπεὶ εὑρίσκετ
οἱ ἄρα β̄ ss^οι μ° εἰσὶν ϟ̄. ἀλ
ὑπερέχουσιν ἀλλήλων οἱ ἀριθ
ἐπεὶ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος ὑπερέχουσι
ὁ λ̄ καὶ ὁ κε̄, οἳ γίνονται νε̄, τ
θέντος τοῦ λε̄ ταῖς τε νε̄ μ° καὶ
ται ϟ̄, ὁ δὲ ō· αἱ ϟ̄ ἄρα, αἵτινε
μοί, ὁ λ̄ καὶ κε̄ καὶ λε̄, δίς ἐσ
γίνεται ō), καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν
τὸν γ^ον δὶς λαμβανόμενον, ἤτοι
μ° κ̄, ἃς καὶ οἱ δύο, τουτέστιν
ἅπαξ τοῦ γ^ου, ἤτοι τοῦ λε̄.

Ἐὰν δὲ ἀπὸ τῶν τριῶν, του
έστιν τῶν ϟ̄ μ°), ἀφέλω μ° κ̄
ss β̄ ⋔ μ° κ̄· τουτέστι ἕξω τὸν
γενόμενον· αἱ δὲ ō μ°, ϟ̄ μ° εἰ

⋔ μ° λ̄, ἔσται ἁπλοῦς ὁ ς° ᾱ ⋔ μ° ιε̄, ἤτοι μ° λ̄· ὁ δὲ β°ς εὑρεθεὶς διπλοῦς ϛϛ^ῶν β̄ ⋔ μ° μ̄, ἔσται ἁπλοῦς ς°ῦ ᾱ ⋔ μ° κ̄, τουτέστι μ° κε̄.

Ὅπως δὲ ὑπερέχουσιν ἀλλήλων οἱ ἀριθμοί, ἐκ τοῦ διαγράμματος δῆλον.

AD PROBLEMA XVIII. (Ἄλλως.)

	ς ᾱ μ° κ̄		ς ᾱ
ἔκθ.	ς ᾱ ⋔ μ° ε̄,	μ° κε̄,	ς ᾱ
σύνθ.	ϛϛ β̄ ⋔ μ° ε̄	ι^σ.	μ° ξε̄
πρ.	ϛϛ β̄	ι^σ.	μ° ο̄
μερ.	ς ᾱ	ι^σ.	μ° λε̄
ὑπ.	μ° λ̄,	μ° κε̄,	μ° λε̄

ν̄ε̄ ξ̄ ξε̄

Τάσσει τὸν β^ον ἐνταῦθα τοσούτων μ° ὅσων ἐστὶν ὁ μεταξὺ τῶν δύο ὑπεροχῶν, ἐντεῦθεν· ἐὰν γὰρ ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἐφεξῆς κείμενοι, ὥστε μέντοι ἑνὸς ὁποιουοῦν αὐτῶν τοὺς λοιποὺς ὁμοῦ μείζονας εἶναι, καὶ ληφθῶσι δύο ὑπεροχαί, καθ' ἃς ὑπερέχουσιν οἱ λοιποὶ τοῦ ἑνός, ἰδίᾳ καὶ ἰδίᾳ, τὸ μεταξὺ τῶν δύο ὑπεροχῶν οἱ ἀριθμοὶ ἔσονται πρὸς οὓς οὐκ ἐλήφθη τῶν ἄλλων ὑπεροχή. οἷον ἔστωσαν τρεῖς ἀριθμοὶ ὁ κ̄, λ̄, μ̄· καί εἰσιν ἑνὸς ὁποιουοῦν αὐτῶν οἱ λοιποὶ μείζονες· καὶ ἔστιν ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν κ̄ καὶ λ̄ πρὸς τὸν μ̄, μ° ῑ· ἡ δὲ τῶν λ̄ καὶ μ̄ πρὸς τὸν κ̄, μ° ν̄· τὸ δὲ μεταξὺ τῶν δύο ὑπεροχῶν τῶν ῑ καὶ ν̄, αὐτός ἐστιν ὁ λ̄, πρὸς ὃν οὐκ ἐλήφθη τῶν ἄλλων ὑπεροχή· πρὸς

13 cf. I, 42, 5. 23 τὸν (pr.)] τὸ.

γὰρ τὸν $\bar{\kappa}$ καὶ τὸν $\bar{\mu}$ ἐλήφθησαν τῶν ἄλλων ὑπεροχαί. πρὸς τούτοις δὲ οὐδαμῶς καὶ πάλιν ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\lambda}$ καὶ $\bar{\mu}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$, μ^{o} ἐστὶ $\bar{\nu}$· ἡ δὲ τῶν $\bar{\mu}$ καὶ $\bar{\kappa}$ πρὸς τὸν $\bar{\lambda}$, μ^{o} $\bar{\lambda}$· τὸ δὲ μεταξὺ τῶν δύο ὑπεροχῶν, τῶν τε $\bar{\nu}$ καὶ τῶν $\bar{\lambda}$, αὐτὸς ὁ $\bar{\mu}$, πρὸς ὃν οὐκ ἐλήφθη τῶν ἄλλων ὑπεροχή. καὶ ἔτι ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\mu}$ καὶ $\bar{\kappa}$ πρὸς τὸν $\bar{\lambda}$, μ^{o} ἐστὶ $\bar{\lambda}$· ἡ δὲ τῶν $\bar{\kappa}$ καὶ τῶν $\bar{\lambda}$ πρὸς τὸν $\bar{\mu}$, μ^{o} $\bar{\iota}$· τὸ δὲ μεταξὺ τῶν δύο ὑπεροχῶν, τῶν $\bar{\lambda}$ καὶ $\bar{\iota}$, αὐτός ἐστι ὁ $\bar{\kappa}$, πρὸς ὃν οὐκ ἐλήφθη ὑπεροχή.

Δειχθήτω δὲ καὶ ἐπὶ τεσσάρων ἀριθμῶν τὸ τοιοῦτον· ἔστωσαν ἀριθμοὶ $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$· ἐπεὶ ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, πρὸς τὸν $\bar{\nu}$, μ^{o} εἰσὶ $\bar{\mu}$· ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$, πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$, μ^{o} $\bar{\rho}$· τὸ μεταξὺ ἄρα τῶν $\bar{\mu}$ καὶ $\bar{\rho}$, ὁ $\bar{\sigma}$ ἐστι· καί εἰσιν οἱ δύο ὁμοῦ $\bar{\sigma}$, ὅ τε $\bar{\lambda}$ καὶ $\bar{\mu}$, πρὸς οὓς οὐκ ἐλήφθη ὑπεροχή. τὸ δὲ ὅμοιον γενήσεται, καὶ ἐὰν ⟨λάβῃς⟩ τὸ μεταξὺ τῆς ὑπεροχῆς τῶν $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ τῆς τῶν $\bar{\mu}$, $\bar{\nu}$, $\bar{\kappa}$ πρὸς τὸν $\bar{\lambda}$· καὶ ἐφεξῆς, τετράκις τοῦ τοιούτου γινομένου ἐν τοῖς τέσσαρσιν ἀριθμοῖς, ὥσπερ καὶ ἐν τοῖς τρισὶ τρίς· καὶ γὰρ καὶ ἐν τοῖς πέντε πεντάκις ἔσται· καὶ ἐφεξῆς.

Ἢ καὶ οὕτως· ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ὁποιοιοῦν, τὸ αὐτὸ συντεθέντων αὐτῶν ἔσται ἥμισυ, ὃ δὴ ἦν καὶ μεταξύ· οἷον ἔστω $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\iota}$· συντεθέντες γίνονται $\overline{\iota\delta}$· τούτων τὸ ἥμισύ ἐστιν ὁ $\bar{\zeta}$· ἀλλὰ καὶ τὸ μεταξὺ τῶν $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\iota}$ ὁ αὐτὸς ἦν $\bar{\zeta}$· ὅσαις γὰρ μονάσιν ὑπερέχει τοῦ $\bar{\delta}$ ὁ $\bar{\zeta}$, τοσαύταις καὶ ὁ $\bar{\iota}$ τοῦ $\bar{\zeta}$. καὶ μὴν καὶ ἐὰν ὦσιν ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν ἐκτεθειμένοι κατ' ἀριθμητικὴν μέντοι ἀναλογίαν, ὥστε ὅσαις μ^{o} ὁ β^{os} ὑπερέχει τοῦ α^{ou}, τοσαύταις ὑπερέχειν καὶ τὸν γ^{ov} τοῦ β^{ou}, καὶ ἐφεξῆς,

ὁ ἐκ τῆς συνθέσεως πάντων ἕξει ὁμώνυμον μέρος τοῖς ἀριθμοῖς, (τουτέστιν εἰ μὲν $\bar{\gamma}$ ἦσαν οἱ ἀριθμοί, $\gamma^{ον}$· εἰ δὲ $\bar{\delta}$, $\delta^{ον}$· καὶ ἐφεξῆς), καὶ τὸ μέρος ἐκεῖνο ὁ μέσος ἔσται τῶν ἀριθμῶν· οἷον ἐκκείσθωσαν πέντε ἀριθμοὶ ὁ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\varsigma}$, $\bar{\eta}$, $\bar{\iota}$· οὗτοι συντιθέμενοι πάντες γίνονται $\bar{\lambda}$· ἐπεὶ δὲ $\bar{\varepsilon}$ ἦσαν ἀριθμοί, ἕξει ἄρα ὁ $\bar{\lambda}$ $\varepsilon^{ον}$, καὶ ἔχει τὸν $\bar{\varsigma}$· ὁ δὲ $\bar{\varsigma}$ ὁ μέσος ἐστὶ τῶν $\bar{\varepsilon}$ ἀριθμῶν. οὕτω γὰρ καὶ οἱ δύο ἀριθμοὶ συντιθέμενοι, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται, ὁ $\bar{\delta}$ καὶ ὁ $\bar{\iota}$, καὶ ποιοῦντες τὸν $\overline{\iota\delta}$, ὁμώνυμον μέρος εἶχον τῷ πλήθει τῶν ἀριθμῶν, τουτέστι δυοστόν, τὰ $\bar{\zeta}$· ὁ δὲ $\bar{\zeta}$ ἦν ὁ μεταξὺ τῶν δύο, εἰ καὶ μήπω ἐν αἰσθήσει· οὐδὲ γὰρ ἔχει τὰ $\bar{\beta}$ μέσον.

Τούτων οὖν οὕτως ἐχόντων, ἐκκείσθωσαν πάλιν τρεῖς ἀριθμοί, καὶ δειχθήτω ἐν αὐτοῖς ὅτι, ληφθεισῶν τῶν δύο ὑπεροχῶν καὶ συντεθεισῶν, τὸ ἥμισυ αὐτῶν ἔσται ὁ καὶ μεταξὺ αὐτῶν ἀριθμός, καὶ δηλονότι ἐκεῖνος πρὸς ὃν οὐκ ἐλήφθη ὑπεροχή, ὡς ἐδείκνυτο. ἔστωσαν ἀριθμοὶ ὁ $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$· ἡ μὲν ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\kappa}$ καὶ $\bar{\lambda}$ πρὸς τὸν $\bar{\mu}$ ἐστι $\bar{\iota}$· ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\lambda}$ καὶ $\bar{\mu}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$ ἐστι $\bar{\nu}$· τὰ δὲ $\bar{\iota}$ καὶ $\bar{\nu}$ γίνονται $\bar{\xi}$, καί, ἐπεὶ δύο ἀριθμοὶ συνετέθησαν, ὁ $\bar{\iota}$ καὶ $\bar{\nu}$, καὶ ἐποίησαν τὸν $\bar{\xi}$, ἕξει ἄρα ὁ $\bar{\xi}$ δυοστόν· καὶ ἔχει τὸν $\bar{\lambda}$, καὶ ἔστιν ὁ αὐτὸς τῷ μεταξὺ τῶν $\bar{\iota}$ καὶ τῶν $\bar{\nu}$. οὐ μὴν δὲ ἀλλὰ καὶ οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ὁ $\bar{\kappa}$, $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, κατ' ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν ἐκκείμενοι, ἐπεὶ συντιθέμενοι γίνονται $\bar{\xi}$, ἕξουσιν ἄρα $\gamma^{ον}$· καὶ ἔχουσι τὸν $\bar{\lambda}$, μέσον τῶν τριῶν κείμενον.

Διὰ δὴ ταῦτα πάντα καὶ ὁ ἀριθμητικώτατος Διόφαντός φησιν ὡς, ἐπεὶ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ ὑπερέχουσι

29 cf. I, 42, 2.

τοῦ γ^ου μ^ο κ, ὁ δὲ β^ος καὶ γ^ος τοῦ α^ου μ^ο λ̄, καί εἰσιν ὑπεροχαὶ δύο, ὅ τε κ καὶ ὁ λ, δῆλον δὴ ὅτι ὁ β^ος, πρὸς ὃν οὐκ ἐλήφθη ὑπεροχή, ἢ ὁ μεταξὺ τοῦ κ̄ καὶ τοῦ λ̄ ἔσται ὁ κε, ἢ τὸ τῆς συνθέσεως ἥμισυ· συντιθέμενοι δὲ ποιοῦσι ν̄· τὰ δὲ ν̄, ἐκ δύο ἀριθμῶν συντεθέντα, ἔχει δυοστόν, καὶ πάλιν ἔσται τὰ κε̄ τῶν ν̄ δυοστόν.

Ὅταν οὖν λέγῃ· τάσσω τὸν β^ον τοσούτων μ^ο ὅσων ἐστὶν ὁ ἥμισυς τοῦ κ̄ καὶ τοῦ λ̄, οὐχ ἁπλῶς καὶ ὡς ἔτυχε τάσσει τοῦτον, ὥσπερ καὶ τοὺς ϛϛ^ους· ἐκείνους μὲν γάρ, ἐπεὶ μήπω δῆλόν ἐστιν ὅσων ἕκαστος μονάδων ἐκβήσεται, εἰκότως ὡς βούλεται τάσσει τὰς δὲ μονάδας, ὡρισμένας οὔσας, οὐχ ὡς ἔτυχε τάσσει, ἀλλ' ὅσας ἡ ἀριθμητικὴ τάξις δίδωσιν· ἡμεῖς δέ, ἐντεῦθεν ὁρμώμενοι, διὰ μόνων μ^ο τὸ παρὸν ἀποδείξομεν πρόβλημα, μηδὲν προσδεηθέντες ϛϛ^ῶν, καί φαμεν οὕτως.

Ἐπεὶ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος ὑπερέχουσι τοῦ γ^ου μ^ο κ̄, ὁ δὲ β^ος καὶ γ^ος τοῦ α^ου μ^ο λ̄, ἔσται ἄρα ὁ β^ος τοῦ ἡμίσεος τῶν δύο ὑπεροχῶν, ἤτοι κε̄ μ^ο. πάλιν ἐπεὶ ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος ὑπερέχουσι τοῦ α^ου μ^ο λ̄, ὁ δὲ γ^ος καὶ α^ος τοῦ β^ου μ^ο μ̄, ὁ ἄρα γ^ος ἔσται τοῦ ἡμίσεος τῶν δύο ὑπεροχῶν, ἤτοι μ^ο λε. πάλιν ἐπεὶ ὁ γ^ος καὶ ὁ α^ος ὑπερέχουσι τοῦ β^ου μ^ο μ̄, ὁ δὲ α^ος καὶ β^ος τοῦ γ^ου μ^ο κ̄, ὁ ἄρα α^ος ἔσται τοῦ ἡμίσεος τῶν δύο ὑπεροχῶν, ἤτοι λ̄.

Ὁ δὲ Διόφαντος οὕτω τοῦτο κατασκευάζει· τάσσει τὸν γ^ον ϛ^οῦ ᾱ, καί, ἐπεὶ ὑπερέχουσιν αὐτοῦ ὁ α^ος καὶ ὁ β^ος μ^ο κ̄, ἔσονται ἄρα οἱ δύο ὁμοῦ ϛ^οῦ ᾱ μ^ο κ̄· καὶ ἐπεὶ εὗρε θάτερον τούτων, τὸν β^ον, ὡς δέδεικται, μ^ο κε̄, λοιπὸς ἄρα, φησίν, ὁ α^ος ἔσται ϛ^οῦ ᾱ ⋀ μ^ο ε̄.

---

8 sq. I, 42, 5. 29 I, 42, 7/8.

ἀπὸ γὰρ ϛ^{ου} $\bar{\alpha}$ καὶ μ^{ο} $\bar{\kappa}$, ἀφαιρεθεισῶν μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$, τουτέστι τῶν $\bar{\kappa}$ καὶ ἄλλων $\bar{\varepsilon}$, ἀπὸ τοῦ ϛ^{ου} λειφθήσεται ϛ^{ο} $\bar{\alpha}$ παρὰ μ^{ο} $\bar{\varepsilon}$. ἐπεὶ δὲ δεῖ καὶ τὸν γ^{ον} καὶ α^{ον} ὑπερέχειν τοῦ β^{ου} μ^{ο} $\bar{\mu}$, εἰσὶ δὲ οἱ δύο ϛϛ^{οι} $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\varepsilon}$, ἴσοι ἄρα εἰσὶ μ^{ο} $\overline{\xi\varepsilon}$· ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν β^{ος} ἐδείχθη μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$, ὁ δὲ γ^{ος} καὶ ὁ α^{ος} ὑπερέχουσιν αὐτοῦ μ^{ο} $\bar{\mu}$, δῆλον ὅτι οἱ δύο ὅλος ὁ β^{ός} εἰσι καὶ αἱ μ^{ο} $\bar{\mu}$· $\bar{\mu}$ δὲ καὶ $\overline{\kappa\varepsilon}$, $\overline{\xi\varepsilon}$· εἶτα προσθέσει καὶ μερισμῷ εὑρίσκει τὰς ὑποστάσεις.

AD PROBLEMA XIX.

ϛϛ $\bar{\beta}$

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\lambda}$,	ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\mu}$,	ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\nu}$,	ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\kappa}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$,	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\kappa}$,	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$,	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\iota}$
σύνθ.	ϛϛ $\bar{\delta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{o}$		ἰσ.	ϛϛ $\bar{\beta}$
πρ.	ϛϛ $\bar{\delta}$		ἰσ.	ϛϛ $\bar{\beta}$ μ^{ο} $\bar{o}$
ἀφ.	ϛϛ $\bar{\beta}$		ἰσ.	μ^{ο} $\bar{\xi}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$		ἰσ.	μ^{ο} $\overline{\lambda\varepsilon}$
ὑπ.	μ^{ο} $\bar{\kappa}$,	μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$,	μ^{ο} $\bar{\iota}$,	μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$

$\bar{\xi}$ $\overline{\mu\varepsilon}$ $\bar{\nu}$ $\overline{\nu\varepsilon}$

Εἰκότως ὁ προσδιορισμὸς πρόσκειται· εἰ γάρ τις τῶν τεσσάρων ὑπεροχῶν ἴση τυγχάνει οὖσα τῷ ἡμίσει αὐτῶν, οὐ συσταθήσεται· ὁ γὰρ ἀριθμὸς ἐκεῖνος, ⟨οὗ⟩ ὑπερέξουσιν οἱ λοιποὶ τὰς ἴσας τῷ ἡμίσει τῶν τεσσάρων ὑπεροχῶν μονάδας, ϛ^{ου} $\bar{\alpha}$ γενήσεται λείψει μ^{ο} τοσούτων, ὅσων καὶ ὁ ϛ^{ὸ} ἀναφανήσεται· οἷον ὁ ϛ^{ὸ} $\bar{\nu}$ μ^{ο} ἀναφανήσεσθαι μέλλει, κἀκεῖνος ἔσται ϛ^{ου} $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\nu}$, ὁ δὲ τοιοῦτος οὐδὲν ἔσται, εἴ γε αὐτὸς ὅλος ἀφ' ἑαυ-

18 cf. I, 42, 18.

τοῦ ἀφαιροῖτο. πολλῷ δὲ δὴ πλέον, καὶ εἰ μείζων εἴη τις τῶν ὑπεροχῶν τοῦ ἡμίσεος αὐτῶν· τηνικαῦτα γὰρ ὁ ϛ^ι ⋔ μ^ο πλειόνων ἔσται, ἢ ὅσων ἀναφανήσεται ὁ ϛ^ι. ἡ δὲ ἀγωγὴ τοῦ προβλήματος ὁμοία τῇ ιη^η.

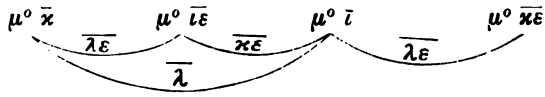
Ἰστέον ὡς κατὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ιθ^ου, εἰ μὲν τρεῖς εἰσιν οἱ ἀριθμοί, οὐ δεῖται προσδιορισμοῦ· εἰ δὲ τέσσαρες, δεῖ τοῦ ἐκ τῆς ὑπεροχῆς, τῶν τεσσάρων τὸ ἥμισυ μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν· εἰ δὲ πέντε, τὸ τῆς ὑπεροχῆς τρίτον μεῖζον εἶναι ἑκάστου αὐτῶν· εἰ δὲ ἕξ, τὸ τέταρτον· καὶ αἰεὶ ὁμοίως παρὰ δύο μονάδας τοῦ μέρους λαμβανομένου· καὶ ὁ $\bar{\delta}$ τοῦ δυοστοῦ ὑπερέχει μ^ο $\bar{\beta}$, καὶ ὁ $\bar{\iota}$ τοῦ γ^ου, καὶ ὁ $\bar{\varsigma}$ τοῦ δ^ου.

AD PROBLEMA XIX. (Ἄλλως.)

ἔκθ.	ϛ ᾱ μ^ο $\bar{\kappa}$			ϛ ᾱ
		μ^ο $\overline{\kappa\varepsilon}$		μ^ο λε
	ϛ ᾱ ⋔ μ^ο $\bar{\varepsilon}$,	ϛ ᾱ ⋔ μ^ο $\bar{\iota}$,	μ^ο $\overline{\lambda\varepsilon}$ ⋔ ϛ ᾱ,	ϛ ᾱ
ἴσω.	ϛϛ $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^ο $\overline{\iota\varepsilon}$		ἰ^σ.	μ^ο $\overline{\pi\varepsilon}$ ⋔ ϛ ᾱ
πρ.	ϛϛ $\bar{\delta}$		ἰ^σ.	μ^ο $\bar{\rho}$
μερ.	ϛ ᾱ		ἰ^σ.	μ^ο $\overline{\kappa\varepsilon}$
ὑπ.	μ^ο $\bar{\kappa}$,	μ^ο $\overline{\iota\varepsilon}$,	μ^ο $\bar{\iota}$,	μ^ο κε.

Καὶ τὸ παρὸν πρόβλημα ὁμοίαν ἔχει τὴν ἀγωγὴν τῷ ιη^ου β^ῳ· ἡμεῖς δέ, ὥσπερ ἐκεῖνο καὶ διὰ μ^ο μόνων ἀπεδείξαμεν, καὶ τὸ παρὸν πειρασόμεθα δεῖξαι. ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ α^ου τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ δ^ου μ^ο $\bar{\kappa}$, ⟨οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ β^ου τρεῖς τοῦ α^ου μ^ο $\bar{\lambda}$, ἔσται ἄρα συναμφότερος ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος, μ^ο $\overline{\kappa\varepsilon}$. πάλιν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ α^ου τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ δ^ου μ^ο $\bar{\kappa}$⟩, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ γ^ου τρεῖς τοῦ β^ου μ^ο $\bar{\mu}$, ἔσται ἄρα συναμφότερος ὁ α^ος καὶ

ὁ $\gamma^{ος}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\lambda}$. πάλιν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ $\delta^{ου}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\kappa}$, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ $\delta^{ου}$ τρεῖς τοῦ $\gamma^{ου}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\nu}$, ἔσται ἄρα συναμφότερος ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\lambda\varepsilon}$. πάλιν ἐπεὶ οἱ ἀπὸ τοῦ $\beta^{ου}$ τρεῖς ὑπερέχουσι τοῦ $\alpha^{ου}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\lambda}$, οἱ δὲ ἀπὸ τοῦ $\gamma^{ου}$ τρεῖς τοῦ $\beta^{ου}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\mu}$, ἔσται ἄρα συναμφότερος ὁ $\gamma^{ος}$ καὶ ὁ $\delta^{ος}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\lambda\varepsilon}$.



Τούτων οὕτως ἐχόντων, ἐπεὶ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ καὶ ἔτι ὁ $\beta^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$, τουτέστιν ὁ μὲν $\alpha^{ος}$ καὶ $\gamma^{ος}$ ἅπαξ, ὁ δὲ $\beta^{ος}$ δίς, $\mu^{ο}$ εἰσὶν $\bar{\xi}$, ὧν ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ $\mu^{ο}$ εἰσὶ $\bar{\lambda}$, λοιπὸς ἄρα δὶς ὁ $\beta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\bar{\lambda}$· αὐτὸς ἄρα ἅπαξ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\overline{\iota\varepsilon}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\alpha^{ος}$ καὶ ὁ $\beta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\overline{\lambda\varepsilon}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\overline{\iota\varepsilon}$, ὁ λοιπὸς ἄρα ὁ $\alpha^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶν $\bar{\kappa}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\beta^{ος}$ καὶ ὁ $\gamma^{ος}$ $\mu^{ο}$ εἰσὶν $\overline{\kappa\varepsilon}$, ὧν ὁ $\beta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\overline{\iota\varepsilon}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\gamma^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\bar{\iota}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\gamma^{ος}$ καὶ ὁ $\delta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\overline{\lambda\varepsilon}$, ὧν ὁ $\gamma^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶ $\bar{\iota}$, λοιπὸς ἄρα ὁ $\delta^{ος}$ $\mu^{ο}$ ἐστὶν $\overline{\kappa\varepsilon}$.

Ἡ προσθήκη τῆς λείψεως τοῦ $\iota\vartheta^{ου}$ ⟨$\beta^{ου}$⟩ διπλῶς γίνεται τόνδε τὸν τρόπον· ἐπεὶ οἱ μὲν ἀπὸ τοῦ $\delta^{ου}$ τρεῖς ὁμοῦ $\varsigma\varsigma^{οὶ}$ $\bar{\gamma}$ ⋔ $\mu^{ο}$ $\overline{\iota\varepsilon}$ εἰσιν, ὁ δὲ $\gamma^{ος}$ σὺν τῶν $\bar{\nu}$ $\mu^{ο}$, $\mu^{ο}$ $\overline{\pi\varepsilon}$ ⋔ $\varsigma^{οῦ}$ $\bar{\alpha}$, προστίθεται ἐν μὲν τοῖς $\bar{\gamma}$ $\varsigma\varsigma^{οῖς}$ ⋔ $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{ο}$, οὐ μόνον αἱ $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{ο}$, ἀλλὰ καὶ ἡ κατὰ τὰς $\overline{\pi\varepsilon}$ $\mu^{ο}$ λεῖψις τοῦ $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{οῦ}$· καὶ γίνονται $\varsigma\varsigma^{οὶ}$ $\bar{\delta}$ ἀνελλιπεῖς· λεῖψις γὰρ ἐπὶ λεῖψιν ὕπαρξιν ποιεῖ· ἐν δὲ ταῖς $\overline{\pi\varepsilon}$ $\mu^{ο}$ ⋔ $\varsigma^{οῦ}$ $\bar{\alpha}$, προστίθεται οὐ μόνον ἡ λεῖψις τοῦ $\bar{\alpha}$ $\varsigma^{οῦ}$, ἀλλὰ καὶ αἱ $\overline{\iota\varepsilon}$ $\mu^{ο}$, καὶ γίνεται $\bar{\rho}$ $\mu^{ο}$ ἀνελλιπεῖς· καὶ γίνεται ὁ $\varsigma^{ὸ}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$.

---

18 τοῦ $\iota\vartheta^{ου}$] τῷ $\iota\vartheta$ B, τῶν $\iota\vartheta$ alii. 21 ⋔ (alt.)] καὶ ταῖς.

AD PROBLEMA XX.

ἔκθ.	ss $\bar{\gamma}$		s $\bar{\alpha}$		ἔκθ.	s $\bar{\alpha}$		ss $\bar{\delta}$
σύνθ.	ss $\bar{\delta}$	ἰσ.	μ° $\bar{\rho}$		σύνθ.	μ° $\bar{\rho}$	ἰσ.	ss $\bar{\varepsilon}$
μερ.	s $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\overline{\kappa\varepsilon}$		μερ.	μ° $\bar{\kappa}$	ἰσ.	s $\bar{\alpha}$
5 ὑπ.	μ° $\overline{o\varepsilon}$		μ° $\overline{\kappa\varepsilon}$		ὑπ.	μ° $\bar{\kappa}$		μ° $\bar{\pi}$

ἀριθμοὶ μ° $\bar{\kappa}$, μ° $\overline{\nu\varepsilon}$, μ° $\overline{\pi\iota}$.

AD PROBLEMA XXI.

ἔκθ.	ss $\bar{\varsigma}$ ∧ μ° $\bar{\lambda}$,	ss $\bar{\gamma}$,	s $\bar{\alpha}$	μ° $\bar{\iota}$
	ss $\bar{\gamma}$ ∧ μ° $\bar{\lambda}$		ss $\bar{\vartheta}$ ∧	μ° $\bar{\iota}_1$
10	ss $\bar{\vartheta}$ ∧ μ° $\bar{\iota}_1$	ἰσ.	s $\bar{\alpha}$	μ° $\bar{\iota}$
πρ.	ss $\bar{\vartheta}$	ἰσ.	s $\bar{\alpha}$	μ° $\bar{\rho}$
ἀφ.	ss $\bar{\eta}$	ἰσ.		μ° $\bar{\rho}$
μερ.	s $\bar{\alpha}$	ἰσ.		μ° $\overline{\iota\beta}$ L′
ὑπ.	μ° $\bar{\mu\varepsilon}$,	μ° $\overline{\lambda\varsigma}$ L′,		μ° $\overline{\kappa\beta}$ L′.

15 Ὁ προσδιορισμὸς τοῦ κα^ου^ ἐστὶν οὗτος ἐπὶ παραδείγματος· ὁ ὁμώνυμος τοῦ τοῦ α^ου^ ἀριθμοῦ μέρους, τουτέστιν τοῦ γ^ου^, ἔστιν ὁ $\bar{\gamma}$· οὗτος ἐπὶ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάττονα πολλαπλασιαζόμενος, τουτέστιν ἐπὶ ss^οὺς^ $\bar{\beta}$ ∧ μ° $\bar{\iota}$, ποιεῖ πλείονας ss^οὺς^ τοῦ
20 μέσου· ss^οὶ^ γὰρ $\bar{\varsigma}$ ∧ μ° $\bar{\lambda}$ πλείονές εἰσιν ss^ῶν^ $\bar{\gamma}$· τοῦτο δὲ οἶμαι μὴ ἂν ἄλλως δύνασθαι γίγνεσθαι.

---

15 sq. cf. I, 48, 3. 19 ss^οὺς^ $\bar{\beta}$] ἀριθμοῖς δυσὶ B, corr. X_2.
21 K in mag: ἔσφαλται.

AD PROBLEMA XXI. (Ἄλλως.)

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$ γ″ μ° $\bar{\gamma}$ γ″,	ϛϛ $\bar{\gamma}$,	ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\iota}$
	ϛϛ $\bar{\gamma}$	γ′.	ϛϛ $\bar{\beta}$ ϑ″ μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″
ἀφ.	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋀ ϑ″	ι^σ.	μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″
πολλ.	ϛϛ $\bar{\eta}$	ι^σ.	μ° $\bar{\rho}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$	ι^σ.	μ° $\overline{\iota\beta}$ L′
ὑπ.	μ° με,	μ° $\overline{\lambda\zeta}$ L′,	μ° $\overline{\kappa\beta}$ L′.

Καὶ ὅπερ ὁ ἐνταῦθα προσδιορισμός φησιν, οἶμαι μὴ ἂν ἄλλως ἔχειν δυνατὸν εἶναι· γέγονε δὲ οὕτως· τό τε τοῦ μεγίστου γ^ον καὶ ὁ ἐλάχιστος, ϛϛ^οι $\bar{\beta}$ καὶ ϛ^οῦ ϑ^ον καὶ μ° $\overline{\iota\alpha}$ καὶ μ° ϑ^ον, ἅπερ ἐλάττονά ἐστι τοῦ μέσου, ἤτοι τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^ῶν· οἱ γὰρ $\bar{\beta}$ καὶ ϑ″ ϛϛ^οι τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^ῶν ἔλαττον.

Ἀλλὰ τοὺς $\bar{\beta}$ καὶ ϑ″ ϛϛ^οὺς καὶ μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″, φησί, δεῖ ἴσα εἶναι τοῖς $\bar{\gamma}$ ϛϛ^οῖς. ἀφαιρείσθω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. ἀφαιροῦνται ἀπὸ τῶν $\bar{\beta}$ ϛϛ^ῶν ϑ″ μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″ οἱ $\bar{\beta}$ ϑ″ ϛϛ^οί, λοιπαὶ μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″· ταῦτα δὲ καὶ ἀπὸ τῶν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^ῶν ἀφαιρεθέντα, λοιπὸς ϛ^ὸ $\bar{\alpha}$ ⋀ ϛ^οῦ ϑ^ου μέρους· ταῦτα ἴσα μ° $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″. ἐπεὶ δὲ μὴ διὰ τελείων ϛϛ^ῶν καὶ μ° προέβη ἡ δεῖξις, ἀλλὰ μέρους ϛ^οῦ καὶ μέρους μ°, ὅπερ ἐν ἑκατέρῳ ἐστὶν ϑ^ον, ϑπλασιάζει καὶ τὸν $\bar{\alpha}$ ϛ^ὸν ⋀ ϛ^οῦ ϑ^ου καὶ τὰς $\overline{\iota\alpha}$ ϑ″ μ°, ὡς ἂν τέλειοι ϛϛ^οὶ καὶ μ° γένωνται· ϑ^κις γὰρ τὸ ϑ^ον, εἴτε μονάδος, εἴτε οὐτινοσοῦν, $\bar{\alpha}$ γίνεται τέλειον, ἤτοι ϛ^ὸ, ἢ μ°, ἢ εἴ τι ἕτερον. ὁ τοίνυν ϛ^ὸ $\bar{\alpha}$ ⋀ ϛ^οῦ ϑ^ου, ϑπλασιασθεὶς γέγονεν ϛϛ^οὶ $\bar{\vartheta}$ ⋀ ϑ^ων $\bar{\vartheta}$· ἐπεὶ δὲ τὰ $\bar{\vartheta}$ ϑ^α $\bar{\alpha}$ ἐστι, ταὐτόν ἐστιν εἰπεῖν ϛϛ^οὶ $\bar{\vartheta}$ ⋀ ϛ^οῦ $\bar{\alpha}$,

---

8 cf. I, 50, 3. 9 οὕτως Xylander, ὅμως libri. 14 sq. cf. I, 50, 15/16. δεῖ] δεῖς.

τουτέστιν ϛϛ^{οὶ} $\bar{\tau}$. καὶ ἔστιν ϛϛ^{ῶν} $\bar{\eta}$. αἱ δὲ μ^{ο} $\overline{ια}$ ϑ'' θπλασιασθεῖσαι καὶ αὐταὶ γεγόνασι μ^{ο} $\overline{ϟθ}$ καὶ $\bar{\vartheta}$ $\vartheta^{α}$· ἐπεὶ δὲ τὰ $\bar{\vartheta}$ $\vartheta^{α}$ $\bar{α}$ ἐστι, ταὐτόν ἐστιν εἰπεῖν μ^{ο} $\bar{ρ}$, καὶ γεγόνασιν $\bar{ρ}$ μ^{ο} ἴσαι ϛϛ^{οῖς} $\bar{\eta}$, καὶ ὁ ϛ^{ὸ} μ^{ο} $\overline{ιβ}$ ∠′.

Ἐπεὶ δὲ $\vartheta^{ον}$ εὑρίσκεται καὶ ἐν τοῖς ϛϛ^{οῖς} καὶ ταῖς μ^{ο}, εἰ τὸν ἐλάχιστον ἐννεαπλάσιον ἑαυτοῦ ὑποθώμεθα, τουτέστιν ϛϛ^{ῶν} $\bar{\vartheta}$ μ^{ο} $\bar{ϟ}$, ἔσται ὁ μὲν μέσος ϛϛ^{ῶν} $\overline{κζ}$, ὁ δὲ μέγιστος ϛϛ^{ῶν} $\bar{λ}$ μ^{ο} $\bar{λ}$· ἔτι τε ὁ ἐλάχιστος καὶ τὸ τοῦ μεγίστου γ^{ον}, ϛϛ^{οὶ} $\overline{ιθ}$ μ^{ο} $\bar{ρ}$· ταῦτα δὲ ἴσα ϛϛ^{οῖς} $\overline{κζ}$· καὶ ϛϛ^{οὶ} $\bar{\eta}$ ἴσοι μ^{ο} $\bar{ρ}$· καὶ ὁ ϛ^{ὸ} μ^{ο} $\overline{ιβ}$ ∠′. καὶ μόριον οὐδὲν ἔσται κατὰ τὴν ἀπόδειξιν, ἀλλὰ δι' ϛϛ^{ῶν} καὶ μ^{ο} τελείων ἀποδειχθήσεται.

AD PROBLEMA XXII.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{γ}$,	μ^{ο} $\bar{δ}$,	μ^{ο} $\overline{ιε}$ ⋔ ϛ $\bar{ε}$,
	[ὁ μετὰ τὴν ἀντίδοσιν λοιπὸς τοῦ β^{ου}]		
	ϛ $\bar{α}$ μ^{ο} $\bar{γ}$	ϛ $\bar{α}$ μ^{ο} $\bar{γ}$	
	ϛ $\bar{α}$ μ^{ο} $\bar{γ}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\overline{ιγ}$ ⋔ ϛϛ $\bar{δ}$
πρ.	ϛϛ $\bar{ε}$ μ^{ο} $\bar{γ}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\overline{ιγ}$
ἀφ.	ϛϛ $\bar{ε}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\bar{ι}$
μερ.	ϛ $\bar{α}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\bar{β}$
ὑπ.	μ^{ο} $\bar{ϛ}$,	μ^{ο} $\bar{δ}$,	μ^{ο} $\bar{ε}$.

Ὁ α^{ος}, δοὺς τὸ ἑαυτοῦ γ^{ον}, ϛ^{ὸν} $\bar{α}$, καὶ λαβὼν μ^{ο} $\bar{γ}$ ⋔ ϛ^{οῦ} $\bar{α}$, γίνεται ϛ^{οῦ} $\bar{α}$ μ^{ο} $\bar{γ}$· οὕτως· ἐπεὶ δοὺς τὸν $\bar{α}$ ϛ^{όν}, λοιπός ἐστιν ϛϛ^{ῶν} $\bar{β}$, ἐὰν ἄρα προσλάβῃ μ^{ο} $\bar{γ}$ ⋔ ϛ^{οῦ} $\bar{α}$, ἔσται ϛ^{ὸ} $\bar{α}$ μ^{ο} $\bar{γ}$· ἡ γὰρ τοῦ ϛ^{οῦ} λεῖψις, ἣν αἱ $\bar{γ}$ εἶχον μ^{ο}, ἀφανίζει τὸν ἕτερον τῶν $\bar{β}$ ϛϛ^{ῶν} τοῦ α^{ου}· λεῖψις γὰρ ἐπὶ ὕπαρξιν, λεῖψιν ποιεῖ.

---

15 seclusa habet X, om. alii. 22 sq. cf. I, 52, 9.

AD PROBLEMA XXIII.

ἔκθ.	ϛϛ γ̄,	μ° δ̄,	ϛϛ λ̄ ∧ μ° ξ̄,	μ° ιη̄ ∧ ϛϛ ϛ̄
	ϛ ᾱ μ° γ̄,	ϛ ᾱ μ° γ̄,	ϛϛ κδ̄ ∧ μ° μη̄,	μ° ιε̄ ∧ ϛϛ ε̄
	ϛ ᾱ μ° γ̄	ἰσ.	ϛϛ κδ̄ ∧ μ° μζ̄,	ϛ ᾱ μ° γ̄
πρ.	ϛ ᾱ μ° ν̄	ἰσ.	ϛϛ κδ̄	
ἀφ.	μ° ν̄	ἰσ.	ϛϛ κγ̄	
μερ.	ν̄ κγ^α	ἰσ.	ϛ ᾱ	
	ρν̄	↳β	ρκ̄	ριδ̄
	ριθ̄	ριθ̄	ριθ̄	ριθ̄

Γίνεται ὁ ϛ^ὸ ν̄ κγ^ων οὕτως· ἐπεὶ ϛϛ^οὶ κγ̄ ἐλείφθη- 10
σαν ἴσοι μ° ν̄, μερίζω τὸν ν̄ ἀριθμὸν παρὰ τὸν κγ̄· καὶ γίνεται τὸ κγ^ον τῶν ν̄, μ° β̄ καὶ δ̄ κγ^α· δὶς γὰρ κγ̄, μϛ̄, καὶ λοιπὰ δ̄, ἃ μεριζόμενα παρὰ τὸν κγ̄, ὡς δέδεικται ἐν τῇ μεθόδῳ τοῦ μερισμοῦ, ποιεῖ τῶν εἰκοστοτρίτων, δ̄ κγ^α· ἐπεὶ δὲ μὴ ἐξ ἑτεροειδῶν βού- 15
λεται ἔχειν τὸν ϛ^ὸν, τουτέστιν ἐκ μονάδων καὶ μορίων, ἀναλύει καὶ τὰς β̄ μ°, ἃς εὗρεν ἐκ τοῦ μερισμοῦ, ἑκάστην εἰς κγ^α, καὶ γίνονται μϛ̄ κγ^α, οἷς προστιθεὶς τὰ δ̄ κγ^α, ποιεῖ ταῦτα ν̄· ταὐτὸν οὖν ἐστιν εἰπεῖν τὸν ϛ^ὸν εἶναι ν̄ κγ^ων, καὶ μ° β̄ καὶ δ̄ κγ^ων. 20

Ὁ δὲ ϛ^ὸ ν̄ τῶν αὐτῶν· γίνονται δὲ καὶ αἱ ὑποστάσεις οὕτως· ἐπεὶ ὁ α^ος ϛ^ῶν ἐστι γ̄, ἔσται ρν̄ κγ^ων· τρὶς γὰρ ν̄, ρν̄. ὁ β^ος, ἐπεὶ μ° ἐστὶ δ̄, ἔσται ↳β κγ^ων· δ^κις γὰρ τὰ κγ̄, ↳β̄. ὁ δὲ γ^ος, ἐπεί ἐστιν ϛϛ^ῶν λ̄ ∧ μ° ξ̄, διὰ μὲν τοὺς λ̄ ϛϛ^οὺς, γίνεται ͵αφ κγ^ων, διὰ δὲ τὴν λεῖψιν τῶν ξ̄ μ°, αἵτινές εἰσι ͵ατπ κγ^α (ξ^κις γὰρ τὰ κγ̄, ͵ατπ), λοιπὰ ρκ̄. ὁ δὲ δ^ος, ἐπεὶ μ° ἐστὶ ιη̄ ∧ ϛϛ^ῶν ϛ̄, διὰ μὲν 25

10 I, 56, 6. 14—15 τὸν εἰκοστότριτον.

τὰς $\overline{\iota\eta}$ μ^{υ}. γίνεται υιδ $\kappa\gamma^{\omega\nu}$ ($\kappa\gamma^{\omega\nu\varsigma}$ γὰρ τὰ $\overline{\iota\eta}$, $\overline{\upsilon\iota\delta}$), διὰ δὲ τὴν λεῖψιν τῶν ς $\varsigma\varsigma^{\omega\nu}$, οἵ εἰσιν $\kappa\gamma^{\omega\nu}$ $\overline{\tau}$ ($\nu^{\omega\nu\varsigma}$ γὰρ τὰ ς, $\overline{\tau}$), γίνεται ριδ. ἐὰν γὰρ ἀφέλῃς ἀπὸ τῶν υιδ, $\overline{\iota}$, λοιπὰ ριδ.

Ὅπως δὲ ὁ ς^{υ} $\overline{\nu}$ γίνεται $\kappa\gamma^{\omega\nu}$, καὶ τοῦτο χρεὼν εἰδέναι ὡς, ἐάν τε ἐλάττων ἀριθμὸς μερίζηται παρὰ μείζονα, ἐάν τε μείζων παρὰ ἐλάττονα, ἡ μὲν ποσότης τῶν ἀπὸ τοῦ μερισμοῦ μορίων ἡ αὐτὴ ἀεὶ τῷ μεριζομένῳ ἔσται, τὸ δ' ὄνομα αὐτῶν ὁμώνυμον τῷ παρ' ὃν ὁ μερισμὸς γίνεται· οἷον, ἔστω μερίσαι τὸν $\overline{\delta}$ παρὰ τὸν $\overline{\iota\beta}$, τὸν ἐλάττω παρὰ τὸν μείζονα· λέγω οὖν ὡς ἐπιβάλλει ἑκάστῃ μονάδι τῶν $\overline{\iota\beta}$, $\overline{\delta}$ $\iota\beta^{\alpha}$, ἅπερ ἐστὶ μ^{υ} $\gamma^{\omega\nu}$· καὶ ἔστι τὰ μὲν $\overline{\delta}$ τὰ αὐτὰ τῷ μεριζομένῳ $\overline{\delta}$, τὰ δὲ $\overline{\iota\beta}$ ⟨τῷ⟩ παρ' ὃν ὁ μερισμὸς γίνεται, τῷ $\overline{\iota\beta}$.

Πάλιν ἔστω μερίσαι τὸν $\overline{\iota\beta}$ παρὰ τὸν $\overline{\delta}$, τὸν μείζω παρὰ τὸν ἐλάττονα· οὐκοῦν ἐπιβάλλει ἑκάστῃ μονάδι τοῦ $\overline{\delta}$, $\overline{\iota\beta}$ δ^{α}, ἅπερ εἰσὶ $\overline{\gamma}$ μ^{υ}· καὶ ἔστι κἀνταῦθα μὲν $\overline{\iota\beta}$, ἡ τῶν μορίων ποσότης, ταὐτὸν τῷ μεριζομένῳ τῷ $\overline{\iota\beta}$, τὸ δ' ὄνομα αὐτῶν, τουτέστι τὰ δ^{α}, ὁμώνυμα τῷ παρ' ὃν ὁ μερισμὸς γίνεται, τῷ $\overline{\delta}$.

Οὐκοῦν καὶ ἐν τῷδε τῷ $\kappa\gamma^{\omega}$ προβλήματι, ἐπεὶ $\overline{\nu}$ μ^{υ} μερίζει παρὰ $\overline{\kappa\gamma}$ $\varsigma\varsigma^{\omega\nu\varsigma}$, μείζονα ποσότητα παρὰ ἐλάττονα, (μείζονα δὲ λέγω οὐχ ὅτι αἱ $\overline{\nu}$ μ^{υ} ἐνταῦθα μείζους εἰσὶ τῶν $\overline{\kappa\gamma}$ $\varsigma\varsigma^{\omega\nu}$, ἴσαι γάρ, ἀλλ' ὅτι ἁπλῶς τὰ $\overline{\nu}$ μείζονά εἰσι τῶν $\overline{\kappa\gamma}$), μεριζομένων τοίνυν τῶν $\overline{\nu}$ παρὰ τὸν $\overline{\kappa\gamma}$, ἐπιβάλλει ἑκάστῃ μονάδι τῶν $\overline{\kappa\gamma}$, ὡς μονάδων πάντων λαμβανομένων, $\overline{\nu}$ $\kappa\gamma^{\alpha}$· τὰ μὲν $\overline{\nu}$, ἡ ποσότης τῶν μορίων, τὰ αὐτὰ τῷ μεριζομένῳ τῷ $\overline{\nu}$· τὰ δὲ $\kappa\gamma^{\alpha}$ ὁμώνυμα τῷ παρ' ὃν ὁ μερισμός, τῷ $\overline{\kappa\gamma}$.

---

5 ὅπως K_2, ὅμως alii.

Οὐκ ἐμέρισε δὲ τοὺς κγ ϛϛ^ους παρὰ τὰς ν μ^ο, ἀλλὰ τὰς μ^ο παρὰ τοὺς ϛϛ^ους· καὶ μήν, καὶ εἰ οὕτως ἐποίει, ἐπέβαλλεν ἂν ἑκάστῃ μονάδι τῶν ν, κγ ν^α ϛ^ου· καὶ πάλιν τὸ αὐτὸ ἐγένετο· τὸ γὰρ τοῦ ϛ^ου ν^ον, κγ^ον ἐστι τῆς μ^ο. ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς εἰς κγ ἐτμήθη ἐνταῦθα, εἰ τὸν β^ον ἀριθμόν, ὃν ὑπέθετο μ^ο δ, ἐπολλαπλασίασεν ἐπὶ τὸν κγ, καὶ τῶν γενομένων ἐξ αὐτῶν ιβ μ^ο ἐτίθει τὸν β^ον, εὑρίσκετο ἂν ὁ ϛ^ου μ^ο ν καὶ οὐχὶ μορίων μονάδος κγ^ων· καὶ νῦν καὶ πάλιν ἐπὶ τῶν ὑποστάσεων, οἱ λοιποὶ ἐγίγνοντ' ἂν ἀριθμοί.

Οὗτος μέντοι φιλῶν μὴ πολὺ πλῆθος ϛϛ^ῶν ἐν τοῖς προβλήμασιν ἑαυτοῦ τιθέναι, οὕτως ἐποίησε, καὶ μετὰ τὸ τὰ τῆς μονάδος εὑρεῖν μόρια, φησὶ περιῃρήσθω· τουτέστιν ἐπεὶ ὁ ϛ^ου ν κγ^ων μονάδος εὑρέθη, μηκέτι ταῦτα ὡς μόρια λάμβανε, ἀλλ' ὡς μονάδας· ὡς εἰ ἔλεγεν· μηκέτι λέγε ὡς ὁ ϛ^ου ν κγ^ων ἐστίν, ἀλλὰ ν μ^ο, μηδὲ ὡς ἡ μονὰς κγ κγ^ων, ⟨ἀλλὰ κγ μ^ο⟩.

Γίνονται δὲ οἱ ἀριθμοὶ ἴσοι οὕτως· ὁ α^ος, ὁ ρν, δοὺς τὸ ἑαυτοῦ γ^ον, τὰ ν, τῷ β^ῳ, λοιπὸν ἔχει ρ, καὶ λαβὼν παρὰ τοῦ δ^ου τὸ ϛ^ον, τὰ ιθ, γίνεται ριθ μ^ο· ⟨ὁ β^ος⟩, ὁ ιβ, δοὺς μὲν τὸ ἑαυτοῦ δ^ον, τὰ κγ, τῷ γ^ῳ, λοιπὸν ἔχει ξθ, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ α^ου τὸ γ^ον αὐτοῦ, τὰ ν, γίνεται ριθ· ὁ γ^ος, ὁ ρκ, δοὺς τὸ ἑαυτοῦ ε^ον, τὰ κδ, λοιπὸν ἔχει ιϛ, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ β^ου τὸ δ^ον αὐτοῦ, τὰ κγ, γίνεται ριθ· ὁμοίως καὶ ὁ δ^ος, ὁ ριδ, δοὺς μὲν τὸ ἑαυτοῦ ϛ^ον, τὰ ιθ, τῷ α^ῳ, λοιπὸν ἔχει ιε, λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ γ^ου τὸ ε^ον αὐτοῦ, τὰ κδ, γίνεται ριθ· καί εἰσιν οἱ γενόμενοι ἴσοι.

---

8 ν̄] ῑ. 13 I, 56, 8.

AD PROBLEMA XXIV.

ἔκθ.	ς ᾱ		μ° γ̄
	ς ᾱ μ° ᾱ,	ss δ̄ μ° δ̄,	ss ε̄ μ° ε̄
		ss γ̄ μ° ᾱ	ss δ̄ μ° β̄
		ss ᾱ μ° γ″	ς ᾱ μ° L′
σύνθ.	ss γ̄ μ° L′ γ″	ι°.	ς ᾱ μ° γ̄
ἀφ.	ss γ̄	ι°.	ς ᾱ μ° β̄ ϛ″
	ss β̄	ι°.	μ° β̄ ϛ″
μερ.	ς ᾱ	ι°.	μ° ᾱ ιβ″
ὑπ.	μ° ιγ,	μ° ιζ,	μ° ιθ

τὸ ε^ον – ϛ̄ κε̄ τὸ γ^ον – ιβ̄ κε̄

τὸ δ^ον – η̄

Ἐκκειμένων ὁσωνοῦν ἀριθμῶν, ἐὰν ὁσακισοῦν εἷς αὐτῶν ληφθῇ, οἱ δὲ λοιποὶ ἅπαξ, καὶ πάλιν ὁ αὐτὸς μονάδι ἐλαττονάκις ἢ ἐλήφθη, ληφθῇ, οἱ δὲ πάντες ἅπαξ, τουτέστιν οἱ λοιποὶ καὶ αὐτός, τὰ ἀφ' ἑκατέρας λήψεως συντιθέμενα ἴσα γίνονται. ἔστωσαν ἀριθμοὶ τρεῖς, ὁ β̄, γ̄, δ̄· ἐὰν ὁ γ̄ δ^κις ληφθῇ, ὁ δὲ β̄ καὶ δ̄ ἅπαξ, ιη̄ ποιεῖ· ⟨καὶ πάλιν ἐὰν ὁ γ̄ τρὶς ληφθῇ, οἱ δὲ τρεῖς ἅπαξ, ιη̄ ποιεῖ⟩· καὶ γίνεται ἑκατέρως ἴσος ὁ ἀριθμός.

Τούτων οὕτως ἐχόντων, πάντα, φησί, δ^κις· ἔνθα μὲν δ^ον λαμβάνει, πάντα δ^κις λέγει· ἔνθα δὲ ε^ον, ε^κις· καὶ ἐφεξῆς. πάντα δέ (τουτέστιν αὐτὸς ὁ β^ος καὶ τὸ δ^ον τῶν λοιπῶν δύο, ὃ προσλαμβάνει) γενέσθω δ^κις. ἐπεὶ δὲ τὸ δ^ον τῶν λοιπῶν δύο, δ^κις ληφθέν, αὐτοί εἰσιν ὅλοι οἱ δύο ἅπαξ, ὅμοιον λέγει ὡς εἰ ἔλεγε· ληφθήτω ὁ μὲν β^ος δ^κις, οἱ δὲ λοιποὶ δύο ἅπαξ· ἐπεὶ

15 λήψεως] λείψεως. 17—18 καὶ πάλιν ... ποιεῖ suppl. X. 19 vide I, 56, 26.

δέ, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται, δ^κις^ ὁ εἷς καὶ οἱ λοιποὶ ἅπαξ ἴσα γίνονται τῷ τρὶς ὁ αὐτὸς καὶ πάντες ἅπαξ, τρὶς ἄρα ὁ β^ος^, φησί, προσλαβὼν τοὺς τρεῖς, ἔσται ϛϛ^ων^ δ̄ μ^ο^ δ̄.

Ὃ δὲ λέγει τοιοῦτόν ἐστιν· ἐπεὶ ὁ α^ος^ προσλαβὼν τῶν λοιπῶν δύο τὸ γ^ον^, γέγονεν ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ ᾱ, δεῖ ἄρα καὶ τὸν β^ον^, προσλαβόντα τῶν λοιπῶν δύο τὸ δ^ον^, γίνεσθαι καὶ αὐτὸν ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ ᾱ· ἐπεὶ δὲ οὐκ ἴσμεν πόσον ἐστὶ τὸ δ^ον^ τῶν λοιπῶν δύο, ὅμως ἐὰν λάβῃ αὐτὸ ὁ β^ος^, γενήσεται ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ ᾱ, τετραπλασιασθήτω καὶ αὐτὸς ⟨ὁ β^ος^⟩ καὶ τὸ δ^ον^ τῶν λοιπῶν, τουτέστι, αὐτὸς μὲν γενέσθω δ^κις^ οἱ δὲ λοιποὶ ἅπαξ, καὶ πάντως γενήσονται ϛϛ^οι^ δ̄ μ^ο^ δ̄, εἴ γε αὐτὸς ὁ β^ος^ ἅπαξ καὶ τὸ τῶν λοιπῶν δύο δ^ον^ ἅπαξ ϛ^ὺ^ ᾱ μ^ο^ ᾱ ἦν. ἐπεὶ δὲ ταὐτόν ἐστιν ὁ β^ος^ δ^κις^ καὶ οἱ λοιποὶ ἅπαξ, τῷ· ὁ β^ος^ τρὶς καὶ οἱ τρεῖς ἅπαξ· ἐὰν ἀφέλω τοὺς τρεῖς, τουτέστιν ϛ^ὶν^ ᾱ μ^ο^ γ̄, ἀπὸ τοῦ· ὁ β^ος^ τρὶς καὶ οἱ τρεῖς ἅπαξ· οἵ εἰσιν ϛϛ^οι^ δ μ^ο^ δ, καταλειφθήσεται ὁ β^ος^ τρὶς ϛϛ^ῶν^ γ̄ μ^ο^ ᾱ· αὐτὸς ἄρα ἔσται ἅπαξ ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ γ^ου^.

Τὸ δ' ὅμοιον θεωρείσθω καὶ ἐπὶ πάντα ε^κις^· καὶ γὰρ κἀκεῖ ὁμοίως ἐροῦμεν· ε^κις^ ὁ γ^ος^ προσλαβὼν τοὺς δύο, δ^κις^ ἔσται ὁ γ^ος^ προσλαβὼν τοὺς τρεῖς· καὶ γενήσονται ϛϛ^οι^ ε̄ μ^ο^ ε̄, ὧν ἐὰν ἀφέλῃς τοὺς τρεῖς, ἤτοι ϛ^ὶν^ ᾱ μ^ο^ γ̄, λοιπὸς ὁ γ^ος^ δ^κις^ ἔσται ϛϛ^ῶν^ δ̄ μ^ο^ β̄. αὐτὸς ἄρα ἅπαξ ἔσται ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ ∠′. συντεθέντες δὴ οἱ τρεῖς, ὅ τε α^ος^, ὃς ἦν ϛ^ου^ ᾱ, καὶ ὁ β^ος^, ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ γ″, καὶ ὁ γ^ος^, ϛ^ου^ ᾱ μ^ο^ ∠′, γίνονται ϛ^οὶ^ γ̄ μ^ο^ ∠′ γ″· ταῦτα ἴσα ϛ^ῷ^ ᾱ μ^ο^ γ̄· ἀφαιρῶ ἑκατέρωθεν ϛ^ὶν^ ᾱ μ^ο^ ∠′ γ″, καὶ γίνονται ϛϛ^οὶ^ β̄ ἴσοι μ^ο^ β̄ ϛ^ῳ^, καὶ ὁ ϛ^ὺ^ μ^ο^ ᾱ ιβ″.

3—4 I, 58, 2. 5 sqq. cf. I, 56, 23/26. 20 I, 58, 6/7.

Ἐπεὶ δὲ ιβ^ον εὑρίσκεται ἐνταῦθα, δῆλον ὡς εἰς ιβ ιβ^ο ἡ μονὰς τέτμηται. καὶ ἡ μ^ο ᾱ ιβ'' ἔσται ιγ ιβ^ον, εἴ γε τῆς μονάδος εἰς ιβ^α τμηθείσης καὶ ἕτερον αὐτῇ προσετέθη ιβ^ον· ἔσται οὖν ἡ μὲν μονὰς ιβ ιβ^ων, ὁ δὲ ϛ^ὸ ιγ ιβ^ων, καὶ ὑπερέξει ὁ ϛ^ὸ τῆς μ^ο ἑνὶ ιβ^ω. ἐπεὶ δὲ ιβ^ον ἀνεφάνη, εἰ τὰς ἐξ ἀρχῆς μ^ο γ̄ ἐδωδεκαπλασίαζε, καὶ λϛ αὐτὰς ὑπετίθη, προύβαινεν ἂν ὁ ϛ^ὸ διὰ μονάδων καὶ οὐχὶ μορίων μονάδος, πλὴν ἀλλὰ καὶ οὕτω περιαιρεθέντος τοῦ μορίου, τουτέστι, ἀντὶ τῶν ιγ ιβ^ων, ιγ μ^ο ληφθεισῶν, ἔσται πάλιν ὁ ϛ^ὸ διὰ μονάδων.

Ἔτι περὶ τοῦ πάντα δ^κις, δειχθήτω ἐπὶ τῶν ὑποστάσεων· ἐπεὶ ὁ μὲν ϛ^ὸ εὕρηται ιγ ιβ^ων, ἡ δὲ μονὰς ιβ, καὶ ἔστιν ὁ α^ος ϛ^οῦ ᾱ, τουτέστι ιγ οὐκέτι ιβ^ων, ἀλλὰ μ^ο· ὁ δὲ ιγ προσλαβὼν τὸ γ^ον τῶν λοιπῶν δύο, ἅπερ εἰσὶ ιβ, γίνεται κε· δεῖ δὲ καὶ τὸν β^ον, τουτέστι τὸν ιζ, λαβόντα παρὰ τῶν λοιπῶν δύο τὸ δ^ον αὐτῶν, γίγνεσθαι κε· ποιεῖ τοῦτο οὕτως· λαμβάνει δ^κις τὸν ιζ, καὶ γίνεται ξη· ὁμοίως καὶ τὸ δ^ον τῶν λοιπῶν δύο, ἅπερ ἐστὶν η̄, δ^κις, καὶ γίνονται λβ, τουτέστιν αὐτοὶ οἱ λοιποὶ δύο ἅπαξ· καὶ ὁμοῦ γίνεται ρ̄. ἐπεὶ δὲ καὶ ἐὰν λάβῃ τὸν ιζ τρίς, γίνεται να, τοὺς δὲ τρεῖς ἅπαξ, γίνεται μθ, καὶ ὁμοῦ πάλιν ρ̄, ἀφαιρεῖ ἀπὸ τοῦ τρὶς ὁ δεύτερος καὶ οἱ τρεῖς ἅπαξ, τοὺς τρεῖς, τουτέστιν ἀπὸ τῶν ρ̄ τὰ μθ, καὶ λοιπὰ να, ἅπερ εἰσὶν ὁ β^ος τρίς· αὐτὸς ἅρα ἅπαξ ἔσται ιζ, καὶ ἔστι ιζ ϛ^ὸ ᾱ μ^ο γ'', τουτέστι ιγ καὶ δ̄· τὰ δὲ δ̄ γ^ου μονάδος εἰς ιβ τμηθείσης.

AD PROBLEMA XXV.

ἔκθ. ς ᾱ μ° γ̄

ς ᾱ μ° ᾱ, ϛϛ δ̄ μ° δ̄, ϛϛ ε̄ μ° ε̄, ϛϛ ϛ̄ μ° ϛ̄

ϛϛ γ̄ μ° ᾱ, ϛϛ δ̄ μ° β̄, ϛϛ ε̄ μ° γ̄

ς ᾱ μ° γ″ ς ᾱ μ° ∟′ ς ᾱ μ° γ̄ ε^α

σύνθ. ϛϛ δ̄ μ° γ″ ∟′ γ̄ ε^α ι^σ. ς ᾱ μ° γ̄

ἀφ. ϛϛ γ̄ ι^σ. μ° ᾱ β̄ ε^α ϛ″

μερ. ς ᾱ ι^σ. μ° γ″ δίμ. ε^ου ιη″

ὑπ. μ° μ̄ζ μ° ο̄ζ μ° ⌊β̄ μ° ρ̄α.

Ὁ ϛ° συνάγεται μ̄ζ ⌊β̄^ων μονάδος, οὕτως· οἱ τέσσαρες συντιθέμενοι γίνονται ϛϛ^οι δ̄ μ° γ″ ∟′ καὶ γ̄ ε^α· ταῦτα ἴσα ϛ^ῳ ᾱ μ° γ̄, ἅπερ ὑπέκειτο ἐξ ἀρχῆς οἱ τέσσαρες· ἀφαιρῶ ἀφ' ἑκατέρου ϛ^ὸν ᾱ καὶ μ° γ″ ∟′ καὶ γ̄ ε^α, καὶ γίνεται τὰ μὲν ϛϛ^οι γ̄, τὰ δὲ μ° ᾱ, β̄ ε^α καὶ ϛ^ον· γ̄ γὰρ μ° οὐσῶν, ἀπὸ μὲν τῆς μιᾶς τούτων ἀφαιρεθέντων τοῦ γ^ου καὶ τοῦ ∟′ τῆς μονάδος, λοιπὸν ϛ^ον· ἀπὸ δὲ τῆς ἄλλης ἀφαιρεθέντων γ̄ ε^ων, λοιπὰ β̄ ε^α. ϛϛ^οι ἄρα γ̄ ἴσοι μ° ᾱ, β̄ ε^οις, ϛ^ῳ μονάδος, καὶ γίνεται ὁ ϛ°, μ° γ^ον, δίμοιρον μ° ε^ου ἑνός, καὶ ιη^ον· εἰς γ̄ γὰρ ἕκαστον τῶν μ° ᾱ, β̄ ε^ων, ϛ^ου μερισθέντα, γέγονεν ἡ μὲν μονὰς μονάδος γ^ον, τὰ δὲ β̄ ε^α, δίμοιρον ᾱ ε^ου, τὸ δὲ ϛ^ον, ιη^ον· ὥσπερ γὰρ τὸ γ^ον τῶν ιη̄ ἐστι ϛ̄, οὕτω τὸ γ^ον τοῦ ϛ^ου, ιη^ον.

Ἀλλ' ἐπεὶ οὐ διὰ μονάδων τελείων ἐφάνη ὁ ϛ°, ἀλλὰ διὰ μορίων μονάδος, γ^ου, ε^ου, καὶ ιη^ου, ζητῶ τὸν πυθμένα τῶν ἀριθμῶν τῶν ἐχόντων τὰ τοιαῦτα μέρη καὶ εὑρίσκω τὸν ⌊β̄ ἀριθμόν. ἔστι τὸ μὲν γ^ον αὐτοῦ λ,

10 cf. I, 60, 7.

τὸ δὲ δίμοιρον τοῦ $\varepsilon^{ου}$ αὐτοῦ $\overline{\iota\beta}$ ($\overline{\iota\eta}$ γάρ ἐστι τὸ $\varepsilon^{ον}$), τὸ δὲ $\iota\eta^{ον}$ $\overline{\varepsilon}$· $\overline{\lambda}$ γοῦν καὶ $\overline{\iota\beta}$ καὶ $\overline{\varepsilon}$, $\overline{\mu\zeta}$, καὶ τέμνεται ἡ μονὰς εἰς $\overline{\text{ϟ}}$, ὁ δὲ $\text{ϛ}^{ο}$ ἐστι $\overline{\mu\zeta}$ $\overline{\text{ϟ}}^{ῶν}$ μονάδος, ἐλάττων αὐτῆς ὤν, εἰ δ' ἐν ἄλλοις μείζων.

Ὅπως δ' εὑρίσκεται ὁ πυθμὴν τῶν ἐχόντων τὰ δεδομένα μόρια δῆλον ἐνθένδε· ἐκκείσθωσαν οἱ ὁμώνυμοι τοῖς δεδομένοις ἀριθμοί, καὶ σκόπει τὸν $\alpha^{ον}$ καὶ $\beta^{ον}$, κἂν μὲν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι καὶ ἀσύνθετοι, πολλαπλασίαζε αὐτοὺς ἐπαλλήλους, καὶ τὸν γενόμενον λέγε πυθμένα εἶναι τῶν ἐχόντων ἀριθμῶν τὰ ὁμώνυμα τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$ μόρια. εἰ δὲ κοινὸν μέτρον ἐστὶν αὐτῶν, πολλαπλασίαζε πάλιν αὐτοὺς ἐπαλλήλους, καὶ τὸ τοῦ γενομένου μόριον τὸ ὁμώνυμον τῷ κοινῷ μέτρῳ, λέγε εἶναι πυθμένα. εἶτα τοῦτον δὴ τὸν πυθμένα σκόπει μετὰ τοῦ $\gamma^{ου}$ ἀριθμοῦ, κἄν τε πρῶτος ᾖ καὶ ἀσύνθετος πρὸς αὐτόν, κἄν τε κοινῷ μέτρῳ μετρῆται, ποίει ὡς ἐδιδάχθης.

Οἷον προκείσθω εὑρεῖν τὸν πυθμένα τῶν ἐχόντων $\angle'$, $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$, $\varepsilon^{ον}$· ἐκτίθημι τοὺς ὁμωνύμους τοῖς μορίοις ἀριθμούς, $\overline{\beta}$, $\overline{\gamma}$, $\overline{\delta}$, $\overline{\varepsilon}$· καὶ ἐπεὶ ὁ $\overline{\beta}$ καὶ $\overline{\gamma}$ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσὶ καὶ ἀσύνθετοι, πολλαπλασιάζω τὸν $\overline{\beta}$ ἐπὶ τὸν $\overline{\gamma}$, καὶ γίνεται $\overline{\text{ϛ}}$, καὶ τοῦτον λέγω εἶναι πυθμένα τῶν ἐχόντων $\angle'$ καὶ $\gamma^{ον}$, καὶ ἕτερος ἐλάττων αὐτοῦ οὐχ ἕξει ταῦτα. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\overline{\text{ϛ}}$ πρὸς τὸν $\overline{\delta}$ κοινῷ μέτρῳ μετρεῖται τῷ $\overline{\beta}$, πολλαπλασιάζω αὐτοὺς ἐπαλλήλους, καὶ γίνονται $\overline{\kappa\delta}$· ἀλλ' ἐπεὶ κοινῷ μέτρῳ μετροῦνται τῷ $\overline{\beta}$, λαμβάνω τὸ τῶν $\overline{\kappa\delta}$ μόριον τὸ ὁμώνυμον τῷ $\overline{\beta}$, τουτέστι τὸ $\angle'$, ἅπερ ἐστὶ $\overline{\iota\beta}$, καὶ ταῦτα λέγω εἶναι πυθμένα τῶν ἐχόντων $\angle'$, $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$. πάλιν πολλα-

4 ἄλλοις] ἄλλας libri. Xylander coniecit: εἰ δ' ἐναλλὰξ μείζων, ἀφαιρουμένου τοῦ μορίου. 6 ἐνθένδεν. 16 ᾖ] ἐστὶ

πλασιάζω τὸν $\overline{\iota\beta}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\varepsilon}$, καὶ γίνονται $\bar{\xi}$, καὶ ἐπεὶ ὁ $\overline{\iota\beta}$ καὶ ὁ $\bar{\varepsilon}$ πρῶτοί εἰσι πρὸς ἀλλήλους, τὸν $\bar{\xi}$ λέγω πυθμένα τῶν ἐχόντων $\angle'$, $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$, $\varepsilon^{ον}$.

Ἢ καὶ οὕτως· εἰ μὲν πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοί εἰσι πρὸς ἀλλήλους οἱ ἀριθμοί, πάλιν ὁμοίως ποιητέον· εἰ δὲ κοινῷ τινι μέτρῳ μετροῦνται, ἕξει ἄρα ἑκάτερος αὐτῶν ὁμώνυμον μόριον τῷ μετροῦντι αὐτούς. ὁποτερουοῦν τούτων τὸ ὁμώνυμον μόριον τῷ μετροῦντι αὐτούς, πολλαπλασιαστέον ἐπὶ τὸν λοιπόν, καὶ τὸν γενόμενον λέγε εἶναι πυθμένα. καὶ πάλιν τὸν πυθμένα ἐπὶ τὸν $\gamma^{ον}$, καὶ ἐφεξῆς.

Οἷον προκείσθω εὑρεῖν τὸν πυθμένα τῶν ἐχόντων $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$, $\varepsilon^{ον}$, $\varsigma^{ον}$· ἐκτίθημι τοὺς ὁμωνύμους αὐτοῖς ἀριθμοὺς, $\bar{\gamma}$, $\bar{\delta}$, $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\varsigma}$· καὶ ἐπεὶ ὁ $\bar{\gamma}$ πρὸς τὸν $\bar{\delta}$ πρῶτός ἐστι καὶ ἀσύνθετος, τὸν ὑπ' αὐτῶν γενόμενον $\overline{\iota\beta}$ λέγω πυθμένα τῶν ἐχόντων $\gamma^{ον}$ καὶ $\delta^{ον}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\overline{\iota\beta}$ πρὸς τὸν $\bar{\varepsilon}$ πρῶτός ἐστι καὶ ἀσύνθετος, τὸν ὑπ' αὐτῶν γενόμενον $\bar{\xi}$ λέγω πυθμένα τῶν ἐχόντων $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$, $\varepsilon^{ον}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\bar{\xi}$ πρὸς τὸν $\bar{\varsigma}$ κοινῷ μέτρῳ μετρεῖται αὐτῷ τῷ $\bar{\varsigma}$, ἔχει ἄρα ἑκάτερος αὐτῶν $\varsigma^{ον}$, ὧν τοῦ μὲν $\bar{\xi}$ τὸ $\varsigma^{ον}$ ἐστὶν $\bar{\iota}$, τοῦ δὲ $\bar{\varsigma}$ μονάς· ὁποτέρου οὖν $\varsigma^{ον}$ ἐπὶ θάτερον ὅλον πολλαπλασιάσω, ἄν τε τοῦ $\bar{\xi}$ τὸν $\bar{\iota}$ ἐπὶ τὸν $\bar{\varsigma}$, ἄν τε τοῦ $\bar{\varsigma}$ τὴν μονάδα ἐπὶ τὸν $\bar{\xi}$, ἑκάτερον πάλιν $\bar{\xi}$ γίνεται, καὶ λέγω τοῦτον εἶναι πυθμένα τῶν ἐχόντων $\gamma^{ον}$, $\delta^{ον}$, $\varepsilon^{ον}$, $\varsigma^{ον}$· καὶ ἐφεξῆς.

Ἰστέον δὲ ὅτι τὰ διδόμενα μόρια οἱ εὑρισκόμενοι κατὰ τόνδε τὸν τρόπον μόνοι ἕξουσιν ὁμοῦ πρῶτοι, καὶ μετ' αὐτοὺς οἱ αὐτῶν πολλαπλάσιοι, παρὰ δὲ τούτους οὐδεὶς ἕτερος τῶν ἁπάντων. καὶ ἐνταῦθα

---

22 πολλαπλασιάσθω.

τοίνυν ἐπεὶ γ^ον καὶ ε^ον καὶ ιη^ον εὑρέθη μονάδος, ἐκτίθημι τοὺς ὁμωνύμους αὐτοῖς ἀριθμούς, $\bar{\gamma}$, $\bar{\varepsilon}$, $\overline{\iota\eta}$· καὶ ἐπεὶ ὁ $\bar{\gamma}$ πρὸς τὸν ε πρῶτός ἐστι καὶ ἀσύνθετος, τὸν ὑπ' αὐτῶν $\overline{\iota\varepsilon}$ λέγω πυθμένα τῶν ἐχόντων γ^ον καὶ ε^ον. πάλιν ἐπεὶ ὁ $\overline{\iota\varepsilon}$ καὶ ὁ $\overline{\iota\eta}$ κοινῷ μέτρῳ μετροῦνται τῷ $\bar{\gamma}$, ἔχει ἄρα ἑκάτερος αὐτῶν γ^ον· ὧν ὁ μὲν $\overline{\iota\varepsilon}$ γ^ον ἔχει τὰ $\bar{\varepsilon}$, ὁ δὲ $\overline{\iota\eta}$ τὰ $\bar{\varsigma}$· ἄν τε οὖν ε^κις εἴπω τὰ $\overline{\iota\eta}$, ἄν τε ς^κις τὰ $\overline{\iota\varepsilon}$, ἑκατέρως ὁ $\overline{\iota\alpha}$ γίνεται, καὶ διὰ ταῦτα καὶ ἡ μονὰς τέμνεται εἰς τὰ $\overline{\iota\alpha}$.

Ὁ μὲν οὖν α^ος, ς^ο ᾱ ὤν, ἔστι $\overline{\mu\zeta}$ $\overline{\iota\alpha}$^ῶν· ὁ δὲ β^ος, ς α μ^ο γ'', τουτέστι $\overline{\mu\zeta}$ καὶ $\bar{\lambda}$ (ἅπερ ἐστὶ γ^ον τῶν $\overline{\iota\alpha}$), γίνεται $\overline{\text{ο}\zeta}$· ὁ δὲ γ^ος, ς^ο ᾱ μ^ο L', τουτέστι $\overline{\mu\zeta}$ καὶ $\overline{\mu\varepsilon}$ (ἅπερ ἐστὶν L' τῶν $\overline{\iota\alpha}$), γίνεται $\overline{\iota\alpha\beta}$· ὁ δὲ δ^ος, ς^ο ε̄ καὶ $\bar{\gamma}$ ε^α, τουτέστι $\overline{\mu\zeta}$ καὶ $\overline{\nu\delta}$ (ἅπερ ἐστὶ $\bar{\gamma}$ ε^α τῶν $\overline{\iota\alpha}$), γίνεται $\overline{\rho\alpha}$. καὶ ὁ μὲν α^ος, $\overline{\mu\zeta}$ ὤν, προσλαβὼν καὶ τὸ γ^ον τῶν λοιπῶν τριῶν τὰ $\overline{\iota\alpha}$, γίνεται $\overline{\rho\lambda\zeta}$· ὁ δὲ β^ος, ὁ $\overline{\text{ο}\zeta}$, τὸ δ^ον τῶν λοιπῶν τριῶν τὰ $\bar{\xi}$, γίνεται ὁμοίως $\overline{\rho\lambda\zeta}$· ὁ δὲ γ^ος, ὁ $\overline{\iota\alpha\beta}$, τὸ ε^ον τῶν λοιπῶν τριῶν τὰ $\overline{\mu\varepsilon}$, γίνεται ὁμοίως $\overline{\rho\lambda\zeta}$· καὶ ὁ δ^ος, ὁ $\overline{\rho\alpha}$, τῶν λοιπῶν τριῶν τὸ ς^ον τὰ λς, γίνεται ὁμοίως $\overline{\rho\lambda\zeta}$.

AD PROBLEMA XXVI.

ἔκθ.	μ^ο $\bar{\sigma}$,	ς $\bar{\alpha}$,	μ^ο $\bar{\varepsilon}$
	ς̄ς̄ $\bar{\sigma}$		ς $\bar{\varepsilon}$
	ς̄ς̄ $\bar{\sigma}$	ἰσ^ο.	Δ^Υ $\overline{\kappa\varepsilon}$
	ς̄ς̄ $\bar{\eta}$	ἰσ^ο.	Δ^Υ $\bar{\alpha}$
μερ.	μ^ο $\bar{\eta}$	ἰσ^ο.	ς $\bar{\alpha}$
ὑπ.	μ^ο $\overline{\alpha\chi}$		μ^ο $\bar{\mu}$

10 cf. I, 60, 8/9.

Δ^Υ κε̄ εἰσιν ἴσαι ϛϛ^οῖς σ̄· οὕτως· ἐὰν γὰρ ὦσιν ἀριθμοὶ τρεῖς, ὧν ὁ β^ος καὶ ὁ γ^ος πολλαπλασιαζόμενοι ἐπ' ἀλλήλους ποιοῦσιν ἀριθμὸν ὁμώνυμον τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ α^ος πρὸς τὸν γ^ον, τὸ ὑπὸ α^ου καὶ β^ου ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ β^ου καὶ γ^ου· καὶ ἔτι τὸ ὑπὸ γ^ου καὶ τοῦ ὑπὸ β^ου καὶ γ^ου ἴσον τῷ α^ῳ.

Ἔστωσαν ἀριθμοὶ τρεῖς ὁ λϛ̄, δ̄, γ̄· ὁ δ̄ ἐπὶ τὸν γ̄ ποιεῖ ιβ̄· ὁ δὲ λϛ̄ τοῦ γ̄ δωδεκαπλάσιος· καὶ ἔστιν ὁ ιβ̄ ὁμώνυμος τῷ λόγῳ τοῦ λϛ̄ πρὸς τὸν γ̄. τὸ οὖν ὑπὸ α^ου καὶ β^ου, τουτέστι τοῦ λϛ̄ καὶ τοῦ δ̄, γίνεται ρμδ̄ ... † καί εἰσιν ἴσα καὶ ἔστι τὸ ὑπὸ τοῦ τρίτου καὶ τοῦ ὑπὸ δευτέρου καὶ τρίτου, τουτέστι τὸ ὑπὸ τοῦ γ̄ καὶ ιβ̄, ὃς ὑπὸ τοῦ β^ου γίνεται καὶ γ^ου, ἴσον τῷ α^ῳ τῷ λϛ̄· τρὶς γὰρ ιβ̄, λϛ̄.

Καὶ ἐὰν ἄρα ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν λόγον ἔχῃ, ἔσται τις ἀριθμός, ὃς ἐπὶ τὸν ἐλάττω πολλαπλασιαζόμενος ποιήσει ἀριθμὸν ὁμώνυμον τῷ λόγῳ ὃν ἔχει ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα. καὶ δειχθήτω ἐπὶ ἀριθμῶν καὶ μύρια μονάδος ἐχόντων, πλείονος τριβείας ἕνεκεν. ἔστωσαν ἀριθμοὶ δύο, ὁ ιγ̄ καὶ ὁ β̄, καὶ ἔχει λόγον ὁ ιγ̄ πρὸς τὸν β̄ ἑξαπλασιεφήμισυν· οὐκοῦν ἔσται τις ἀριθμός, ὃς ἐπὶ τὸν β̄ πολλαπλασιασθεὶς ποιήσει ἀριθμὸν ὁμώνυμον τῷ λόγῳ, τουτέστι μ^ο ϛ̄ ∠′· μερισθήτω ὁ ϛ̄ ∠′ παρὰ τὸν ἐλάττονα, τουτέστι τὸν β̄, καὶ γίνεται γ̄ δ̄″· ὁ ἄρα γ̄ δ̄″ ἐπὶ τὰ β̄ πολλαπλασιαζόμενος ποιεῖ τὸν ϛ̄ ∠′. καί εἰσιν ἀριθμοὶ τρεῖς, ὁ ιγ̄, γ̄ δ̄″, β̄, καὶ

1 cf. I, 60, 19. 11 † Lacunam hoc fere modo compleas: τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ δευτέρου καὶ τρίτου, τουτέστι τὸ ἀπὸ τοῦ ιβ̄, γίνεται ρμδ̄. X_2 post ἴσα supplet: τῷ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τοῦ β^ου καὶ γ^ου.

γίνεται ἐπὶ τούτων ὡς ἐπὶ τοῦ προτέρου· τὸ μὲν ὑπὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ καὶ $\beta^{ου}$, $\overline{\mu\beta}$ δ″ (τρὶς γὰρ $\overline{\iota\gamma}$, $\overline{\lambda\vartheta}$· καὶ τεταρτάκις τὰ $\overline{\iota\gamma}$, $\overline{\gamma}$ δ″· ὁμοῦ $\overline{\mu\beta}$ δ″). καὶ πάλιν τὸ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ $\beta^{ου}$ καὶ $\gamma^{ου}$, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῶν $\overline{\varsigma}$ $\angle'$, $\overline{\mu\beta}$ δ″ (ς^{κις} γὰρ τὰ $\overline{\varsigma}$, $\overline{\lambda\varsigma}$· ς^{κις} τὸ $\angle'$, $\overline{\gamma}$· ἡμισάκις τὰ $\overline{\varsigma}$, $\overline{\gamma}$· ἡμισάκις τὸ $\angle'$, δ″· ὁμοῦ $\overline{\mu\beta}$ δ″). καὶ ἔτι τὸ ὑπὸ τοῦ $\overline{\beta}$ καὶ $\overline{\varsigma}$ $\angle'$, $\overline{\iota\gamma}$ (δὶς γὰρ $\overline{\varsigma}$ $\angle'$, $\overline{\iota\gamma}$).

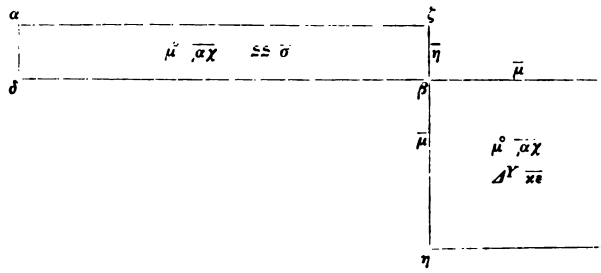
Καὶ ἐνταῦθα τοίνυν ἐπεὶ καὶ $\overline{\sigma}$ $\mu^{ο}$ πρὸς τὰς $\overline{\varepsilon}$ $\mu^{ι}$ λόγον ἔχουσι τεσσαρακονταπλάσιον, ἔσται τις ἀριθμός, ὃς ἐπὶ τὸν $\overline{\varepsilon}$ πολλαπλασιασθεὶς ποιήσει ἀριθμὸν ὁμώνυμον τῷ λόγῳ, τουτέστι $\mu^{ο}$ $\overline{\mu}$· μερισθήτω ὁ $\overline{\mu}$ παρὰ τὸν $\overline{\varepsilon}$, καὶ γίνεται $\mu^{ο}$ $\overline{\eta}$· ὁ ἄρα $\overline{\eta}$ ἀριθμὸς ἐπὶ μὲν τὰς $\overline{\sigma}$ $\mu^{ο}$ πολλαπλασιασθεὶς ποιήσει $\mu^{ο}$ $\overline{\alpha\chi}$, ἃς λέγει $\overline{\sigma}$ ς^{ούς} (τὰ γὰρ $\overline{\alpha\chi}$ σ^{κις} ἔχει τὸν $\overline{\eta}$ ς^{ὸν} καί εἰσιν ἄρα $\overline{\sigma}$ ς^{οί}), ἐπὶ δὲ τὸν $\overline{\varepsilon}$ πολλαπλασιασθεὶς ποιήσει $\mu^{ο}$ $\overline{\mu}$, ἃς λέγει ς^{ούς} $\overline{\varepsilon}$ (τὰ γὰρ $\overline{\mu}$ ε^{κις} ἔχει τὸν $\overline{\eta}$ ς^{ὸν}, καί εἰσιν ἄρα $\overline{\varepsilon}$ ς^{οί}). πάλιν οἱ $\overline{\varepsilon}$ ς^{οί}, τουτέστιν αἱ $\mu^{ο}$ $\overline{\mu}$, πρὸς αὐτοὺς πολλαπλασιαζόμενοι, ποιοῦσι Δ^{Y} $\overline{\kappa\varepsilon}$, τουτέστι $\mu^{ο}$ $\overline{\alpha\chi}$. ἐπεὶ γὰρ ἡ ἀπὸ τοῦ $\overline{\eta}$ δύναμίς ἐστιν ὁ $\overline{\xi\delta}$, ἔχει δὲ ὁ $\overline{\alpha\chi}$ κε^{κις} τὸν $\overline{\xi\delta}$, $\overline{\kappa\varepsilon}$ ἄρα Δ^{Y} εἰσὶν ὁ $\overline{\alpha\chi}$, ὁ ἀπὸ τῶν $\overline{\varepsilon}$ ς^{ῶν}, τουτέστι τῶν $\overline{\mu}$ $\mu^{ο}$, γινόμενος, καί εἰσιν ἴσαι τοῖς $\overline{\sigma}$ ς^{οῖς}, κἀκεῖνοι γὰρ $\overline{\alpha\chi}$.

Οὕτω τοίνυν δεικνὺς τὰς $\overline{\kappa\varepsilon}$ Δ^{Y} ἴσας τοῖς $\overline{\sigma}$ ς^{οῖς}, εἶτα ἐπάγει· πάντα παρὰ ς^{ὸν}· ὥσπερ ἔμπροσθεν ἔλεγεν ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, οὕτω κἀνταῦθα, ἑτέρᾳ μεθόδῳ χρώμενος, φησί· πάντα παρὰ ς^{ὸν}· τουτέστι ὑποβιβασθήτωσαν καὶ αἱ Δ^{Y} εἰς ς^{ούς}, οἱ δὲ ς^{οί} εἰς $\mu^{ο}$, καὶ γεγονέτωσαν αἱ μὲν $\overline{\kappa\varepsilon}$ Δ^{Y} $\overline{\kappa\varepsilon}$ ς^{οί}, οἱ δὲ $\overline{\sigma}$ ς^{οί}, $\overline{\sigma}$ $\mu^{ο}$· καὶ μερισθήτω ὁ $\overline{\sigma}$ παρὰ τὸν $\overline{\kappa\varepsilon}$, γίνονται $\mu^{ο}$ $\overline{\eta}$· καὶ

2 τεταρτάκις] τετράκις. 6 ὑπὸ] ἀπὸ. 24 I, 60, 20.

ἔσται ὁ ς^ο^ μ^ο^ η̄. καὶ ὁ ς^ο^ ἐπὶ μὲν τὸν σ̄ πολλαπλα-
1 σιασθεὶς ⟨ποιεῖ⟩ τὸν ,αχ̄ τετράγωνον, ἐπὶ δὲ τὸν ε̄
τὸν μ̄, τὴν πλευρὰν αὐτοῦ.

Τοῦτο δὲ δείκνυται καὶ διὰ τοῦ ιδ^ου^ τοῦ ς^ου^ τῶν
Στοιχείων, ὅτι τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόν- 5
των γωνίαν παραλληλογράμμων ἀντιπεπόνθασιν αἱ
πλευραὶ αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας. ἐκκείσθω γὰρ
παραλληλόγραμμα ἴσα τὸ ΑΒ, ΒΓ, ἴσας ἔχοντα τὰς
πρὸς τῷ Β γωνίας· ἔστω οὖν ἑκάτερον μ^ο^ ,αχ̄, τουτέστι



τὸ μὲν ΑΒ τῶν σ̄ ς^ο^ς^ῶν^, τὸ δὲ ΒΓ τῶν κε̄ Δ^Υ^· τοῦ 10
μὲν ΑΒ ἡ ΔΒ πλευρὰ μ^ο^ ἐστὶ σ̄, τοῦ δὲ ΒΓ ἑκατέρα
τῶν ΗΒ, ΒΕ μ^ο^ μ̄, καὶ ἔστιν ἡ ΔΒ τῆς ΒΕ πενταπλασίων, καὶ ἡ ΗΒ ἄρα τῆς ΒΖ πενταπλασίων ἔσται· ἔστι δὲ ἡ ΗΒ μ^ο^ μ̄, καὶ ἡ ΒΖ ἔσται μ^ο^ η̄, καὶ εὕρηται ὁ ς^ο^ μ^ο^ η̄. 15

Ἄλλως εἰς τὸ πάντα παρὰ ς^ὸ^ν.

Ἐπεὶ εὕρηνται Δ^Υ^ κε̄ ἴσαι ς^ο^ῖς σ̄, ἐπιβάλλουσιν ἄρα τῇ μιᾷ Δ^Υ^, ς^ο^ῖ η̄· δύναμις δὲ ς^ο^ς^ῶν^ η̄ οὐκ ἔστιν ἑτέρα παρὰ τὴν ἀπὸ τῶν η̄ μ^ο^ γινομένην, ἤτοι ς^ο^ῦ ᾱ,

---

1 ἔσται X_2 (evanidum in B), ἔστω alii. 1—2 πολλαπλασιασθεὶς X_2, πολλαπλασιάσαι alii (ex sec. m. in B).
9 ἑκάτερον X_2, ἑκάτερος alii.

[illegible], καὶ ἡ Δ^Y β
καὶ αὕτη γ̄· καὶ ἐφεξῆς·
τέρας ἀμείνων.

AD PROBI

10	ἔκθ.	ϛ ᾱ μ° ῑ
	[σύνθ.]	μ° ρ̄ ∧ Δ^Y
	πρ.	μ° ρ̄
	ἀφ.	μ° δ̄
	μερ.	μ° β̄
15	ὑπ.	μ° ιβ̄

Τὸ κζον καί τινα τῶν
φησιν ὁ Διόφαντος· οἶμαι
ἐν αὐτοῖς προσδιορισμούς·
τῶν ἐν αὐτοῖς προσδιορισμῶ
20 πᾶσιν ἁπλῶς ἀριθμοῖς ἁρμ
ἀριθμοὺς οὕτως ἔχειν· ὅθ
[illegible] ο προσδιορισμοὶ τὰ

ἡμισείας τετραγώνῳ. δεῖται μὴν τὸ πρόβλημα προσδιορισμοῦ τινος, ὃν δὴ καὶ ἡμεῖς ἐκτιθέντες λέγομεν ὧδε. δεῖ δὴ τὸ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ συνθέματος πλειόνων μ° γίνεσθαι ἢ τὸ ὑπὸ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν δύο γινόμενον. ὡς καὶ ἐνταῦθα, τὸ ἀπὸ τοῦ ῑ, ὅπερ ἐστὶν ἥμισυ τοῦ συνθέματος τῶν κ̄ μ°, ρ̄ γίνεται (μὴ σκοπουμένης ἐνταῦθα τῆς λείψεως τῆς Δ^Υ), τὸ δὲ ὑπὸ τῶν δύο ἐστὶ μ° ϟϛ̄. εἰ γὰρ ἴσαι αἱ μ° γένοιντο, ἢ ὑπερέχοι τοῦτο ἐκείνου, οὐ συσταθήσεται· καταλειφθήσεται γὰρ Δ^Υ ᾱ, ἢ πρὸς ταύτῃ καὶ μ° τινές, ἴσαι οὐδενί.

Καὶ τὸ ὑπὸ τοῦ ᾱ ς^οῦ καὶ μ° ῑ καὶ τῶν μ° ῑ ⋀ ς^οῦ ᾱ, φησί, γίνεται μ° ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ. ἐπεὶ γὰρ λεῖψις μὲν ἐπὶ ὕπαρξιν πολλαπλασιασθεῖσα λεῖψιν ποιεῖ, ς^ο' δὲ ἐπὶ ς^όν, Δ^Υ, εἰκότως καὶ ἐνταῦθα τῆς λείψεως τοῦ ς^οῦ ᾱ ἐπὶ τὴν ὕπαρξιν τοῦ ς^οῦ ᾱ πολλαπλασιασθείσης, ποιεῖ ⋀ Δ^Υ ᾱ.

[Ὁ ς^ο' ⟨ᾱ⟩ μ° ῑ ἐπὶ μ° ῑ ⋀ ς^οῦ ᾱ γίνεται μ° ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ· γίνεται οὕτως κατὰ τὴν Ἰνδικὴν μέθοδον· ἡ τοῦ ᾱ ς^οῦ λεῖψις ἐπὶ τὰς ῑ μ° ποιεῖ ⋀ ϛϛ^ῶν ῑ· ἡ ⋀ τοῦ ᾱ ς^οῦ ἐπὶ τὸν ᾱ ς^όν, ⋀ Δ^Υ ᾱ· καὶ αἱ ῑ μ° ἐπὶ τὰς ῑ μ° μ° ρ̄· καὶ ὁ ᾱ ς^ο' ἐπὶ τὰς ῑ μ°, ϛϛ^οὺς ῑ. γίνονται οὖν ς^οὶ ῑ μ° ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ καὶ ⋀ ϛϛ^ῶν ῑ· ἀφανιζούσης δὲ τῆς τῶν ῑ ϛϛ^ῶν λείψεως τὴν τῶν ῑ ϛϛ^ῶν ὕπαρξιν, λοιπαὶ μ° ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ.]

[Ἐπεὶ ὁ ς^ο', ὅς ἐστι πλευρὰ τῆς Δ^Υ, β̄ μ° εὑρίσκεται, ἡ ἄρα Δ^Υ ἐστι δ̄ μ°.] Καὶ μ° οὖν ρ̄ ⋀ Δ^Υ ᾱ ἴσαι μ° ϟϛ̄· κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως, γίνεται Δ^Υ ᾱ μ° ϟϛ̄ ἴσαι μ° ρ̄· καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, τουτέστιν

12 cf. I, 62, 15. 18—24 Quae seclusi inserta sunt in libris post μ° ϟϛ̄ (l. 8). 19 ᾱ] πρώτου. 25—26 Ἐπεὶ ... δ̄ μ° ex margine videntur irrepsisse.

ἀφ' ἑκατέρου μ° $\overline{\text{ιϛ}}$, λοιπαὶ μ° $\bar{\delta}$ ἴσαι $\Delta^{\text{Υ}}$, καὶ ὁ ϛ° μ° $\bar{\beta}$.

Ἄλλως εἰς τὸ· ἔστι δὲ τοῦτο πλασματικόν.

Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦτο λέγει· ὁ δὲ προσδιορισμός ἐστι τὸ μὴ ἴσους εἶναι τοὺς εὑρισκομένους ἀριθμούς (οὔτε γὰρ ἡ δεῖξις, οὔτε μὴν ὁ προσδιορισμὸς ἀληθεύσει ἐν τούτοις), ἀλλ' ἀνίσους· πλὴν οὐκ αὐτὸ μόνον ἀνίσους εἶναι δεῖ, ἀλλ' ἔτι καὶ τοὺς τοῦ ἑτέρου προσδιορισμοῦ φυλάσσειν, ὃν ἡμεῖς ἐξεθέμεθα.

AD PROBLEMA XXVIII.

	$\bar{\kappa}$		$\overline{\sigma\eta}$
ἕκθ.	ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\iota}$		μ° $\bar{\iota}$ ∧ ϛ $\bar{\alpha}$
τετρ.	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\kappa}$ μ° $\bar{\rho}$		$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\rho}$ ∧ ϛϛ $\bar{\kappa}$
σύνθ.	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\beta}$ μ° $\bar{\sigma}$	ἰσ.	μ° $\overline{\sigma\eta}$
ἀφ.	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\beta}$	ἰσ.	μ° $\bar{\eta}$
μερ.	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\bar{\delta}$
	ϛ $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\bar{\beta}$
ὑπ.	μ° $\overline{\iota\beta}$		μ° $\bar{\eta}$

Καὶ τὸ κηον πλασματικόν ἐστι· καὶ δοκεῖ καὶ ἐνταῦθα περιττὸς εἶναι ὁ προσδιορισμός, εἰ μή που τοῦτό φησιν, ὡς εἴρηται, μὴ εἶναι τοὺς ἀριθμοὺς ἴσους, ἀλλ' ἀνίσους· ἡμεῖς καὶ ἐνταῦθα προσδιορισμὸν ἐκτίθεμεν τόνδε.

Δεῖ δὴ τὸ δὶς ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ συνθέματος τῶν ἀριθμῶν ἔλαττον εἶναι (τουτέστιν ἐλάττονας ἔχειν μ°) τοῦ συνθέματος τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων· καὶ

3 I, 62, 2. 8 τοὺς] forsan legendum τὰ. 19 I, 62, 25.

γὰρ δ' ἐνταῦθα τὸ δὶς ἀπὸ τῶν ῑ, ὅς ἐστιν ∟′ τῶν κ̄, τουτέστιν τὰ σ̄, ἐλάττονά ἐστι τῶν σ̄η̄· εἰ δ' ἴσα ἢ μείζονα γένοιντο, οὐ συσταθήσεται.

Γίνεται δὲ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, Δ^Υ β̄ μ^ο σ̄, οὕτω· ὁ ς^ο ᾱ καὶ μ^ο ῑ γίνονται τετραγωνιζόμενοι, Δ^Υ ᾱ ςς^οι κ̄ μ^ο ρ̄· αἱ δὲ μ^ο ῑ ⋔ ς^οῦ ᾱ γίνονται Δ^Υ ᾱ (διὰ τὸ λεῖψιν ἐπὶ λεῖψιν ὕπαρξιν ποιεῖν), γίνονται οὖν Δ^Υ ᾱ μ^ο ρ̄ ⋔ ςς^ῶν κ̄· συντιθεμένων δὲ αὐτῶν, καὶ τῶν κ̄ ςς^ῶν ἀφανιζομένων ὑπὸ τῆς λείψεως τῶν κ̄ ςς^ῶν, γίνονται Δ^Υ β̄ μ^ο σ̄. καὶ τὰ ἑξῆς δῆλα.

AD PROBLEMA XXIX.

	κ̄		π̄
ἔκθ.	ς ᾱ μ^ο ῑ		μ^ο ῑ ⋔ ς ᾱ
τετρ.	Δ^Υ ᾱ ςς κ̄ μ^ο ρ̄		Δ^Υ ᾱ μ^ο ρ̄ ⋔ ςς κ̄
ὑπεροχ.	ςς μ̄	ἰσ.	μ^ο π̄
μερ.	ς ᾱ	ἰσ.	μ^ο β̄
ὑπ.	μ^ο ιβ̄		μ^ο η̄.

Τὸ κθ^ον οὐδενὸς δεῖται προσδιορισμοῦ· ἐπὶ πάντων γὰρ ἀριθμῶν προβαίνει, καὶ ἐὰν τό τε σύνθεμα καὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ἴσαι ὑποτεθῶσι·

Γίνεται δὲ ἡ ὑπεροχὴ τῶν τετραγώνων ςς^οι μ̄, οὕτως· ἐπεὶ ὁ μέν ἐστι Δ^Υ ᾱ ςς^οι κ̄ μ^ο ρ̄, ὁ δὲ Δ^Υ ᾱ μ^ο ρ̄ ⋔ ςς^ῶν κ̄, εἰ μὲν συνετίθεντο, ἔμελλεν ἀφανίζειν ἡ λεῖψις τὴν ὕπαρξιν· ἐπεὶ δὲ μόνον ἡ ὑπεροχὴ θεωρεῖται, ἡ ὕπαρξις τῶν κ̄ ςς^ῶν ὑπερέχει τῆς λείψεως τῶν κ̄ ςς^ῶν καὶ ἑαυτῇ, τουτέστι τῇ ὑπάρξει καὶ τῇ λείψει· καὶ γίνονται ὁμοῦ μ̄.

---

4 cf. I, 64, 7. 21 cf. I, 64, 23/24.

AD PROBLEMA XXX.

	$\bar{\delta}$		$\overline{\text{ιϛ}}$
ἐκθ.	ς $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\beta}$		ς $\bar{\alpha}$ ⋔ μ° $\bar{\beta}$
πολλ.	Δ^Υ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ° $\bar{\delta}$	ἰσ.	μ° $\overline{\text{ιϛ}}$
πρ.	Δ^Υ $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\bar{\rho}$
μερ.	ς $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\bar{\iota}$
ὑπ.	μ° $\overline{\text{ιβ}}$		μ° $\bar{\eta}$.

Οὐδὲ τοῦτο δεῖται προσδιορισμοῦ.

ς^ὸ δὲ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\beta}$ ἐπὶ ς^ὸν $\bar{\alpha}$ ⋔ μ° $\bar{\beta}$ γίνονται Δ^Υ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ° $\bar{\delta}$· οὕτως· ὁ ς^ὸ ἐπὶ τὸν ς^ὸν, Δ^Υ $\bar{\alpha}$· ὁ ς^ὸ ἐπὶ τὴν λεῖψιν τῶν $\bar{\beta}$ μ°, ⋔ ςς^ῶν $\bar{\beta}$· πάλιν αἱ μ° $\bar{\beta}$ ἐπὶ τὸν ς^ὸν $\bar{\alpha}$, ςς^οὺς $\bar{\beta}$· αἱ μ° $\bar{\beta}$ ἐπὶ τὴν λεῖψιν τῶν $\bar{\beta}$ μ°, ⋔ μ° $\bar{\delta}$· καὶ ἀφανιζούσης τῆς λείψεως τῶν $\bar{\beta}$ ςς^ῶν τοὺς δύο ςς^ούς, λοιπὰ Δ^Υ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ° $\bar{\delta}$.

Κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως καὶ τὰ ἑξῆς.

AD PROBLEMA XXXI.

ἔκθ.	ςς $\bar{\gamma}$		ς $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^Υ $\bar{\vartheta}$		Δ^Υ $\bar{\alpha}$
συνθ·	Δ^Υ $\bar{\iota}$	ἐκεῖς	ςς $\bar{\delta}$
	Δ^Υ $\bar{\iota}$	ἰσ.	ςς $\bar{\kappa}$
μερ.	Δ^Υ $\bar{\alpha}$	ἰσ.	ςς $\bar{\beta}$
	ς $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ° $\bar{\beta}$
ὑπ.	μ° $\bar{\xi}$		μ° $\bar{\beta}$

Ὁ ς^ὸ εὑρίσκεται μ° $\bar{\beta}$, οὕτως· ἐπεὶ Δ^Υ $\bar{\iota}$ εὑρίσκονται ἴσαι ςς^οῖς $\bar{\kappa}$, ἐπιβάλλουσιν ἄρα ἑκάστῃ Δ^Υ ςς^οὶ $\bar{\beta}$·

9 cf. I, 66, 14. 23 cf. I, 68, 1.

δύναμις δὲ ἑτέρα $\bar{\beta}$ ϛϛ^{οὺς} ἔχουσα παρὰ τὴν ἀπὸ τῶν $\bar{\beta}$ $\mu^{\text{ο}}$ οὐκ ἔστιν, ὥσπερ καὶ $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν} δύναμις παρὰ τὴν ἀπὸ τῶν $\bar{\gamma}$ $\mu^{\text{ο}}$. ὅσων γάρ ἐστιν ἡ Δ^{Υ} ϛϛ^{ῶν}, τοσούτων ἀεὶ καὶ ὁ ϛ^{ὸ} $\mu^{\text{ο}}$, καὶ τὸ ἀναπάλιν, καὶ τοῦτό ἐστι τὸ πάντα παρὰ ϛ^{όν}.

Γίνονται οὖν συναμφότεροι $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\eta}$, οἱ δὲ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνοι $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\mu}$, τὴ δὲ $\bar{\mu}$ τῶν $\bar{\eta}$ πενταπλάσια.

AD PROBLEMA XXXII.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$		ϛ $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Υ} $\bar{\vartheta}$		Δ^{Υ} $\bar{\alpha}$
σύνθ.	Δ^{Υ} $\bar{\iota}$		ϛϛ $\bar{\beta}$
	Δ^{Υ} $\bar{\iota}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\kappa}$
μερ.	Δ^{Υ} $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\beta}$
	ϛ $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\beta}$
ὑπ.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\varsigma}$		$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\beta}$

Ὁ μὲν $\bar{\varsigma}$ τοῦ $\bar{\beta}$ τριπλάσιος, ὁ δ' ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$ τετράγωνος ὁ $\overline{\lambda\varsigma}$· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ $\bar{\beta}$, ὁ $\bar{\delta}$· ὁμοῦ $\bar{\mu}$· ἡ δὲ ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\varsigma}$ πρὸς τὰ $\bar{\beta}$, $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\delta}$· καὶ ὁ $\bar{\mu}$ τοῦ $\bar{\delta}$ δεκαπλάσιος.

AD PROBLEMA XXXIII.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$		ϛ $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Υ} $\bar{\vartheta}$		Δ^{Υ} $\bar{\alpha}$
	Δ^{Υ} $\bar{\eta}$		ϛϛ $\bar{\delta}$
	Δ^{Υ} $\bar{\eta}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\overline{\kappa\delta}$
μερ.	Δ^{Υ} $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\gamma}$
	ϛ $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\gamma}$
ὑπ.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\vartheta}$		$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\gamma}$

Ὁ μὲν $\overline{\vartheta}$ τοῦ $\overline{\gamma}$ τριπλάσιος, ὁ δὲ τοῦ $\overline{\vartheta}$ τετράγι
ὁ $\overline{\pi\alpha}$· καὶ ὁ τοῦ $\overline{\gamma}$, ὁ $\overline{\vartheta}$· ὑπερέχει δὲ ὁ $\overline{\pi\alpha}$ τοῦ $\overline{\vartheta}$ μ
συναμφότερος δὲ ὁ $\overline{\vartheta}$ καὶ $\overline{\gamma}$, γίνονται $\overline{\iota\beta}$, καὶ ⟨ὁ
τοῦ $\overline{\iota\beta}$ ἑξαπλάσιος.

AD PROBLEMA XXXIV.

ἔκθ.	ϛϛ $\overline{\gamma}$		ϛ $\overline{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Y} $\overline{\vartheta}$		Δ^{Y} $\overline{\alpha}$
	Δ^{Y} $\overline{\eta}$		ϛϛ $\overline{\beta}$
	Δ^{Y} $\overline{\eta}$	ἰσ.	ϛϛ $\overline{\kappa\delta}$
μερ.	Δ^{Y} $\overline{\alpha}$	ἰσ.	ϛϛ $\overline{\gamma}$
	ϛ $\overline{\alpha}$	ἰσ.	μ^{o} $\overline{\gamma}$
ὑπ.	μ^{o} $\overline{\vartheta}$		μ^{o} $\overline{\gamma}$

Ὁ μὲν $\overline{\vartheta}$ τοῦ $\overline{\gamma}$ τριπλάσιος, καὶ ὑπερέχει α
μ^{o} $\overline{\varsigma}$· ἡ δὲ τῶν τετραγώνων αὐτῶν ὑπεροχὴ πρὸς ἀ
λους, τοῦ $\overline{\pi\alpha}$ πρὸς τὸν $\overline{\vartheta}$, μ^{o} $\overline{o\beta}$· καὶ τὰ $\overline{o\beta}$ τά
δωδεκαπλάσια.

Τὰ τοῦ πορίσματος οὕτως ἔχει· ἔστω τὸν μεί
τοῦ ἐλάττονος εἶναι τριπλάσιον, τὸν δὲ ὑπ' αὐ
τοῦ συναμφοτέρου διπλασιεπιτέαρτον. τετάχθι
ἐλάσσων $\varsigma^{o\bar{\upsilon}}$ $\overline{\alpha}$· ὁ ἄρα μείζων ἔσται ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$ $\overline{\gamma}$. λο
θέλω καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν διπλασιεπιτέαρτον εἶναι
συναμφοτέρου· ἀλλὰ ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐστι Δ^{Y} $\overline{\gamma}$, ὁ
συναμφότερός ἐστιν ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$ $\overline{\delta}$· δὶς ἄρα οἱ $\overline{\delta}$ ϛϛ^{oi} καὶ
δ^{ov} αὐτῶν ἴσα ἔσονται Δ^{Y} $\overline{\gamma}$· ϛϛ^{oi} ἄρα $\overline{\vartheta}$ ἴσοι Δ^{Y}
$\overline{\alpha}$ Δ^{Y} ἄρα ϛϛ^{oi} $\overline{\gamma}$, καὶ ὁ ϛ^{o} μ^{o} $\overline{\gamma}$. ἔσται ὁ μὲν μείζων

17 cf. I, 70, 15.

ὁ δὲ ἐλάσσων $\bar{\gamma}$, καὶ συναμφότερος μὲν $\overline{\iota\beta}$, ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν ὁ $\overline{\kappa\zeta}$, καὶ τὰ $\overline{\kappa\zeta}$ τῶν $\overline{\iota\beta}$ διπλασιεπιτέταρτον.

Καὶ πάλιν ἔστω τὸν μείζονα τοῦ ἐλάττονος εἶναι τριπλάσιον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν τετραπλασιεφήμισυν, καὶ γίνεται τὸ αὐτὸ ἐπὶ τοῦ $\bar{\vartheta}$ καὶ τοῦ $\bar{\gamma}$.

Οἶμαι δὲ διὰ τοῦτο καὶ ταῦτα μὴ ἐκθεῖναι τὸν Διόφαντον διὰ τὸ μὴ δύνασθαι ἐπὶ πολλαπλασίων λόγων ταῦτα καὶ δεικνύναι, ὡς καὶ τὰ ἔμπροσθεν, ἀλλ' ἐπὶ μόνων πολλαπλασιεπιμορίων.

AD PROBLEMA XXXV.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$		ϛ $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$		ϛϛ $\bar{\gamma}$
	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\overline{\iota\eta}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	μ^{o} $\overline{\iota\eta}$
ὑπ.	μ^{o} $\overline{\nu\delta}$		μ^{o} $\overline{\iota\eta}$.

ϛϛ^{oi} ἄρα $\overline{\iota\eta}$ ἴσοι Δ^{Y} $\bar{\alpha}$· τουτέστιν ϛ$^{\kappa\iota\varsigma}$ τὰ ἐλάττονα ἴσα ἐστὶ τοῖς μείζοσι· οἷον ϛ$^{\kappa\iota\varsigma}$ οἱ $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{oi} γίνονται ϛϛ^{oi} $\overline{\iota\eta}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος τετράγωνος γίνεται Δ^{Y} $\bar{\alpha}$· αὕτη ἄρα ἴση ϛϛ$^{oi\varsigma}$ $\overline{\iota\eta}$. πάντα παρὰ ϛ^{ον}· ϛ^{o} ἄρα $\bar{\alpha}$, μ^{o} $\overline{\iota\eta}$· ὁ δὲ μείζων ὁ ϛϛ$^{\omega\nu}$ $\bar{\gamma}$, μ^{o} $\overline{\nu\delta}$, ἀριθμῶν τε ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος τετράγωνος ἀριθμός, ὁ $\overline{\tau\kappa\delta}$, ἑξαπλάσιός ἐστι τοῦ εὑρεθέντος μ^{o} $\overline{\nu\delta}$.

---

17 I, 72, 17.

πολλ.

5 Δ^Υ ᾱ

Δ^Υ ᾱ

μερ. ς ᾱ

ὑπ. μ^ο ιη

Ἐπεὶ εὕρηται ὁ μὲν μι

10 εἰσὶν ἐν λόγῳ ἄρα τριπλασ

γωνος ἑξαπλάσιός ἐστιν αὐ

AD PROBLE

ἔκθ. ϛϛ γ̄

πολλ.

15 Δ^Υ ᾱ

Δ^Υ ᾱ

μερ. ς ᾱ

ὑπ. μ^ο κδ̄

AD PROBLEMA XXXVIII.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$		ϛ $\bar{\alpha}$
πολλ.			Δ^{Y} $\bar{\alpha}$
	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$		ϛϛ $\bar{\beta}$
	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$	ἰσ.	ϛϛ $\overline{\iota\beta}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$	ἰσ.	μ^{o} $\overline{\iota\beta}$
ὑπ.	μ^{o} $\overline{\lambda\varsigma}$		μ^{o} $\overline{\iota\beta}$

Ἐπεὶ εὕρηται ὁ μὲν μείζων $\overline{\lambda\varsigma}$, ὁ δὲ ἐλάττων $\overline{\iota\beta}$, εἰσὶν ἄρα ἐν λόγῳ τριπλασίονι· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ τετράγωνος, ὁ $\overline{\rho\mu\delta}$, τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τουτέστι τῶν $\overline{\kappa\delta}$, ἔστιν ἑξαπλάσιος.

AD COROLLARIUM.

Τὰ τοῦ πορίσματος ἕξουσιν οὕτως· κατὰ μὲν τὴν $\alpha^{\eta\nu}$ πρότασιν, γενήσεται ὁ μὲν μείζων μ^{o} $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ ἐλάττων μ^{o} $\bar{\beta}$, καὶ ἔσονται ἐν λόγῳ τριπλασίονι· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$ τετράγωνος, ὁ $\overline{\lambda\varsigma}$, ὀκτωκαιδεκαπλασίων τοῦ $\bar{\beta}$.

Κατὰ δὲ τὴν $\beta^{\alpha\nu}$, ὁ μὲν μείζων πάλιν $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ ἐλάττων $\bar{\beta}$, ἐν λόγῳ τριπλασίονι, καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$, ὁ $\overline{\lambda\varsigma}$, ἑξαπλάσιος αὐτοῦ τοῦ $\bar{\varsigma}$.

Κατὰ δὲ τὴν $\gamma^{\eta\nu}$, ὁ μὲν μείζων ὁ $\overline{\iota\beta}$, ὁ δὲ ἐλάττων ὁ $\bar{\delta}$, ἐν λόγῳ τριπλασίονι, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ τετράγωνος, ὁ $\overline{\rho\mu\delta}$, συναμφοτέρου, τουτέστι τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$, ἔστιν ἐννεαπλάσιος.

Κατὰ δὲ τὴν $\delta^{\eta\nu}$, ὁ μὲν μείζων ὁ $\bar{\varsigma}$, ὁ δὲ ἐλάττων ὁ $\bar{\beta}$, ἐν λόγῳ τριπλασίονι· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\bar{\varsigma}$ τετράγωνος, ὁ $\overline{\lambda\varsigma}$, τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν, τουτέστι τοῦ $\bar{\delta}$, ἐννεαπλάσιος.

AD PROBLEMA XXXIX.

ἔκθ.	ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\varepsilon}$	ϛϛ $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
	ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\gamma}$	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
	μ^{o} $\bar{\eta}$	ϛϛ $\bar{\eta}$
	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛϛ $\bar{\eta}$,	ϛϛ $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
	ϛϛ $\bar{\eta}$ μ^{o} $\bar{\lambda}$ ι^{σ}.	ϛϛ $\overline{\iota\varsigma}$
ἀφ.	μ^{o} $\bar{\lambda}$ ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\eta}$
μερ.	$\langle\mu^{o}\bar{\gamma}\bar{\gamma}\delta^{\alpha}\iota^{\sigma}$.	ϛ $\bar{\alpha}\rangle$
	μ^{o} $\overline{\lambda\gamma}$ $\bar{\gamma}$ δ^{α}, μ^{o} $\bar{\lambda}$,	μ^{o} $\overline{\kappa\varsigma}$ δ''
ὑπ.	μ^{o} $\overline{\rho\lambda\varepsilon}$, μ^{o} $\overline{\rho\kappa}$,	μ^{o} $\overline{\rho\varepsilon}$

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛϛ $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛϛ $\bar{\eta}$			ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\eta}$, ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$, ϛϛ $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$	
	μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$ ⋔ ϛϛ $\bar{\varepsilon}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\beta}$		ϛϛ $\overline{\iota\alpha}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
πρ.	μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\zeta}$		ϛϛ $\overline{\iota\alpha}$ μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$ ι^{σ}.	ϛϛ $\bar{\iota}$ μ^{o} $\bar{\lambda}$
	μ^{o} $\bar{\beta}$ ζ''	ι^{σ}.	ϛ $\bar{\alpha}$		ϛ $\bar{\alpha}$ ι^{σ}.	μ^{o} $\overline{\iota\varepsilon}$
	μ^{o} $\overline{\kappa\varepsilon}$ $\bar{\varepsilon}$ ζ^{α}, μ^{o} $\overline{\kappa\alpha}$ $\bar{\gamma}$ ζ^{α}, μ^{o} $\overline{\iota\zeta}$ ζ''					
	μ^{o} $\overline{\rho\pi}$, μ^{o} $\overline{\rho\nu}$, μ^{o} $\overline{\rho\kappa}$				μ^{o} $\overline{\rho\kappa}$, μ^{o} $\overline{\text{ϟ}}$, μ^{o} $\bar{\xi}$	

Τὴν τοῦ λθ^ου ἀπόδειξιν τριχῇ ποιεῖται, διὰ τὸ τὸν ὄντα ῆ ϛϛ^ῶν (καὶ ἔτι ἄδηλον εἶναι τὴν τοῦ ϛ^οῦ ὑπόστασιν) ἐνδέχεσθαι καὶ μέγιστον καὶ μέσον καὶ ἐλάχιστον ὑπάρχειν, καὶ διὰ ταῦτα καθ' ἑκάστην ἀπόδειξιν ἐν ἄλλῃ καὶ ἄλλῃ χώρᾳ τάττει αὐτόν.

Ἐν μὲν οὖν τῇ α^ῃ ἀποδείξει φησί· καὶ γίνεται ὁ ϛ^ὸ $\overline{\iota\varepsilon}$ δ^ων μ^ο· γίνεται δὲ οὕτως· ἐπεὶ ϛϛ^οὶ $\bar{\eta}$ μ^{o} $\bar{\lambda}$ ἴσαι εἰσὶν ϛϛ^οῖς $\overline{\iota\varsigma}$, ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, γίνονται μ^{o} $\bar{\lambda}$ ἴσαι ϛϛ^οῖς $\bar{\eta}$· μεριζομένων δὲ τῶν $\bar{\lambda}$ μ^{o} παρὰ τοὺς

---

22 I, 78, 26.

$\bar{\eta}$ ϛϛ^{ούς}, γίνεται ὁ ϛ^{ὸ} μ^{ο} $\bar{\gamma}$ καὶ $\bar{\gamma}$ δ^{ων} μ^{ο}. ἀναλυομένων δὲ καὶ τῶν $\bar{\gamma}$ μ^{ο} εἰς δ^{α}, διὰ τὸ ἓν εἶδος πάντα γενέσθαι, γίνονται $\overline{\iota\varepsilon}$ δ^{α}.

Εἶτα ἀφαιρουμένου καὶ τοῦ μορίου, γίνονται μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$· ἐπεὶ οὖν ὁ μὲν μέγιστός ἐστιν ϛϛ^{ῶν} $\bar{\varepsilon}$ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$, τουτέστι μονάδων ἀμερῶν $\overline{\lambda\gamma}$ καὶ $\bar{\gamma}$ δ^{ων}, ἀναλυθεισῶν τούτων εἰς δ^{α}, γίνεται $\overline{\rho\lambda\varepsilon}$. ὁ δὲ μέσος ϛϛ^{ῶν} $\bar{\eta}$, τουτέστι μ^{ο} $\bar{\lambda}$, ἀναλυθεισῶν καὶ τούτων εἰς δ^{α}, γίνεται $\overline{\rho\kappa}$. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ ὁ ἐλάχιστος γίνεται $\overline{\rho\varepsilon}$, καί εἰσιν ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, ἥτις ἐστὶ $\overline{\iota\varepsilon}$.

Ἐν δὲ τῇ β^{α} φησί· καὶ γίνεται ὁ ϛ^{ὸ} $\overline{\iota\varepsilon}$ ζ^{ων}· γίνεται δὲ οὕτως· ἐπεὶ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$ ⋔ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\varepsilon}$ ἴσαι εἰσὶν ϛϛ^{οῖς} $\bar{\beta}$, κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως, γίνονται μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$ ἴσαι ϛϛ^{οῖς} $\bar{\zeta}$· μεριζομένων δὲ τῶν $\overline{\iota\varepsilon}$ μ^{ο} παρὰ τὸν $\bar{\zeta}$, γίνεται ὁ ϛ^{ὸ} μ^{ο} $\bar{\beta}$ καὶ ζ^{ου} μ^{ο}· ἀναλυομένων δέ, διὰ τὸ ζ^{ον}, καὶ τῶν $\bar{\beta}$ μ^{ο} εἰς ζ^{α}, γίνεται ὁ ϛ^{ὸ} $\overline{\iota\varepsilon}$ ζ^{ων}.

Καὶ ὁ μὲν μέγιστος ἔσται μ^{ο} $\overline{\kappa\varepsilon}$ καὶ $\bar{\varepsilon}$ ζ^{ων}, τουτέστιν ἀναλυθεισῶν εἰς ζ^{α}, $\overline{\rho\pi}$ ζ^{ων}· ὁ δὲ μέσος μ^{ο} $\overline{\kappa\alpha}$ καὶ $\bar{\gamma}$ ζ^{ων}, τουτέστιν $\overline{\rho\nu}$ ζ^{ων}· ὁ δὲ ἐλάχιστος μ^{ο} $\overline{\iota\zeta}$ καὶ ζ^{ου}, τουτέστιν $\overline{\rho\kappa}$ ζ^{ων}.

Ἐν δὲ τῇ γ^{η} φησίν· ὁ ϛ^{ὸ} $\overline{\iota\varepsilon}$ μ^{ο} τελείων· ἐπεὶ γὰρ ϛϛ^{οὶ} $\overline{\iota\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$ ἴσοι εἰσὶν ϛϛ^{οῖς} $\bar{\iota}$ μ^{ο} $\bar{\lambda}$, ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, γίνεται ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$· καὶ τὰ ἑξῆς δῆλα.

---

11 I, 80, 7. 14 τὸν $\bar{\zeta}$] τῶν $\bar{\zeta}$. 18 μέσος X_2, μέγιστος B. 21 cf. I, 80, 17.

SCHOLIA IN DIOPHANTUM (LIBR. II)
MAXIMI QUAE FERUNTUR PLANUDI

AD PROBLEMATA I—V.

I.

5 ⟨ἔκθ. ϛϛ $\bar{\beta}$ ϛ $\bar{\alpha}$
σύνθ. ϛϛ $\bar{\gamma}$ Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$
ϛϛ $\bar{\lambda}$ ἰσ. Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$
μερ. ϛϛ $\bar{\varsigma}$ Δ^{Y} $\bar{\alpha}$
μ^{o} $\bar{\varsigma}$ ϛ $\bar{\alpha}$
10 μ^{o} $\overline{\iota\beta}$ μ^{o} $\bar{\varsigma}$⟩

II.

ἔκθ. ϛϛ $\bar{\beta}$ ϛ $\bar{\alpha}$
ϛ $\bar{\alpha}$ Δ^{Y} $\bar{\gamma}$
ϛϛ $\bar{\varsigma}$ ἰσ. Δ^{Y} $\bar{\gamma}$
μερ. ϛϛ $\bar{\beta}$ Δ^{Y} $\bar{\alpha}$
μ^{o} $\bar{\beta}$ ϛ $\bar{\alpha}$
ὑπ. μ^{o} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\beta}$

III a.

ἔκθ. ϛ $\bar{\alpha}$ ϛ
πολλ. Δ^{Y} $\bar{\beta}$ ϛ
Δ^{Y} $\bar{\beta}$ ἰσ. ϛϛ
μερ. Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛ
ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o}
ὑπ. μ^{o} $\bar{\vartheta}$ μ^{o}

III b.

ἔκθ. ϛ $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\beta}$
πολλ. Δ^{Y} $\bar{\beta}$ ϛ $\bar{\alpha}$
Δ^{Y} $\bar{\beta}$ ἰσ. ϛϛ $\bar{\varsigma}$
15 μερ. Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ἰσ. ϛϛ $\bar{\gamma}$
ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\gamma}$
ὑπ. μ^{o} $\bar{\gamma}$ μ^{o} $\bar{\varsigma}$

IV.

ἔκθ. ϛ $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\beta}$
σύνθ. Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$ ϛ $\bar{\alpha}$
Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$ ἰσ. ϛϛ $\bar{\iota}$
μερ. Δ^{Y} α ϛϛ $\bar{\beta}$
ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\beta}$
ὑπ. μ^{o} $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\delta}$

V.

ἔκθ. ϛ $\bar{\alpha}$ ϛ
Δ^{Y} $\bar{\gamma}$ ϛ
Δ^{Y} $\bar{\gamma}$ ἰσ. ϛ
μερ. Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛ
ϛ $\bar{\alpha}$ μ
ὑπ. μ^{o} $\bar{\varsigma}$ μ^{o}

Τὰ ἀπὸ τοῦ α^{ou} προβλήματα, μέχρις καὶ αὐτοῦ τ
ε^{ou}, δοκοῦσι τὰ αὐτὰ εἶναι τοῖς προλαβοῦσι, τουτέ

τὸ μὲν $\alpha^{ον}$ τῷ $\lambda\alpha^{ω}$ ⟨τοῦ $\alpha^{ου}$⟩ βιβλίου,
τὸ δὲ $\beta^{ον}$ τῷ $\lambda\delta^{ω}$,
τὸ δὲ $\gamma^{ον}$, ἐπεὶ διπλοῦν ἐστι, τῷ $\kappa\zeta^{ω}$ καὶ τῷ $\lambda^{ω}$,
τὸ δὲ $\delta^{ον}$ τῷ $\lambda\beta^{ω}$,
καὶ ἔτι τὸ $\varepsilon^{ον}$ τῷ $\lambda\gamma^{ω}$.

Εἰσὶ δὲ ἐκείνων ἀτελέστερα· ἐν ἐκείνοις μὲν γὰρ ·τεῖτο καὶ ἅπερ ἐν τούτοις, πρὸς δὲ τούτῳ, καὶ ·ος τῶν ζητουμένων ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους· ἐν δὲ ·τοις, τοῦτο οὐδ' ὅλως ἐζήτηται· ἐξ ἐκείνων δὲ δῆλα · ταῦτα· τάσσει δὲ ἐν τούτοις, ὡς δ' ἐν ἄλλοις, τὸν · $\alpha^{ον}$ $\varsigma^{ου}$ $\bar{\alpha}$, τὸν δὲ $\beta^{ον}$ $\varsigma\varsigma^{ων}$ $\bar{\beta}$ ἀδιαφόρως· ὅσων γὰρ $\varsigma\varsigma^{ων}$ τάξῃ ἑκάτερον, μόνον ἵνα θάτερος θατέρου ·ζων ᾖ, οὐδὲν διοίσει· πάλιν γὰρ τὸ πρόβλημα γίνεται.

AD PROBLEMATA VI—VII.

VI.			VII.		
·.	$\varsigma\ \bar{\alpha}\ \mu^{ο}\ \bar{\beta}$	$\varsigma\ \bar{\alpha}$	ἔκθ.	$\varsigma\ \bar{\alpha}\ \mu^{ο}\ \bar{\beta}$	$\varsigma\ \bar{\alpha}$
·λλ.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\delta}\ \mu^{ο}\bar{\delta}$	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}$	πολλ.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\delta}\ \mu^{ο}\bar{\delta}$	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}$
	$\varsigma\varsigma\ \bar{\delta}\ \mu^{ο}\bar{\delta}$ ὑπ^{Y}.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}$			
	$\varsigma\varsigma\ \bar{\delta}\ \mu^{ο}\bar{\delta}$ ἰ^{σ}.	$\mu^{ο}\ \overline{\kappa\beta}$		$\varsigma\varsigma\bar{\delta}\mu^{ο}\bar{\delta}$ ἰ^{σ}.	$\mu^{ο}\ \overline{\iota\varsigma}$
	$\varsigma\varsigma\ \bar{\delta}$ ἰ^{σ}.	$\mu^{ο}\ \overline{\iota\eta}$	ἀφ.	$\varsigma\varsigma\bar{\delta}$ ἰ^{σ}.	$\mu^{ο}\ \overline{\iota\beta}$
·.	$\varsigma\ \bar{\alpha}$	$\mu^{ο}\bar{\delta}\angle'$	μερ.	$\varsigma\ \bar{\alpha}$	$\mu^{ο}\ \bar{\gamma}$
	$\mu^{ο}\bar{\varsigma}\angle'$	$\mu^{ο}\bar{\delta}\angle'$	ὑπ.	$\mu^{ο}\bar{\varepsilon}$	$\mu^{ο}\ \bar{\gamma}$.

Καλῶς ἔχει τὰ τῶν προσδιορισμῶν, τοῦ τε $\varsigma^{ου}$ καὶ ·$\zeta^{ου}$.

Τοῦ μὲν $\varsigma^{ου}$, ὅτι δεῖ τὸν ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς

---

1 $\alpha^{ου}$ add. X_2, βιβλίου X_1, βιβλίῳ B. 25 I, 88, 5.

Τοῦ δὲ ζ^ου ὅτι δεῖ
τράγωνον, ὡς ἐν αὐτ
σονα εἶναι συναμφ
σίονος τῶν β̄, ὅς ἐστι
γίνονται μ^ο ι̅ϛ̅· καὶ ἔστι

Εἰ δ' ἴσα ἐν ὁποτέρ
σεται τὸ θεώρημα, ὡς
δὴ πλέον, εἰ μείζονα.

AD PR

Δ^Υ ᾱ

Δ^Υ δ̄ μ^ο ι̅ϛ̅ ⋔ ss ῑ

πρ. Δ^Υ ε̄ μ^ο ι̅ϛ̅

ἀφ. Δ^Υ ε̄

μερ. Δ^Υ ᾱ

Ἄλλως.

·κθ.	ϛ $\bar{\alpha}$		ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋀ μ^{o} $\bar{\delta}$
τολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$		Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ϛϛ $\overline{\iota\varsigma}$
·ύνθ.	Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$ ⋀ ϛϛ $\overline{\iota\varsigma}$	ι^{σ}.	μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$
τρ.	Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\overline{\iota\varsigma}$ μ^{o} $\overline{\iota\varsigma}$
·φ.	Δ^{Y} $\bar{\varepsilon}$	ι^{σ}.	ϛϛ $\overline{\iota\varsigma}$
ιερ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$		ϛϛ $\bar{\gamma}$ ε'' ἢ $\overline{\iota\varsigma}$ ε^{α}
	ϛ $\bar{\alpha}$		μ^{o} $\bar{\gamma}$ ε'' ἢ $\overline{\iota\varsigma}$ ε^{α}
·π.	$\overline{\iota\varsigma}$ ε^{α}		μ^{o} $\bar{\beta}$, $\bar{\beta}$ ε^{α} ἢ $\overline{\iota\beta}$ ε^{α}.
	$\overline{\sigma\nu\varsigma}$		$\overline{\rho\mu\delta}$.

Ἐπιτάσσει ἐν η^ῳ τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ τετράγωνον διαιρεῖν εἰς δύο τετραγώνους, καίτοι μὴ φύσιν ἔχοντα διαιρεθῆναι· ·ινὲς μὲν γὰρ τῶν τετραγώνων διαιροῦνται, τινὲς δ' ·ὐδαμῶς· καὶ τῶν διαιρουμένων οἱ μὲν εἰς δύο, ὡς ·κε εἰς τὸν $\overline{\vartheta}$ καὶ ⟨τὸν⟩ $\overline{\iota\varsigma}$· οἱ δὲ εἰς τρεῖς, ὡς ὁ ιθ εἴς τε τὸν $\bar{\delta}$ καὶ τὸν $\overline{\vartheta}$ καὶ τὸν $\overline{\lambda\varsigma}$· οἱ δ' εἰς ·έσσαρας, ὡς ὁ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$ εἴς τε τὸν $\bar{\delta}$ καὶ τὸν $\overline{\vartheta}$ καὶ τὸν $\overline{\varsigma}$ καὶ τὸν $\overline{\rho^{\text{ϟ}}\iota\varsigma}$· καὶ ἑξῆς μέχρις ἀπείρου. οὐ τοῦτο ·οίνυν λέγει, ὅτι ἀτμήτου τῆς μονάδος μενούσης, τὸν ϛ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους· τοῦτο γὰρ ἀδύνατον, ·δύνατο μὲν γάρ, εἴπερ ἐβούλετο τοῦτο ποιῆσαι, ἐπὶ ·οῦ $\overline{\kappa\varepsilon}$ τετραγώνου δεῖξαι τὸ πρόβλημα εἰς δύο διαι-·ουμένου· νῦν δὲ τῇ οἰκείᾳ φιλοτιμίᾳ χρησάμενος ·άντα τετράγωνον βούλεται διαιρεῖν εἰς δύο τετραγώ-·ους, τοῦτο δ' οὐκ ἂν ἄλλως γένοιτο, τῆς μονάδος μὴ ·εμνομένης, ὥσπερ καὶ ἐνταῦθα ἐποίησε, τὸν $\overline{\iota\varsigma}$ διελὼν ·ἰς δύο τετραγώνους, εἴς τε τὸν μ^{o} $\bar{\iota}$, ἓν ε^{ov} μονάδος, ·αὶ ἓν $\kappa\varepsilon^{ov}$ (ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ μ^{o} $\bar{\gamma}$ καὶ μ^{o} ε''), καὶ εἰς

τὸν μ^{o} $\bar{\varepsilon}$ καὶ $\bar{\gamma}$ ε^{α} μονάδος καὶ $\bar{\delta}$ $\kappa\varepsilon^{\alpha}$ (ἀπὸ τ
τοῦ μ^{o} $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\beta}$ ε^{α} μονάδος)· οἵτινες τετράγωνι
τιθέμενοι πάλιν ποιοῦσι τὸν $\overline{\iota\varsigma}$· ὧν ὁ μὲν $\alpha^{o\varsigma}$
γωνος, διὰ τὸ ἐν αὐτῷ ἀναστραφὲν $\kappa\varepsilon^{o\nu}$, εἰς κ
5 ἀναλυθεὶς γίνεται $\overline{\sigma\nu\varsigma}$· ἡ δὲ πλευρὰ αὐτοῦ εἰς ε
ται $\overline{\iota\varsigma}$· ὁ δὲ $\beta^{o\varsigma}$ ὁμοίως εἰς $\kappa\varepsilon^{\alpha}$ γίνεται $\overline{\rho\mu\delta}$,
πλευρὰ αὐτοῦ εἰς ε^{α} γίνεται $\overline{\iota\beta}$.

Καθόλου γὰρ τοῦτο χρὴ εἰδέναι, ὅτι οἱ ἀ
ρίων γενόμενοι τετράγωνοι ὁμώνυμα ἔχουσι τὰ
10 τῷ ἀπὸ τοῦ ὁμωνύμου τῶν μορίων τῆς πλευρᾶς
τετραγώνῳ· ὡς καὶ ἐν τῷ παρόντι, ἐπεὶ ἡ πλε
$\varepsilon^{\omega\nu}$ ἦν, ἀπὸ δὲ τοῦ ὁμωνύμου τῷ ε^{ω}, τουτέστι
γίνεται ὁ $\overline{\kappa\varepsilon}$, εἰκότως καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$ τετρά
ὁ $\overline{\sigma\nu\varsigma}$, $\kappa\varepsilon^{\omega\nu}$ ἐστίν· ὥσπερ καὶ ἐὰν $\gamma^{\omega\nu}$ ᾖ ἡ πλε
15 τετράγωνος γίνεται $\vartheta^{\omega\nu}$· κἂν ἐκείνη $\delta^{\omega\nu}$, οὗτο
καὶ ἐφεξῆς· τοῦτο γάρ ἐστι τὸ ἀριθμοστὸν ἐπ
μοστὸν δυναμοστὸν ποιεῖ· ἔστι γὰρ ἀριθμοστὶ
τὸ $\varepsilon^{o\nu}$, δυναμοστὸν δὲ τὸ $\kappa\varepsilon^{o\nu}$.

Οὐ χρὴ δὲ θαυμάζειν εἰ καὶ τῶν τετραγώνι
20 νάδων μετὰ τῶν μορίων αὐτῶν συντιθεμένων,
ὁ $\overline{\iota\varsigma}$ γίνεται, αἱ ⟨δὲ⟩ πλευραὶ αὐτῶν συντιθ
μείζονα ποιοῦσιν ἀριθμὸν τῆς τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$ πλευρᾶς·
ται γὰρ μ^{o} $\bar{\varepsilon}$ καὶ $\bar{\gamma}$ $\varepsilon^{\omega\nu}$. πάντων γὰρ τῶν ει
τετραγώνους διαιρουμένων τετραγώνων αἱ π
25 τῶν ἀπὸ τῆς διαιρέσεως τετραγώνων μείζονέ
συντιθέμεναι τῆς πλευρᾶς τοῦ ἀφ' οὗ διῃρέθεσ
καὶ οἱ τετράγωνοι ἴσοι τῷ τετραγώνῳ· ὥσπερ κ
$\overline{\kappa\varepsilon}$ μὲν ἡ πλευρὰ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} ἐστί, τοῦ δὲ ϑ, $\bar{\gamma}$, καὶ τ
$\bar{\delta}$, τουτέστι $\bar{\zeta}$· τὰ δὲ $\bar{\zeta}$ τῶν $\bar{\varepsilon}$ μείζονα.

---

12 τοῦ $\bar{\varepsilon}$ X_2, τῷ $\bar{\varepsilon}$ B.

Ὁ μέντοι Διόφαντος πάντα εἰς ἓν εἶδος ἄγειν βουλόμενος, οὐκ ἀπὸ μονάδων καὶ μορίων ποιεῖ τοὺς τετραγώνους, ἀλλ' ἐπεὶ τὸ μὲν μόριον αὐτὸ καθ' αὑτὸ μονάδα γενέσθαι ἀμήχανον, τὴν μέντοι μονάδα τέμνειν εἰς μόρια δυνατόν, τέμνει τὰς ἐν αὐτοῖς μονάδας εἰς μόρια ὁμώνυμα τοῖς ἐν αὐτοῖς εὑρεθεῖσι μορίοις, καὶ ἐπεὶ κε^ον καὶ ε^ον ἐν αὐτοῖς ἀνεφάνη, τέμνει αὐτὰς κατὰ τὸν πρῶτον ἀπὸ μονάδος ἔχοντα τὰ τοιαῦτα μέρη ἀριθμόν, ὅς ἐστιν ὁ $\overline{\text{κε}}$, καὶ γίνονται τῶν τετραγώνων τὰ μόρια, τοῦ μὲν $\overline{\text{σνς}}$, τοῦ δὲ $\overline{\text{ρμδ}}$, ἃ συντιθέμενα ποιοῦσι τὸν $\overline{\text{υ}}$, ὃν καὶ ὁ $\overline{\text{ις}}$ ποιεῖ κατὰ τὸν $\overline{\text{κε}}$ τεμνόμενος· ις^κις γὰρ τὰ $\overline{\text{κε}}$, $\overline{\text{υ}}$.

Ὅταν οὖν λέγῃ ὅτι τὸν $\overline{\text{ις}}$ τετράγωνον διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους, ὅμοιόν φησιν ὡς εἰ ἔλεγεν ὅτι τὸν $\overline{\text{υ}}$ τετράγωνον (τετράγωνον δ' ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\text{κ}}$) διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους, καὶ δὴ διελεῖν αὐτὸν εἴς τε τὸν $\overline{\text{σνς}}$ καὶ τὸν $\overline{\text{ρμδ}}$· ἢ καὶ οὕτως· εὑρεῖν ἀριθμὸν ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθεὶς ὁ $\overline{\text{ις}}$ ποιήσει τετράγωνον ἀριθμὸν ὅστις διαιρεθῆναι δυνατὸς ἔσται εἰς δύο τετραγώνους, μὴ τεμνομένης ἐνταυθοῖ τῆς μονάδος· καὶ εὕρηται ὁ $\overline{\text{κε}}$, ἐφ' ὃν πολλαπλασιασθεὶς ὁ $\overline{\text{ις}}$ ποιεῖ τὸν $\overline{\text{υ}}$ τετράγωνον ὄντα ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\text{κ}}$, ὃς διαιρεῖται εἰς δύο τετραγώνους, τὸν $\overline{\text{σνς}}$ ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\text{ις}}$, καὶ τὸν $\overline{\text{ρμδ}}$ ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ $\overline{\text{ιβ}}$.

Τὸ δέ φησιν ὅτι· πλάσσω τὸν □^ον ἀπὸ ϛϛ^ῶν ὅσων δήποτε, καλῶς λέγων. κἂν γὰρ τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ὑποθώμεθα ἀπὸ ϛϛ^ῶν $\overline{\text{δ}}$ πλάσσεσθαι τὸν □^ον, γενήσονται Δ^Υ $\overline{\text{ιζ}}$ ἴσαι ϛϛ^οῖς $\overline{\text{λβ}}$, καὶ ὁ ϛ^ὸ μ^ο $\overline{\text{α}}$ καὶ $\overline{\text{ιε}}$ ιζ^α, ἤτοι $\overline{\text{λβ}}$ ιζ^α· καὶ γενήσεται ὁ μὲν α^οῖς τετράγω-

25 I, 90, 14.

νος. ὡς ἀπὸ μὲν τῆς πλευρᾶς τῆς μ° ᾱ καὶ ιε̄ ιζ^ων μ° β̄, ιγ̄ ιζ^α, καὶ σκε σπθ^α (ὁ γὰρ ιζ̄ ἐφ' ἑαυτὸν σπθ̄ ποιεῖ), ὡς δ' ἀπὸ τῶν λβ ιζ^ων, ͵ακδ σπθ^α· ὁ δὲ β^ος τετράγωνος, ἐπεὶ ⟨ἀπὸ⟩ ϛϛ^ῶν δ̄ ⋔ μ° δ̄ ὑπετέθη, καὶ ἔστιν ὁ ϛ^ὸ μ° ᾱ καὶ ιε̄ ιζ^α, ἐὰν ἀφέλῃς ἀπὸ ϛϛ^ῶν δ̄, μ° δ̄, λοιπὰ ξ̄ ιζ^α, ἅπερ εἰσὶ μ° γ̄ καὶ θ̄ ιζ^α, ὡς ἀπὸ τῶν ξ̄ ιζ^ων, γίνεται ͵γχ σπθ^α, ὡς δ' ἀπὸ τῶν μ° γ̄, θ̄ ιζ^ων, μ° ιβ̄, γ̄ ιζ^α, π̄ᾱ σπθ^α· συντιθέμενοι δὲ οἱ τοιοῦτοι, οἱ μὲν ἀπὸ μονάδων καὶ μορίων, τουτέστιν ὅ τε μ° β̄, ιγ̄ ιζ^α, σκε σπθ^α, καὶ ὁ μ° ιβ̄, γ̄ ιζ^α, π̄ᾱ σπθ^α, ποιοῦσι μ° ιϛ̄, τὸν προκείμενον τετράγωνον· οἱ δ' ἀπὸ τῶν μορίων, τουτέστι ὁ ͵ακδ καὶ ὁ ͵γχ, ποιοῦσι τὸν ͵δχκδ σπθ^ον, ὃς δ' αὐτός ἐστι τετράγωνος ἀπὸ πλευρᾶς τοῦ ξη̄, καὶ γίνεται τοῦ ιϛ̄ ἐπὶ τὰ σπθ̄ πολλαπλασιασθέντος, ἢ τῶν ἐν τῷ ιϛ̄ μονάδων ἑκάστης εἰς σπθ̄ τμηθείσης (ἑκατέρως γὰρ ὁ ͵δχκδ γίνεται)· καὶ διῃρέθη νῦν ὁ ιϛ̄ εἰς ἑτέρους δύο τετραγώνους τόν τε ͵ακδ καὶ τὸν ͵γχ.

Τοῦτό γε μὴν εἰδέναι χρεών, ὡς οὐδέποτε δεῖ ἐνταῦθα ποιεῖν τὸν τετράγωνον ἀπὸ ϛ^οῦ ᾱ, ἀλλ' ἀπὸ ᾱ καὶ μορίου οἱουδηποτοῦν, καὶ β̄, καὶ ἐφεξῆς· εἰ γὰρ ἀπὸ μόνου ᾱ, οὐ προβήσεται τὸ ζητούμενον· γενήσεται γὰρ πάλιν ὁ ϛ^ὸ μ° ὅσων ἦν καὶ ἡ τοῦ ὑποτεθέντος τετραγώνου πλευρά, καὶ γενήσεται ὁ μὲν α^ος τετράγωνος ὁ αὐτὸς τῷ εἰς διαίρεσιν προκειμένῳ, ὁ δὲ β^ος οὐδαμοῦ ἔσται, καὶ μενεῖ πάλιν ὁ τετράγωνος ἀδιαίρετος, ὅπερ οὐχ ὑπέκειτο.

Ἔτι φησὶν ὅτι ἀπὸ ϛϛ^ῶν ὅσων δήποτε ⋔ μ° τοσούτων ὅσων ἐστὶν ἡ τῶν ιϛ̄ μ° πλευρά. προκείσθω τὸν κε̄ διελεῖν εἰς δύο τετραγώνους· ἐπεὶ ἐκ

---

8 οἱ μὲν] ὁ μὲν. 27 I, 90, 14/15.

τῶν ιϛ καὶ θ σύγκειται, ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ τοῦ κε, Δ^Υ α ἤτοι τὸν ιϛ, λοιπὰ μένουσιν θ, τουτέστι μ^ο κε ⋔ Δ^Υ α· καὶ ἔστιν ἡ πλευρὰ τοῦ θ, ἥν φησι πλάσσειν, μ^ο γ, ὃ λέγει ϛϛ^ῶν β ⋔ μ^ο ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ κε πλευρά, τουτέστι ε· ὅπερ γίνεται οὕτως· ἐπεὶ ὁ ϛ^ο, ὁ ποιῶν τὸν ιϛ Δ^Υ, ὁ δ ἐστιν, οἱ β ἄρα ϛϛ^οι μ^ο εἰσὶν η· ἂν δ' ἀφέλῃς ἀπὸ τῶν η ⟨τὴν⟩ πλευρὰν τοῦ κε, τουτέστι τὰ ε, λοιπὰ γ, ἅπερ ἐστὶν ἡ τοῦ θ πλευρά· καί εἰσι τὰ γ, μ^ο η ⋔ μ^ο ε.

Πάλιν ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ τῶν κε τὸν θ Δ^Υ, λοιπὰ μένουσι ιϛ· τὴν δὲ τούτου πλευρὰν οὐκέτι φήσομεν ϛϛ^ῶν β πλάσσειν ⋔ μ^ο ὅσων ἡ τοῦ κε πλευρά, ἀλλ' ϛϛ^ῶν γ· ἐπεὶ γὰρ ἀρτίως ὁ ποιῶν τὸν θ Δ^Υ ϛ^ο ὁ γ ἐστίν, οἱ γ ἄρα ϛϛ^οι μ^ο εἰσὶν θ· ὧν ἐὰν ἀφέλῃς τὴν τοῦ κε πλευράν, λοιπὰ δ, ἅπερ ἐστὶν ἡ τοῦ ιϛ πλευρά· καὶ ἔστιν ἡ τοῦ ιϛ πλευρά, τὰ δ, ϛϛ^ῶν γ ⋔ μ^ο ε, τουτέστι μ^ο θ ⋔ μ^ο ε.

Καθόλου γὰρ ἐπὶ πάντων τετραγώνων τῶν εἰς δύο τετραγώνους διαιρουμένων, ἡ τοῦ διαιρουμένου πλευρὰ μετὰ τῆς πλευρᾶς ὁποτέρου τῶν ἀπὸ τῆς διαιρέσεως ἔχει τινὰ λόγον πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ λοιποῦ, καὶ ἀφαιρεθέντος ὁποτερουοῦν τῶν ἀπὸ τῆς διαιρέσεως, ἡ πλευρὰ τοῦ λοιποῦ τοσούτων μ^ο ἔσται ὅσων ἦν, λείψει τῆς τοῦ διαιρουμένου πλευρᾶς, ἡ τοῦ ἀφαιρεθέντος πλευρὰ τοσαυτάκις ὁσαπλασίων ἦν καὶ ἡ πλευρὰ τοῦ λοιποῦ μετὰ τῆς πλευρᾶς τοῦ διαιρουμένου τῆς τοῦ ἀφαιρεθέντος πλευρᾶς.

Οἷον ἐπεὶ ὁ κε ἐκ τοῦ θ καὶ τοῦ ιϛ σύγκειται καὶ εἰς αὐτοὺς διαιρεῖται, καὶ ἡ πλ. τοῦ κε, τὰ ε, μετὰ

---

25 ὁσαπλασίων] cod. addunt ὁσόλογος.

ἐστὶ τῆς πλ. τοῦ ἑ
ἡ τοῦ ιϛ πλ., διὰ
θ πλ. ⋔ τῆς τοῦ
ὅ ἐστι μ° δ.

Καὶ ὁμοίως, ἐπε
διαιρεῖται, καὶ ἔστ
τοῦ κε πλ., τῶν ε,
ἐὰν ἄρα ἀφέλω ἀπ
κε πλ., διὰ τὸν ἡμι
τοῦ ρμδ πλ. ⋔ τῆς
ὅ ἐστι μ° ε. καὶ π
μετὰ τῆς ρμδ πλ., τ
κε πλ., τῶν ε, ἐὰν
ἔσται ἡ τοῦ ρμδ π
ε^κις ἡ τοῦ κε πλ., ⋔
⋔ μ° ιγ, ὅ ἐστι μ° ι

Ἐπεὶ τοίνυν κα
πλευραὶ πρὸς ἀλλήλα
μένου πλευρᾶς, διὰ
ποτε ⋔ τῆς τοῦ δια
ρξθ τοίνυν, καθὼς ἡ

τοῦ ἀφαιρεθέντος □^{ου}, ἤτοι Δ^{Y}. εἰ δὲ εἶπεν ὅτι ρξθ διαιρῶν καὶ ἀφελὼν ἐξ αὐτοῦ Δ^{Y} ᾱ, εἶτα εἶπεν· ἔστω ἡ τοῦ λοιποῦ πλ., ϛϛ^{οι} ς̄ ἢ ζ̄ ἢ ὅσοι δήποτε ⋀ τῆς τοῦ ρξδ πλ., οὐκέτι τὸν κε̄ καὶ ρμδ ποιεῖν ἔμελλεν, ὡς ἀνωτέρω δέδεικται, ἀλλ' ἑτέρους.

Πῶς δέ φησιν ὁ Διόφαντος ὅτι ὁ δὲ β^{ος} ἔσται ρμδ; ὅτι τὴν πλ. αὐτοῦ ὑπέθετο ϛϛ^{ων} β̄ ⋀ μ^{ο} δ̄, οἱ δὲ β̄ ϛϛ^{οι} εἰσι μ^{ο} ς̄ καὶ β̄ ε^{α}· ὧν ἐὰν ἀφέλῃς τὰς δ̄ μ^{ο}, λοιπαὶ μ^{ο} β̄ καὶ β̄ ε^{α}· ἀναλυθεισῶν δὲ καὶ τῶν μονάδων εἰς ε^{α}, γίνεται ιβ̄ ε^{α}, πλευρὰ ὄντα τῶν ρμδ. 1

AD PROBLEMA IX.

ἔκθ.	ϛ ᾱ μ^{ο} β̄		ϛϛ β̄ ⋀ μ^{ο} γ
πολλ.	Δ^{Y} ᾱ ϛϛ δ̄ μ^{ο} δ̄		Δ^{Y} δ̄ μ^{ο} θ̄ ⋀ ϛϛ ιβ̄
σύνθ.	Δ^{Y} ε̄ μ^{ο} ιγ̄ ⋀ ϛϛ η̄	ἰσ.	μ^{ο} ιγ̄
πρ.	Δ^{Y} ε̄ μ^{ο} ιγ̄	ἰσ.	ϛϛ η̄ μ^{ο} ιγ̄ 1
ἀφ.	Δ^{Y} ε̄	ἰσ.	ϛϛ η̄
μερ.	Δ^{Y} ᾱ	ἰσ.	ϛϛ ᾱ, γ̄ ε^{α} ἢ η̄ ε^{α}.
	ϛ ᾱ		μ^{ο} ᾱ, γ̄ ε^{α} ἢ τ̄ ε^{α}
ὑπ.	μ^{ο} γ̄, γ̄ ε^{α} ἢ ιη̄ ε^{α}		μ^{ο} ᾱ ε^{ον}
	μ^{ο} ιβ̄, γ̄ ε^{α}, θ̄ κε^{α} ἢ τκδ̄ κε^{α}		μ^{ο} ᾱ κε^{ον}. 2

Ὥσπερ ἐν τῷ η^{ῳ} εἴπομεν, οὕτω δὴ κἀνταῦθα λέγομεν ὅτι οὐ πάντες οἱ ἀπὸ δύο τετραγώνων συγκείμενοι καὶ τετράγωνοί εἰσιν· ὅσοι μέντοι τούτων εἰσὶ τετράγωνοι, οὐχὶ καὶ εἰς δύο ἑτέρους τετραγώνους ἐπιδιαιροῦνται, ἀτμήτου τῆς μονάδος μενούσης, ἀλλὰ 2 πάνυ βραχεῖς, οἷος ὁ χκε̄, ἀπὸ πλ. τοῦ κε̄, διαιρεῖται

6 cf. I, 90, 20.

εἴς τε τὸν σκε ἀπὸ πλ. τοῦ ιε, καὶ τὸν υ ἀπὸ
τοῦ κ, καὶ ἔτι εἴς τε τὸν μθ ἀπὸ πλ. τοῦ ζ, καὶ
φος ἀπὸ πλ. τοῦ κδ· καὶ μετὰ τὸν χκε, οἱ ἀπὸ πλ
ρᾶς πολλαπλασίονος τῆς τούτου πλευρᾶς, ὡς ὁ ἀπὸ
5 τοῦ ν καὶ οε καὶ ρ καὶ ἐφεξῆς. ὅ γε μὴν ἀριθμη
κὸς Διόφαντος καὶ ἐπὶ πάντας ἀριθμοὺς τοὺς ἀ
τετραγώνων συγκειμένους, καὶ ὄντας τετραγώνους
μὴ ὄντας, καὶ φύσιν ἔχοντας, ἀτμήτου τῆς μονά
οὔσης, διαιρεῖσθαι καὶ μή, τὴν μεταχείρισιν ἐκτεῖ
10 βουλόμενος, τὸ παρὸν ἐξέθετο πρόβλημα.

Φησὶν οὖν καὶ ἐνταῦθα ὅτι· τετάχθωσαν αἱ τ
ἐπιζητουμένων □ων πλευραὶ ἡ μὲν ϛοῦ α μο β,
δὲ ϛϛῶν ὅσων δήποτε ⋔ μο ὅσων ἐστὶν ἡ τ
λοιποῦ πλευρά. ὅθεν δ' οὕτω ταῦτα λαμβάν
15 ὥρμηται, πειρασόμεθα ἡμεῖς, ὡς ἂν οἷοί τε ὦμ
σαφῶς παραστῆσαι· δείξομεν δὲ τοῦτο ἐπὶ ἀριθμ
καθ' ὃν οὐ τέμνεται ἡ μονάς. προκείσθω τὸν χ
συγκείμενον ἔκ τε τοῦ σκε καὶ τοῦ υ, μεταδιελεῖν
τε τὸν μθ καὶ τὸν φος, καὶ ἐκκείσθωσαν αἱ πλευ
20 αὐτῶν πάντων κατὰ τὸ ὑποτεταγμένον διάγραμμα,
προτετάχθωσαν αἱ τῶν ἐλαττόνων □ων πλαὶ κατὰ
στοιχίαν οἷον τὰ ζ καὶ ιε.

ζ κδ
ιε κ
25 κε.

Ἐὰν οὖν ᾖ μοι ἐγνωσμένον ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ κε □
σύγκειται ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τοῦ ιε καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ
καὶ βούλωμαι ἔτι τὸν ἀπὸ τοῦ κε εἰς δύο ἑτέρο
μεταδιελεῖν □ους, λέγω οὕτως· ἔστω ἡ πλ. τῶν ἐπιζ

4 πολλαπλασίων. 11 sqq. I, 92, 21/23.

τουμένων □$^{\omega\nu}$, ἡ μὲν ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$, διὰ τὸ ἐγνῶσθαι τὸν $\overline{\iota\varepsilon}$, ἡ δὲ ϛϛ^{ῶν} ἐνταῦθα $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\kappa}$, διὰ τὸ ἐγνῶσθαι καὶ τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ συναχθήσεται ὁ ϛ^{ὸ} μ^{ο} $\bar{\vartheta}$, καὶ ἔσται ἡ μὲν ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$, μ^{ο} $\overline{\kappa\delta}$, ἡ δὲ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\kappa}$, μ^{ο} $\bar{\zeta}$.

Ὁ δὲ ϛ^{ὸ} ἔσται μ^{ο} $\bar{\vartheta}$, οὕτως· λάβε μοι τὰς πλ^{ὰς} τῶν □$^{\omega\nu}$ χιαστῶς, καὶ ἐπεὶ αἱ $\bar{\kappa}$ μ^{ο}, ὧν λείψει ἡ β$^{\alpha}$ πλ. ἐλαμβάνετο, καὶ αἱ $\bar{\zeta}$ μ^{ο} συντιθέμεναι ποιοῦσιν $\overline{\kappa\zeta}$, ὁ δὲ $\overline{\kappa\zeta}$ μεγίστῳ ἀριθμῷ μετρεῖται τῷ $\bar{\vartheta}$, διὰ τοῦτο γίνεται ὁ ϛ^{ὸ}, $\bar{\vartheta}$. διότι δὲ πάλιν ὁ $\overline{\kappa\zeta}$ τρὶς μετρεῖται τῷ $\bar{\vartheta}$, διὰ τοῦτο καὶ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$ ἡ β$^{\alpha}$ πλ. ἐλαμβάνετο· τρὶς δὲ τὰ $\bar{\vartheta}$, $\overline{\kappa\zeta}$, καὶ ἀφαιρεθέντων τῶν $\bar{\kappa}$, λοιπαὶ $\bar{\zeta}$, καί εἰσιν αἱ τῶν □$^{\omega\nu}$ πλ^{αὶ} εἰς οὓς μεταδιαιρεῖται ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\varepsilon}$, ἥ τε $\overline{\kappa\delta}$ καὶ ἡ $\bar{\zeta}$ μ^{ο}.

Πάλιν ἐὰν ᾖ μοι ἐγνωσμένον ὅτι ὁ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\varepsilon}$ σύγκειται ἔκ τε τοῦ ἀπὸ τοῦ $\bar{\zeta}$ καὶ τοῦ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\delta}$ καὶ βούλωμαι ἔτι αὐτὸν εἰς δύο ἑτέρους μεταδιελεῖν □^{ους}, λέγω οὕτως· ἔστω ἡ πλ. τῶν ἐπιζητουμένων □$^{\omega\nu}$, ἡ μὲν ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\zeta}$, διὰ τὸ ἐγνῶσθαι τὸν $\bar{\zeta}$, ἡ δὲ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{ο} $\overline{\kappa\delta}$, ἔγνωσται γὰρ καὶ ὁ $\overline{\kappa\delta}$· λαμβάνω πάλιν τὰς πλ^{ὰς} χιαστῶς. καὶ αἱ $\overline{\kappa\delta}$ μ^{ο}, ὧν λείψει ἡ β$^{\alpha}$ ἐλαμβάνετο πλ., καὶ αἱ $\overline{\iota\varepsilon}$ μ^{ο} συντιθέμεναι γίνονται $\overline{\lambda\vartheta}$, ὁ δὲ $\overline{\lambda\vartheta}$ μεγίστῳ μέτρῳ μετρεῖται τῷ $\overline{\iota\gamma}$, τρίς· καὶ γίνεται ὁ ϛ^{ὸ} $\overline{\iota\gamma}$ μ^{ο}. διὰ δὲ τὸ τρίς, πάλιν $\bar{\gamma}$ ϛϛ^{ῶν} ἐλήφθη ἡ β$^{\alpha}$ πλ., καὶ ἡ μὲν α$^{\eta}$ πλ., ἡ ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\zeta}$, ἔσται μ^{ο} $\bar{\kappa}$, ἡ δὲ β$^{\alpha}$, ἡ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{ο} $\overline{\kappa\delta}$, ἔσται μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$· τρὶς γὰρ τὰ $\overline{\iota\gamma}$, $\overline{\lambda\vartheta}$, ὧν ἂν ἀφέλῃς τὰ $\overline{\kappa\delta}$, λοιπὰ $\overline{\iota\varepsilon}$, καί εἰσιν αἱ τῶν ζητουμένων □$^{\omega\nu}$ πλ^{αί}, ἡ μὲν μ^{ο} $\bar{\kappa}$, ἡ δὲ μ^{ο} $\overline{\iota\varepsilon}$.

Διὰ δὴ ταῦτα εἰκότως καὶ οὗτος τὴν μὲν τοῦ α^{ου} τῶν ζητουμένων πλ^{άν}, ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$ τίθησι καὶ μ^{ο} ὅσων ἦν ἡ τοῦ ἐλάττονος τῶν ἐγνωσμένων πλ^{ά}, τὴν δὲ τοῦ β^{ου},

20 αἱ] ὁ.

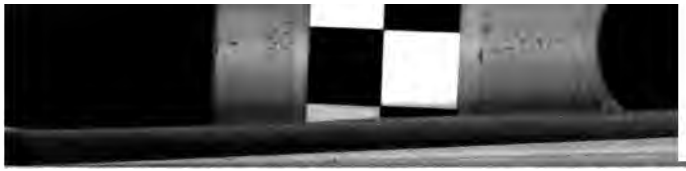
ϛϛ$^{\omega\nu}$ ὅσων δήποτε, ὥσπερ καὶ ἐν τῷ πρὸ τούτου, ⋔ μ^{o} ὅσων ἐστὶν ἡ τοῦ μείζονος τῶν ἐγνωσμένων πλ$^{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ μὲν προσλαμβάνων τὴν τοῦ ἐλάττονος πλ$^{\omega\nu}$, μείζων, ὁ δὲ τὴν τοῦ μείζονος ἐλλείπων, ἐλάττων.

5 Ὅπως δὲ τὰ $\overline{\tau\kappa\varepsilon}$ ⟨κε$^{\alpha}$⟩ συνάγει τὰς $\overline{\iota\gamma}$ μ^{o}, γίνεται οὕτως· ἐπεὶ ὁ ϛ^{o} μ^{o} $\bar{\alpha}$ καὶ $\bar{\gamma}$ ε$^{\omega\nu}$ εὑρίσκεται, ἤτοι $\bar{\eta}$ ε$^{\omega\nu}$, ἀναλυομένης καὶ τῆς μονάδος εἰς ε$^{\alpha}$, ἡ δὲ τοῦ α^{ou} □$^{\nu}$ πλ. ὑπετέθη ϛ^{ou} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\beta}$, ἔσται ἄρα μ^{o} $\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}$ ε$^{\omega\nu}$, ἤτοι $\overline{\iota\eta}$ ε$^{\omega\nu}$· ὁ δὲ ἀπὸ ταύτης □$^{o\varsigma}$, ὡς μὲν ἀπὸ μ^{o} $\bar{\gamma}$, $\bar{\gamma}$ ε$^{\omega\nu}$,
10 ἔσται μ^{o} $\overline{\iota\beta}$, $\bar{\gamma}$ ε$^{\omega\nu}$, $\bar{\vartheta}$ κε$^{\omega\nu}$, ὡς δ' ἀπὸ τῶν $\overline{\iota\eta}$ ε$^{\omega\nu}$, $\overline{\tau\kappa\delta}$ κε$^{\omega\nu}$. πάλιν ἐπεὶ ἡ τοῦ β^{ou} πλ. ὑπετέθη ϛϛ$^{\omega\nu}$ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\gamma}$, τουτέστι ἑνὸς ε$^{\omega\nu}$, καὶ ὁ ἀπ' αὐτοῦ □$^{o\varsigma}$ ἑνὸς κε^{ou}, τὸ δὲ ἓν κε^{ou} συντιθέμενον ταῖς μ^{o} $\overline{\iota\beta}$ $\bar{\gamma}^{\varepsilon''}$ $\bar{\vartheta}^{\kappa\varepsilon''}$, γίνεται μ^{o} $\overline{\iota\gamma}$, αἱ ἐξ ἀρχῆς, τοῖς δὲ $\overline{\tau\kappa\delta}^{\kappa\varepsilon''}$, γίνεται $\overline{\tau\kappa\varepsilon}^{\kappa\varepsilon''}$, καὶ
15 τὰ $\overline{\tau\kappa\varepsilon}$ κε$^{\alpha}$ εἰς μονάδας συναγόμενα γίνονται μ^{o} $\overline{\iota\gamma}$· ὁ μὲν $\overline{\iota\gamma}$ συνετέθη ἐκ τοῦ $\bar{\delta}$ καὶ $\bar{\vartheta}$, μεταδιῃρέθη εἰς τὸν $\overline{\iota\beta}$ $\bar{\gamma}^{\varepsilon''}$ $\bar{\vartheta}^{\kappa\varepsilon''}$ καὶ τὸ $\bar{\alpha}^{\kappa\varepsilon''}$· ὁ δὲ $\overline{\tau\kappa\varepsilon}$ συνετέθη μὲν ἀπὸ τοῦ $\bar{\rho}$ (τουτέστι τοῦ δ$^{\kappa\iota\varsigma}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$) καὶ τοῦ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$ (τουτέστι τοῦ ϑ$^{\kappa\iota\varsigma}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$), μεταδιῃρέθη δὲ εἴς τε τὸν $\overline{\tau\kappa\delta}^{\kappa\varepsilon''}$ καὶ
20 τὸ $\bar{\alpha}^{\kappa\varepsilon''}$ (τουτέστι τῶν μ^{o} $\overline{\iota\beta}$ $\bar{\gamma}^{\varepsilon''}$ $\bar{\vartheta}^{\kappa\varepsilon''}$ εἰς κε$^{\alpha}$ ἀναλυθέντων).

AD PROBLEMA X.

ἔκθ.	ϛ $\bar{\alpha}$	ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\gamma}$
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\varsigma}$ μ^{o} $\bar{\vartheta}$
	ϛϛ $\bar{\varsigma}$ μ^{o} $\bar{\vartheta}$	ι$^{\sigma}$. μ^{o} $\bar{\xi}$
ἀφ.	ϛϛ $\bar{\varsigma}$	ι$^{\sigma}$. μ^{o} $\overline{\nu\alpha}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$	μ^{o} $\bar{\eta}$ ∟′
	μ^{o} $\bar{\eta}$ ∟′	μ^{o} $\overline{\iota\alpha}$ ∟
ὑπ.	μ^{o} $o\beta$ δ″	μ^{o} $\rho\lambda\beta$ δ″.

5 cf. I, 94, 8. κε$^{\alpha}$ om. B, habet X. 12 ε^{ou}] πέμπτων. κε^{ou}] εἰκοστοπέμπτων. 20 τὸ] τὸν.



AD PROBLEMA XI.

1.		2.		
		ἔκθ.	$\Delta^{Y}\alpha \wedge \mu^{o}\bar{\beta}$	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mu^{o}\bar{\alpha}$
ς $\bar{\alpha}$ $\mu^{o}\bar{\beta}$	ς $\bar{\alpha}$ $\mu^{o}\bar{\gamma}$	πλ.	ς $\bar{\alpha} \wedge \mu^{o}\bar{\delta}$	
$\mu^{o}\bar{\delta}$ δ''	$\mu^{o}\bar{\alpha}$	πολλ.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mu^{o}\overline{\iota\varsigma} \wedge$ ς ς $\bar{\eta}$ ι^{σ}.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mu^{o}\bar{\alpha}$
$\overline{\iota\varepsilon}$ η^{α}	$\overline{\iota\zeta}$ η^{α}	πρ.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}\,\mu^{o}\overline{\iota\varsigma}$ ι^{σ}.	$\Delta^{Y}\bar{\alpha}$ ς ς $\bar{\eta}$ $\mu^{o}\bar{\alpha}$
$\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$ $\xi\delta^{\alpha}$	$\overline{\sigma\pi\vartheta}$ $\xi\delta^{\alpha}$	ἀφ.	$\mu^{o}\overline{\iota\varepsilon}$ ι^{σ}.	ς ς $\bar{\eta}$
ς $\bar{\alpha}$	$\overline{\iota\zeta}$ $\xi\delta^{\alpha}$		$\langle\overline{\iota\varepsilon}\ \eta^{\alpha}\rangle$	ς $\bar{\alpha}$
		ὑπ.	$\overline{\iota\zeta}$ $\xi\delta^{\alpha}$	$\overline{\sigma\pi\vartheta}$ $\xi\delta^{\alpha}$.

Διπλοϊσότης τὸ παρὸν εἶδος καλεῖται, ἐπειδὴ ἐν μὲν τοῖς λοιποῖς προβλήμασιν ἁπλῆ ἐγένετο ἡ ἰσότης 1
δι' ἧς ἡ τοῦ ς^οῦ ποσότης εὑρίσκεται, ἐνταῦθα δὲ διπλῆ· πρότερον μὲν γὰρ τὸ τῆς ὑπεροχῆς ἥμισυ, ἧς ἔχει ὁ ἕτερος τῶν ποιούντων τὴν ὑπεροχὴν ἀριθμῶν πρὸς τὸν ἕτερον, ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθέν, ἐξισοῦται τῷ ἐλάττονι· εἶτα καὶ τῆς συνθέσεως τούτων τὸ ἥμισυ 1
ἐφ' ἑαυτό, ἐξισοῦται τῷ μείζονι· ὅπως δὲ γίνεται τοῦτο, δῆλον ἐντεῦθεν.

Ἐὰν ὦσι δύο ἀριθμοὶ ἐν ὑπεροχῇ τινι, ὁ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεως τῆς συνθέσεως αὐτῶν τοσαύταις μ^ο ὑπερέξει τοῦ ἀπὸ τοῦ ἡμίσεως τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ὅσας καὶ 2
αὐτοὶ ποιοῦσιν ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι. οἷον ἔστωσαν μ^ο $\bar{\eta}$, μ^ο $\bar{\delta}$, τούτων ἡ μὲν σύνθεσις μ^ο $\overline{\iota\beta}$, τὸ δὲ ἥμισυ τῆς συνθέσεως $\bar{\varsigma}$, τὸ δὲ ἀπὸ τούτου $\overline{\lambda\varsigma}$· ἡ δὲ ὑπεροχὴ μ^ο $\bar{\delta}$, τὸ δὲ ἥμισυ ταύτης $\bar{\beta}$, τὸ δὲ ἀπὸ τούτου $\bar{\delta}$· τὰ δὲ $\overline{\lambda\varsigma}$ τῶν $\bar{\delta}$ ὑπερέχει μ^ο $\overline{\lambda\beta}$, ἀλλὰ καὶ 2

---

9 cf. I, 96, 9.

⟨τὰ⟩ $\bar{\eta}$ καὶ τὰ $\bar{\delta}$ ἐπ' ἄλληλα πολλαπλασιαζόμενα $\overline{\lambda\beta}$ ποιεῖ. τοῦτο δὲ ταὐτόν ἐστι τῇ προτάσει τοῦ $\varepsilon^{ου}$ τοῦ $\beta^{ου}$ τῶν Στοιχείων.

Τούτῳ τοίνυν ἀντιστρόφως ὁ Διόφαντος ἐνταῦθα χρησάμενός φησιν· ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ $\varsigma^{ου}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\gamma}$ πρὸς τὸν $\varsigma^{ον}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\beta}$, $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$ τυγχάνει, τὴν δὲ ὑπεροχὴν ταύτην, τουτέστι τὴν $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$, ποιοῦσι δύο τινὲς ἀριθμοὶ ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι, οἱ $\mu^{ο}$ $\bar{\delta}$ καὶ $\mu^{ο}$ $\delta^{ον}$ (ἀπὸ γὰρ τὸ $\delta^{ον}$, $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$ γίνεται), τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ $\angle'$ τῆς ὑπεροχῆς τῶν $\bar{\delta}$ πρὸς τὸ $\delta^{ον}$, ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάττονι, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ $\angle'$ τῆς συνθέσεως αὐτῶν ἴσον τῷ μείζονι. ὥσπερ εἰ καὶ ἡμεῖς ἀντιστρέψαντες ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω τεθέντος παραδείγματος ἐλέγομεν· ἐπεὶ τὰ $\overline{\lambda\varsigma}$ ὑπερέχουσι τῶν $\bar{\delta}$ $\mu^{ο}$ $\lambda\beta$, τὸν ⟨δὲ⟩ $\overline{\lambda\beta}$ ποιοῦσι δύο ἀριθμοὶ ἐπ' ἀλλήλους, ὁ $\bar{\eta}$ καὶ ὁ $\bar{\delta}$, τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ $\angle'$ τῆς ὑπεροχῆς τούτων, τουτέστι τὰ $\bar{\delta}$, ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάττονι, πάλιν τῷ $\bar{\delta}$· τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ $\angle'$ τῆς συνθέσεως αὐτῶν ἤτοι τὰ $\lambda\varsigma$, ἴσον ἐστὶ τῷ μείζονι, τουτέστι πάλιν τῷ $\overline{\lambda\varsigma}$.

Ἔστι δὲ ἡ ὑπεροχὴ τῶν $\bar{\delta}$ $\mu^{ο}$ πρὸς τὸ $\delta^{ον}$, $\overline{\iota\varepsilon}$ $\delta^{α}$, τῶν $\mu^{ο}$ εἰς $\delta^{α}$ ἀναλυομένων· τούτων τὸ $\angle'$, $\bar{\xi}$ $\delta^{ων}$ καὶ $\eta^{ου}$· ταῦτα ἀναλυθέντα εἰς $\eta^{α}$, ποιοῦσι $\overline{\iota\varepsilon}$ $\eta^{α}$· ταῦτα ἐφ' ἑαυτὰ ποιοῦσι $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$ $\xi\delta^{α}$. ταῦτα ἴσα τῷ ἐλάττονι τῷ $\varsigma^{ῳ}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\beta}$. τῆς δὲ συνθέσεως τὸ $\angle'$, ἤτοι τῶν $\bar{\delta}$ $\mu^{ο}$ καὶ τοῦ $\delta^{ου}$, $\mu^{ο}$ $\bar{\beta}$ καὶ $\eta^{ον}$, τουτέστιν $\bar{\eta}$ $\delta^{α}$ καὶ $\eta^{α}$, τουτέστι $\iota\bar{\zeta}$ $\eta^{α}$· ταῦτα ἐφ' ἑαυτά, καὶ γίνονται $\overline{\sigma\pi\vartheta}$ $\xi\delta^{α}$ ταῦτα ἴσα τῷ μείζονι, τῷ $\varsigma^{ῳ}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\gamma}$.

Καὶ γίνεται ὁ $\varsigma^{ο}$ $\overline{\iota\bar{\zeta}}$ $\xi\delta^{α}$, οὕτως· ἐπεὶ ἡ μονὰς

---

4 cf. I, 96, 10. 9 τοῦ $\angle'$] τῆς ἡμίσεος B, corr. X_2.
28 I, 96, 16.

εἰς ξδ, ἐὰν ἀφέλῃς ἀπὸ τῶν σκε ξδ^{ων}, τῶν ἴσων ς^{ῳ} ᾱ μ^{ο} β̄, δὶς τὰ ξδ, ἤτοι ρκη, τουτέστι μ^{ο} β̄, λοιπὰ ιζ. ὁμοίως καὶ ἐὰν ἀπὸ τῶν σπθ ξδ^{ων}, τῶν ἴσων ς^{ῳ} ᾱ μ^{ο} γ̄, ἀφέλῃς τρὶς τὰ ξδ, τουτέστιν ριβ, ἅπερ ἐστὶ μ^{ο} γ̄, λοιπὰ πάλιν ιζ. ταῦτα τὰ ιζ, προστιθέμενα τοῖς μὲν ρκη ποιοῦσι □^{ον}, τὸν σκε ἀπὸ πλ. τοῦ ιε, τοῖς δὲ ριβ, τὸν σπθ ἀπὸ πλ. τοῦ ιζ· ἦσαν δὲ τὰ μὲν ρκη, μ^{ο} β̄· τὰ δὲ ριβ, μ^{ο} γ̄.

Ζητεῖται δὲ διὰ τί, τῆς ὑπεροχῆς τῶν γ̄ μ^{ο} πρὸς τὰς β̄, ᾱ μ^{ο} οὔσης, τοὺς ποιοῦντας τὴν ὑπεροχὴν ἀριθμοὺς μ^{ο} δ̄ καὶ δ^{ον} ἔλαβε, καίτοι γε ἐνῆν καὶ μ^{ο} γ̄ καὶ γ^{ον}, ἢ μ^{ο} β̄ καὶ μ^{ο} ∠′ λαβόντα, τὸ αὐτὸ ποιεῖν· καὶ γὰρ καὶ τὸ γ^{ον} τῶν γ̄, ᾱ μ^{ο} ἐστιν, καὶ τὸ ∠′ τῶν β̄ μ^{ο}, ὡσαύτως. καὶ λέγομεν ὅτι, εἰ ἄλλους ἀριθμοὺς ἐλάμβανεν ἐλάττονας τῶν μ^{ο} δ̄ καὶ δ^{ου}, καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν δύναμις ἐλάττων ἔμελλεν εἶναι, οὐ μόνον τοῦ ς^{οῦ} ᾱ μ^{ο} β̄, ἀλλὰ καὶ μόνων τῶν β̄ μ^{ο}· ὡσαύτως καὶ ἡ ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς συνθέσεως αὐτῶν δύναμις οὐ μόνον τῶν ς ᾱ μ^{ο} γ̄, ἀλλὰ καὶ μόνων αὐτῶν τῶν γ̄ μ^{ο} ἐλάττων· καὶ τούτου γενομένου, οὐκ ἂν ἦν δυνατὸν ἐκ τοῦ ἐλάττονος ἀφαιρεθῆναι τὸ μεῖζον, καὶ οὐκ ἀφαιρεθῆναι μόνον, ἀλλὰ καὶ καταλειφθῆναι τὸ ὅπερ ἦν ἂν τοῦ ς^{οῦ} ἡ ὑπόστασις.

Καὶ δεικτέον τοῦτο ἐπὶ τῶν μ^{ο} γ̄ καὶ γ^{ου}, ὅπερ ἄτοπον γίνεται· ἐπεὶ ἡ ὑπεροχὴ τῶν γ̄ μ^{ο} πρὸς τὸ γ^{ον}, ἤ γ^{α} ἐστί, τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς ὑπεροχῆς, τουτέστι τῶν δ̄ γ^{ων}, ὅπερ ἐστὶ ις ϑ^{α}, ἴσον ἐστὶ τῷ ς^{ῳ} ᾱ μ^{ο} β̄. καὶ πάλιν, ἐπεὶ ἡ σύνθεσις τῶν μ^{ο} γ̄ καὶ γ^{ου} γίνεται ῑ γ^{α}, τὸ ἄρα ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς συνθέσεως, τουτέστι τῶν ε̄ γ^{ων}, ὅπερ ἐστὶν κε ϑ^{α}, ἴσον ἐστὶ τῷ ς^{ῳ} ᾱ μ^{ο} γ̄. ἐπεὶ τοίνυν διὰ τὸ ϑ″, ἡ μονὰς ἐνταῦθα εἰς ϑ τέτμηται,

δεῖ ἀφελεῖν, ἀπὸ μὲν τοῦ ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς ὑπεροχῆς, μ^ο β̄ ἤτοι ι̅η̅ θ^α, ἀπὸ δὲ τοῦ ∠′ τῆς συνθέσεως, μ^ο γ̄ ἤτοι κ̅ζ̅ θ^α, καὶ καταλειφθῆναι καὶ ἐξ ἑκατέρου αὐτῶν τι, ὅπερ ἡ ὑπόστασις ἔσται τοῦ ϛ^οῦ. ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς ὑπεροχῆς ι̅ϛ̅ ἦν θ^α, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς συνθέσεως, κ̅ε̅ θ^α· οὐ δυνατὸν δὲ οὔτε τὰ ι̅η̅ ἀπὸ τῶν ι̅ϛ̅ ἀφελεῖν, οὔτε τὰ κ̅ζ̅ ἀπὸ τοῦ κ̅ε̅, τὰ μείζονα ἀπὸ τῶν ἐλαττόνων, ὥστε οὐκ ἔσται οὕτως ἡ τοῦ ϛ^οῦ ὑπόστασις δήλη· πολλῷ δὲ δὴ πλέον, οὐδ' εἰ β̄ μ^ο καὶ μ^ος ∠′ ἔλαβεν, ἀπὸ μέντοι τῶν δ̄ μ^ο καὶ δ^ου καὶ ἐπέκεινα. προβαίνειν τὴν δεῖξιν δυνατόν.

Τοῦτο δ' οὐκ αὐτόθεν ἐστὶ γνώριμον, τουτέστι τίνας προληπτέον ἀριθμοὺς οἳ ποιήσωσιν ἂν τὴν ὑπεροχήν (ἦ γὰρ ἂν καὶ ὁ Διόφαντος ἐτίθη προσδιορισμόν), ἀλλ' ἐκ μόνης τῆς πείρας καταλαμβάνεται, ὡς ἐνταῦθα, τῶν μ^ο γ̄ καὶ γ^ου ἀποδοκιμαζομένων, τὰς μ^ο δ̄ καὶ τὸ δ^ον ἔλαβεν· οὕτω γοῦν καὶ ἐπὶ τῆς β^ου ἀποδείξεως ποιεῖ, λέγων· πλάσσω τὸν □^ον ἀπὸ ϛ^οῦ α ⋔ μ^ο τοσούτων ὥστε τὴν τῆς Δ^Υ ὑπόστασιν ὑπερβάλλειν αὐτὰς τὰς προεκτεθειμένας τῆς λείψεως μ^ος· καὶ πλάσσει αὐτὸν ἀπὸ ϛ^οῦ ᾱ ⟨⋔⟩ μ^ο δ̄ ἐν μὲν τῇ α^η ἀποδείξει, ἐπειδὴ ὕπαρξει ἦσαν αἱ β̄ μ^ο, καὶ τὸν □^ον ἐξ ὑπάρξεως τοῦ ∠′ τῆς ὑπεροχῆς τῶν μ^ο δ̄ πρὸς τὸ δ^ον ἐποίει· ἐνταῦθα δέ, ἐπειδὴ λείψεις εἰσὶν αἱ β̄ μ^ο, καὶ τὸν □^ον ἀπὸ λείψεως ποιεῖ μ^ο δ̄, οὐκ ἀπὸ λείψεως δὲ μ^ο γ̄. ἡ γὰρ ἀπὸ τούτου Δ^Υ πάλιν ἐλάττων ἔμελλεν εἶναι τῆς λείψεως τῶν β̄ μ^ο· καὶ γὰρ ἡ ἀπὸ ϛ^οῦ α ⋔ μ^ο γ̄ δύναμις γίνεται Δ^Υ ᾱ μ^ο θ ⋔ ϛϛ^ῶν ϛ̄, καὶ κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως, μετὰ

1 ἀπὸ τοῦ] ἀπὸ τῆς. 14 ἐτίθη X, ἐτίθει B. 18 I, 98, 12 15.

ἦν τῶν ὁμοίων ἀπὸ τῶν ὁμοίων ἀφαίρεσιν, εὑρίσκε-
κι πάλιν ὁ ς^ο^ ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις, $\bar{\delta}$ γ^α^· καὶ ἡ ἀπ'
ὑτοῦ ὑφισταμένη Δ^Υ^ $\overline{\iota\varsigma}$ ϑ^α^, ἅτινα οὐχ ὑπερβάλλει τὰς
μ^ο^· αἱ γὰρ $\bar{\beta}$ μ^ο^, $\overline{\iota\eta}$ ϑ^α^ εἰσιν, ὥστε οὐ προβήσεται
ἀπόδειξις· ἐὰν δὲ ἀπὸ ς^ου^ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^ο^ $\bar{\delta}$ πλασθῇ, τότε ἡ ἀπὸ 5
ου εὑρεθέντος ς^ου^ κατὰ τὴν ὑπόστασιν τῶν $\overline{\iota\varepsilon}$ η^ων^
ρισταμένη Δ^Υ^ ὑπερβάλλει τὰς $\bar{\beta}$ μ^ο^· ἡ μὲν γὰρ Δ^Υ^
τι $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$ ξδ^ων^, αἱ δὲ $\bar{\beta}$ μ^ο^ περιέχουσιν $\overline{\rho\kappa\eta}$ ξδ^α^· ἐκεῖνα
ὲ τούτων μείζονα. εἰ γὰρ μὴ ὑπερβαλεῖται ἡ τοιαύτη
Υ^ τὰς $\bar{\beta}$ μ^ο^, ὡς ἀφαιρουμένων ἐξ αὐτῆς τῶν $\bar{\beta}$ μ^ο^ 10
ταλείπεσθαί τι, τί ἔσται τὸ προστεθησόμενον ταῖς
μ^ο^ καὶ ποιῆσον τὸ ὅλον □^ον^;

AD PROBLEMA XII.

	$\bar{\vartheta}$	$\overline{\kappa\alpha}$	
ἔκθ.	Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$	μ^ο^ $\bar{\vartheta}$ ⋔ Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$	15
	μ^ο^ $\bar{\vartheta}$ ⋔ Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$	Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$ μ^ο^ $\overline{\iota\beta}$	
	ς $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^ο^ $\bar{\delta}$		
πολλ.	Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$ μ^ο^ $\overline{\iota\varsigma}$ ⋔ ςς $\bar{\eta}$	ἰ^σ^. Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$ μ^ο^ $\overline{\iota\beta}$	
πρ.	Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$ μ^ο^ $\overline{\iota\varsigma}$	ἰ^σ^. Δ^Υ^ $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\eta}$ μ^ο^ $\overline{\iota\beta}$	
ἀφ.	μ^ο^ $\bar{\delta}$	ςς $\bar{\eta}$	20
μερ.	$\bar{\delta}$ η^α^	ς $\bar{\alpha}$	
ὑπ.	$\overline{\iota\varsigma}$ ξδ^α^	$\overline{\varphi\xi}$ ξδ^α^	
		$\overline{\psi\pi\delta}$ ξδ^α^	

Τὸ οἷον δ' ἂν ἀφέλω τετράγωνον τοιοῦτόν
τιν· ἐπεὶ ὁ $\bar{\vartheta}$ καὶ $\overline{\kappa\alpha}$ ἀπὸ □^ων^ καὶ ἀριθμοῦ τινος 25
ωνετέθησαν, ὃν ἐὰν ἀφέλω, καταλειφθήσονται μόνοι

24 οἷον Dioph. (I, 100, 4), ὃν cod.

οἱ □ᵒ. δῆλον ὅτι καὶ ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ ἑτέρου αὐτῶν τ[illegible] □ᵒ, ὁ ἀριθμὸς ἐκεῖνος καταλειφθήσεται πάντως. ἐπ[illegible] τοίνυν ὁ μὲν ϛ' εὑρέθη δ̄ ηᵒ, ἡ δὲ ἀπ' αὐτῶν Δ[illegible] ιϛ̄ ξδᵃ, δῆλον ὡς αἱ μᵒ εἰς ξδᵃ ἀναλυθήσονται, καὶ [illegible] μὲν θ μᵒ ἔσονται φοϛ̄ ξδᵃ, αἱ δὲ κ̄ᾱ, ͵ατμδ̄ ξδᵃ· [illegible] ἐὰν μὲν ἀπὸ τῶν θ̄ μᵒ ἀφέλω Δʸ ᾱ, τουτέστιν [illegible] τῶν φοϛ̄ ξδᵒʷ, ιϛ ξδᵃ, λοιπὰ φξ̄ ξδᵃ, ἅπερ ἐστὶν ὁ [illegible] τούμενος ἀφαιρεῖσθαι ἀριθμός· ἐὰν δὲ πάλιν τὰ φξ̄ ξδᵃ ἀφέλω ἀπὸ τῶν ͵ατμδ̄, λοιπὰ ψπδ̄, ἅπερ ἐστὶ □ᵒ ἀπὸ πλ. τοῦ κ̄ηᵗ'· ταῦτα γάρ ἐστιν ἡ Δʸ ᾱ μᵒ ιβ̄.

AD PROBLEMA XIII.

1.			2.		
ἔκθ.	ϛ ᾱ ⋔ μᵒ ϛ̄,	ϛ ᾱ ⋔ μᵒ ζ̄	⟨ἔκθ.⟩	Δʸ ᾱ μᵒ ϛ̄	
ὑπχ.	μᵒ β̄,	μᵒ ∟', μᵒ ᾱ		Δʸ ᾱ,	Δʸ ᾱ ⋔ μᵒ
	ε̄ δᵃ	γ̄ δᵃ		ϛ ᾱ ⋔ μᵒ β̄	
	κ̄ε̄ ιϛᵃ	θ̄ ιϛᵃ	⟨πολλ.⟩	Δʸ ᾱ μᵒ δ̄ ⋔ ϛϛ δ̄ ἰσ.	Δʸ ᾱ ⋔
ϛ	ρκ̄ᾱ	ρκ̄ᾱ	⟨πρ.⟩	⟨Δʸ ᾱ μᵒ ε̄	ἰσ. Δʸ ᾱ ϛ
ὑπ.	ⁱιϛ̄ ιϛᵃ	ριβ̄ ιϛᵃ.	⟨ἀφ.⟩	μᵒ ε̄	ἰσ. ϛ
			⟨μερ.⟩	ε̄ δᵃ	
			⟨ὑπ.⟩	κ̄ε̄ ιϛᵃ	θ̄
				ρκ̄ᾱ ιϛᵃ⟩.	

Καὶ τὸ ιγᵒᵛ τῆς αὐτῆς ἐστιν ἐφόδου τῷ ιαᵒ· συ[illegible] άγεται δὲ ὁ ϛᵒ, ἀφ' οὗ ἀφαιροῦνται οἱ δοθέντες δύ[illegible] ἀριθμοὶ ὡς γίνεσθαι ἑκάτερον τῶν λοιπῶν □ᵒᵛ, ρκ̄αᵗ[illegible] οὕτως· ἐπεὶ ὁ ϛᵒ ᾱ ⋔ μᵒ ϛ ὑπερέχει τοῦ ϛᵒᵘ ᾱ ⋔ μᵒ [illegible] μᵒ ᾱ, ποιοῦσι δὲ τὴν μᵒ δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλου

2 post πάντως B addit τετράγωνος.

ὃς δέδεικται ἐν τῷ ια^ω, μ^ο β̄ καὶ μ^ος ∠′, τὸ ἄρα ἀπὸ
ου τῆς ὑπεροχῆς αὐτῶν ἡμίσεος, τουτέστι τὸ ἀπὸ
δ^ων, ὅπερ ἐστὶν ⟨θ̄⟩ ις^α, ἴσον ἐστὶ τῷ ἐλάττονι, τῷ
ϛ^ῷ ᾱ ∧ μ^ο ζ̄· τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ∠′ τῆς συνθέσεως αὐτῶν,
ουτέστι τὸ ἀπὸ ε̄ δ^ων, ὅπερ ἐστὶν κε̄ ις^α, ἴσον ἐστὶ 5
τῷ μείζονι, τῷ ϛ^ῷ ᾱ ∧ μ^ο ϛ̄· ἐπεὶ τοίνυν εἰς ιϛ̄ τέμνε-
ται ἡ μ^ο, ἐὰν τοῖς θ̄ ις^οις προστιθῶ τὴν λεῖψιν τῶν
μ^ο, τουτέστιν ζ^κις τὰ ιϛ̄, ριβ̄ ις^α, ἔσται ρκᾱ ις^ων, καὶ
ἐὰν ἀπὸ τούτου ἀφαιρεθῶσι τὰ ριβ̄, λοιπὰ θ̄, ἅπερ
ἐστὶ □^ος. ἐὰν δὲ τοῖς κε̄ ις^οις προσθῶ τὴν λεῖψιν τῶν 10
μ^ο, τουτέστι ϛ^κις τὰ ιϛ̄, ὅπερ ἐστὶν ⊔ϛ ις^α, ἔσται
πάλιν ρκᾱ ις^ων, καὶ ἐὰν ἀπὸ τούτων ἀφαιρεθῶσι τὰ
⊔ϛ, λοιπὰ κε̄, ἅπερ ἐστὶ □^ος. καὶ εὕρηται ὁ ρκᾱ ἀριθ-
μός, οὗ ἐὰν μὲν ἀφέλῃς ριβ̄, λοιπὰ θ̄ □^ος, ἐὰν δὲ ⊔ϛ,
λοιπὰ κε̄ □^ος. 15

Ἔλαβε δὲ ἐνταῦθα τοὺς ποιοῦντας τὴν ὑπεροχήν,
ι^ο β̄ καὶ μ^ος ∠′, οὐχὶ δὲ μ^ο δ̄ καὶ δ^ων, ὥσπερ ἐπὶ τοῦ
ια^ου, ὅτι καὶ ἐπὶ τούτων προβαίνει ἡ δεῖξις καὶ ἐπὶ
τῶν ἐφεξῆς μειζόνων ἀριθμῶν λαμβανομένων, ἐπὶ δὲ
ἐλάττονος δειχθῆναι οὐ δύναται· οἷον ἐπὶ τοῦ ἅπαξ 20
τὸ ᾱ, καὶ γὰρ καὶ ταῦτα μ^ο συνάγεται, ἀλλ' ὑπεροχὴν
τῆς μ^ο πρὸς τὴν μ^ο οὐκ ἔστιν εὑρεῖν.

Ἐὰν τετραγώνῳ τινί, φησί, προσθῶ μ^ο ϛ̄, δῆλον
ὅτι καὶ ἐὰν ἀφέλω τὰς ϛ̄ μ^ο, πάλιν τετράγωνος κατα-
λείπεται. δεῖ δὲ ἀπὸ τοῦ τοιούτου □^ου καὶ τῶν προσ- 25
κειμένων αὐτῷ μ^ο ϛ̄, ἀφελεῖν μ^ο ζ̄, καὶ πάλιν κατα-
λιμπάνεσθαι □^ον. ἀλλ' ἐὰν ἀφέλω τὰς ζ̄ μ^ο, καὶ
καταλείπεται ὁ □^ος ∧ μ^ο ᾱ, τουτέστι Δ^Υ ᾱ ∧ μ^ο ᾱ· ταῦτα
ἴσα □^ω· □^ον γὰρ αὐτὸν εἶναι δεῖ.

20 ἐλάττονος X_2, ἐλάττονα B. 23 cf. I, 102, 10 11.

Καὶ πλάττει τὸν $\square^{\text{ος}}$ *ἀπὸ* $\varsigma^{\text{ου}}$ $\bar{\alpha}$ ⟨⋀⟩ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\beta}$, *καὶ γίνεται ὁ προβαίνει ἀπὸ* $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\iota\varsigma}$· *καὶ γίνεται ὁ* $\square^{\text{ος}}$, $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\delta}$ $\varsigma\varsigma^{\text{ῶν}}$ $\bar{\delta}$· *ταῦτα ἴσα* $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ ⋀ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\alpha}$· *κοινῆς προστεθείσης τῆς λείψεως,* $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\varepsilon}$ *ἴσα* $\varsigma\varsigma^{\text{οῖς}}$ $\bar{\delta}$ $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$. *ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια·* $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\varepsilon}$ *ἴσαι* $\varsigma\varsigma^{\text{οῖς}}$ $\bar{\delta}$, *ὁ* $\varsigma^{\text{ος}}$ $\bar{\varepsilon}^{\text{ος}}$, *καὶ γίνεται ἡ* $\Delta^{\text{Υ}}$ $\overline{\kappa\varepsilon}$ $\iota\varsigma^{\text{ῶν}}$· *καὶ* ⟨$\bar{\varsigma}$ $\mu^{\text{ο}}$ *ἤτοι* $\overline{\iota\varsigma}$ $\iota\varsigma^{\alpha}$⟩, *ὁμοῦ* $\overline{\rho\kappa\alpha}$, *ἀφ' ὧν ἀφαιρεθέντων τῶν* $\overline{\iota\varsigma}$, *λοιπὸς ὁ* $\overline{\kappa\varepsilon}$ $\square^{\text{ος}}$· *ἐὰν δὲ ἀπὸ τῶν* $\overline{\rho\kappa\alpha}$, *ἅπερ ἐστὶ* $\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\varsigma}$, *ἀφέλω* $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\zeta}$, *τουτέστιν* $\zeta^{\text{ις}}$ *τὰ* $\overline{\iota\varsigma}$ *ἤτοι* $\overline{\rho\iota\beta}$, *λοιπὰ* $\bar{\vartheta}$, *ἅπερ ἐστὶ* $\square^{\text{ος}}$.

AD PROBLEMA XIV.

⟨*ἔκθ.*	ς $\bar{\alpha}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\beta}$		ς $\bar{\alpha}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\gamma}$
	$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ $\varsigma\varsigma$ $\bar{\delta}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\delta}$		$\Delta^{\text{Υ}}$ $\bar{\alpha}$ $\varsigma\varsigma$ $\bar{\varsigma}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\vartheta}$ ——
	$\varsigma\varsigma$ $\bar{\delta}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\delta}$		$\varsigma\varsigma$ $\bar{\varsigma}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\vartheta}$ ——
σύνθ.	$\varsigma\varsigma$ $\bar{\iota}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\overline{\iota\gamma}$	ι^{σ}.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\kappa}$
ἀφ.	$\varsigma\varsigma$ $\bar{\iota}$	ι^{σ}.	$\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\zeta}$
μερ.	ς $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	$\bar{\zeta}$ ι^{α}
ὑπ.	$\overline{\xi\eta}$ ι^{α} ἢ $\overline{\chi\pi}$ ρ^{α}		$\overline{\rho\lambda\beta}$ ι^{α} ἢ $\overline{,\alpha\tau\kappa}$ ρ^{α}
	$\overline{\psi\kappa\vartheta}$ ρ^{α},	$\overline{\mu\vartheta}$ ρ^{α},	$\overline{,\alpha\tau\xi\vartheta}$ ρ^{α} ——

Ἔσται ὁ μὲν $\overline{\xi\eta}^{\iota''}$, *ὁ δὲ* $\overline{\rho\lambda\beta}^{\iota''}$, *τουτέστιν ὁ μὲν* $\overline{\chi\pi}^{\rho''}$, *ὁ δὲ* $\overline{,\alpha\tau\kappa}^{\rho''}$, *ἃ καὶ γίνονται οὕτως· ἐπεὶ ὁ* $\varsigma^{\text{ος}}$ $\bar{\zeta}$ $\iota^{\text{ῶν}}$ *εὑρέθη, ἡ ἀπ' αὐτοῦ ἄρα* $\Delta^{\text{Υ}}$ *ἔσται* $\overline{\mu\vartheta}$ $\rho^{\text{ῶν}}$· *ἡ ἄρα* μ^{α} *εἰς* $\bar{\rho}$ *τέμνεται. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τῆς* $\Delta^{\text{Υ}}$, *ὁ μὲν* $\alpha^{\text{ος}}$ *ἦν* $\varsigma\varsigma^{\text{ῶν}}$ $\bar{\delta}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\delta}$, *τουτέστι* $\overline{\kappa\eta}$ $\iota^{\text{ῶν}}$ *καὶ* $\overline{\mu}$ $\iota^{\text{ῶν}}$, *ἤτοι ὁμοῦ* $\overline{\xi\eta}^{\iota''}$, *ὁ δὲ* $\beta^{\text{ος}}$ $\varsigma\varsigma^{\text{ῶν}}$ $\bar{\varsigma}$ $\mu^{\text{ο}}$ $\bar{\vartheta}$, *τουτέστι* $\overline{\mu\beta}^{\iota''}$ *καὶ* $\overline{\iota\varsigma}^{\iota''}$, *ἤτοι ὁμοῦ* $\overline{\rho\lambda\beta}^{\iota''}$, *δεῖ ἄρα καὶ τὰ* $\overline{\xi\eta}^{\iota''}$ *καὶ τὰ* $\overline{\rho\lambda\beta}^{\iota''}$ ρ^{α}

1 cf. I, 102, 16. 11 sqq. Diagramma restitui.

ι. ἀλλ' ἐὰν δεκαπλασιασθῶσι τὰ ι$^{\alpha}$, γενήσον-
δεκαπλασιαζόμενα γίνονται $\overline{\chi\pi}^{\varrho''}$ καὶ $\overline{,\alpha\tau\kappa}^{\varrho''}$, ὧν
προστιθέμενος ὁ $\overline{\mu\vartheta}^{\varrho''}$, $\square^{\text{ον}}$ ποιεῖ, τὸν μὲν
ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\kappa\zeta}^{\iota''}$, τὸν δὲ $\overline{,\alpha\tau\xi\vartheta}^{\varrho''}$, ἀπὸ πλ. τοῦ
ὲ μέντοι $\overline{\chi\pi}^{\varrho''}$ καὶ $\overline{,\alpha\tau\kappa}^{\varrho''}$ αἱ $\overline{\kappa}$ μ° εἰσίν, εἰς $\overline{\varrho}$
τμηθείσης· εἰσὶ γὰρ ὁμοῦ $\overline{,\beta}$· καὶ δέδοται
ὁ $\overline{,\beta}$ εἰς δύο ἀριθμοὺς διαιρεθείς, τόν τε $\overline{\chi\pi}$
$\overline{,\alpha\tau\kappa}$, ὧν ἑκάτερος προσλαβὼν $\square^{\text{ον}}$ τὸν $\overline{\mu\vartheta}$,
υτὸν $\square^{\text{ον}}$, ὁ μὲν $\overline{\psi\kappa\vartheta}$, ὁ δὲ $\overline{,\alpha\tau\xi\vartheta}$. ἦσαν δὲ
πλασθεῖσαι τῶν τετραγώνων πλευραί, ἡ μὲν
$\overline{\beta}$, τουτέστι $\overline{\kappa\zeta}^{\iota''}$, ἡ δὲ $\text{ϛ}^{\text{οῦ}}$ $\overline{\alpha}$ μ° $\overline{\gamma}$, τουτέστι $\overline{\lambda\zeta}^{\iota''}$·
δὲ ἐφ' ἑαυτὰ ποιοῦσι τοὺς εἰρημένους τετρα-

AD PROBLEMA XV.

	$\text{ϛ}\ \overline{\alpha}\ \mu^{\circ}\ \overline{\beta}$		$\Delta^{Y}\ \overline{\alpha}\ \text{ϛϛ}\ \overline{\delta}\ \mu^{\circ}\ \overline{\delta}$
	$\Delta^{Y}\ \overline{\alpha}$		$\Delta^{Y}\ \overline{\alpha}\ \text{ϛϛ}\ \overline{\beta}\ \mu^{\circ}\ \overline{\alpha}$
	$\text{ϛϛ}\ \overline{\delta}\ \mu^{\circ}\ \overline{\delta}$		$\text{ϛϛ}\ \overline{\beta}\ \mu^{\circ}\ \overline{\gamma}$
ϛ.	$\text{ϛϛ}\ \overline{\varsigma}\ \mu^{\circ}\ \overline{\zeta}$	ι$^{\sigma}$.	$\mu^{\circ}\ \overline{\kappa}$
	$\text{ϛϛ}\ \overline{\varsigma}$		$\mu^{\circ}\ \overline{\iota\gamma}$
	$\text{ϛ}\ \overline{\alpha}$		$\overline{\iota\gamma}\ \varsigma^{\alpha}$
	$\overline{\kappa\varepsilon}^{\varsigma'}$		$\overline{\chi\kappa\varepsilon}^{\lambda\varsigma'}$
	$\overline{\text{ο}\varsigma}^{\varsigma'}$ ἤτ. $\overline{\upsilon\nu\varsigma}^{\lambda\varsigma'}$		$\overline{\mu\delta}^{\varsigma'}$ ἤτ. $\overline{\sigma\xi\delta}^{\lambda\varsigma'}$

τετράγωνος ἀπὸ $\text{ϛϛ}^{\text{ῶν}}$ ὁσωνοῦν καὶ μ° ὁσωνοῦν
ος, ἐάν τε πάντας τοὺς γινομένους $\text{ϛϛ}^{\text{οὺς}}$ καὶ μ°
ετράγωνος καταλιμπάνεται, ἐάν τε ὁμώνυμον
ἀρχῆς μονάσι μέρος τῶν $\text{ϛϛ}^{\text{ῶν}}$ καὶ μονάδας ἴσας
νύμῳ ἀριθμῷ τῶν τε καταλειφθέντων τῶν $\text{ϛϛ}^{\text{ῶν}}$
καὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς μονάδων, τετράγωνος κατα-

ονάδων] μορίων.

λιμπάνεται. τοῦτο δὲ ἔσται δῆλον ἐντεῦθεν. ἐκκείσθω πλευρά τις ss^ῶν^ β̄ μ^ο^ β̄, καὶ ὑποκείσθω ὁ s^ο^ μ^ο^ β̄· οὐκοῦν ὁ ἀπ' αὐτῶν ἔσται Δ^Υ^ δ̄ (τουτέστι μ^ο^ ιϛ̄), ss^οὶ^ η̄ (τουτέστι πάλιν μ^ο^ ιϛ̄) καὶ μ^ο^ δ̄, ἤτοι μ^ο^ λϛ̄, ὥσπερ εἰ ἀπὸ συνθέσεως τῶν δ̄ μονάδων τῶν ss^ῶν^ καὶ τῶν β̄ μ' ἐγένετο, ἅπερ εἰσὶν ϛ̄· ἐάν τε οὖν τοὺς η̄ ss^οὺς^ (ἤτοι τὰς ιϛ̄ μ^ο^) καὶ τὰς δ̄ μ^ο^ λίπῃ, καταλιμπάνεται ὁ ιϛ̄ □^ος^· ἐάν τε πάλιν ss^οὺς^ δ̄ (ἤτοι μ^ο^ η̄) καὶ μ^ο^ γ̄ λίπῃ, ἤτοι ὁμοῦ ιᾱ, καταλιμπάνεται ὁ κε̄ □^ος^.

Εἰσὶν οἱ μὲν δ̄ ss^οὶ^, μέρος τῶν η̄ ss^ῶν^, ὁμώνυμον ταῖς ἐξ ἀρχῆς β̄ μ^ο^, τουτέστι δυοστόν· αἱ δὲ γ̄ μ^ο^ ἴσαι τῷ ὁμωνύμῳ ἀριθμῷ τοῦ τε καταλειφθέντος μέρους τῶν ss^ῶν^, ὅπερ ἐστὶν ἐκ τῶν δύο ἕν, καὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς β̄ μ^ο^· ᾱ δὲ καὶ β̄, γ̄.

Πάλιν ἔστωσαν ss^οὶ^ γ̄ μ^ο^ ε̄, καὶ ὑποκείσθω πάλιν ὁ s^ὁ^ μ^ο^ β̄. γίνεται ὁ ἀπ' αὐτῶν □^ος^, Δ^Υ^ θ̄ (ἤτοι μ^ο^ λϛ̄) ss^οὶ^ λ̄ (ἤτοι μ^ο^ ξ̄) καὶ μ^ο^ κε̄, ὁμοῦ ρκᾱ· ἐάν τε οὖν πάντας τοὺς λ̄ ss^οὺς^ (ἤτοι τὰς ξ̄ μ^ο^) καὶ πάσας τὰς κε̄ μ^ο^ ἀφέλω, καταλιμπάνεται ὁ λϛ̄ □^ος^· ἐάν τε τὸ ὁμώνυμον ταῖς ε̄ μ^ο^ μόριον τῶν λ̄ ss^ῶν^, τουτέστι τὸ ε^ον^ αὐτῶν, ss^οὺς^ ϛ̄ ἤτοι μ^ο^ ιβ̄, καὶ ἔτι μονάδας ἴσας τῷ ὁμωνύμῳ ἀριθμῷ τῶν καταλειφθέντων τῶν ss^ῶν^ μορίων καὶ ταῖς ἐξ ἀρχῆς μ^ο^· καταλείφθησαν δὲ τῶν μὲν λ̄ ss^ῶν^, δ̄ ε^α^, αἱ δὲ μ^ο^ εἰσὶ ε̄· δ̄ δὲ καὶ ε̄, θ̄· ἐὰν οὖν ἀφέλω τὰς ῥηθείσας μ^ο^ ιβ̄ καὶ μ^ο^ θ̄, πάλιν καταλιμπάνεται □^ος^ ὁ ρ̄.

Οὕτως οὖν καὶ οὗτος ἐνταῦθα ἐποίησεν· ἐπεὶ γὰρ ὑπέθετο τὸν ζητούμενον □^ον^, Δ^Υ^ ᾱ ss^ῶν^ δ̄ μ^ο^ δ̄, ἀπὸ s^οῦ^ ᾱ μ^ο^ β̄, εὕρηται δὲ ὕστερον ὁ s^ὁ^ ιγϛ'', ἡ ἄρα πλευρά, ὁ s^ὁ^ ᾱ μ^ο^ β̄, ἔσται κεϛ''. καὶ ὁ ἀπ' αὐτῶν □^ος^, χκε^λϛ''^, ὅς ἐστι Δ^Υ^ ᾱ (τουτέστι ρξθ^λϛ''^) ss^οὶ^ δ̄ (τουτέστι τιβ^λϛ''^)

καὶ μ° $\bar{\delta}$ (τουτέστι $\overline{\rho\mu\delta}^{\lambda\varsigma''}$)· ταῦτα ὁμοῦ γίνονται $\overline{\chi\kappa\epsilon}$· ἐάν τε ἀπὸ τούτου τοῦ $\overline{\chi\kappa\epsilon}$, τοὺς $\bar{\delta}$ ϛϛ^{οὺς} (ἤτοι τὰ $\overline{\tau\iota\beta}$) καὶ τὰς $\bar{\delta}$ μ° (ἤτοι τὰ $\overline{\rho\mu\delta}$), ἅπερ ὁμοῦ $\overline{\upsilon\nu\varsigma}$ ἐστι, καταλίπῃ, καταλιμπάνεται ὁ $\overline{\rho\xi\vartheta}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\gamma}$ □^{ος}· ἐάν τε ϛϛ^{οὺς} $\bar{\beta}$ (τουτέστι $\overline{\rho\nu\varsigma}^{\lambda\varsigma''}$) καὶ μ° $\bar{\gamma}$ (τουτέστι $\overline{\rho\eta}^{\lambda\varsigma''}$), ἅπερ ὁμοῦ ἐστι $\overline{\sigma\xi\delta}^{\lambda\varsigma''}$, καταλιμπάνεται ὁ $\overline{\tau\xi\alpha}$ □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\vartheta}$· τὰ δὲ $\overline{\upsilon\nu\varsigma}$ καὶ $\overline{\sigma\xi\delta}$ συντιθέμενα γίνεται ὁ $\overline{\psi\kappa}$, ἅπερ εἰσὶν αἱ $\bar{\kappa}$ μ°, ἑκάστης εἰς $\overline{\lambda\varsigma}$ τμηθείσης· καὶ εὕρηται ὁ $\overline{\psi\kappa}$ διαιρεθεὶς εἰς δύο, τόν τε $\overline{\upsilon\nu\varsigma}$ καὶ τὸν $\overline{\sigma\xi\delta}$, οἵτινες ἀφαιρούμενοι ἀπὸ τοῦ $\overline{\chi\kappa\epsilon}$, ἑκάτερος καταλιμπάνει □^{ον}.

AD PROBLEMA XVI.

ἔκθ.	$\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\varsigma}$			$\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$ ϛϛ $\overline{\iota\eta}$
		$\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$ ϛϛ $\overline{\iota\eta}$ μ° $\bar{\vartheta}$		
		ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋀ μ° $\bar{\gamma}$		
πολλ.	$\Delta^{Y}\,\bar{\delta}$ μ° $\bar{\vartheta}$ ⋀ ϛϛ $\overline{\iota\beta}$		ἰσ.	$\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$ ϛϛ $\overline{\iota\eta}$ μ° $\bar{\vartheta}$
πρ.	$\Delta^{Y}\,\bar{\delta}$ μ° $\bar{\vartheta}$		ἰσ.	$\Delta^{Y}\,\gamma$ ϛϛ $\bar{\lambda}$ μ° $\bar{\vartheta}$
⟨ἀφ.⟩	$\Delta^{Y}\,\bar{\alpha}$			ϛϛ $\bar{\lambda}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$			μ° $\bar{\lambda}$
ὑπ.	$\overline{\alpha\pi}$			$\overline{\gamma\sigma\mu}$

Ἐξαναπλάσσεται ὁ □^{ος} ἀπὸ λείψεως· ἐπεὶ γὰρ $\Delta^{Y}\,\bar{\gamma}$ ϛϛ^{οἱ} $\overline{\iota\eta}$ μ° $\bar{\vartheta}$ ἴσα □$^{\varphi}$, οὐκ ἀφ' $\bar{\alpha}$ ϛ^{οῦ} πλάσσεται (γενήσεται γὰρ $\bar{\alpha}$ Δ^{Y}, εἰσὶ δὲ $\bar{\gamma}$, λοιπὸν ἀπό, $\bar{\beta}$), ἵνα πλεονάσωσι μὲν αἱ Δ^{Y}, ἐλλείψωσι δὲ οἱ ϛϛ^{οἱ}· καὶ γενήσεται καὶ ἡ αὐτὴ τῶν μ° ποσότης· οὕτω γὰρ αἱ μὲν μ° ὅλαι ἀφ' ὅλων ἀφαιρεθήσονται, καὶ ἀπὸ δυνά-

21 cf. I, 106, 19.

μεων δυνάμεις, καὶ καταλειφθήσεται Δ^{Y} ἴση τοσοῖδε ss$^{o\bar{\iota}\varsigma}$· μετὰ τοίνυν τὴν πρόσθεσιν τῆς λείψεως καὶ τὴν τῶν ὁμοίων ἀφαίρεσιν, πάντα παρὰ s$^{o\bar{\nu}}$, καὶ γίνεται ὁ s^{o} μ^{o} $\bar{\lambda}$, ἡ δὲ Δ^{Y} $\overline{\gamma\lambda}$· ἔσται οὖν ὁ μὲν ἐλάττων (Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ὢν καὶ ss$^{o\bar{\iota}}$ $\bar{\varsigma}$), $\overline{,\alpha\pi}$, ὁ δὲ μείζων (Δ^{Y} $\bar{\gamma}$ ss$^{o\bar{\iota}}$ $\overline{\iota\eta}$) $\overline{,\gamma\sigma\mu}$· ὧν προστιθέμενα ἑκατέρῳ τὰ $\bar{\vartheta}$ ποιεῖ, ⟨τὸν μὲν⟩ $\overline{,\alpha\pi\vartheta}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\lambda\gamma}$, τὸν δὲ $\overline{,\gamma\sigma\mu\langle\vartheta\rangle}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\nu\zeta}$· καί εἰσι τὰ μὲν $\overline{\lambda\gamma}$, s$^{o\bar{\iota}}$ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\gamma}$, ἅπερ ἐστὶν πλ. τοῦ Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ss $\bar{\varsigma}$ μ^{o} $\bar{\vartheta}$· τὰ δὲ $\overline{\nu\zeta}$, ss$^{o\bar{\iota}}$ $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\gamma}$, ἅπερ ἐστὶ πλ. τοῦ Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\vartheta}$ ⋔ ss$^{\bar{\omega}\nu}$ $\overline{\iota\beta}$· εἰσὶ δὲ αἱ Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\vartheta}$, $\overline{,\gamma\chi\vartheta}$. ὧν ἐὰν ἀφέλῃς ss$^{o\bar{\iota}\varsigma}$ $\overline{\iota\beta}$, ἤτοι μ^{o} $\overline{\tau\xi}$, λοιπὰ $\overline{,\gamma\sigma\mu\vartheta}$.

AD PROBLEMA XVII.

ss $\bar{\varepsilon}$		ss $\bar{\varsigma}$	
ss $\bar{\delta}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\varsigma}$		ss $\bar{\zeta}$ μ^{o} $\bar{\varsigma}$	
ss $\bar{\varsigma}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$		ss $\bar{\varsigma}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$	
ss $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\varepsilon}$			
ss $\bar{\beta}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\gamma}$		ss $\overline{\iota\delta}$ ⋔ μ^{o} $\overline{\kappa\alpha}$	
		ss $\overline{\iota\beta}$ ⋔ μ^{o} $\overline{\kappa\varsigma}$	
ss $\bar{\varsigma}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$	ι^{σ}.	ss $\overline{\iota\gamma}$ ⋔ μ^{o} $\overline{\iota\vartheta}$	
ss $\bar{\varsigma}$ μ^{o} $\overline{\iota\vartheta}$	ι^{σ}.	ss $\overline{\iota\gamma}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$	
μ^{o} $\overline{\iota\eta}$	ι^{σ}.	ss $\bar{\zeta}$	
$\overline{\iota\eta}$ ζ$^{\alpha}$		s $\bar{\alpha}$	
$\overline{\iota\eta}$ ζ$^{\alpha}$	$\overline{\rho\eta}$ ζ$^{\alpha}$		$\overline{\rho\varepsilon}$ ζ$^{\alpha}$

Περὶ τοῦ γ^{ou} φησίν· ἀλλὰ δοὺς μὲν τὸ ζ$^{o\nu}$ καὶ μ^{o} $\bar{\eta}$, λοιπός ἐστιν ss$^{\bar{\omega}\nu}$ $\overline{\iota\beta}$ ⋔ μ^{o} $\overline{\kappa\varsigma}$. γίνεται δὲ

24 I, 108, 20.

οὕτως· ἐπεὶ τὸ ζ^ον^ αὐτοῦ ϛϛ^ῶν^ ἦν β̄ ⋀ μ^ο^ γ̄, δοὺς αὐτὸ τῷ α^ῳ^, καταλείπεται ἔχων ϛϛ^οὺς^ ιβ̄ ⋀ μ^ο^ ιη̄· ἀλλὰ καὶ η̄ μ^ο^ δέδωκε τῷ α^ῳ^, λοιπὸς γίνεται ϛϛ^ῶν^ ιβ̄ ⋀ μ^ο^ κϛ̄· ἡ γὰρ τῶν η̄ λεῖψις τῇ τῶν ιη̄ λείψει συντιθεμένη ποιεῖ λεῖψιν κϛ̄. 5

Ὁ δὲ γ^ος^ γίνεται ρ̄ε ζ^ων^ οὕτως· ἐπεὶ ϛϛ^ῶν^ ιδ̄ ἐστίν (ἤτοι σνβ̄ ζ^ων^) ⋀ μ^ο^ κᾱ (ἤτοι ρμζ̄ ζ^ων^), ἔστιν ρ̄ε· ἐκβληθέντων γὰρ ἀπὸ τῶν σνβ̄ τῶν ρμζ̄, ταῦτα καταλείπονται.

Ὁ τοίνυν α^ος^, δοὺς τῷ β^ῳ^ τὸ ἑαυτοῦ ε^ον^, ιη̄, καὶ ἔτι μ^ο^ ϛ̄, ἤτοι μβ̄ ζ^α^, λοιπός ἐστι λ̄ ζ^ων^· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ γ^ου^ τὸ αὐτοῦ ζ^ον^, ιε̄ ζ^α^, καὶ μ^ο^ η̄, ἤτοι νϛ̄ ζ^α^, γίνεται ρᾱ ζ^α^. 10

Ὁ δὲ β^ος^, δοὺς τὸ ἑαυτοῦ ϛ^ον^, ιη̄ ζ^α^, καὶ μ^ο^ ζ̄, ἤτοι μθ̄ ζ^α^, λοιπός ἐστι μᾱ ζ^ων^· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ α^ου^ τὸ ε^ον^ αὐτοῦ, ιη̄ ζ^α^, καὶ μ^ο^ ϛ̄, ἤτοι μβ̄ ζ^α^, γίνεται ρᾱ. 15

Ὁμοίως καὶ ὁ γ^ος^, δοὺς τὸ ἑαυτοῦ ζ^ον^, ιε̄ ζ^α^, καὶ μ^ο^ η̄, ἤτοι νϛ̄ ζ^α^, λοιπός ἐστι λδ̄ ζ^ων^· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ β^ου^ τὸ ϛ^ον^ αὐτοῦ, ιη̄ ζ^α^, καὶ μ^ο^ ζ̄, ἤτοι μθ̄ ζ^α^, γίνεται ρᾱ ζ^ων^. 20

---

1 ϛϛ^ῶν^] μ^ο^. 6 cf. I, 110, 4. 8 τῶν ρμζ̄] τῶ ρμζ̄. 16 ϛ̄] ϛ̄ ϛ̄. 18 λδ̄] ρμδ̄.

AD PROBLEMA XVIII.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$		μ° ιβ
	ϛϛ $\bar{\delta}$ ⋔ μ° $\bar{\varsigma}$		ϛ $\bar{\alpha}$ μ° ιη
	μ° ιε ⋔ ϛϛ $\bar{\gamma}$		ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\vartheta}$
	ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\vartheta}$		
	μ° $\bar{\zeta}$ ⋔ ϛϛ $\bar{\gamma}$		μ° μθ ⋔ ϛϛ κα
			μ° νη ⋔ ϛϛ κα
	ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\vartheta}$	ι°.	μ° μγ ⋔ ϛϛ ιη
πρ.	ϛϛ ιθ μ° $\bar{\vartheta}$	ι°.	μ° μγ
ἀφ.	ϛϛ ιθ	ι°.	μ° λδ
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$	ι°.	λδ ιθ$^{\alpha}$
ὑπ.	ρο ιθ$^{\alpha}$		σκη ιθ$^{\alpha}$ σιζ ιθ$^{\alpha}$

Ὁ γ^{ος}, ὢν ⟨μ°⟩ μθ ⋔ ϛϛ^{ῶν} κα, λαβὼν παρὰ τοῦ β^{ου} τὸ ϛ^{ον} αὐτοῦ, μ° β, καὶ μ° ζ, ἤτοι μ° θ, γίνεται μ° νη ⋔ ϛϛ^{ῶν} κα· δοὺς δὲ τῷ α^{ῳ} τὸ ζ^{ον} αὐτοῦ, μ° ζ ⋔ ϛϛ^{ῶν} γ, καὶ ἔτι μ° η, ἤτοι μ° ιε ⋔ ϛϛ^{ῶν} γ, λοιπός ἐστι μ° μγ ⋔ ϛϛ^{ῶν} ιη. ἡ δὲ πρόσθεσις καὶ ἀφαίρεσις δήλη.

Ὁ δὴ α^{ος}, ὁ ρο$^{ιθ'}$, δοὺς τῷ β^{ῳ} τὸ ε^{ον} αὐτοῦ, λδ$^{ιθ'}$ καὶ μ° ϛ, ἤτοι ριδ$^{ιθ'}$, λοιπός ἐστιν κβ ιθ^{α}· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ γ^{ου} τὸ ζ^{ον} αὐτοῦ, λα$^{ιθ'}$, καὶ μ° η, ἤτοι ρνβ$^{ιθ'}$, γίνεται σε$^{ιθ'}$.

Ὁ δὲ β^{ος}, ὁ σκη$^{ιθ'}$, δοὺς μὲν τῷ γ^{ῳ} τὸ ἑαυτοῦ ϛ^{ον}, λη$^{ιθ'}$, καὶ μ° ζ, ἤτοι ρλγ$^{ιθ'}$, λοιπός ἐστιν νζ$^{ιθ'}$· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ α^{ου} τὸ ε^{ον} αὐτοῦ, λδ$^{ιθ'}$, καὶ μ° ϛ, ἤτοι ριδ$^{ιθ'}$, γίνεται σε$^{ιθ'}$.

Ὁμοίως καὶ ὁ γ^{ος} ⟨ὁ σιζ$^{ιθ'}$⟩, δοὺς μὲν τῷ α^{ῳ} τὸ ἑαυτοῦ ζ^{ον}, λα$^{ιθ'}$, καὶ μ° η, ἤτοι ρνβ$^{ιθ'}$, λοιπός ἐστιν

$\overline{\lambda\delta}^{\iota\vartheta'}$· λαβὼν δὲ παρὰ τοῦ $\beta^{ου}$ τὸ $\varsigma^{ον}$ αὐτοῦ, $\overline{\lambda\eta}^{\iota\vartheta'}$, καὶ $\mu^{ο}$ $\bar{\zeta}$, ἤτοι $\overline{\rho\lambda\gamma}^{\iota\vartheta'}$, γίνεται σε $\iota\vartheta^{ων}$.

AD PROBLEMA XIX.

Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\eta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\delta}$, Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\beta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$, Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛ $\bar{\alpha}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\gamma}$

Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\varsigma}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\vartheta}$ $\iota^{σ}$. Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\eta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\delta}$

$\mu^{ο}$ $\bar{\varepsilon}$ $\iota^{σ}$. ϛϛ $\bar{\beta}$

$\mu^{ο}$ $\bar{\beta}$ L' ϛ $\bar{\alpha}$

$\mu^{ο}$ $\bar{\lambda}$ δ'' $\mu^{ο}$ $\overline{\iota\beta}$ δ'' $\mu^{ο}$ $\bar{\varsigma}$ δ''.

Οὐ μόνος ὁ ἐλάχιστος, ἀλλὰ καὶ ὁ μέσος $\square^{ος}$ ὀφείλει τάττεσθαι ἀπὸ ϛϛ^{ῶν} καὶ $\mu^{ο}$ ὅσων δήποτε, ὁ δὲ μείζων οὐ $\square^{ος}$, ἀλλὰ μόνον λόγον ἔχειν τὴν ὑπεροχὴν αὐτοῦ πρὸς τὸν μέσον ⟨τριπλασίονα⟩ τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάχιστον· καλῶς δὲ ἐνταῦθα τοῦ μέσου ταχθέντος Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ^{ῶν} $\bar{\beta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$, ὁ μέγιστος ἐτάχθη Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ^{οὶ} $\bar{\eta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\delta}$· ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάχιστον ϛϛ^{ῶν} $\bar{\beta}$ $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$ ἐστιν, δεῖ δὲ τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μεγίστου πρὸς τὸν μέσον τριπλασίονα εἶναι τῆς ὑπεροχῆς τοῦ μέσου πρὸς τὸν ἐλάχιστον, οἱ ἄρα ϛϛ^{οὶ} $\bar{\eta}$ ϛϛ^{οὺς} $\bar{\varsigma}$ ὑπερέχοντες τῶν ϛϛ^{ῶν} $\bar{\beta}$, καὶ αἱ $\bar{\delta}$ $\mu^{ο}$ τῆς $\mu^{ο}$ $\bar{\alpha}$, $\mu^{ο}$ $\bar{\gamma}$ (εἰσὶ δὲ τὰ μὲν $\bar{\varsigma}$ τῶν $\bar{\beta}$, τὰ δὲ $\bar{\gamma}$ τοῦ $\bar{\alpha}$ τριπλάσια), τὴν ὑπεροχὴν τῆς ὑπεροχῆς τριπλάσιον ποιοῦσιν.

Ἂν τε οὖν οἱ ἐν τῷ μεγίστῳ ϛϛ^{οὶ} πλείους ὦσι τῶν $\mu^{ο}$, ὡς ἐνταῦθα, ἄν τε ἴσοι, ἄν τε ἐλάττους, ἀεὶ τὸν πλαττόμενον $\square^{ον}$, κατὰ τὰς $\mu^{ο}$ τὰς ἐν αὐτῷ καὶ τοὺς ϛϛ^{οὺς}, δεῖ τοῦ μὲν ὑπερέχειν τῶν ἐν τῷ μεγίστῳ ὁμοίων

---

10 cf. I, 112, 18. 23 cf. I, 112, 22 sq.

εἰδῶν αὐτοῖς, τοῦ δὲ ἐλλείπειν, καὶ τοῦτο ὁπότερον δήποτε, οὐ γὰρ ἀεὶ τὸ αὐτὸ γίνεται.

AD PROBLEMA XX.

	ἔκθ.	ς $\bar{\alpha}$		μ^{o} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\beta}$
5		Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$		
		ϛϛ $\bar{\beta}$ ⋀ μ^{o} $\bar{\beta}$		
		Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\delta}$ ⋀ ϛϛ $\bar{\eta}$	ι^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$
	πρ.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\delta}$	ι^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\overline{\iota\gamma}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$
	ἀφ.	μ^{o} $\bar{\gamma}$		ϛϛ $\overline{\iota\gamma}$
10	ὑπ.	$\bar{\gamma}$ $\iota\gamma^{\alpha}$	$\overline{\iota\vartheta}$ $\iota\gamma^{\alpha}$.	

Πλάττει τὸν $\square^{ov}$ *ἀπὸ* ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$ ⋀ μ^{o} $\bar{\beta}$, *ἵνα, διὰ μὲν τῶν* $\bar{\beta}$ ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$, *ἔχῃ πάλιν τὰς* $\bar{\delta}$ Δ^{Y}, *διὰ δὲ τῆς λείψεως τῶν* β^{o} μ^{o}, *ποιήσῃ τὰ ἐν αὐτῷ εἴδη τῶν* ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$ *καὶ τῶν* μ^{o}, *τὸ μὲν ὑπερβάλλειν, τὸ δὲ ἐλλείπειν· καὶ ὑπερβάλλουσιν αἱ μὲν γενόμεναι* $\bar{\delta}$ μ^{o} *τῆς* $\bar{\alpha}$ μ^{o}, *ἐλλείπει δὲ ἡ λεῖψις τῶν* $\bar{\eta}$ ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$ *τῆς ὑπάρξεως τῶν* $\bar{\varepsilon}$ ϛϛ$^{\bar{\omega}\nu}$.

Αἱ δὲ ὑποστάσεις τῶν $\square^{\omega\nu}$ *γίνονται οὕτως· ὁ* $\alpha^{o\varsigma}$, $\bar{\gamma}^{\iota\gamma'}$ *ὤν, ποιεῖ τὸν ἀπ' αὐτοῦ,* $\overline{\vartheta}$ $\rho\xi\vartheta^{\omega\nu}$· *οὐκοῦν ἡ μονὰς εἰς* $\overline{\rho\xi\vartheta}$ *τέμνεται, ἀναλυθέντα δὴ καὶ* $\overline{\iota\vartheta}^{\iota\gamma'}$ *εἰς* $\rho\xi\vartheta^{\alpha}$, *τουτέστι πολλαπλασιασθέντων τῶν* $\overline{\iota\vartheta}$ *ἐπὶ τὰ* $\overline{\iota\gamma}$, *γίνονται* $\overline{\sigma\mu\zeta}$· *ταῦτα προσλαμβάνων ὁ* $\overline{\vartheta}$, *γίνεται* $\overline{\sigma\nu\varsigma}^{\rho\xi\vartheta'}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\overline{\iota\varsigma}$.

Πάλιν ὁ $\beta^{o\varsigma}$, $\overline{\iota\vartheta}^{\iota\gamma'}$ *ὤν, ποιεῖ τὸν ἀπ' αὐτοῦ* $\overline{\tau\xi\alpha}$ $\rho\xi\vartheta^{\alpha}$· *ἀναλυθέντα δὴ καὶ τὰ* $\bar{\gamma}$ $\iota\gamma^{\alpha}$ *εἰς* $\rho\xi\vartheta^{\alpha}$, *τουτέστι τοῦ* $\bar{\gamma}$ *ἐπὶ τὰ* $\overline{\iota\gamma}$ *γενομένου, γίνεται* $\overline{\lambda\vartheta}^{\rho\xi\vartheta'}$· *ταῦτα προσλαμβάνων ὁ* $\overline{\tau\xi\alpha}$, *γίνεται* $\bar{\upsilon}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\bar{\kappa}$.

---

11 cf. I, 114, 14. 23 $\overline{\iota\vartheta}^{\iota\gamma'}$] $\overline{\iota\vartheta}^{\rho\xi\vartheta'}$.

AD PROBLEMA XXI.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\beta}$ μ° $\bar{\alpha}$		ϛ $\bar{\alpha}$ μ° $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^Υ $\bar{\delta}$ ϛϛ $\bar{\delta}$ μ° $\bar{\alpha}$		Δ^Υ $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\beta}$ μ° $\bar{\alpha}$
	Δ^Υ $\bar{\delta}$ ϛ $\bar{\gamma}$	ἰσ.	Δ^Υ $\bar{\vartheta}$
ἀφ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$	ἰσ.	Δ^Υ $\bar{\varepsilon}$
μερ.	ϛϛ $\bar{\gamma}$ ε^α		Δ^Υ $\bar{\alpha}$
	$\bar{\gamma}$ ε^α		ϛ $\bar{\alpha}$
	$\overline{\iota\alpha}$ ε^α		$\bar{\eta}$ ε^α.

Πλάττει τὸν □^ον *ἀπὸ* $\bar{\gamma}$ ϛϛ^ῶν, *ἵνα αἱ ἀπ' αὐτοῦ* Δ^Υ $\bar{\vartheta}$ *γινόμεναι ὑπερβῶσιν τὰς* $\bar{\delta}$ Δ^Υ· *εἰ γὰρ ἀπὸ* $\bar{\beta}$ *ἔπλασσεν, ἐγένοντο ἂν* Δ^Υ $\bar{\delta}$, *καὶ ἀφαιρουμένων τῶν ὁμοίων, ἐλείποντο* $\bar{\gamma}$ ϛϛ^οὶ *ἴσοι οὐδενί, ὅπερ ἄτοπον· ἀπὸ* ϛϛ^ῶν *δὲ μόνων, οὐ μὴν καὶ* μ°, *ὅτι, μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ ἐλάττονος ἀπὸ τοῦ ἀπὸ τοῦ μείζονος* □^ου, *δύο εἴδη κατελείφθη,* Δ^Υ *καὶ* ϛϛ^οί· *εἰ γὰρ καὶ* μ° *κατελιμπάνοντο, ἀπὸ* ϛϛ^ῶν *ἂν καὶ* μ° *ἔπλασε τὸν* □^ον· *νῦν δ' οὐ χρεία γέγονε τῶν* μ°.

Ἐπεὶ δὲ ὁ ἐλάττων $\bar{\tau}$^ο' *ἐστίν, ὁ ἀπ' αὐτοῦ γίνεται* $\overline{\xi\delta}$ κε^ων· *ἡ μονὰς ἄρα εἰς* κε^α *τέμνεται· ἀναλυθέντα δὲ καὶ* ⟨$\overline{\iota\alpha}$ ε^α *εἰς* κε^α⟩, *γίνονται* $\overline{\nu\varepsilon}$ κε^α· *ταῦτα ἐὰν ἀφέλω ἀπὸ τῶν* $\overline{\xi\delta}$, *λοιπὰ* $\bar{\vartheta}$ □^ος. *πάλιν ἐπεὶ ὁ μείζων ἐστὶν* $\overline{\iota\alpha}$ ε^α, *ὁ ἀπ' αὐτοῦ γίνεται* $\overline{\rho\kappa\alpha}$ κε^α· *ἀναλυθέντων τῶν* $\bar{\eta}$ ε^ων *εἰς* κε^α, *γίνεται* $\bar{\mu}$ κε^α· *τούτων ἀφαιρεθέντων ἀπὸ τῶν* $\overline{\rho\kappa\alpha}$, *λοιπὰ* $\overline{\pi\alpha}$ □^ος.

---

9 cf. I, 116, 12.

AD PROBLEMA XXII.

ἔκθ.	ς $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$	ς $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\beta}$	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$
	ς $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\beta}$	
	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\delta}$ ⋔ ςς $\bar{\delta}$ ι^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\delta}$ μ^{o} $\bar{\beta}$
πρ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\delta}$	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\eta}$ μ^{o} $\bar{\beta}$
ἀφ.	μ^{o} $\bar{\beta}$	ςς $\bar{\tau}$
μερ.	$\bar{\beta}$ η^{α}	ς $\bar{\alpha}$
ὑπ.	$\bar{\iota}$ η^{α}	$\bar{\beta}$ η^{α}.

Καλῶς τάσσει τὸν μείζονα $ς^{ὸν}$ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$, ἵνα ὁ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος, τουτέστι $\bar{\alpha}$ Δ^{Y}, προσλαβοῦσα συναμφότερον, ποιῇ $\square^{ον}$, τουτέστι Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$, ἀπὸ πλ. τοῦ $ς^{οῦ}$ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$. καὶ τὸν $\square^{ον}$ δὲ πλάττει ἀπὸ $ς^{οῦ}$ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\beta}$ ἵνα πάλιν ἔχῃ τὴν $\bar{\alpha}$ Δ^{Y}, καὶ τὰ εἴδη τῶν $ςς^{ῶν}$ καὶ μ[illegible] τὸ μὲν ὑπερβάλλῃ, τὸ δὲ ἐλλείπῃ.

Ἐπεὶ δὲ ὁ ἐλάσσων ἐστὶ $\bar{\beta}$ $\eta^{ων}$, ὁ ἀπ' αὐτοῦ ἐστι $\bar{\delta}$ $\xi\delta^{ων}$· εἰς $\overline{\xi\delta}$ ἄρα τέμνεται ἡ μονάς· ἀναλυθέντες δ[illegible] ὁ μείζων καὶ ὁ ἐλάττων εἰς $\xi\delta^{\alpha}$, τουτέστιν ἐπὶ τὰ [illegible] πολλαπλασιασθέντες, γίνονται $\overline{ϟς}$ $\xi\delta^{\alpha}$· ταῦτα προσλαμβάνων ὁ $\bar{\delta}$, γίνεται $\bar{\rho}$ $\xi\delta^{\alpha}$. πάλιν ἐπεὶ ὁ μείζω[illegible] ἐστὶ $\bar{\iota}$ $\eta^{ων}$, ὁ ἄρα ἀπ' αὐτοῦ ἐστι $\bar{\rho}$ $\xi\delta^{ων}$, οὗτος προσλαμβάνων τὰ $\overline{ϟς}$, ποιεῖ $\overline{\rho ϟς}$, $\square^{ον}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\delta}$.

AD PROBLEMA XXIII.

ἔκθ.	ς $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$	ς $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ςς $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ⋔ ςς $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\alpha}$
πλ.		ς $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\gamma}$

10 cf. I, 116, 19. 13 cf. I, 118, 1.

πολλ. $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\vartheta}\ \wedge\ \varsigma\varsigma\ \bar{\varsigma}$ ι^{σ}. $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \wedge\ \varsigma\varsigma\ \bar{\beta}\ \mu^{o}\ \bar{\alpha}$

πρ. $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \bar{\iota}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\beta}$ ι^{σ}. $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\varsigma}$

ἀφ. $\mu^{o}\ \bar{\iota}$ $\varsigma\varsigma\ \bar{\delta}$

ὑπ. $\mu^{o}\ \bar{\gamma}\ \llcorner'$ $\mu^{o}\ \bar{\beta}\ \llcorner'$.

Λείψει συναμφοτέρου ποιῇ $\square^{o\nu}$· *ποιεῖ γὰρ τὴν* 1
$\bar{\alpha}\ \Delta^{Y}$.

Πλάσσει δὲ τὸν $\square^{o\nu}$ *ἀπὸ* $\varsigma^{o\bar{\upsilon}}\ \bar{\alpha}\ \wedge\ \mu^{o}\ \bar{\gamma}$· *εἰ δὲ καὶ ἀπὸ λείψεως* $\bar{\beta}\ \mu^{o}$ *ἐποίει, τὸ αὐτὸ πάλιν ἐγένετο.*

Ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονός ἐστιν $\bar{\varsigma}\ \delta''$, *οὗ ἐὰν ἀφέλῃς συναμφότερον, ἤτοι* $\mu^{o}\ \bar{\varsigma}$, *λοιπὸν* $\delta^{o\nu}$, $\square^{o\varsigma}$ *ἀπὸ* 1
πλ. τοῦ $\llcorner'$· *ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ μείζονός ἐστι* $\overline{\iota\beta}\ \delta''$, *οὗ ἐὰν ἀφέλῃς πάλιν* $\mu^{o}\ \bar{\varsigma}$, *λοιπὰ* $\bar{\varsigma}\ \delta''$, $\square^{o\varsigma}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\bar{\beta}\ \llcorner'$.

AD PROBLEMA XXIV.

ἔκθ. $\Delta^{Y}\ \bar{\gamma}$, $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}$, $\Delta^{Y}\ \bar{\eta}$
$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\alpha}$ 1

πολλ. $\Delta\Delta^{Y}\ \overline{\rho\kappa\alpha}$ ι^{σ}. $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}$

πλ. $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\alpha}$ ι^{σ}. $\varsigma\ \bar{\alpha}$

$\varsigma\varsigma\ \overline{\iota\alpha}$ ι^{σ}. $\mu^{o}\ \bar{\alpha}$

$\varsigma\ \bar{\alpha}$ $\bar{\alpha}\ \iota\alpha^{o\nu}$

ὑπ. $\bar{\gamma}\ \rho\kappa\alpha^{\alpha}$ $\bar{\eta}\ \rho\kappa\alpha^{\alpha}$. 2

Ἐπεὶ ὁ $\varsigma^{o'}$ *εὑρίσκεται ἑνὸς* $\iota\alpha^{o\upsilon}$, *ἡ μὲν ἄρα* $\bar{\alpha}\ \Delta^{Y}$ *ἔσται ἑνὸς* $\rho\kappa\alpha^{o\upsilon}$, *ἡ δὲ* $\bar{\alpha}\ \Delta\Delta^{Y}$ *ἑνὸς ἅ ,δχμα*$^{o\upsilon}$, *αἱ δὲ* $\bar{\gamma}\ \Delta^{Y}$, $\bar{\gamma}$ *ὁμοίων, καὶ αἱ* $\bar{\eta}$, $\bar{\eta}$, *καὶ αἱ* $\overline{\iota\alpha}$, $\overline{\iota\alpha}$· *ὁ δὲ ἀπὸ τῶν* $\overline{\iota\alpha}\ \Delta^{Y}\ \square^{o\varsigma}$ *ἔσται* $\overline{\rho\kappa\alpha}\ \Delta\Delta^{Y}$, *τουτέστιν* $\overline{\rho\kappa\alpha}$ *ἅ ,δχμα*$^{\omega\nu}$· *διὰ δὲ τὸ τοιοῦτον μόριον ἀναλυθήτωσαν τὰ* $\bar{\gamma}\ \rho\kappa\alpha^{\alpha}$ 2
εἰς $\overline{\tau\xi\gamma}$ *ἅ ,δχμα*$^{\alpha}$, *καὶ τὰ* $\bar{\eta}$ *εἰς ὅμοια* $\overline{\gamma\xi\eta}$· *ἐπεὶ δὲ καὶ*

5 I, 118, 9/10. 7 cf. I, 118, 14.

ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου τῶν ὁμοίων ἐστὶν $\overline{\rho\kappa\alpha}$, ταῦτα ἐάν τε τὸν τξγ προσλάβῃ, γίνεται $\overline{\upsilon\pi\delta}$, $\square^{\text{ος}}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\kappa\beta}$, ἐάν τε τὸν ϡξη, γίνεται $\overline{,\alpha\pi\vartheta}$, $\square^{\text{ος}}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\lambda\gamma}$.

AD PROBLEMA XXV.

ἔκθ.	$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\beta}$,	$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\varsigma}$,	$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\zeta}$
συνθ.		$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\vartheta}$	
	$\Delta\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\tau\xi\alpha}$	$\iota^{\text{σ}}$.	$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\varsigma}$
	$\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\vartheta}$	$\iota^{\text{σ}}$.	$\text{ϛϛ}\ \overline{\delta}$
	$\text{ϛϛ}\ \overline{\iota\vartheta}$	$\iota^{\text{σ}}$.	$\mu^{\text{ο}}\ \overline{\delta}$
μερ.	$\text{ϛ}\ \overline{\alpha}$		$\overline{\delta}\ \iota\vartheta^{\alpha}$
ὑπ.	$\rho\text{ϟ}\overline{\beta}\ \tau\xi\alpha^{\alpha}$		$\overline{\rho\iota\beta}\ \tau\xi\alpha^{\alpha}$.

Ἐπεὶ ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου, $\overline{\tau\xi\alpha}\ \Delta\Delta^{\text{Υ}}$, ἐστὶν ἴσος $\Delta^{\text{Υ}}\ \overline{\iota\varsigma}$, καὶ ἡ πλευρὰ ἴση τῇ πλευρᾷ, τουτέστιν αἱ $\iota\vartheta\ \Delta^{\text{Υ}}$, $\overline{\delta}\ \text{ϛϛ}^{\text{οῖς}}$, πάντα παρὰ $\text{ϛ}^{\text{όν}}$, $\text{ϛϛ}^{\text{οὶ}}$ ἄρα $\overline{\iota\vartheta}$ ἴσοι $\mu^{\text{ο}}\ \overline{\delta}$· ὁ $\text{ϛ}^{\text{ο}'}$ ἄρα $\overline{\delta}\ \iota\vartheta^{\text{ων}}$.

Ἔσται ὁ μὲν $\alpha^{\text{ος}}$, ἐπεὶ $\overline{\iota\beta}\ \Delta^{\text{Υ}}$, $\overline{\rho\text{ϟ}\beta}\ \tau\xi\alpha^{\text{ων}}$· ἡ γὰρ μία $\Delta^{\text{Υ}}$ τῶν ὁμοίων ἐστὶ μορίων $\overline{\iota\varsigma}$, ἐπεὶ ὁ $\text{ϛ}^{\text{ο}'}\ \overline{\delta}^{\iota\vartheta'}$· ὁ δὲ $\beta^{\text{ος}}$, ἐπεὶ $\overline{\zeta}\ \Delta^{\text{Υ}}$, τῶν ὁμοίων μορίων $\overline{\rho\iota\beta}$· ἐπεὶ γοῦν συναμφότερος $\overline{\tau\delta}\ \tau\xi\alpha^{\text{ων}}$ ἐστίν, ὁ ἀπὸ συναμφοτέρου αὐτῶν, τουτέστιν ὁ ἀπὸ τῶν $\overline{\tau\delta}\ \tau\xi\alpha^{\text{ων}}$, $\overline{\ddot{\vartheta}\ ,\beta\upsilon\iota\varsigma}\ \overline{\ddot{\iota}\gamma}\ \tau\kappa\alpha^{\text{ων}}$· διὰ δὴ τὸ τοιοῦτον μόριον, ἀναλυθήτωσαν καὶ τὰ $\overline{\rho\text{ϟ}\beta}$ καὶ τὰ $\overline{\rho\iota\beta}\ \tau\xi\alpha^{\alpha}$ εἰς $\overline{\ddot{\iota}\gamma}\ \tau\kappa\alpha^{\alpha}$, καὶ γίνεται ὁ μὲν $\overline{\rho\text{ϟ}\beta}$, $\overline{\ddot{\varsigma}\ ,\vartheta\tau\iota\beta}$ τοιούτων μορίων, ὁ δὲ $\overline{\rho\iota\beta}$, τῶν ὁμοίων $\overline{\ddot{\delta}\ \upsilon\lambda\beta}$· ἐάν τε οὖν ἀπὸ τῶν $\overline{\ddot{\vartheta}\ ,\beta\upsilon\iota\varsigma}$ ἀφέλω τὰ $\overline{\ddot{\varsigma}\ ,\vartheta\tau\iota\beta}$, λοιπός ἐστιν ὁ $\overline{\ddot{\beta}\ ,\gamma\rho\delta}$, $\square^{\text{ος}}$ ἀπὸ πλ. τῶν $\overline{\rho\nu\beta}$· ἐάν τε τὰ $\overline{\ddot{\delta}\ \upsilon\lambda\beta}$, λοιπός ἐστιν ὁ $\overline{\ddot{\varepsilon}\ ,\alpha\text{ϡ}\pi\delta}$, $\square^{\text{ος}}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\sigma\kappa\eta}$.

13 cf. I, 120, 21.

AD PROBLEMA XXVI.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\delta}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$		ϛ $\bar{\alpha}$
	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$		
	μ^{o} $\bar{\varsigma}$ ⋔ ϛϛ $\bar{\beta}$		
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\overline{\lambda\varsigma}$ ⋔ ϛϛ $\overline{\kappa\delta}$	ἰσ.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\bar{\gamma}$ ⋔ μ^{o} $\bar{\alpha}$
πρ.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ μ^{o} $\overline{\lambda\zeta}$	ἰσ.	Δ^{Y} $\bar{\delta}$ ϛϛ $\overline{\kappa\zeta}$
ἀφ.	μ^{o} $\overline{\lambda\zeta}$		ϛϛ $\overline{\kappa\zeta}$
μερ.	$\overline{\lambda\zeta}$ $\kappa\zeta^{\alpha}$		ϛ $\bar{\alpha}$
ὑπ.	$\overline{\rho\kappa\alpha}$ $\kappa\zeta^{\alpha}$		$\lambda\zeta$ $\kappa\zeta^{\alpha}$.

Τὸ λῆμμα ὃ τίθησιν ἐν τῷ κϛ^ω ἐστὶ τοιοῦτον. ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τοσαπλάσιος ᾖ, ὅσαι μ^ο εἰσὶν ἑνὸς οὑτινοσοῦν τῶν □^ων, ὁ ὑπ' αὐτῶν □^ος γίνεται· τουτέστιν ἐάν τε ἴσος, διὰ τὴν μονάδα □^ον οὖσαν, ὡς δὶς τὰ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, καὶ τρὶς τὰ $\bar{\gamma}$, $\bar{\vartheta}$· ἐάν τε τετραπλάσιος, διὰ τὸν $\bar{\delta}$, ὡς ὁ $\bar{\beta}$ καὶ ὁ $\bar{\eta}$, δὶς τὰ $\bar{\eta}$, $\overline{\iota\varsigma}$, καὶ τρὶς τὰ $\overline{\iota\beta}$, $\overline{\lambda\varsigma}$· ἐάν τε ἐννεαπλάσιος, διὰ τὸν $\bar{\vartheta}$, καὶ ἐφεξῆς. οὐκοῦν καὶ ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τετραπλάσιος ἢ ἐννεαπλάσιος ἢ ἑκκαιδεκαπλάσιος καὶ ἑξῆς ᾖ παρὰ μὲν μ^{o} $\bar{\alpha}$, τὸ ὑπ' αὐτῶν προσλαβὼν ἅπαξ τὸν ἐλάσσονα, □^ον ποιεῖ, ὡς δὶς ζ, $\overline{\iota\delta}$, καὶ $\bar{\beta}$, $\overline{\iota\varsigma}$· παρὰ δὲ $\bar{\beta}$ μ^{o}, δὶς προσλαβὼν τὸν ἐλάσσονα, □^ον ποιεῖ, ὡς δὶς $\bar{\varsigma}$, $\overline{\iota\beta}$, καὶ δὶς τὰ $\bar{\beta}$, $\bar{\delta}$, ὁμοῦ $\overline{\iota\varsigma}$· παρὰ δὲ $\bar{\gamma}$ μ^{o}, τρὶς καὶ ἐφεξῆς.

Ἐὰν δὲ ἀριθμὸς ἀριθμοῦ τετραπλάσιος ἢ ἐννεαπλάσιος καὶ ἐφεξῆς ᾖ, εἰ μὲν καὶ μ^{o} $\bar{\alpha}$, τὸ ὑπ' αὐτῶν λείψει ἅπαξ τοῦ ἐλάσσονος, □^ον ποιεῖ, ὡς $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\vartheta}$, δὶς τὰ $\bar{\vartheta}$, $\overline{\iota\eta}$, λείψει δὲ τοῦ ἐλάσσονος, γίνεται $\overline{\iota\varsigma}$· εἰ δὲ καὶ μ^{o} $\bar{\beta}$, λείψει δὶς τοῦ ἐλάσσονος, ὡς $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\iota}$, δὶς $\bar{\iota}$, $\bar{\kappa}$, λείψει δὲ τοῦ $\bar{\beta}$ δίς, ἤτοι τῶν $\bar{\delta}$, γίνεται $\overline{\iota\varsigma}$· εἰ δὲ $\bar{\gamma}$ μ^{o}, τρὶς λείψει καὶ ἐφεξῆς.

---

10 cf. I, 122, 9 sq.

Ὁ μὲν οὖν ὑπ' αὐτῶν ἐστι Δ^Υ δ ⋀ ς^ου ᾱ· οὗτος δὴ προσλαβὼν μὲν τὸν ἐλάττονα, γίνεται Δ^Υ δ̄ τελείων προσλαβὼν δὲ τὸν μείζονα, γίνεται Δ^Υ δ̄ ϛϛ^ῶν γ̄ ⋀ μ^ο ᾱ ἐπεὶ τοίνυν ἡ τοῦ ἐλάττονος □^ου πλευρά, τουτέστι τῶν δ̄ Δ^Υ, ϛϛ^ῶν ἐστι β̄, εἰκότως τὴν τοῦ μείζονος □^ου πλευρὰν ἔταξε μ^ο ϛ̄ ⋀ ϛϛ^ῶν β̄, ἵνα ὁμοῦ αἱ δύο πλευραὶ συντεθεῖσαι, μ^ο ποιήσωσιν ϛ̄. καὶ τὰ ἀπὸ τῆς τοῦ μείζονος πλευρᾶς ἴσα λέγει εἶναι τῷ μείζονι τετραγώνῳ, εἰκότως.

Ἐπεὶ τοίνυν ὁ ϛ^ο λ̄ζ κζ^ων εὑρέθη, καὶ ἔστιν ὁ ἐλάττων λ̄ζ κζ^ων, ὁ δὲ μείζων ρκ̄α κζ^ων, (οἱ γὰρ δ̄ ϛϛ^οι ρ̄μ κζ^ων εἰσίν, ὧν ἐὰν ἀφέλῃς μ^ο ᾱ, ἤτοι κ̄ζ κζ^α, λοιπὰ ρ̄κα κζ^α), ὁ ὑπὸ τῶν λ̄ζ καὶ ρ̄κα γίνονται ͵δυοζ ψκθ^α ἐὰν τοίνυν ἀναλυθῶσι καὶ τὰ λ̄ζ κζ^α εἰς ψκθ^α, τουτέστιν ἑκάστου αὐτοῦ μορίου εἰς κ̄ζ μερισθέντος, τὰ μὲν λ̄ζ κζ^α γενήσεται ⋀ψ̄ψ̄ψ̄ ψκθ^α, τὰ δὲ ρ̄κα κζ^α, ͵γσξ ψκθ^α· τοῖς οὖν ͵δυοζ, ἐάν τε τὰ ⋀ψ̄ψ̄ψ̄ συντεθῶσι ποιοῦσι ͵ευος̄, □^ον ἀπὸ πλ. τοῦ οδ̄· ἐάν τε τὰ ͵γσξ ποιοῦσι τὸν ͵ζψμδ̄, □^ον ἀπὸ πλ. τοῦ πη̄· αἱ δὲ τούτων πλευραί, τουτέστι τὰ οδ̄ καὶ πη̄ κζ^α, ἃ γίνονται ὁμοῦ ρξβ, συναχθέντα εἰς μονάδας, γίνονται μ^ο ϛ̄.

AD PROBLEMA XXVII.

ἔκθ.	ϛϛ δ̄ μ^ο ᾱ		ϛ ᾱ
πολλ.	Δ^Υ δ̄ ϛ ᾱ		
	Δ^Υ δ̄ ⋀ ϛϛ γ̄ μ^ο ᾱ	ἰσ.	Δ^Υ δ̄ μ^ο κ̄ε ⋀ ϛϛ κ̄
πρ.	Δ^Υ δ̄ ϛϛ κ̄	ἰσ.	Δ^Υ δ̄ μ^ο κ̄ϛ̄ ϛϛ γ̄
ἀφ.	ϛϛ ιζ̄	ἰσ.	μ^ο κ̄ϛ̄
μερ.	ϛ ᾱ	ἰσ.	κ̄ϛ̄ ιζ^α
ὑπ.	ρ̄κα ιζ^α		κ̄ϛ̄ ιζ^α.

1 cf. I, 122, 13 sq.

Καὶ τὸ κζ^{ον} ὁμοίως δείκνυσι τῷ κϛ^{ω}.

Ἐπεὶ τοίνυν ὁ ϛ^{ο} ἐστιν $\overline{\text{κϛ}}^{\iota\zeta}$, ὁ μὲν ἐλάσσων, ὁ ϛ^{οῦ} $\bar{\alpha}$, ἔσται $\overline{\text{κϛ}}$ ιζ^{ων}, ὁ δὲ μείζων, ὁ ϛϛ^{ων} $\bar{\delta}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$, $\overline{\text{ρκα}}$ ιζ^{ων}· δ^{κις} γὰρ τὰ $\overline{\text{κϛ}}$, $\overline{\text{ρδ}}$, οἷς προστιθέμενα $\overline{\text{ιζ}}$ ιζ^{α}, ἤτοι μ^{ο} $\bar{\alpha}$, γίνεται $\overline{\text{ρκα}}$ ιζ^{α}. ὁ τοίνυν ὑπ' αὐτῶν ἐστι $\overline{\text{,γρμϛ}}$ σπθ^{ων}· ἀναλυθέντα δὲ καὶ τὰ $\overline{\text{κϛ}}$ ιζ^{α} εἰς ὅμοια μόρια σπθ^{α}, γίνεται $\overline{\text{υμβ}}$· τὰ δὲ $\overline{\text{ρκα}}$ ιζ^{α}, $\overline{\text{,βνζ}}$ σπθ^{α}· ἐάν τε οὖν ἀπὸ τῶν $\overline{\text{,γρμϛ}}$ ἀφέλω $\overline{\text{υμβ}}$, λοιπὰ $\overline{\text{,βψδ}}$, ἅπερ ἐστὶ □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\text{νβ}}$· ἐάν τε τὰ $\overline{\text{,βνζ}}$, λοιπὰ $\overline{\text{,απθ}}$, ἅπερ ἐστὶ □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\text{λγ}}$· αἱ δὲ τούτων πλευραί, τουτέστι τὰ $\overline{\text{νβ}}$ καὶ τὰ $\overline{\text{λγ}}$, ὁμοῦ συντιθέμενα γίνονται $\overline{\text{πε}}$ ιζ^{α}, ἃ συναγόμενα εἰς μονάδας, γίνονται μ^{ο} $\bar{\varepsilon}$.

AD PROBLEMA XXVIII.

ἔκθ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$		μ^{ο} $\bar{\alpha}$
	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$		Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$
πλ.	ϛ $\bar{\alpha}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\beta}$		
πολλ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\delta}$ ⋔ ϛϛ $\bar{\delta}$	ἰ^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$
πρ.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\delta}$	ἰ^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\alpha}$ ϛϛ $\bar{\delta}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$
ἀφ.	μ^{ο} $\bar{\gamma}$	ἰ^{σ}.	ϛϛ $\bar{\delta}$
μερ.	$\bar{\gamma}$ δ^{α}		ϛ $\bar{\alpha}$
ὑπ.	$\bar{\vartheta}$ ιϛ^{α}		$\overline{\text{ιϛ}}$ ιϛ^{α}
ἔκθ.	Δ^{Y} $\bar{\vartheta}$ μ^{ο} $\bar{\vartheta}$	ἰ^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\vartheta}$ μ^{ο} $\overline{\text{ιϛ}}$ ⋔ ϛϛ $\overline{\text{κδ}}$
πρ.	Δ^{Y} $\bar{\vartheta}$ ϛϛ $\overline{\text{κδ}}$ μ^{ο} $\bar{\vartheta}$	ἰ^{σ}.	Δ^{Y} $\bar{\vartheta}$ μ^{ο} $\overline{\text{ιϛ}}$
ἀφ.	ϛϛ $\overline{\text{κδ}}$		μ^{ο} $\bar{\zeta}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$		$\bar{\zeta}$ κδ^{α}
	$\overline{\text{τκδ}}$ φοϛ^{α}		$\overline{\text{μθ}}$ φοϛ^{α}.

Αἱ πλευραὶ λαμβάνονται, ἐν τῷ κη^ῳ, τῶν πλατ μένων □^ων, ἡ μὲν ϛ^οῦ ᾱ ⋔ μ^ο β̄, ἡ δὲ ϛϛ^ῶν γ̄ ⋔ μ^ο ἵνα ἔχῃ πάλιν τὰς Δ^Υ, καὶ τῶν γινομένων εἰδῶν μὲν ἐλλείπῃ, τὸ δὲ ὑπερβαίνῃ.

Ἐπεὶ δὲ ὁ ϛ^ὸ εὑρίσκεται γ̄ δ^ων, ἡ μὲν Δ^Υ ἔσ θ̄ ιϛ^ων, ἡ δὲ μ^ο τῶν ὁμοίων μορίων ῑϛ̄, τὸ δὲ ὑπ' αὐτ ρμδ̄ σνϛ^α· ταῦτα προσλαβόντα τὴν μ^ο εἰς σνϛ^α ἀνα θεῖσαν, σνϛ^α γίνεται ῡ, □^ος ἀπὸ πλ. τοῦ κ̄ ιϛ^ων· τούτ οὕτως ἐχόντων ʽπάντων, φησίν, ιϛ^πλ., τουτέστιν ὅ ὑπ' αὐτῶν, ἤτοι ρμδ̄ σνϛ^α, ταὐτὸν δ' εἰπεῖν θ̄ ιϛ^α, ἡ Δ^Υ, ἤτοι τὰ θ̄ ιϛ^α· ιϛ^κις γὰρ ταῦτα ποιοῦσι Δ^Υ θ̄ μ^ο οὔσης καὶ ἑκάστης τῶν Δ^Υ μονάδος μιᾶς.

Πάλιν, ἐπεὶ γίνεται ὁ ϛ^ὸ ζ̄ κδ^ων, ἡ Δ^Υ ἄρα μθ̄ φοϛ καὶ πάλιν ἐπεὶ ὁ ἕτερος μ^ο ἦν θ̄, διὰ τὸ πάντα ιϛ ἀπὸ πλ. γ̄ δ^ων, ἔσται πάλιν τούτου† τὰ γ̄ δ^α τῶν κδ̄ κ ἤτοι τὰ ῑη̄ κδ^α, ἃ καὶ εἰς ἑαυτὰ πολλαπλασιαζόμε ποιοῦσι τκδ̄ φοϛ^α· ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν, ἃ ͵εωοϛ̄ λ̈γ̈ ͵αψοϛ ταῦτα προσλήψει μὲν τῶν μθ̄ φοϛ^ων, ἀναλυθέντων β̈ ͵ησκδ λ̈γ̈ ͵αψοϛ^α, γίνεται δ̈ ͵δρ̄ τοιούτων μορίων, ἅπ ἐστὶ □^ος ἀπὸ πλ. τῶν σι φοϛ^ων· προσλήψει δὲ τ τκδ̄ φοϛ^ων ἀναλυθέντων εἰς ϊη̈ ͵ϛχκδ λ̈γ̈ ͵αψοϛ^α, γίνε ὅλος κ̈ ͵βφ̄ μορίων τοιούτων, ἅπερ ἐστὶ □^ος ἀπὸ τῶν υν̄ φοϛ^ων.

AD PROBLEMA XXIX.

ἔκθ.	*Δ^Υ ᾱ*	*μ^ο ᾱ*
	Δ^Υ ᾱ	*κε̄*

---

1 cf. I, 126, 5 et 12. 4 *ὑπερβαίνει.* 5 *ὁ ϛ^ὸ*] *ὡς.* cf. I, 126, 5. 9 I, 126, 10/11. *ιϛ^πλ.*] *ἑξακιδεκάκις.* 13 cf. I, 126, 13. 14 *μ^ο*] *δυνάμεων.* 15 *τούτου* B, *τούτ* cett. 18 *ἀναλυθέντα.*

πολλ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\kappa\varepsilon}\ \wedge\!\!\!\!\wedge\ \mu^{o}\ \overline{\kappa\varepsilon}$	ἰσ.	$\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \overline{\iota\varsigma}\ \wedge\!\!\!\!\wedge\ \varsigma\ \bar{\eta}$
πρ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\kappa\varepsilon}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\eta}$	ἰσ.	$\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \overline{\mu\alpha}$
ἀφ.	$\varsigma\varsigma\ \bar{\eta}$	ἰσ.	$\mu^{o}\ \overline{\iota\zeta}$
μερ.	$\varsigma\ \bar{\alpha}$		$\overline{\iota\zeta}\ \eta^{\alpha}$
ἀφ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\kappa\delta}\ \varsigma\varsigma\ \bar{\eta}$		$\mu^{o}\ \overline{\mu\alpha}$
ὑπ.	$\overline{\sigma\pi\vartheta}\ \xi\delta^{\alpha}$		$\bar{\rho}\ \xi\delta^{\alpha}$.

Ἐπεὶ ἀπὸ τοῦ $\bar{\kappa\varepsilon}$ ἀφαιρουμένων τῶν τῆς $\mu^{o}\ \overline{\iota\varsigma}^{\iota\varsigma'}$, καταλείπεται $\square^{o\varsigma}$ ὁ $\bar{\vartheta}$, εὐλόγως τέτακται ὁ μὲν $\overline{\kappa\varepsilon}$, ὁ δὲ $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}$· ὀφείλει δὲ ἡ Δ^{Y} εἶναι $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, ἵνα ἀφαιρεθείσης μονάδος τῶν $\overline{\iota\varsigma}$, δηλονότι $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, καταλειφθῇ $\square^{o\varsigma}$.

Τὸ δὲ πάντα $\iota\varsigma^{\kappa\iota\varsigma}$ οὕτως· ἀναλυθείσης μιᾶς ἑκάστης τῶν $\overline{\kappa\varepsilon}\ \mu^{o}$ εἰς $\overline{\iota\varsigma}$, $\iota\varsigma^{\alpha}\ \kappa\varepsilon$, καὶ πολλαπλασιασθεισῶν πασῶν μετὰ τῆς Δ^{Y}, ἥτις ἦν $\bar{\alpha}\ \iota\varsigma^{ou}$, γίνεται $\Delta^{Y}\ \overline{\kappa\varepsilon}$, ὧν ἑκάστη ἐστὶν $\overline{\iota\varsigma}\ \iota\varsigma^{\omega\nu}$.

Μετὰ ταῦτα κοιναὶ προσκείσθωσαν αἱ λείψεις· Δ^{Y} ἄρα $\overline{\kappa\varepsilon}\ \varsigma\varsigma^{oi}\ \bar{\eta}$ ἴσα $\Delta^{Y}\ \bar{\alpha}\ \mu^{o}\ \overline{\mu\alpha}$, καὶ ἀφαιρεθείσης τῆς $\bar{\alpha}\ \Delta^{Y}$ ἐξ ἑκατέρου μέρους, καταλείπονται $\Delta^{Y}\ \overline{\kappa\delta}\ \varsigma\varsigma^{oi}\ \bar{\eta}$ ἴσ. $\mu^{o}\ \overline{\mu\alpha}$. ἐπεὶ δὲ μία ἑκάστη τῶν $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}\ \iota\varsigma^{\omega\nu}$ ἦν, αἱ $\overline{\kappa\delta}\ \Delta^{Y}$ ἴσαι εἰσὶ $\mu^{o}\ \overline{\kappa\delta}$, καὶ ἀφαιρεθέντων ἐξ ἑκατέρου μέρους αὖθις $\mu^{o}\ \overline{\kappa\delta}$, καταλείπονται $\mu^{o}\ \overline{\iota\zeta}$ ἴσαι $\varsigma\varsigma^{oi\varsigma}\ \bar{\eta}$· καὶ γίνεται ὁ $\varsigma^{o'}\ \overline{\iota\zeta}\ \eta^{\omega\nu}$. ὁ ἄρα $\square^{\omega\nu}$ εἷς, $\overline{\sigma\pi\vartheta}\ \xi\delta^{\alpha}$, ὁ δὲ λοιπός, καθὼς ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι ἐλέχθη, ἔσται $\bar{\rho}\ \xi\delta^{\alpha}$, ἀπὸ πλ. $\bar{\iota}\ \eta^{\omega\nu}$· ἐπεὶ γὰρ τῶν $\overline{\kappa\varepsilon}\ \Delta^{Y}$, ὧν μία ἑκάστη $\overline{\iota\varsigma}$ ἦν $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, πλ. ἦσαν $\bar{\varepsilon}\ \delta^{\alpha}$, εὑρέθη δὲ ὁ $\varsigma^{o'}\ \overline{\iota\zeta}\ \eta^{\omega\nu}$, ἔσται ὁ λοιπὸς $\bar{\varepsilon}\ \delta^{\alpha}$ τῶν $\bar{\eta}\ \eta^{\omega\nu}$· τὰ δὲ $\bar{\varepsilon}\ \delta^{\alpha}$, $\bar{\iota}\ \eta^{\alpha}$.

Ὁ ὑπ' αὐτῶν ἄρα $\ddot{\beta}\ \overline{,\eta\lambda}\ ,\delta\ \overline{\iota\varsigma}^{\alpha}$, λείψει γοῦν $\bar{\rho}\ \xi\delta^{\omega\nu}$, ἅτινα ἀναλύονται εἰς $\overline{,\varsigma\upsilon}$ ὅμοια μόρια, γίνεται $\ddot{\beta}\ \overline{,\beta\varphi}$ τοιούτων μορίων· ἔσται $\square^{o\varsigma}$ ἀπὸ πλ. $\overline{\rho\nu}\ \xi\delta^{\omega\nu}$· λείψει δὲ

7 cf. I, 128, 3. 11 I, 128, 6.

5 $\bar{\beta}$

ἔκθ. ς $\bar{\alpha}$

Δ^{Y} $\bar{\varsigma}$

Δ^{Y} $\bar{\iota}$

ςς $\overline{\iota\beta}$

10 μερ. ς $\bar{\alpha}$

ὑπ. $\bar{\xi}$ ς^{α}

Ἐπειδὴ ἀριθμοὶ
ἔστωσαν καὶ ὁ $\bar{\beta}$, ς
τῶν $\bar{\beta}$ ςς$^{\bar{\omega}\nu}$, γίνεται
15 $\bar{\delta}$ δὲ καὶ $\bar{\theta}$ συντιθέ
καὶ ςς^{oi} $\bar{\gamma}$ πολλαπλ
Δ^{Y} $\bar{\varsigma}$, ἐὰν ἄρα δὶς
$\overline{\iota\gamma}$ Δ^{Y}, γίνεται Δ^{Y} $\bar{\kappa}$
εἰσι □^{oi}. διὰ δὴ τα
20 ἵνα, ἐάν τε προσθῇ,
Ἐπεὶ τοίνυν ὁ μ
τῶν γίνεται $\overline{\chi\lambda\zeta}$ λε

AD PROBLEMA XXXI.

	$\bar{\delta}$		$\bar{\beta}$
ἔκθ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$		$\Delta^{Y}\ \bar{\kappa}$
	ꝏ $\bar{\beta}$		ꝏ $\bar{\iota}$
	$\Delta^{Y}\ \bar{\kappa}$		
	ꝏ $\overline{\iota\beta}$	ι^{σ}.	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$
	$\mu^{o}\ \iota\beta$		ꝏ $\overline{\iota\varsigma}$
μερ.	$\overline{\iota\beta}\ \iota\varsigma^{\alpha}$ ἢ $\bar{\gamma}\ \delta^{\alpha}$		$\varsigma\ \bar{\alpha}$
ὑπ.	$\bar{\varsigma}\ \delta^{\alpha}$		$\bar{\lambda}\ \delta^{\alpha}$.

Τὸ $\lambda\alpha^{ov}$ ὅμοιόν ἐστι τῷ λ^{ω}, γίνεται δὲ οὕτως. ἐπεὶ ὁ μὲν ἀπὸ $\bar{\beta}$ ꝏ$^{\bar{\omega}\nu}$, Δ^{Y} ἐστὶ $\bar{\delta}$, ὁ δὲ ἀπὸ $\bar{\delta}$ ꝏ$^{\bar{\omega}\nu}$, $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$, αἱ δὲ $\bar{\delta}$ καὶ $\overline{\iota\varsigma}$ συντιθέμεναι γίνονται $\bar{\kappa}$, ἐὰν ἄρα ἀπὸ τῶν $\bar{\kappa}$ Δ^{Y} ἀφέλωμεν δὶς τὸν ὑπὸ τῶν $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\delta}$ ꝏ$^{\bar{\omega}\nu}$, τουτέστι $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$, καταλειφθήσεται $\Delta^{Y}\ \bar{\delta}$ $\square^{os}$· καὶ ἐὰν προσθῶ τὰς $\overline{\iota\varsigma}$ Δ^{Y}, γίνεται $\overline{\lambda\varsigma}$, πάλιν $\square^{os}$. διὰ δὴ ταῦτα τάσσει τὸν ὑπ' αὐτῶν $\Delta^{Y}\ \bar{\kappa}$, ἵνα, ἐάν τε προσθῇ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, ἐάν τε ἀφέλῃ, γίνηται $\square^{os}$.

Ἐπεὶ τὸν $\bar{\kappa}$ ποιοῦσι καὶ ἕτεροι δύο ἀριθμοὶ ἐπ' ἀλλήλους πολλαπλασιαζόμενοι, ὅ τε $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\iota}$, τάσσει τὸν μὲν ꝏ$^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\beta}$, τὸν δὲ ꝏ$^{\bar{\omega}\nu}$ $\bar{\iota}$, ἵνα πάλιν γίνηται $\bar{\kappa}$· οἱ δὲ $\bar{\beta}$ καὶ $\bar{\iota}$, ὁ συναμφότερός ἐστι γιγνόμενος $\overline{\iota\beta}$ ꝏ^{oi}, ἀλλ' ἔδει τὸν συναμφότερον εἶναι $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$. οὐκοῦν ꝏ^{oi} $\overline{\iota\beta}$ ἴσοι $\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}$· πάντα παρὰ ς^{ov}· ꝏ^{oi} ἄρα $\overline{\iota\varsigma}$ ἴσοι $\mu^{o}\ \iota\beta$, καὶ γίνεται ὁ ς^{o}, $\overline{\iota\beta}\ \iota\varsigma^{\omega\nu}$, τουτέστι $\bar{\gamma}\ \delta^{\omega\nu}$, καὶ ἐπεὶ ὁ μέν ἐστιν ꝏ^{oi} $\bar{\beta}$, ἔσται $\bar{\varsigma}\ \delta^{\omega\nu}$, ὁ δὲ $\bar{\iota}$, ἔσται $\bar{\lambda}\ \delta^{\omega\nu}$.

14 $\Delta^{Y}\ \bar{\delta}$] ὁ $\bar{\delta}$. 16 cf. I, 130, 17. 17 et 20 γίνεται. 19 cf. I, 130, 18/19.

Καί εἰσιν ἴσοι □$^{\omega}$ *τῷ* $\overline{\lambda\varsigma}$· *καὶ ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν ἐστιν* $\overline{\rho\pi}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, *ὁ δὲ συναμφότερος εἷς* $\iota\varsigma^{\alpha}$ *ἀναλυόμενος,* $\overline{\rho\mu\delta}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, *ἴσος καὶ οὗτος* □$^{\omega}$· *ἐάν τε οὖν τοῖς* $\overline{\rho\pi}$ *προσθῶ τὰ* $\overline{\rho\mu\delta}$, *γίνεται ὁ* $\overline{\tau\kappa\delta}$, □$^{o\varsigma}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\overline{\iota\eta}$· *ἐάν τε ἀφέλω ταῦτα, γίνεται ὁ* $\lambda\varsigma$, □$^{o\varsigma}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\overline{\varsigma}$.

Ἠδύνατο δέ, εἴπερ ἐβούλετο, καὶ τὸν μὲν τάξει $ss^{\omega\nu}$ $\overline{\delta}$, *τὸν δὲ* $ss^{\omega\nu}$ $\overline{\varepsilon}$· *καὶ οὕτω γὰρ ἂν* $\overline{\kappa}$ Δ^{Y} *ἐγίνοντο. καὶ ὁ μὲν* s^{ω} $\overline{\vartheta}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, *καὶ ὁ μὲν* $\alpha^{o\varsigma}$ $\overline{\lambda\varsigma}$ $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, *ὁ δὲ* $\beta^{o\varsigma}$ *με* $\iota\varsigma^{\omega\nu}$, *καὶ ὁ μὲν ὑπ' αὐτῶν* $\overline{\alpha\chi\kappa}$ $\sigma\nu\varsigma^{\omega\nu}$, *ὁ δὲ συναμφότερος* $\overline{\alpha\sigma\iota\varsigma}$, *ἃ ἐὰν μὲν προσθῇς τὸν* $\overline{\alpha\chi\kappa}$, *γίνεται ὁ* $\overline{\beta\iota\varsigma}$, *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\overline{\nu\delta}$ □$^{o\varsigma}$· *ἐὰν δὲ ἀφέλῃς, γίνεται* $\overline{\tau\kappa\delta}$, □$^{o\varsigma}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\overline{\iota\eta}$.

AD PROBLEMA XXXII.

ἔκθ.	$s\ \overline{\alpha}$,	$ss\ \overline{\beta}\ \mu^{o}\ \overline{\alpha}$,	$ss\ \overline{\delta}\ \mu^{o}\ \overline{\gamma}$
σύνθ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\alpha}\ ss\ \overline{\beta}\ \mu^{o}\ \overline{\alpha}$,	$\Delta^{Y}\ \overline{\delta}\ ss\ \overline{\eta}\ \mu^{o}\ \overline{\delta}$,	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}\ ss\ \overline{\kappa\varepsilon}\ \mu^{o}\ \overline{\vartheta}$
πλ.	$ss\ \overline{\delta}\ \wedge\!\!\!\wedge\ \mu^{o}\ \overline{\delta}$		
πολλ.	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}\ \mu^{o}\ \iota\varsigma\ \wedge\!\!\!\wedge\ ss\ \overline{\lambda\beta}$	ι^{o}.	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}\ ss\ \overline{\kappa\varepsilon}\ \mu^{o}\ \overline{\vartheta}$
πρ.	$\Delta^{Y}\ \iota\varsigma\ \mu^{o}\ \overline{\iota\varsigma}$	ι^{o}.	$\Delta^{Y}\ \overline{\iota\varsigma}\ ss\ \overline{\nu\zeta}\ \mu^{o}\ \overline{\vartheta}$
ἀφ.	$\mu^{o}\ \overline{\zeta}$	ι^{o}.	$ss\ \overline{\nu\zeta}$
μερ.	$\overline{\zeta}\ \nu\zeta^{\alpha}$		$s\ \overline{\alpha}$
ὑπ.	$\overline{\zeta}\ \nu\zeta^{\alpha}$,	$o\overline{\alpha}\ \nu\zeta^{\alpha}$,	$\rho\overline{\iota\vartheta}\ \nu\zeta^{\alpha}$.

Καὶ ἁπλῶς καθ' ὅσους ἂν ἀριθμοὺς ἐγχωρεῖ· ἔστωσαν δύο ἀριθμοὶ ὁ $\overline{\beta}$ *καὶ ὁ* $\overline{\varepsilon}$ [*καὶ πολλαπλασιαζομένους ἐπ' ἀλλήλους γίνεσθαι τὸν* $\overline{\kappa}$]· *ἔστιν ὁ* $\overline{\varepsilon}$ *διπλάσιος τοῦ* $\overline{\beta}$ *καὶ μονάδι μείζων· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ* $\overline{\beta}$ □$^{o\varsigma}$ *ὁ* $\overline{\delta}$· *οὗτος προσλαβὼν τὸν* $\overline{\varepsilon}$, *γίνεται* $\overline{\vartheta}$ *πάλιν* □$^{o\varsigma}$.

22 cf. I, 130, 17. *ἐγχωρῇ.* 23—24 *καὶ . . . τὸν* $\overline{\kappa}$ videntur defluxisse a praecedenti scholio.

Ἔπλασε δὲ τὸν □^{ον} ἀπὸ πλ. ϛϛ^{ῶν} $\bar{\delta}$ ⋔ μ^{ο} $\bar{\delta}$, ἵνα διὰ μὲν τῶν ϛϛ^{ῶν} πάλιν ἔχῃ τὰς $\overline{\iota\varsigma}$ Δ^{Υ}, διὰ δὲ τῆς λείψεως τῶν $\bar{\delta}$ μ^{ο} τὰ γιγνόμενα εἴδη τῶν ϛϛ^{ῶν} καὶ μ^{ο} τὸ μὲν ὑπερβάλλῃ, ὡς αἱ $\overline{\iota\varsigma}$ μ^{ο} τῶν $\bar{\vartheta}$, τὸ δὲ ἐλλείπῃ, ὡς ἡ τῶν $\overline{\lambda\beta}$ ϛϛ^{ῶν} λεῖψις τῆς ὑπάρξεως τῶν $\overline{\kappa\varepsilon}$ ϛϛ^{ῶν}· ἐλάττοσι μὲν γὰρ μ^{ο} οὐ δυνατὸν γενέσθαι, πλείοσι δ' ἐφ' ὅσον βούλει.

Προσθέσει τοίνυν καὶ ἀφαιρέσει γίνεται ὁ ϛ^{ο} $\bar{\zeta}$ νζ^{ων}, καὶ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ α^{ου} □^{ος} γίνεται ⟨$\overline{\mu\vartheta}$⟩ ͵γσμθ^{ων}, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ου} □^{ος} ͵$\overline{\varepsilon\mu\alpha}$ τῶν αὐτῶν μορίων, ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ου} τῶν αὐτῶν ϋ ͵$\overline{\vartheta\chi\alpha}$. τούτων οὖν ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ α^{ου} ὁ $\overline{\mu\vartheta}$, λαβὼν τὸν β^{ον} ἀναλυθέντα εἰς ͵$\overline{\delta\mu\zeta}$ ͵γσμθ^{α}, γίνεται ͵$\overline{\delta\text{ϟ}\varsigma}$, □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\xi\delta}$ νζ^{ων}· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ου}, ὁ ͵$\overline{\varepsilon\mu\alpha}$, προσλαβὼν τὸν γ^{ον} ἀναλυθέντα ὁμοίως εἰς ἄ ͵$\overline{\alpha\tau\mu\gamma}$ ͵γσμθ^{α}, γίνεται ἄ ͵$\overline{\varsigma\tau\pi\delta}$, □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\rho\kappa\eta}$ νζ^{ων}· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ου} ὁ ϋ ͵$\overline{\vartheta\chi\alpha}$, προσλαβὼν τὸν α^{ον} ἀναλυθέντα ὁμοίως εἰς $\overline{\tau\text{ϟ}\vartheta}$ ͵γσμθ^{α}, γίνεται ὁ $\ddot{\delta}$, □^{ος} ἀπὸ πλ. τῶν $\bar{\sigma}$ νζ^{ων}.

AD PROBLEMA XXXIII.

ἔκθ.	ϛ $\bar{\alpha}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$,	ϛϛ $\bar{\beta}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$,	ϛϛ $\bar{\delta}$ μ^{ο} $\bar{\alpha}$
πολλ.	Δ^{Υ} $\bar{\alpha}$	Δ^{Υ} $\bar{\delta}$	Δ^{Υ} $\overline{\iota\varsigma}$ ϛϛ $\bar{\zeta}$
πλ.	ϛϛ $\bar{\varepsilon}$		
	Δ^{Υ} κε	ἰ^{σ}.	Δ^{Υ} $\overline{\iota\varsigma}$ ϛϛ $\bar{\zeta}$
ἀφ.	Δ^{Υ} $\bar{\vartheta}$	ἰ^{σ}.	ϛϛ $\bar{\zeta}$
πρ. ϛ	ϛϛ $\bar{\vartheta}$	ἰ^{σ}.	μ^{ο} $\bar{\zeta}$
μερ.	ϛ $\bar{\alpha}$		$\bar{\zeta}$ θ^{α}
ὑπ.	$\overline{\iota\varsigma}$ θ^{α}	$\overline{\kappa\gamma}$ θ^{α}	$\overline{\lambda\zeta}$ θ^{α}.

1 cf. I, 132, 15.

δὲ καὶ ἀπὸ ς ϛϛ^{ων} ἐπλατ
εχώρει τὸ πρόβλημα.

Ὁ τοίνυν ἀπὸ τοῦ α'
Λ τοῦ β^{ου}, τοῦ κγ ϑ^{ων},
ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ου}, τοῦ κ
γ^{ου} τοῦ λξ ϑ^{ων}, ὅς ἐστι
ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ου}, ὅς
ἐστιν ρμδ, γίνεται □^{ος}

AD PRO

ἕκϑ. μ^{ο} ε̄ ∠′,
μβ δ″
ϛϛ ε̄ ∠′
σύνϑ. ϛϛ η̄
μ^{ο} η̄
μερ. η̄ ιβ^{α} ἤτο
ὑπ. κβ ς^{α}

ἀπὸ τοῦ ἡμίσεος τοῦ λοιποῦ, προσλαβὼν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ἤτοι τὸν μετρούμενον ὑπό τε τοῦ μετροῦντος καὶ τοῦ καθ' ὃν μετρεῖται, ποιεῖ τετράγωνον.

Οἷον ὁ $\bar{\varsigma}$ ἀριθμὸς μετρεῖται ὑπὸ τοῦ $\bar{\gamma}$ κατὰ τὸν $\bar{\beta}$, (τοῦτο γάρ ἐστι τὸ καθ' ὃν μετρεῖται), ἢ ἀνάπαλιν ὁ $\bar{\varsigma}$ ἀριθμὸς μετρεῖται ὑπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ κατὰ τὸν $\bar{\gamma}$· ἐὰν οὖν ἀφέλωμεν τὸν ἐλάττονα ἀπὸ τοῦ μείζονος, τουτέστι τὸν $\bar{\beta}$ ἀπὸ τοῦ $\bar{\gamma}$, καταλείπεται μ^{o} $\bar{\alpha}$· καὶ ὁ ἀπὸ τοῦ $\bar{L}'$ τῆς μ^{o}, ὅπερ ἐστὶ τὸ δ^{ov}, (ἡμισάκις γὰρ τὰ τὸ ἥμισυ, τέταρτον), προσλαβὼν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ἤτοι τὸν $\bar{\varsigma}$, ποιεῖ $\square^{ov}$· ὁ γὰρ $\bar{\varsigma}$ δ'' $\square^{os}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\bar{\beta}$ $\bar{L}'$.

Τάσσει δὲ τὸν $\overline{\iota\beta}$, ὅτι τοῦτον πρῶτον ἀπὸ μονάδος εὑρίσκει τρισὶ μετρούμενον ἀριθμοῖς, ἀεὶ ἐπὶ τῶν ἐλαχίστων γυμνάζων ἡμᾶς ἀριθμῶν.

Δεῖ δή, φησίν, τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν τριῶν ἴσον εἶναι Δ^{Y} $\overline{\iota\beta}$. προσλήψει τε γὰρ τοῦ $\overline{\iota\beta}$ γίνονται οἱ $\square^{ou}$, καὶ προσλήψει τῆς ἐκ τῶν τριῶν συνθέσεως· ὥστε τὸ ἐκ τῶν τριῶν σύνθεμα ἴσον εἶναι ὀφείλει ταῖς ιβ Δ^{Y}, καὶ γίνεται ὁ $\varsigma^{o'}$ $\bar{\eta}^{\iota\beta''}$ ἤτοι $\bar{\delta}^{\varsigma''}$· ἠδύνατο δὲ εἰπεῖν ὅτι $\bar{\beta}^{Y''}$, ἀλλ' οὐκ ἠθέλησεν ὅμως, καὶ ἐκεῖ ὁμοίως γίνεται.

Ἐπεὶ τοίνυν ὁ μὲν α^{os} ἐστιν $\overline{\kappa\beta}^{\varsigma''}$, ἀναλυόμενος εἰς $\lambda\varsigma^{\alpha}$, γίνεται $\overline{\rho\lambda\beta}$· ὁ δὲ β^{os}, $\bar{\eta}^{\varsigma''}$, γίνεται $\overline{\mu\eta}$ $\lambda\varsigma^{\omega v}$· ὁ δὲ γ^{ov} ὁ $\bar{\beta}^{\langle\varsigma''\rangle}$, γίνεται $\overline{\iota\beta}$· οἱ δὲ τρεῖς συντεθέντες γίν. $\overline{\rho\iota\beta}$ $\lambda\varsigma^{\omega v}$· καὶ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ α^{ou} $\square^{os}$, ὁ $\overline{\upsilon\pi\delta}$, προσλαβὼν τὸν $\overline{\rho\iota\beta}$, γίνεται $\overline{\chi o\varsigma}$ $\square^{os}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\kappa\varsigma}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ β^{ou}, ὁ $\overline{\xi\delta}$, προσλαβὼν τὸν $\overline{\rho\iota\beta}$, γίνεται $\square^{os}$ ὁ $\overline{\sigma\nu\varsigma}$ ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\varsigma}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ γ^{ou}, ὁ $\bar{\delta}$, προσλαβὼν τὸν $\overline{\rho\iota\beta}$, γίνεται $\square^{os}$ ὁ $\overline{\rho\iota\varsigma}$, ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\delta}$.

---

12 cf. I, 134, 22. 15 I, 136, 4. 16 γίνεται.

AD PROBLEMA XXXV.

ἔκθ.	ϛϛ $\bar{\varsigma}$ ∠′	ϛϛ $\bar{\delta}$	ϛϛ $\bar{\gamma}$ ∠′
	$\bar{\lambda}$ δ″	$\bar{\delta}$	δ″
σύνθ.	ϛϛ ιδ	ι$^{\sigma}$.	Δ$^{\Upsilon}$ ιβ
π$^{\varrho}$. ϛ	μ$^{\circ}$ ιδ	ι$^{\sigma}$.	ϛϛ ιβ
μερ.	ιδ ιβ$^{\alpha}$ ἤτοι	$\bar{\zeta}$ ϛ$^{\alpha}$	ϛ $\bar{\alpha}$
ὑπ.	$\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ ϛ$^{\alpha}$,	$\overline{\kappa\eta}$ ϛ$^{\alpha}$,	$\overline{\kappa\delta}$ ∠′ ϛ$^{\alpha}$.

Τὸ λε^{ον}, ὡς καὶ τὸ λδ^{ον}, δεῖται λήμματος τοιούτου· ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, καὶ συνθῶμεν τὸν μετροῦντα αὐτὸν καὶ τὸν καθ' ὃν μετρεῖ, ὁ ἀπὸ τοῦ ∠′ τοῦ συνθέματος □^{ος}, λείψει τοῦ ἐξ ἀρχῆς □^{ον} ποιεῖ.

Οἷον ὁ $\bar{\varsigma}$ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ κατὰ τὸν $\bar{\gamma}$ ἢ ἀνάπαλιν· ἐὰν οὖν συνθῶμεν τὸν $\bar{\beta}$ καὶ τὸν $\bar{\gamma}$, γίνεται ἐ τούτων τὸ ∠′, $\bar{\beta}$ ∠′· ὁ ἀπὸ τούτου □^{ος} γίνεται $\bar{\varsigma}$ δ″· ἐὰν δὲ ἀπὸ τούτων ἀφέλωμεν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ἤτοι τὸν $\bar{\varsigma}$, μένει δ″, ὅπερ ἐστὶ □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ ∠′ τῆς μ$^{\circ}$.

Καὶ κατὰ τὴν τούτου τοῦ λήμματος μέθοδον τάσσει τοὺς ἀριθμούς, ὡς καὶ ἐν τῷ λδ^{ῳ}.

Ἐπεὶ τοίνυν ὁ μὲν α^{ος} $\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ ϛ^{ων} ἐστι, ἔσται $\overline{\sigma o\gamma}$ λϛ^{ων}, ὁ δὲ β^{ος}, $\overline{\kappa\eta}$ ϛ^{ων} ὤν, ἔσται $\overline{\rho\xi\eta}$ λϛ^{ων}, καὶ ὁ γ^{ος}, $\overline{\kappa\delta}$ ∠′ ὤν, ἔσται ρμζ λϛ^{ων}· ὁμοῦ δὲ συντεθέντες $\overline{\varphi\pi\eta}$, καὶ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ $\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ □^{ος}, ὁ $\overline{\beta o}$ δ″, λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, μένει □^{ος} ὁ $\overline{\alpha\upsilon\pi\beta}$ δ″ ἀπὸ πλ. του $\overline{\lambda\eta}$ ∠′· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\eta}$, ὁ $\overline{\psi\pi\delta}$, λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, γίνεται $\overline{\rho\iota\varsigma}$, □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\delta}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\delta}$ ∠′ □^{ος}, ⟨ὁ $\bar{\chi}$ δ″⟩,

26 ∠′ om.

ὁμοίως λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, *γίνεται* $\overline{\iota\beta}$ δ'', $\square^{\circ\varsigma}$ *ἀπὸ πλ. τοῦ* $\bar{\gamma}$ $\angle'$.

Εἰ δέ τις ἀπαλλαγῆναι τοῦ $\angle'$ *βούλεται, διπλασιασάτω τοὺς τρεῖς, καὶ τὸν μὲν* $\alpha^{\circ\nu}$ *ποιείτω* $\overline{\iota\alpha}$, *τὸν δὲ* $\beta^{\circ\nu}$ $\overline{\nu\varsigma}$, *τὸν δὲ* $\gamma^{\circ\nu}$ $\overline{\mu\vartheta}$, *πάντα μορίων μονάδος* $\iota\beta^{\omega\nu}$, *τουτέστιν ἐχέτω τὸν* $\varsigma^{\circ\nu}$ $\overline{\iota\delta}$ $\iota\beta^{\omega\nu}$, *καὶ ἕξει τὸ πρόβλημα ἐλεύθερον τοῦ* $\angle'$.

AD PROBLEMA XXXV.

ἔκθ.	ss $\bar{\varsigma}$ ∠′	ss $\bar{\delta}$	ss $\bar{\gamma}$ ∠′
	$\bar{\lambda}$ δ″	$\bar{\delta}$	δ″
σύνθ.	ss $\overline{\iota\delta}$	ι^{σ}.	Δ^{Υ} $\overline{\iota\beta}$
πρ. s	μ^{o} $\overline{\iota\delta}$	ι^{σ}.	ss $\overline{\iota\beta}$
μερ.	$\overline{\iota\delta}$ $\iota\beta^{\alpha}$ ἤτοι	$\bar{\zeta}$ ς^{α}	s $\bar{\alpha}$
ὑπ.	$\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ ς^{α},	$\overline{\kappa\eta}$ ς^{α},	$\overline{\kappa\delta}$ ∠′ ς^{α}.

Τὸ λε^{ον}, ὡς καὶ τὸ λδ^{ον}, δεῖται λήμματος τοιούτου· ἐὰν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, καὶ συνθῶμεν τὸν μετροῦντα αὐτὸν καὶ τὸν καθ' ὃν μετρεῖ, ὁ ἀπὸ τοῦ ∠′ τοῦ συνθέματος □^{ος}, λείψει τοῦ ἐξ ἀρχῆς, □^{ον} ποιεῖ.

Οἷον ὁ $\bar{\varsigma}$ μετρεῖται ὑπὸ τοῦ $\bar{\beta}$ κατὰ τὸν $\bar{\gamma}$ ἢ ἀνάπαλιν· ἐὰν οὖν συνθῶμεν τὸν $\bar{\beta}$ καὶ τὸν $\bar{\gamma}$, γίνεται $\bar{\varepsilon}$· τούτων τὸ ∠′, $\bar{\beta}$ ∠′· ὁ ἀπὸ τούτου □^{ος} γίνεται $\bar{\varsigma}$ δ″· ἐὰν δὲ ἀπὸ τούτων ἀφέλωμεν τὸν ἐξ ἀρχῆς, ἤτοι τὸν $\bar{\varsigma}$, μένει δ″, ὅπερ ἐστὶ □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ ∠′ τῆς μ^{o}.

Καὶ κατὰ τὴν τούτου τοῦ λήμματος μέθοδον τάσσει τοὺς ἀριθμούς, ὡς καὶ ἐν τῷ λδ^{ῳ}.

Ἐπεὶ τοίνυν ὁ μὲν α^{ος} $\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ $\varsigma^{ων}$ ἐστι, ἔσται $\overline{\sigma o\gamma}$ λ$\varsigma^{ων}$, ὁ δὲ β^{ος}, $\overline{\kappa\eta}$ $\varsigma^{ων}$ ὤν, ἔσται $\overline{\rho\xi\eta}$ λ$\varsigma^{ων}$, καὶ ὁ γ^{ος}, $\overline{\kappa\delta}$ ∠′ ὤν, ἔσται $\overline{\rho\mu\zeta}$ λ$\varsigma^{ων}$· ὁμοῦ δὲ συντεθέντες $\overline{\varphi\pi\eta}$, καὶ ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ $\overline{\mu\varepsilon}$ ∠′ □^{ος}, ὁ $\overline{\beta o}$ δ″, λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, μένει □^{ος} ὁ $\overline{\alpha\upsilon\pi\beta}$ δ″ ἀπὸ πλ. του $\overline{\lambda\eta}$ ∠′· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\eta}$, ὁ $\overline{\psi\pi\delta}$, λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, γίνεται $\overline{\rho\text{ϟ}\varsigma}$, □^{ος} ἀπὸ πλ. τοῦ $\overline{\iota\delta}$· ὁ δὲ ἀπὸ τοῦ $\overline{\kappa\delta}$ ∠′ □^{ος}, ⟨ὁ $\bar{\chi}$ δ″⟩,

26 ∠′ om.

μοίως λιπὼν τὸν $\overline{\varphi\pi\eta}$, γίνεται $\overline{\iota\beta}$ δ″, $\square^{os}$ ἀπὸ πλ. οῦ $\bar{\gamma}$ ∠′.

Εἰ δέ τις ἀπαλλαγῆναι τοῦ ∠′ βούλεται, διπλασιάτω τοὺς τρεῖς, καὶ τὸν μὲν α^{ov} ποιείτω $\overline{\iota\alpha}$, τὸν δὲ ^{ov} $\overline{\nu\xi}$, τὸν δὲ γ^{ov} $\overline{\mu\vartheta}$, πάντα μορίων μονάδος $\iota\beta^{\omega v}$, ουτέστιν ἐχέτω τὸν ς^{ov} $\overline{\iota\delta}$ $\iota\beta^{\omega v}$, καὶ ἕξει τὸ πρόβλημα λεύθερον τοῦ ∠′.

IN DIOPHANTUM SCHOLIA VETERA.

1. P. 3, 9: *Γνώμη.*

2. P. 3, 12: *Γνώμη.*

3. Ad. def. II: *Εἴτε τὴν δύναμιν ἐφ' ἑαυτὴν πολλα-*
5 *πλασιάσεις, δυναμοδύναμιν ποιήσεις, εἴτε τὴν πλευρὰν*
τῆς δυνάμεως πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αὐτῇ πλευρᾶς
κύβον, δυναμοδύναμιν πάλιν ποιήσεις. ἐννάκις γὰρ
τὰ θ καὶ τρὶς τὰ $\overline{\text{κζ}}$, $\overline{\text{πα}}$. *ὁμοίως καὶ εἴτε τὴν πλευ-*
ρὰν πολυπλασιάσεις μετὰ τῆς δυναμοδυνάμεως, εἴτε
10 *τὴν δύναμιν μετὰ τοῦ κύβου, δυναμόκυβον· τρὶς γὰρ*
$\overline{\text{πα}}$, $\overline{\text{σμγ}}$, *καὶ ἐννάκις τὰ* $\overline{\text{κζ}}$, $\overline{\text{σμγ}}$. *ὡσαύτως καὶ εἴτε*
τὸν κύβον ἐφ' ἑαυτὸν πολυπλασιάσεις, εἴτε τὴν πλευ-
ρὰν ἐπὶ τὸν δυναμόκυβον, κυβόκυβον ποιήσεις· τὰ γὰρ
$\overline{\text{κζ}}$ *ἐφ' ἑαυτὰ πολυπλασιασθέντα καὶ τὰ* $\overline{\gamma}$ *ἐπὶ* $\overline{\text{σμγ}}$, *ψκθ*
15 *γίνονται.*

4. Ad. def. IV: *Νῦν πολυπλασιάζει τὰ εἴδη τῶν ἀριθμῶν.*

5. Ad. def. VII: *Νῦν τὰ μόρια πολυπλασιάζει.*

6. Ad. def. VIII: [*Ἐνταῦθα τὸν μερισμὸν τῶν εἰδῶν*
20 *παραδίδωσι*].

7. Ad. probl. I, IV: *Ἐπιτετάχθω εἶναι τὸν μείζονα ἐν λόγῳ ἡμιολίῳ πρὸς τὸν ἐλάττονα, τὴν δὲ ὑπεροχὴν*

19—20 Sch. 6 non habet A.

εἶναι μ° θ̄. τοῦ ἄρα ἐλάττονος ἀριθμοῦ ἑνὸς ὄντος, ὁ μείζων ἔσται ἑνὸς ἡμίσεος. λοιπὸν θέλω τὸν ἕνα ἥμισυν ὑπερέχειν τοῦ ἑτέρου μ° θ̄, ἀλλ' ὑπεροχὴ αὐτοῦ ἡμίσεος ἀριθμοῦ· ὁ ἄρα ἐλάττων ἀριθμὸς μ° ιη̄, ὁ μείζων κξ̄. εὕρηνται ἄρα δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ καὶ ὑπεροχῇ τῇ δοθείσῃ.

8. Ad probl. I, v (p. 20, 23): Πῶς οἱ δύο συντεθέντες ποιοῦσιν ἀριθμοὺς δύο μ° ϟ; ἐντεῦθεν δῆλον· ἐπεὶ ὁ β°ς ἀριθμῶν ε̄, ὁ δὲ α°ς μ° ϟ λείψει ἀριθμῶν γ̄, ἄφελε ἀπὸ τῶν ε̄ ἀριθμῶν ἀριθμοὺς γ̄, οἱ ἐναπολειφθέντες ἄρα ἀριθμοὶ δύο μ° ϟ.

9. Ad probl. I, v (p. 20, 13): Δεῖ δὴ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν δύο δοθέντων μορίων ἀριθμὸν μεταξὺ πίπτειν τῶν τοιούτων δύο μορίων τοῦ ἐξ ἀρχῆς διαιρουμένου, ἤτοι τὸν λ̄ μεταξὺ τοῦ τρίτου τῶν ρ̄, ὅπερ ἐστὶ λγ̄ γ', καὶ τοῦ πέμπτου τῶν ρ̄, ὅπερ ἐστὶ μ° κ̄, καὶ μήτε ἄνωθεν τῶν λγ̄ γ' μήτε κάτωθεν τῶν κ̄· εἰ γὰρ τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν δύο μορίων θῶμεν εἶναι τοῦ λδ̄, οὐ προβαίνει ἡ δεῖξις· οἱ γὰρ δύο συντεθέντες ποιήσουσιν ἀριθμοὺς β̄ μ° ρβ̄, καὶ τὸ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια χώραν ἐνταῦθα οὐκ ἔχει· μείζους γὰρ αἱ ρβ̄ τῶν ρ̄ μ°. πάλιν εἰ τὸν ιη̄ ὑποθήσομεν εἶναι καὶ τάξομεν τὸ τοῦ β°υ πέμπτον ἀριθμοῦ ἑνός, αὐτὸς ἔσται ἀριθμῶν ε̄· τὸ ἄρα τοῦ α°υ τρίτον ἔσται μ° ιη̄ λείψει ἀριθμοῦ ἑνός. αὐτὸς ἄρα ἔσται μ° νδ̄ λείψει ἀριθμῶν γ̄· οἵτινες συντεθέντες ποιοῦσιν ἀριθμοὺς β̄ μ° νδ̄. καὶ ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια. λοιπὸν ἄρα μ° μς̄ ἴσαι ἀριθμοῖς δυσίν· ἀλλὰ τὸ ε°ν τοῦ β°υ ἀριθμοῦ ἑνός, ἤτοι μ° κγ̄· αὐτὸς ἄρα μ° ριε̄, ὅπερ ἄτοπον. [τὸ

29 sqq. Quae seclusi praebent V etc.; pro quibus haec inepta A: ὑπόκειται γὰρ τὸ τοῦ α°υ ἀριθμοῦ γ°ν καὶ τὸ τοῦ β°υ ε°ν ἐπὶ

γὰρ μέρος τοῦ ὅλου μεῖζον· οὗτος γὰρ ὁ $\overline{\rho\iota\varepsilon}$ ἀνεφάνη εἷς τῶν ἐκ τῶν $\overline{\rho}$ διαιρεθέντων· οὐκοῦν ἄρα οὔτε ἄνωθεν οὔτε κατώθεν τῶν τοιούτων δύο μερῶν τοῦ διαιρεθέντος ἀριθμοῦ δεῖ πίπτειν τὸν ἐκ τῆς συνθέσεως, ἀλλὰ τούτων μεταξύ.]

10. Ad probl. I, VI (p. 22, 7): Δεῖ δὴ τὴν δοθεῖσαν ὑπεροχὴν τῶν μορίων, τουτέστι τοῦ $\delta^{ου}$ πρὸς τὸ $\varsigma^{ον}$, ἥτις ἐδόθη $\mu^{ο}$ $\overline{\kappa}$, εἶναι ἐλάσσονα τοῦ δοθέντος μέρους τοῦ ἐξ ἀρχῆς δοθέντος ἀριθμοῦ τοῦ $\overline{\rho}$, τουτέστιν ἐλάττονα τοῦ $\delta^{ου}$ αὐτοῦ μέρους· ἡ γὰρ ὑπεροχὴ τῶν μορίων τοῦ $\delta^{ου}$ πρὸς τὸ $\varsigma^{ον}$ ἐκείνας ἔχει τὰς μονάδας τὰς $\overline{\kappa}$, αἵτινες ὀφείλουσιν εἶναι ἐλάσσονες τοῦ $\delta^{ου}$ μέρους (τῶν $\overline{\kappa\varepsilon}$ $\mu^{ο}$) τοῦ ἐξ ἀρχῆς ληφθέντος ἀριθμοῦ ἤτοι τῶν $\overline{\rho}$. καὶ ἡ αἰτία δήλη τῷ καὶ μόνον ἐπιστήσαντι τοῦ προτεθέντος τὸν προσδιορισμόν· οὐ γὰρ προβαίνει ἡ δεῖξις, εἴτε πρὸς τὴν ὑπεροχὴν τοῦ μείζονος μέρους τοῦ διαιρεθέντος ἀριθμοῦ ἢ ἴση ἢ μείζων ἐστὶ τοῦ τοιούτου μέρους τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοῦ.

11. Ad probl. I, VII (p. 24, 12): Ἀφῃρήσθω κοινὴ λεῖψις· γίνεται ἀριθμοὶ ἄρα $\overline{\gamma}$ λείψει $\mu^{ο}$ $\overline{\sigma\pi}$ ἴσοι ἀριθμῷ ἑνί.

12. Ad probl. I, VIII (p. 26, 6): Διχῶς γίνεται ἡ ἀφαίρεσις κατά τε μονάδα καὶ ἀριθμόν· καὶ γὰρ πρότερον ἀφαιροῦμεν ἐκ τῶν ἀριθμῶν τῶν γ καὶ $\mu^{ο}$ $\overline{\xi}$, $\mu^{ο}$ $\overline{\xi}$, καὶ ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $\overline{\alpha}$ καὶ $\mu^{ο}$ $\overline{\rho}$, ἀφαιροῦμεν $\mu^{ο}$ $\overline{\xi}$, τουτέστιν ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια· καὶ λοιποὶ ἀριθμοὶ γ ἴσοι ἀριθμῷ $\overline{\alpha}$ καὶ μονάσι $\overline{\mu}$. εἶτα διὰ τὸ μὴ εὑρεῖν ἡμᾶς τὴν ὑπόστασιν τοῦ ἀριθμοῦ, ἀφαιροῦμεν πάλιν ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $\overline{\alpha}$ καὶ $\mu^{ο}$ $\overline{\mu}$, τὸν ἕνα ἀριθ-

τὸ αὐτὸ συντεθέντα ποιεῖν μονάδας $\overline{\lambda}$ καὶ μόνον· καλῶς ἄρα ἔσται τὸ τοῦ $\alpha^{ου}$ $\gamma^{ον}$ $\mu^{ο}$ $\overline{\lambda}$ λεῖψις ἀριθμοῦ ἑνός.

μόν, καὶ ἐκ τοῦ $\bar{\gamma}$ ἀριθμῶν ἕνα ἀριθμόν, καὶ λοιποὶ ἀριθμοὶ $\bar{\beta}$ ἴσοι μ^{o} $\bar{\mu}$.

12. Ad probl. I, VIII (p. 24, 24): *Εἰ γὰρ μὴ ἔστιν ὁ διδόμενος λόγος ἐλάττων τοῦ λόγου ὃν ἔχει ὁ μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα, οὐ προβαίνει ἡ δεῖξις· εἰ γὰρ τοῦ $\bar{\rho}$ πρὸς τὸν $\bar{\kappa}$ λόγον πενταπλάσιον ἔχοντος, ἑξαπλάσιον ἔχειν τοὺς γενομένους προστιθεμένου τοῦ ἀριθμοῦ ἀπαιτήσομεν, τῆς δείξεως προβαινούσης, δεήσει τὰ μείζονα εἶναι τῶν ἐλασσόνων ἑξαπλάσια. ἑξάκις ἄρα τὰ ἐλάττονα ἴσα ἔσται τοῖς μείζοσι· ἑξάκις δὲ τὰ ἐλάσσονα γίνονται ἀριθμοὶ $\bar{\varsigma}$ μ^{o} $\overline{\rho\kappa}$· ταῦτα δὲ οὐκ ἴσα ἀριθμῷ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\rho}$, ἀλλὰ μείζονα, ὥστε ἡ δεῖξις οὐ προβαίνει. ὁμοίως καὶ εἰ πενταπλάσιον λόγον ἔχειν τοὺς γενομένους ἀπαιτήσωμεν· $\bar{\varepsilon}$ ἀριθμοὶ μ^{o} $\bar{\rho}$ ἴσοι ἔσονται ἀριθμῷ $\bar{\alpha}$ μ^{o} $\bar{\rho}$.*

[13. Ad probl. I, IX (p. 26, 11): *Καὶ ἡ αἰτία δι' ἣν ὁ προσδιορισμὸς τῷ μετ' ἐπιστασίας ἀναγινώσκοντι δήλη.*

14. Ad probl. I, IX (p. 26, 27): *Ἐπεὶ ἡ λεῖψις ἀριθμοὶ $\bar{\varsigma}$, ταῖς μὲν $\overline{\rho\kappa}$ μονάσιν οἱ $\bar{\varsigma}$ προστεθέντες ἀριθμοὶ ἀφανίσουσι τὴν λεῖψιν, ταῖς δὲ $\bar{\rho}$ μονάσι λεῖψις ἀριθμοῦ $\bar{\alpha}$ ποιήσουσιν ἀριθμοὺς $\bar{\varepsilon}$ μ^{o} $\bar{\rho}$. καὶ ἀπὸ ὁμοίων ἤτοι μονάδων ὅμοια, ἐναπολειφθήσονται ἀριθμοὶ $\bar{\varepsilon}$ ἴσοι μ^{o} $\bar{\kappa}$.*]

15. Ad probl. I, X: *Δύο δοθέντων ἀριθμῶν ἀνίσων, ὁ μὲν μείζων, ὁ δὲ ἐλάττων ἀριθμὸς ἔχουσι λόγον πρὸς ἀλλήλους πολλαπλάσιον, καθ' ὃ ἐδόθη ὁ $\bar{\rho}$ καὶ ὁ $\bar{\kappa}$ λόγον ἔχοντες $\bar{\varepsilon}$. καὶ αὐτὸς ἀριθμὸς ἐδόθη προστιθέμενος μὲν εἰς τὸν $\bar{\kappa}$, καὶ πάλιν ὁ αὐτὸς ἀφαιρούμενος εἰς τὸν $\bar{\rho}$. εἰ δὲ ὑποτιθέμεθα τὸν $\bar{\rho}$ λεί-*

16—24 Scholia 13, 14 non habet A.

ποντα ἀριθμὸν $\bar{\alpha}$ ἐλάσσονα εἶναι μ^{o} $\bar{\kappa}$ καὶ ἀριθμοῦ $\bar{\iota}$, ὁ διδόμενος λόγος οὐδὲν διαφέρει διδόσθαι εἴτε μείζων ἢ εἴτε ἐλάσσων τοῦ λόγου τοῦ ἐξ ἀρχῆς δοθέντος, τῶν $\bar{\rho}$ καὶ $\bar{\kappa}$ τὸν λόγον ἐχόντων πρὸς ἀλλήλους $\bar{\iota}$, εἴτε $\bar{\delta}$ δοθῇ εἴτε $\bar{\zeta}$. ὁ δὲ τὴν προσθήκην δεχόμενος, ὁ μ^{o} $\bar{\kappa}$ ϛ $\bar{\alpha}$ . . . . . .

[16. Ad probl. I, XVI (p. 38, 14): Τὰ τῶν τριῶν ἀριθμῶν λείποντα τῶν $\overline{\iota\alpha}$ ἴσα ἀριθμῷ ἑνί, ὃς ἥμισύ ἐστιν ὁ $\overline{\mu\varepsilon}$.

17. Ad probl. I, XXIV (p. 58, 4): $\overline{\nu\alpha}$ ἅτινά ἐστι τρὶς ὁ β^{os} ἤγουν ὁ $\overline{\iota\zeta}$· τρὶς γὰρ $\overline{\iota\zeta}$, $\overline{\nu\alpha}$· ὁ δεύτερος ἄρα ἐστὶν ἀριθμοῦ ἑνὸς ἤτοι $\overline{\iota\gamma}$ καὶ μονάδος τρίτου ἤτοι $\bar{\delta}$· τοῦ γὰρ $\overline{\iota\beta}$ τὸ τρίτον $\bar{\delta}$.

18. Ad probl. I, XXV (p. 60, 4): Ὁ δὲ τέταρτος ἀριθμοῦ ἑνὸς μονάδος ἡμιτρισκαιδεκάτου ἔγγιστα.]

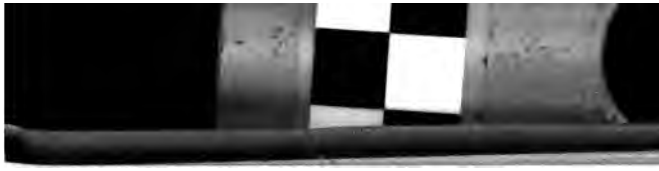
19. Ad probl. I, XXVII (p. 62, 2) πλασματικόν: ἤτοι οὐκ ἐπιτηδεύσει τινὶ γενόμενον, ἀλλ' αὐτῇ τῇ πλάσει συναναφαινόμενον.

20. Ad probl. I, XXVIII (p. 64, 7): Πῶς ποιεῖ Δ^{Y} $\bar{\beta}$ μ^{o} $\bar{\sigma}$; ὁ $\bar{\alpha}$ ἀριθμὸς καὶ αἱ $\bar{\iota}$ μ^{o} πολλαπλασιαζόμεναι ποιοῦσι Δ^{Y} . . . . . .
. . . . . .

Ex codice A (secunda manu).

Ad probl. II, 8: Ἡ ψυχή σου, Διόφαντε, εἴη μετὰ τοῦ Σατανᾶ ἕνεκα τῆς δυσκολίας τῶν τε ἄλλων σου θεωρημάτων καὶ δὴ καὶ τοῦ παρόντος θεωρήματος.

7—15 Scholia 16, 17, 18 primus habet Vaticanus 304. — Pro $\bar{\gamma}$ $\varepsilon^{\omega\nu}$ (I, p. 60, 4) librarius quidam scripsit $\angle'$ ι' $\left(\frac{3}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}\right)$, quae in $\angle'$ $\iota\gamma'$ corrupta, in textum Parisinorum codicum irrepserunt, ineptumque scholium adduxerunt.



INDEX GRAECITATIS

APUD DIOPHANTUM.[1])

ἀγοράζειν, emere: ἠγόρασεν, 384, 16.

ἀγωγή, processus (ad solutionem problematum), 16, 6; 338, 10; τῇ τῆς παρισότητος ἀγωγῇ, 344, 3; ἐὰν τῇ αὐτῇ ἀγωγῇ χρησώμεθα, 440, 5.

ἄδηλος, incognitus: ἄδηλον ὑπόστασιν, 78, 19.

ἀδύνατος, impossibilis: καὶ ἔστιν ἀδύνατον, 250, 15; cf. 424, 14; ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον (spurium), 332, 10; ἰσότης ἀδύνατος, 424, 12.

ἀεί, semper, 8, 14; 202, 13; 474, 12.

αἴρειν: τὸ μόριον αἴρειν, denominatorem tollere: αἴρω, 206, 14; ἤρθη, 248, 6; ἀρθέντος, 324, 8. — αἴρειν τι ἀπό τινος, aliquid ab aliquo subtrahere: αἴρω, 232, 20; 260, 13; 278, 6; 316, 12; 354, 6; 388, 21; αἴρωμεν, 422, 1; ἄρω, 232, 13; 236, 21; 278, 3. 24; 296, 8; ἄρωμεν, 224, 9; 274, 13; 336, 6; 364, 10; 398, 4; ἄραι, 442, 12; ἤρθω, 268, 6; ἀρθῇ, 400, 1; ἀρθείς, 358, 16; 374, 19; 378, 1; 422, 13; ἀρθέν, 356, 14; ἀρθέντα, 376, 22.

ἀκολουθεῖν, sequi: ἀκολουθήσας τῇ προτάσει, 400, 11; ἐὰν ἀκολουθήσωμεν τῇ προδεδειγμένῃ ἀποδείξει, 430, 16.

ἀκούειν, intellegere, 474, 11.

ἄκρος, extremus: τῶν ἄκρων, 46, 11; 236, 6. 9; 244, 20; 310, 9; 312, 12. 13.

ἀλλά, 18, 3 et passim; ἀλλὰ δή, 80, 1; ἀλλὰ μήν, 184, 12; 188, 12; 230, 13; 262, 4; ἀλλὰ καί, 48, 26 et saepius. Vide οὐκ.

ἀλλήλων: πρὸς ἀλλήλους λόγος, 4, 8; 24, 3. 22; 26, 14; 30, 4; 66, 19; 70, 27; 72, 3; 174, 7; 176, 22; 270, 5; ἴσα ἀλλήλοις, 122, 21; ἴσοι ἀλλήλοις, 454, 17; ἀλλήλων ὑπερέχοντας) 202, 16; 246, 8; 452, 2; 470, 6.

ἄλλος: ἄλλοι, 414, 7; ἄλλον, 426, 8; ἄλλην, 470, 4; ἄλλον καὶ ἄλλον δοθέντα ἀριθμόν, 336, 13; 346, 15. Vox ἕτερος multo frequentior est.

---

1) Prioris voluminis huius editionis paginae et lineae indicantur.

ἄλλως, aliter, 446, 16. Alteram solutionem indicat 146, 1; 148, 9; 200, 1; 258, 3; dubium 42, 1; 44, 12.
ἄλογος ἀριθμός (prava lectio), 6, 4.
ἅμα, simul: κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, 446, 6.
ἀμετάθετος, invariabilis: τὸ ἀμετάθετον ἡ μονάς, 6, 6; τῆς μονάδος ἀμεταθέτου οὔσης, 8, 13.
ἀμφότερος: ἀμφοτέροις, 14, 15; ἀμφότεροι (prava lectio), 350, 6. Multo usitatius est συναμφότερος.
ἄν post οἷος, ὁποῖος, ὅς et cum subi. aor. 98, 6; 100, 4; 102, 10; 106, 13; 166, 16; 198, 9; 296, 23. — ἕως ἄν c. subi. 14, 14. — post εἰ ... et c. indic. imperf. 218, 16; 238, 8; λελυμένη ἄν μοι ἦν ἡ ἴσωσις, 226, 17; ἦν ἂν .. λελυμένα, 230, 6; cf. 234, 20; λελυμένον ἂν ἦν τὸ ζητούμενον, 246, 4; 352, 22; 360, 1; 368, 7; 382, 5; λ. ἂν ἦν μοι τ. ζ. 292, 2; ἄν omissum in ead. locut. 252, 18; λέλυτο (sic) ἂν ἡ ἰσότης, 202, 8.
ἀνά: τοῖς δοθεῖσιν ἀνά, unicuique datorum, 348, 1.
ἀναγράφειν, construere (quadratum): ἀναγεγράφθω, 468, 2; ἀναγραφέντι, 454, 2.
ἀναλογία: ἡ γεωμετρική (geometrica proportio), 311, 4. 8 (definitur); 312, 6. — κατὰ τὴν ἀναλογίαν, in ratione (functione lineari), 450, 13. 15.
ἀνάλογον: τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον, tres numeri in proportione geometrica, 234, 14; 236, 5; μέσον ἀνάλογον, medium geometricum, 468, 7.
ἀναλύειν εἰς μόριον, reducere ad denominatorem: ἀναλύω, 268, 10; ἀναλυθείς, 246, 18.
ἀνατρέχειν ἐπὶ τὸ ἐξ ἀρχῆς, ad primitivum problema redire: ἀνατρέχω, 314, 11; ἀνατρέχομεν, 362, 20; 382, 23; εἰς τ. ἐ. ἀ. 358, 7; 374, 1.
ἄνισος, inaequalis: ἀριθμοὶ τρεῖς ἄνισοι, 244, 19; καὶ χωρίον χωρίῳ ἄνισον, 304, 1.
ἀντί c. gen. 158, 24.
ἀντίδοσις: μετὰ τὴν ἀντίδοσιν, post mutuam donationem, 52, 3; 54, 8; 110, 14.
ἀντικείμενος (κατά), oppositus (factor factori), 378, 16.
ἀόριστος, indeterminatus, 6, 4; 276, 11; 280, 15; 284, 13; 438, 1; (solutiones) indeterminatae: ἐν τῷ ἀορίστῳ, 222, 9; 224, 17; 228, 7; 232, 4(?); 234, 20(?); ἐν τῇ ἀορίστῳ, 278, 9. 10; 282, 11; ἐν ἀορίστοις ἀριθμοῖς, 362, 17.
ἀορίστως, 232, 6.
ἀπάγειν, reducere: ἀπάγεται εἰς τὸ (c. inf. aor.) 346, 18; 348, 4; 356, 12; 368, 7; 370, 20; 376, 24; 382, 6; 388, 1; 394, 24; 396, 17; 398, 20; 400, 20; 404, 16; 406, 11; 410, 1; 412, 2; 416, 5; 418, 2; 420, 12; 438, 19; εἰς τὰ ζητούμενα, 374, 14; εἰς τὸ (c. inf. praes.) 418, 11; 440, 6. — ἀπῆκται εἰς τὸ (c. inf. aor.) 124, 24; 126, 21; 146, 6; 176, 16; 220, 16; 340, 5;

424, 21; ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ ζητεῖν, 292, 7; ἀπῆκταί μοι εἰς τὸ (c. inf. aor.) 158, 22; 162, 8; 200, 7; 202, 15; 204, 23; 208, 10; 210, 2; 212, 9; 246, 7; 254, 2; 264, 17; ἀπῆκται εὑρεῖν 174, 5; ἀπῆκταί μοι (c. inf. aor.), 224, 1; 238, 12; 244, 2; 252, 12; 262, 11; 270, 8; 300, 15; 302, 13; 312, 22; 326, 17.

ἅπαξ, semel: ἅπαξ ὁ τρίτος, 40, 19; ὁ ἅπαξ (oppositum τῷ τετράκις), 466, 9.

ἅπας, 258, 6; ἅπαντα, 348, 4; 410, 11; 418, 7. Multo saepius πάντα.

ἀπειραχῶς, infinitis modis, 166, 14; 184, 4; 200, 21; 414, 19. Cf. ἀορίστως.

ἄπειρος: εἰς ἄπειρον, in infinitum, 2, 16; ἄπειροι (ἀριθμοί), infinite (inveniendi numeri), 414, 8. 12. 23; 430, 17.

ἁπλούστερος, simplicior: ἀπὸ ἁπλουστέρων ἐπὶ σκολιώτερα, 16, 4.

ἀπό: initium indicat, ut 2, 6, etc.; inclusive, ut τοὺς ἀπὸ τοῦ πρώτου τρεῖς, 38, 23; 42, 20; 44, 13; 350, 14, etc.; exclusive, ut πρῶτον ἀπὸ τῆς μονόδος, 450, 4; dubie, ἀπὸ μονάδος, 460, 5; 468, 15, etc. — signum subtractionis, 14, 8 et passim; ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, 16, 17, etc. — formationem quadrati notat; ὁ ἀπό (τινος πλευρᾶς) τετράγωνος, 60, 25, etc.; vel sine voce τετράγωνος, ut 66, 4; 72, 8; 76, 17. 20; 82, 5; 118, 20; vel simpliciter τὸν ἀπό, 234, 3. — formationem cubi, ὁ ἀπό (τινος πλευρᾶς) κύβος, 4, 22; 190, 18; 202, 12, etc. — formationem numericam trianguli rectanguli (cf. 185, not. 1); πλάσσω τὸ τρίγωνον ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμῶν δύο, 184, 18; 324, 21 (τάσσω); 392, 6; 394, 14; 398, 10; 402, 1; 410, 5; 412, 15; 440, 14; τετάχθω τὸ ὀρθογώνιον ἀπὸ ἀριθμοῦ τινος ἀορίστου περισσοῦ, 438, 1 (cf. 439, not. 1). — formationes quasdam ἀπὸ τριγώνου ὀρθογωνίου, 236, 1; 366, 12; 370, 10; 374, 13. — originem aliam, 348, 8; 372, 13. — positionem seu valorem, 134, 21; 244, 5; 314, 3; 326, 5 (an legendum ἀνά?).

ἀποδεικνύναι, demonstrare: ἀπεδείχθη, 470, 27.

ἀπόδειξις, demonstratio, 2, 12; 256, 12; 430, 17. — probatio: καὶ ἡ ἀπόδειξις φανερά, 16, 22; 92, 14; 182, 17; 194, 4; 212, 18; 214, 19; 272, 15; 276, 9; 290, 4; 298, 5; 306, 8; καὶ φανερὰ ἡ ἀπόδειξις, 32, 18; 38, 17; 70, 24; 86, 27; 188, 15; 198, 25; καὶ ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις τῇ ἐπάνω, 50, 19.

ἀποδιδόναι, solvere: ἀπέδωκεν, 384, 18.

ἀπολύειν, resolvere: ἐὰν ἀπολύσωμεν τὴν μείζονα ἰσότητα, 418, 19.

ἄπορος, impervius: ἐλεύσομαι εἰς ἄπορον, 176, 14.

ἀποτομή, segmentum in latere trianguli, 432, 6.

ἄρα, igitur, passim conclusionem significat; sine praemissis adhibetur 212, 23.

ἀριθμητικός, numericus: προβλήματα ἀριθμητικά, 4, 10; ἀριθμητικὴ θεωρία, 4, 14; ἀριθμητικὸν μόριον, denominator qui continet numerum incognitum(?), 290, 1.

ἀριθμός, numerus, 2, 3, etc.; peculiariter incognitus nu per analysin quaesitus et cuius symbolus est ς, not 6, 4, etc.; *τάσσειν ἐν ἀριθμοῖς*, ponere in x, 136, 3; 15 160, 20; 208, 3; 326, 22; 398, 11; 408, 15; 410, 14; 42 Interdum *οἱ ἀριθμοί* dicitur pro coefficiente x, ut 402 saepius *τὸ πλῆθος τῶν ἀριθμῶν*.

ἀριθμοστόν, fractio $\frac{1}{x}$: 6, 14; 8, 18; 10, 1; 12, 4, 11. 18; 37 380, 14; 398, 1; 400, 3; *ἀριθμοστὰ κυβικά*, $\frac{1}{x}$ cum coeffi cubico, 192, 16.

ἄρτι, 344, 7.

ἄρτιος, par (numerus), 456, 11. 13; 480, 21.

ἄρχεσθαι, incipere: *ἀρχομένων*, 2, 10; *ἀρχομένοις*, 16, 5; *μενος*, 2, 5.

ἀρχή, initium: *ἐν ἀρχῇ*, 16, 3; *ἐξ ἀρχῆς*, ab initio proble 20, 15; 22, 9; 50, 5; 134, 20; 160, 4; 164, 7; 184, 24; 20 206, 16; 208, 15; 210, 17; 212, 14; 238, 19; 260, 3; 2 266, 1; 268, 13; 296, 18; 304, 15; 314, 11; 326, 21; 35 358, 7; 360, 12; 362, 20; 370, 1; 374, 2; 382, 23; 42 432, 3.

ἄτοπος, absurdus: *ὅπερ ἄτοπον*, 312, 18.

αὔξειν, augere: *αὐξομένων*, 450, 3.

αὐτός, ipse, 2, 21, etc.; *ὁ αὐτός*, idem, 4, 4, etc.

ἀφαιρεῖν, subtrahere (*τι ἀπό τινος*), 14, 13; *ἀφελεῖν*, 1 24, 2; 26, 13; 28, 7; 30, 3; 98, 24; 100, 22; 266, 18; 3 364, 8; 446, 8; *ἀφαιρῶ*, 16, 17; 18, 17; 214, 13; 22 *ἀφαιρεῖ*, 100, 19; *ἀφελοῦμεν*, 474, 13; *ἀφεῖλον* (spurium) 1 *ἀφέλω*, 24, 17; 38, 10. 28; 40, 18; 58, 3; 62, 10; 98, 6; 1 102, 2; 104, 6; 106, 14; 108, 16; 134, 24; 152, 9; 158, 7; 19 212, 23; 222, 1; 228, 11; 232, 15; 238, 22; 280, 5; *ἀφέλ* 112, 6 (sp.); 134, 18; 162, 14 (sp.); 342, 9; 348, 7; 350, 8 *ἀφελών*, 120, 14; 162, 18 (sp.); 234, 3; 260, 8; *ἀφελόντες*, 3 474, 3. 27. — Pass. *ἀφαιρεῖσθαι*, 356, 11; *ἀφῃρήσθω ὁμοίων ὅμοια*, 24, 14; 26, 27; 28, 19; 98, 20; *ἀφῃρήσθ* 98, 8; 202, 4; *ἀφαιρεθῇ*, 26, 22; 28, 15; 30, 9; *ἀφαιρε* 28, 25; *ἀφαιρούμενος*, 26, 21; 28, 13; 100, 5; *ἀφαιρούμ* 28, 1. 23; *ἀφαιρουμένου τοῦ μορίου* (sublato denomina 58, 11; *ἀφαιρουμένου*, 128, 21; 178, 4; *ἀφαιρουμένης*, 17 *ἀφαιρουμένων*, 226, 14; *ἀφαιρεθείς*, 376, 21; 400, 15; *ἀφ θεισῶν*, 164, 1 (sp.); 302, 6.

ἀφαίρεσις, subtractio, 14, 4.

βαδίζειν, gradiri: *βαδίζοντος*, 4, 11.

βάλλειν adhibetur 332, 2 pro reductione ad denominat communem: *βάλλομεν* (*εἰς* an *ἐπί*?).

βάσις, basis (trianguli), 368, 10; 392, 9; 432, 2; 438, 3.

βεβαιοῦν, stabilire: *βεβαιουμένων*, 14, 28.
βιβλίον, liber, 16, 2; 256, 12.
βλέπειν, considerare: *βλέπω*, 286, 1.
βούλεσθαι, velle: *βούλομαι*, 92, 8; *βουλομένοις*, 474, 10.
βραδέως, tarde, 14, 28.

γάρ, 2, 9 et passim. Notandus usus in ecthesi demonstrationum, 452, 7; 454, 10; 456, 6; 460, 13; 470, 1; 474, 12.
γεωμετρικός, v. *ἀναλογία*.
γίνεσθαι, fieri (ex calculo), 36, 17; 38, 13; 40, 4; 52, 3; 54, 7; 56, 18; 58, 20; 108, 13; 110, 20; 120, 22; 132, 13; 140, 14; 166, 10; *γενέσθαι*, 296, 20; 314, 6; *γεγενῆσθαι*, 426, 4; *γεγονέναι*, 450, 10. *γίνεται* et *γίνονται* saepissime, ut 16, 14. 19 etc.; haud raro utraque vox *γί*. scribitur, ita ut non discerni queant. *γενήσεται*, 2, 11; 16, 5; 368, 15 (*ἐπί*); 384, 23; *ἐγίνετο*, 242, 21; *ἐγένετο*, 246, 5; 276, 18; 282, 1. *γέγονε*, 158, 26; 202, 11; 218, 21; 226, 20; 268, 8; 286, 1; 302, 8; 308, 11; 362, 7; 386, 5; 434, 5; *γεγόνασι*, 300, 12; 316, 8; 424, 15. *γίνηται*, 36, 21; *γένηται*, 14, 11; 300, 9; *γένωνται*, 50, 23; 54, 4; 56, 14; 58, 16; 108, 4; 110, 10. *γινόμενος*, 110, 17; *γινομένου*, 22, 9; *γινόμεναι*, 78, 12; *γινομένων*, 20, 14; *γενόμενος*, 170, 16; 226, 21; 238, 13; 244, 3; 264, 18; 274, 10; 296, 12; 302, 14; 308, 12; 412, 3; *γενομένη*, 412, 16; *γενόμενον*, 28, 8; 254, 4; 292, 5; 470, 2; *γενομένου*, 162, 14; 302, 10; 340, 3; 386, 24; 476, 2; *γενομένῳ*, 474, 15; *γενόμενοι*, 322, 7; 324, 12; 348, 21; *γενόμεναι*, 238, 24; 308, 9; *γενόμενα*, 282, 6. 24; 400, 2; *γενομένους*, 24, 22; 30, 4; *γενομένων*, 162, 13; *γεγενημένη*, 174, 4; *γεγενημένης*, 16, 7.
γινώσκειν, cognoscere: *γνῶναι* (sp.), 18, 23; *γινώσκων*, 2, 4; *γινώσκοντι*, 2, 14.
γνώριμος, familiaris, 2, 9.
γραμμή, linea, 6, 21.
γυμνάζειν, exercere: *γεγυμνάσθαι*, 14, 5.
γωνία, angulus: (trianguli rectanguli) 430, 24; (polygonorum numerorum) *τὸ πλῆθος τῶν γωνιῶν*, 450, 13; cf. 468, 16; 472, 24; 474, 15; 476, 9.

δέ passim, sive post *μέν*, sive aliter. Perraro fit elisio, 2, 10; 14, 27; 106, 13; 184, 1; 436, 22.
δεικνύναι, demonstrare aut solutionem indicare, 472, 21; *δεῖξαι*, 466, 20; *ὅπερ ἔδει δεῖξαι*, 454, 4; 458, 6; 460, 3; 474, 9. *δείξομεν*, 14, 23; *ἐδείξαμεν*, 470, 1; *δειχθήσεται*, 256, 13; 412, 5; 466, 5; *ἐδείχθη*, 268, 8; 386, 19; 462, 13. *δεικτέον*, 98, 1; 452, 8; 454, 11; 456, 7.
δεῖν, oportere: saepissime *δεῖ*, ut 16, 24; 20, 13 etc., aut *δεήσει*, ut 14, 13; 26, 3 etc. *ἔδει*, v. *δεικνύναι*. *δέον ἔστω*, 78, 4; 364, 18; 414, 16; 428, 9; *δέον*, 424, 14.

δεκαπλασίων (compend. $\iota^{\pi\lambda.}$), 68, 10; 86, 8. *δεκαπλάσιος*, cf. var. 68, 10. 15.
δέκατον (compend. $\iota^{o\nu}$), 82, 7; 400, 22.
δέλτα, 4, 20.
δεύτερος passim; abbr. $\beta^{o\varsigma}$: *ὁ δεύτερος (ἀριθμός)*, secundus numerus quaeritur, ut 20, 18, etc.; *τὸ ἐν τῷ δευτέρῳ* (sp.) 172, 2.
δέχεσθαι, accipere: *δεξάμενον*, 384, 9.
δή, nempe, 2, 17; 450. 9, etc. — in positionibus sive praescriptis, *ἐπιτετάχθω δή*, 18, 10 et passim, sive ad libitum sumptis, *τετάχθω δή*, 48, 13, etc. *διὰ τὰ αὐτὰ δή*, 40, 20; 44, 5; 456, 22; 458, 16, etc. — in diorismis, *δεῖ δή*, 20, 13; 22, 8; 24, 24; 26, 16; 34, 28; 38, 4. 21; 42, 18; 48, 4; 50, 3; 60, 25; 62, 23; 66, 4.
δηλαδή, scilicet, 56, 9; 302, 4.
δηλονότι, videlicet, 78, 21; 102, 10; 104, 8; 112, 19; 132, 10; 142, 20.
δῆλος, clarus: *τὰ λοιπὰ δῆλα*, 346, 12; 362, 25; 384, 4; 390, 5; 398, 12; 432, 13; 446, 13; 448, 3. V. *ὅτι* et *ὡς*.
δήποτε, vide *οἷος* et *ὅσος*.
διά: cum gen. (auxilio) *διὰ τῶν αὐτῶν*, 60, 3; 70, 25; 76, 11; *διὰ τῶν ὁμοίων*, 58, 8; *διὰ τῆς παρισότητος*, 350, 22; *διὰ τοῦ ἐπιγράμματος*, 384, 14; *διὰ μεθόδων*, 474, 11. — cum acc. (propter) 2, 11; 6, 24; 152, 6, etc.; *διὰ τὰ αὐτά*, 38, 11; 40, 1; et vide *δή*; *διὰ ταῦτα*, 104, 23; *διὰ τοῦτο*, 264, 17; 330, 18.
διαιρεῖν partiri, (*τι εἰς τόδε καὶ τόδε*), 16, 3; 260, 8; *διείλεῦ* saepissime, ut 16, 9. 24 etc.; *διαιροῦμεν*, 344, 20; *διέλω*, 334, 9; *διέλωμεν*, 344, 2; 352, 4. — *διαιρεῖσθαι*, 424, 13; *διαιρεθῆναι*, 296, 9; *διαιρεῖται*, 184, 11; 260, 11; 262, 14; 452, 12; 464, 11; *διῃρηται*, 476, 13; *διῃρήσθω*, 258, 9; 350, 6; 456, 16; *διαιρούμενον*, 138, 12; 334, 21; *διαιρουμένου*, 92, 6; *διαιρουμένῳ*, 106, 2; *διαιρεθείς*, 258, 7; *διαιρεθέντων*, 358, 1; *διῃρημένων*, 20, 11; 102, 23; 186, 13; 188, 9.
διαίρεσις, partitio, 30, 23; 32, 21; 62, 7; 110, 8; *ὅλη ἡ διαίρεσις*, totus numerus partiendus, 34, 9.
διαλύειν, solvere: *διαλύσομεν τὸ ζητούμενον*, 426, 13.
διαστέλλειν, distinguere: *διάστειλον*, 384, 12. 20; *διαστέλλουσαν*, 6, 21.
διαφέρειν, differre: *μονάδι διαφέροντες*, 246, 7.
διαφορά, differentia, 322, 14; 378, 18; 380, 15.
διδαχή, doctrina, 2, 13.
διδασκαλικώτερον, 474, 10.
διδόναι, dare (*τι τῷδε*), h. e. minui aliqua parte quae alteri additur numero, 52, 1; 54, 5; 103, 5; *δίδωσι*, 36, 20; 52, 5; 54, 10; 274, 10; *διδόασι*, 56, 22; 58, 22; *διδῷ*, 50, 22; 110, 12; *δῷ*, 54, 3; 110, 9; *δούς*, 52, 7; 54, 12, etc.; *δόντα*, 52, 8, etc.; *δόντες*, 50, 22, etc.; *δόντας*, 110, 19, etc. — *δίδοσθαι*, dari ex positione problematis aut iam inventum esse ex solutione,

passim, ut 20, 13; 50, 4; *ἐδόθησαν*, 248, 13; *δέδονται*, 16, 14; *δεδόσθωσαν*, 428, 6; *δοθῇ*, 18, 27; *δοθῶσι*, 446, 4; *διδόμενον*, 20, 13; 24, 24, etc.; *διδομένου*, 36, 1; 88, 7; *δοθείς*, 16, 11, etc.; *δοθέν*, 22, 6, etc.; *δοθέντα*, 20, 11. 12, etc.; *δοθεῖσαν*, 94, 16; *δοθέντος*, 22, 7, etc.; *δοθείσης*, 450, 17, etc.; *δοθέντι*, 16, 25, etc.; *δοθείσῃ*, 16, 10; *δοθέντες*, 60, 14; *δοθεῖσαι*, 190, 5; 346, 12; *δοθέντα*, 20, 11; *δοθέντων*, 24, 25, etc.; *δοθεισῶν*, 88, 28; *δοθεῖσι*, 24, 21, etc.; *δοθέντας*, 24, 2, etc.; *δεδομένος*, (var.) 402, 13; 404, 15; *δεδομένον*, 24, 23, etc. saepissime.

διέρχεσθαι: *διελθόντα εἰς τὴν ὑπόστασιν*, transeundo ad valorem, 394, 22.

Διονύσιος: *τιμιώτατέ μοι Διονύσιε*, 2, 4.

διορίζεσθαι, diorismum ponere, 424, 14; 428, 21.

διπλασιάζειν, duplicare: *διπλασιάσαντες*, 474, 13.

διπλασίων (abbr. $\beta^{\pi\lambda}$), 32, 2; 34, 4; 36, 17; 74, 14; 130, 14; 132, 7. 11. 25; 244, 20; 332, 18(?); 388, 3; 438, 20; 440, 7; 456, 9; 458, 16; 460, 11. — *διπλάσιος*, 78, 24; 206, 10.

διπλοισότης, dupla aequatio, 96, 9; 102, 4. — *διπλῆ ἰσότης*, 98, 1; 166, 11; 176, 6; 180, 21; 242, 1; 270, 3; 298, 26. — *διπλῆ ἴσωσις*, 102, 8; 168, 10; 170, 23.

δίς, bis, 30, 23; 40, 17, et passim.

δίχα. bifarium, 62, 6; 346, 21; 430, 24; 452, 14; 458, 11; 462, 17; 478, 10.

διχοτομία, 478, 7.

διχῶς, duobus modis, 184, 12.

δοκεῖν, videri: *δοκεῖ*, 2, 8.

δοκιμάζειν, experiri: *ἐδοκίμασα*, 16, 2; *ἐδοκιμάσθη*, 4, 12; 450, 11.

δραχμή, 384, 17, etc., v. *χοεύς*.

δυάς, binarius, 238, 13; 298, 16; 320, 7; 322, 3; 334, 23; 336, 18; 342, 16; 346, 19; 356, 20; 434, 11; 440, 18; 460, 8; 468, 17; 474, 14; 476, 7.

δύναμις, potentia, 2, 7. — quadratus incogniti numeri (abbr. Δ^Y), 4, 15; 6, 15; 8, 2; 10, 2. 3. 10. 15; 12, 3. 9. 15; 60, 19, etc. passim: *αἱ δυνάμεις* peculiariter idem quadratus coefficiente affectus vel coefficiens ipse.

δυναμοδύναμις, quarta potentia incogniti (abbr. $\Delta^Y\Delta$), 4, 1, 20; 6, 17; 8, 5; 10, 4. 10. 16; 12, 11. 17; 120, 2, etc.

δυναμοδυναμοστόν, $\frac{1}{x^6}$: 6, 17; 8, 21. 22; 12, 1. 8. 15.

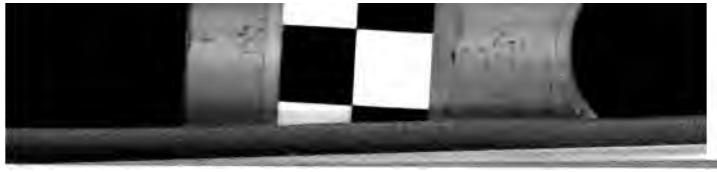
δυναμόκυβος ($\Delta K^Y = x^5$): 4, 3. 23; 6, 18; 8, 6. 8; 10, 5. 6. 11. 17; 12, 5. 18.

δυναμοκυβοστόν, $\frac{1}{x^5}$: 6, 18; 8, 22. 23; 12, 14.

δυναμοστόν, $\frac{1}{x^3}$: 6, 15; 8, 19. 20; 10, 7. 14; 12, 3. 10. 17; 294, 16 (*δυναμοστῶν τριγωνικῶν*). 18 (*δυν. κυβικῶν*); 334, 15; 344, 11; 380, 2. 19.

δύνασθαι, posse: **δύναμαι**, 266, 18; 300, 6; **386, 8**; **δύναται**, 78, 18; 476, 4; **δύνανται**, 84, 16; **δυνησόμεθα, 344, 4**; **δύνηται** (sensu pass.), 238, 4.
δυνατός, possibilis, 238, 4; 328, 4; 414, 19; **444, 23**.
δύο, δυσί, passim ut 4, 20; 14, 24; 16, 9; **24, 21**; **δύο ὡς ἑνός** 56, 13. V. **σύν**.
δυσέλπιστος, 2, 9.
δυσμνημονευτός, 16, 2.
δυσχερέστερος, 2, 8.

ἐάν, cum subi. passim ut 14, 11; 22, 9, etc. **ἐάνπερ**, 474, 26. **ἐάν τε . . . ἐάν τε** (sive . . . sive) **118, 22**; **120, 16**; 128, 13; 166, 17; 180, 8; 182, 4. 20; 252, 4; 258, 4; **268, 19**; 320, 3; 322, 4; 326, 8; 330, 6. — **κἄν**, 24, 8; 26, 1 **22**; **60, 16. 17**; 62, 5; 196, 17; frequentius **καὶ ἐάν**, ut 38, 27; **102, 1**; **134, 24**; 242, 23; 398, 3; 400, 19; 420, 18, etc.
ἑαυτοῦ, 2, 19; 4, 6. 19. 26, et passim. (**αὐτοῦ** adhibitum fuisse non videtur, nisi forsan 110, 8.)
ἑβδομον, 80, 7.
ἐγώ: **μοι** 2, 4; et saepissime post 158, 22 (v. **ἀπάγειν**); **ἡμῖν** rarius, 364, 6; 428, 21.
ἔγγιστα, proxime, 334, 22.
εἰ (cum indic.), 158, 20; 226, 16; 230, 17 (sine verbo); 266, 22; 292, 1; 344, 15; (sensu interrog.) 274, 18; **462, 1. 19**; 464, 8. 19. 26; 466, 5. 12. **εἰ μή**, 386, 8; 444, 23. **εἰ δὲ μή**, 350, 24.
εἶδος, species, 6, 21; 96, 9; terminus aequationis (cf. 8, 14; 14, 12. 26; 94, 17; 100, 13; 114, 2; 204, 19; **292, 1**. — species trianguli, 396, 11; 398, 18; 402, 13; 404, 15; **406, 10**; 408, 11. 24; 412, 1; 416, 1; 424, 1; 428, 20.
εἰκοστόπεμπτον, 90, 20; 92, 12; 94, 7 (var.).
εἰδέναι, scire: **ὡς οἶδας**, 242, 5; **καθὼς ἴσμεν**, 300, 4.
εἶναι, passim ut 4, 14; **ἔστι**, 2, 9; **εἰσί**, 2, 10; **ἦν**, **292, 1**; **ἦσαν**, 226, 16; **ἔσται**, 16, 21; **ἔσονται**, 44, 14; **ἔστω**, **56, 22**; **ἔστωσαν**, 58, 22; **ᾖ**, 18, 11; **ὦσι**, 78, 23; **ὤν**, 18, 13; **οὖσα**, **296, 23**; **οὔσης**, 8, 13; **οὖσαν**, 394, 3; **ὄντα**, 28, 26; **ὄντων**, 14, 27, etc.
εἰρημένος, dictus, 162, 8; 346, 9; 362, 8; 424, 26; **452, 14**.
εἷς, passim ut 2, 9. 12. 16; 176, 14; 276, 8; 296, 18; **370, 1**, etc. post **διελεῖν** (v. **διαιρεῖν**); v. etiam **ἀναλύειν**, **ἀπάγειν**, **μερίζειν**. Notat additionem: **προσθεῖναι εἷς**, 262, 24; reductionem ad communem denominatorem, 248, 5; 280. 12; **284, 11**; 306, 7; 332, 6; 368, 3; 438, 16.
εἷς, unus, passim ut 14, 14; 56, 16, etc.
ἐκ (**ἐξ**), ut 384, 16. 17; v. **ἀρχή**. — generationem numeri indicat ex additione, 2, 15; 154, 3, etc.; subtractione, **202, 11**; **238**; 9; ex multiplicatione, 2, 18; **84, 18**, etc.; ex partitione **62, 7**; aut divisione, 276, 18; 282, 1, etc.; positionem: **τάσσω ἐκ**



κυβικῶν ἀριθμῶν, 248, 20 (forsan legendum ἀπό); peculiariter ὁ ἐκ τριῶν ἀριθμῶν στερεός, 236, 15; 240, 15; 244, 12; 366, 8; 370, 7; 374, 10; 376, 6. 14; 378, 1; 418, 4; 424, 19; 462, 19 (rarius ὑπό in hoc casu).
ἕκαστος, passim ut 4, 9. 12, etc.; pro ἑκάτερος, 16, 19.
ἑκάτερος, passim ut 14, 13; 20, 11, etc.
ἐκεῖνος, 102, 11, etc.
ἐκκεῖσθαι, exponi: ἐκκείσθω, 336, 17; 354, 3; ἐκκείμενοι, 270, 18; ἐκκειμένων, 76, 27; 184, 7; 454, 9; 460, 12; 470, 1.
ἐκτιθέναι, exponere: ἐκτίθεμεν, 128, 17; 130, 16; ἐκτίθεμαι, 196, 12; 214, 9; 242, 2; 272, 11; 316, 9; 318, 8; 366, 12; ἐξεθέμεθα, 330, 15; ἐκτίθου, 138, 7; ἔκθου, 104, 2; ἐκθῶμαι, 198, 9; ἐκθώμεθα, 184, 5; ἐκθέμενος, 6, 22; 198, 11; ἐκθέμενοι, 166, 1. — pass. ἐκτιθεμένων, 472, 7; ἐκτεθέντος, 466, 18; ἐκτεθέντες, 456, 13; 460, 16; ἐκτεθέντων, 456, 5; 460, 3; 472, 4.
ἐλάσσων, minor, passim ut 16, 21 etc. Forma ἐλάττων in codice B interdum occurrit, rarissime in A: 32, 7; 116, 9; 300, 7; 302, 5; 304, 8. 10; 386, 18. 19.
ἐλάττωσις, deminutio, (sp.) 178, 3.
ἐλάχιστος, minimus (quaesitorum numerorum), 46, 28; 50, 9 (50, 7 ἐλάσσων dicitur; item 78, 16, etc.); 78, 18; 112, 16; 184, 6 (numeri πυθμενικοί); 216, 5; 234, 19; 298, 12; 306, 13; 452, 4; 456, 3; 470, 8.
ἐλλείπειν, deficere, 114, 3.
ἔλλειψις (pro λεῖψις), 14, 16.
ἐλλιπής: Ψ ἐλλιπὲς κάτω νεῦον, 12, 21.
ἐμβαδόν, area (trianguli rectanguli), 324, 15; 326, 16; 330, 9; 398, 4. 15; 400, 15; 402, 10; 404, 12; 406, 7; 408, 7. 20; 410, 19; 412, 13; 414, 25; 420, 8; 422, 15; 428, 17; 432, 19; 436, 3. 21; 440, 3. 12. Saepe dicitur ὁ ἐν τῷ ἐμβαδῷ (ἀριθμός).
ἐμβάλλειν: εἰς τέταρτα ἔμβαλε, 306, 7.
ἐμός, 2, 12.
ἐμπίπτειν, incidere: ἐμπίπτῃ, 276, 8; ἐμπέσῃ, 98, 1.
ἐν, passim ut 2, 3, etc.; v. ἀόριστος, ἀριθμός, ὁλόκληρος. — ἐν ἀναλογίᾳ, 310, 4; 312, 7. — ἐν Δ^Y (in x^2), 120, 18; 126, 10; 326, 24; 370, 12 (ἐν δυνάμει codices). — ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ, 78, 23; 152, 1; 454, 6; 456, 2; 460, 5; 468, 15. — ἐν λόγῳ, 16, 25; 18, 9. 26; 68, 5. 21; 70, 12; 72, 7. 21; 74, 9. 24; 76, 13. 16. 19. 22; 88, 22; 106, 8; 292, 14. — ἐν μορίῳ, 60, 6; 286, 8. 22; 370, 17; 418, 20; 420, 20; 424, 4; 438, 14; 442, 2. — ἐν ὑπεροχῇ, 16, 10; 18, 9; 166, 13. — ὁ ἐν τῇ ὑποτεινούσῃ, ἐν τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, ἐν μιᾷ τῶν ὀρθῶν, ἐν τῇ περιμέτρῳ, ἐν τῷ ἐμβαδῷ, etc., 372, 17; 392, 10; 394, 11. 21; 404, 12; 406, 7; 408, 20; 410, 20; 412, 12; 414, 26; 420, 9; 422, 16; 428, 18; 432, 20; 436, 4. 22; 440, 4. 11; 444, 4; 448, 5, etc. (v. ἐμβαδόν).

ἐναλλάξ, vicissim: ποιεῖν τὰ ἐναλλάξ, 194, 18; 198, 3; 204, 7; in proportione geometrica: 238, 6; arithmetica: 478, 18; ἐναλλὰξ πολλαπλασιάζειν, 276, 1.
ἐναλλάσσειν, ordinem invertere: ἐνήλλακται, 152, 6.
ἐνάρχεσθαι: ἐναρχόμενον τῆς πραγματείας, 14, 3.
ἐνδέχεσθαι, fieri posse: ἐὰν ἐνδέχηται, 14, 22.
ἕνεκεν: τοῦ προχείρου ἕνεκεν, 56, 21.
ἑνῇ (ut plurale vocis ἕν?): δύο ἑνῇ οἴνου, ἐκ μὲν τοῦ ἑνός, 384, 16.
ἐνθάδε, hic, 274, 18.
ἐνταῦθα: πάλιν καὶ ἐνταῦθα, 170, 23; 374, 14.
ἐνυπάρχειν, inesse: ἐνυπάρχῃ, 14, 15; ἐνυπάρχοντα, 14, 18.
ἑξαπλασίων (abbr. ς^πλ^), 70, 2. 5; 72, 12. 26; 74, 4; 76, 3. 6. 7; 84, 15. 26; 86, 21; 408, 13; ἑξαπλάσιος, 26, 20. 24.
ἑξάς, 336, 19.
ἐξέρχεσθαι, devenire: ἐξέρχηται, 102, 8.
ἑξῆς, deinceps, 180, 14; 450, 8; 466, 4; 472, 21; ὁ ἑξῆς (cum gen.), numerus qui sequitur, 50, 21; 54, 2; 108, 2; 110, 5; 132, 5. 24; 220, 12; 222, 19; 450, 6; οἱ δὲ ἑξῆς δύο, 154, 2; 156, 9; εἰς τὸ ἑξῆς, 324, 13; κατὰ τὸ ἑξῆς (cum circulari permutatione), 38, 24; 42, 21. 24; 350, 15; (secundum ordinem naturalem), 170, 13; 230, 19; 234, 2; 316, 9. 10; 318, 9; 320, 6.
ἐξισοῦν, exaequare: ἐξισῶ, 272, 7; ἐξισούσθωσαν, 446, 13.
ἐπάνω, supra, 50, 19; 330, 20.
ἐπεί, cum indic., frequentissime, ut 32, 8; 34, 9, etc.
ἐπειδή, 2, 9; 274, 9; 298, 18; 352, 1.
ἐπειδήπερ, 102, 5; 178, 2 (sp.); 180, 11; 182, 6; 396, 20; 442, 13.
ἐπείπερ, 466, 9; 474, 2; 478, 9.
ἐπί, cum gen.: ἐπὶ τοῦ παρόντος, 98, 15; ἐπ' εὐθείας, 468, 1. — cum dat.: 14, 26. — cum accus., multiplicationem denotans; 2, 18. 21, etc. frequentissime: ἐπὶ τὸ αὐτὸ συντεθέντα (additio), 20, 19; alias passim, ut 6, 20. 23; 14, 25; 150, 21; 160, 4; 164, 7; 184, 24; 202, 22; 212, 14; 238, 19, etc. v. ὑπόστασις. — μερίζειν ἐπί (divisio), 474, 28.
ἐπίγραμμα: 384, 14.
ἐπιδέχεσθαι, admittere: ἐπιδεχόμενα, 16, 2.
ἐπιζητεῖν, quaerere insuper: ἐπιζητουμένων, 92, 21; 138, 10; ἐπιζητουμένους, 104, 7.
ἐπιθυμία, 2, 13.
ἐπίπεδος: ὁμοίους ἐπιπέδους (ἀριθμούς), 426, 12. V. notam.
ἐπίσημον, 4, 15. 21. 24; 6, 1.
ἐπισκέπτεσθαι, considerare: ἐπισκέψασθαι, 444, 7.
ἐπίταγμα, condicio problematis: καὶ ἔστι δύο τῶν ἐπιταγμάτων λελυμένα, 138, 11 (cf. 170, 2; 178, 11; 222, 9; 224, 17; 230, 6; 284, 5); καὶ ποιοῦσι τὸ ἐπίταγμα, 148, 8; 166, 22; 176, 9; καὶ μένει τὸ ἐπίταγμα, 152, 17; 160, 11 (cf. 174, 19); τὰ λοιπὰ ἐπιτάγματα κατασκευάζειν, 180, 14; (cf. 218, 8; 272, 1; 298, 23;

308, 15); σώζειν τὸ ἐπίταγμα, 232, 8; συμφωνεῖ μοι ἓν ἐπίταγμα, 250, 1.
ἐπιτάττεσθαι, proponi: saepissime ut ἐπετάχθη, 364, 19; ἐπιτετάχθω, 16, 26; ἐπιταχθῇ, 84, 25; ἐπιταττόμενος(?), iussus, 384, 7; ἐπιταττομένων, 38, 4; ἐπιταχθείς, 472, 22; ἐπιταχθέν, 50, 22; ἐπιταχθέντος, 20, 15; ἐπιταχθέντι, 40, 11; ἐπιταχθέντα, 16, 9; ἐπιταχθέντας, 38, 3; ἐπιταχθείσας, 384, 9, etc.
ἐπιτρέχειν, excurrere: ἐπιτρέχῃ, 306, 6.
ἐπίτριτος = $\frac{4}{3}$: 432, 6.
ἐπονομάζειν: ἐπονομασθέντων, 6, 12.
ἑπταπλασίων (abbr. $\zeta^{\pi\lambda}$), 402, 18; 404, 18.
ἐπωνυμία, 4, 13; 6, 23.
ἔρχεσθαι, ire: ἔρχομαι ἐπὶ τὸ (ἐξ ἀρχῆς), 150, 21; 160, 4; 164, 7; 206, 16; 208, 14; 210, 17; 212, 14; 238, 19; 256, 1; 266, 1; 304, 15; 354, 14; 360, 12; ἔρχομαι εἰς τό, 296, 18; 314, 13; ἔρχεται, 428, 20; 436, 7; ἐρχόμεθα εἰς, 370, 1; ἐλεύσομαι, 176, 14; ἐλθὼν ἐπί, 184, 24; 300, 5.
ἕτερος, alter ex duobus, (opponitur εἷς) 36, 5; 124, 22; (opponitur ὃς μέν) 30, 3; (opponitur ἕτερος) 220, 1; (opponitur πρῶτος) 22, 6; 92, 5; 126, 19; 206, 5; — secundus, 224, 12; alius (pro ἄλλος), 6, 6; 14, 6; 76, 26; 92, 17; 138, 14; 154, 2; 156, 2.
ἔτι, passim ut 32, 25; 52, 2, etc.
εὐθεῖα, recta, 468, 1.
εὐκατάληπτος, 2, 10.
εὐόδεντος, 16, 5.
εὕρεσις, solutio, 2, 3.
εὑρετός, 474, 7.
εὑρίσκειν, invenire: frequentissime εὑρεῖν, ut 18, 26 etc.; formas notavi: εὑρίσκω, 262, 18; εὑρίσκομεν, 192, 17. 18; εὑρήσω, 146, 5; εὑρήσεις, 162, 11 (sp.); εὑρήσομεν, 192, 22; εὗρον, 262, 14 (sp.); εὕρομεν, 294, 4; εὕρω, 158, 25; εὑρών, 400, 10; εὑρόντας, 418, 11. — εὑρίσκεσθαι, 386, 18; εὑρεθῆναι, 300, 7; εὑρίσκεται, 346, 10; εὑρεθήσεται, 246, 13; εὑρεθήσονται, 70, 25; ηὑρέθη, 48, 27; εὕρηται, 266, 21; εὑρισκομένων, 60, 25; εὑρεθέντος, 338, 6; εὑρεθέντων, 160, 4; εὑρημένῳ, 268, 14; ηὑρημένοι, 248, 6; εὑρημένων, 324, 23, etc.
εὐχερής (ἴσωσις), tractabilis (aequatio), 158, 21; 160, 1; 300, 1.
εὐχερῶς, 474, 11.
ἔχειν, passim ut infin. 2, 16; ἔχω, 112, 22; ἔχει, 14, 3; ἔχομεν, 66, 9; ἔχουσι, 174, 11; εἶχον, 158, 20; εἶχες, 288, 16; εἶχεν 290, 1; ἕξω, 38, 10; ἕξει, 6, 20; ἕξομεν, 104, 7; 112, 6; ἕξουσι, 206, 2; ἔχῃ, 30, 27; ἔχωμεν, 176, 15; ἔχωσι, 174, 8; ἔχων, 6, 4; ἔχον, 4, 16; ἔχοντες, 14, 26; ἔχοντα, 2, 4; 4, 21; ἐχόντων, 52, 4; ἐχουσῶν, 52, 6; ἔχοντας, 66, 19; etc. V. λόγος.
ἕως, v. ἄν.

ζητεῖν, quaerere, passim ut 232, 6; ζητῆσαι, 126, 22; ζητῶ, 98, 4; ζητοῦμεν, 158, 5; ἐζήτουν, 268, 13; ἐζητοῦμεν, 438, 18; ζητήσω, 146, 4; ζητήσομεν, 418, 8; ζήτει, 96, 10; ζήτησον, 220, 18; ζητῇς, 274, 21; ζητῶμεν, 386, 22; ζητήσῃς, 162, 11; ζητοῦντα, 338, 20; -τες, 376, 22; ζητούμενος, 24, 8; -μένου, 314, 4; -μένῳ, 198, 13; -μενον, 24, 16; -μενοι, 84, 16; -μενα, 374, 14; -μένων, 106, 14; -μένοις, 348, 18; -μένους, 350, 24; ζητητέον, 102, 8. — etc.
ζήτημα, quaestio: ποιοῦσι τοῦτο τὸ ζήτημα, 376, 9.

ἤ, vel, 14, 15; 84, 12; 98, 5; 272, 18. — ἤ ... ἤ, 168, 13; 172, 2. — ἤτοι ... ἤ, 4, 7; 14, 6. 9; 78, 16. 17; 96, 12; 456, 11. — ἤτοι, id est, 90, 21. — ἤ, quam, 48, 8; ἤπερ, 302, 24; 340, 14. V. λόγος.
ἥμισυς (abbr. ∠′), passim ut 38, 4; 42, 6; gen. ἡμίσεος, 134, 19.
ἡμίσευμα, dimidium, 304, 8.

θέλειν, velle, passim ut θέλω, 18, 14 etc., saepissime; θέλει, 232, 7; θέλομεν, 192, 19 etc., saepe; θέλῃς, 284, 10; 306, 6; 324, 11; 422, 8; θελήσωμεν, 192, 22.
θεμέλιον, fundamentum, 2, 6.
θεωρία, 4, 14.

ἴδιος, proprius, 4, 9; 260, 1.
ἰδίωμα, proprietas, 6, 3.
ἵνα, ut, passim: cum subi. 18, 11, etc.
ἰσάζειν, aequare: ἰσάζομεν, 440, 8; ἰσάσωμεν, 436, 16. (Frequentius ἰσοῦν.)
ἰσογώνιος, eundem numerum angulorum habens, 470, 22.
ἴσος, aequalis, frequentissime ut 14, 14, etc.; abbreviatio ἴσ. varie legenda, secundum casus, ut 102, 15; 112, 21; 126, 11; 128, 9, etc.
ἰσότης, aequatio: λέλυτο ἂν ἡ ἰσότης, 202, 8; ἡ μείζων ἰσότης, maior forma quadrato aequanda, 272, 7; 418, 19; ἡ ἰσότης ἀδύνατός ἐστι, 424, 12. Vide διπλοισότης.
ἰσοῦν, aequare: ἰσῶσαι, 148, 5; 150, 2; 242, 21; 252, 17; 266, 1; 322, 12; 332, 1; 356, 6; 358, 20; 362, 3; 368, 1; 370, 14; 432, 11; 444, 19; 446, 22; 448, 11; ἰσώσω, 220, 6; 248, 2; ἰσώσωμεν, 304, 5; 370, 4; 394, 5. — ἰσοῦται (ἡ διπλοισότης), 96, 9.
ἱστάναι: ἑστώσης ἀεί, 8, 13.
ἰσχύειν, aequivalere: ἰσχύουσι, 422, 9.
ἴσως, fortasse, 2, 8.
ἴσωσις, aequatio: λελυμένη ἂν ἦν μοι ἡ ἴσωσις, 226, 17; ἔστιν αὐτῶν ὡς οἶδας ἡ ἴσωσις, 242, 5; ἐν ἑκατέρᾳ τῇ ἰσώσει, 242, 20; οὐκ ἔστιν ἡ ἴσωσις ῥητή, 264, 13; ἴσωσιν ἰσοῦν, 304, 5.

κάθετος (ἡ), trianguli rectanguli latus basi oppositum, 368, 9; 372, 4; 392, 8; 432, 2; 438, 3.

καθιστάναι: καθέστηκε (constitutum est), 2, 16; καθεστήκασι, 450, 10.
καθώς, secundum quod, 300, 4; 364, 19.
καί passim: peculiariter in continuenda analysi (etiam), ut 44, 25, etc.; additionem indicat, scilicet ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος = primus plus secundo, 40, 15; in aequationibus interdum scribitur eodem sensu, ut 18, 16, plerumque subauditur; notandum τετραπλασίων καὶ μονὰς μία, 124, 7; διπλασίων καὶ μονάδι μείζων, 132, 7. Signif. vel, 78, 18. V. ἀλλά, τέ.
καλεῖν, vocare: καλεῖται, 2, 19; 4, 14; 6, 5. 10; 96, 9; κληθήσεται, 6, 12.
καλῶς, 14, 3.
κἄν, v. ἐάν.
κάππα, 6, 1.
κατά, c. acc.: κατὰ τὸ πλῆθος, 114, 2; cf. 454, 8, etc.; κατὰ τὴν ἀναλογίαν, 450, 13; κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, 244, 1; κατὰ τὸ λῆμμα, 282, 25. c. gen.: 356, 22. V. ἑξῆς, μετρεῖν.
καταλείπειν, relinquere (ut residuum ex subtractione): καταλείπω, 120, 15; καταλείπει, 100, 5; 104, 21; 382, 13; καταλείψει, 470, 14; καταλείπεται, 186, 16; καταλειφθήσεται, 98, 17; καταλειφθῇ, 14, 20; καταλειπόμενος, 178, 5; -μένου, 94, 17; καταλιμπανομένου, 274, 17; καταλειφθέντων, 14, 24.
κατασκευάζειν, construere vel (conditioni) satisfacere (v. ἐπίταγμα), 334, 22; κατασκευάσαι, 180, 15; 320, 14; 346, 6; κατασκευάσωμεν, 230, 15; 314, 4; 338, 17; 356, 16; 402, 22; 416, 20; κατεσκευάσθη, 386, 9.
καταφανής, evidens, 6, 24.
κατόρθωσις, 2, 10.
κάτω, deorsum, 12, 21.
κεῖσθαι, positum esse: κείσθω, 458, 10; 468, 1; 476, 7; κείμενον, 328, 14; κειμένους, 330, 14
κοινῇ, simul (sp.), 22, 2. 24; utrimque, 264, 11.
κοινός, communis utrimque: κοινὴ προσκείσθω ἡ λεῖψις, 24, 13; 26, 27; 28, 19; 30, 15; 42, 11; 90, 17; 98, 20; 444, 20; κοινὸς προσκείσθω, 478, 15; κοιναὶ προσκείσθωσαν, 304, 3; 386, 12; κοινοῦ προστεθέντος τοῦ τρίτου, 40, 16; κοινῶν προστιθεμένων 226, 13; κ. ἀφαιρεθεισῶν, 302, 6; κοινὸν μόριον, 248, 6; 288, 13; 332, 9.
κοτύλη, hemina, congii duodecima pars: 390, 4.
κτᾶσθαι, acquirere: κτησάμενος, 4, 13; 6, 3; κτησάμενον, 384, 11.
κυβικός: μονάδες κυβικαί, 226, 6; 442, 9; ἀριθμοὶ κυβικοί, 248, 20; 250, 12; ἀριθμοστὰ κυβικά, 192, 16; δυναμοστὰ κυβικά, 294, 18; κύβοι κυβικοί, 204, 8; κυβικὴ πλευρά, 192, 19; 204, 15, κυβικὸν μόριον, 442, 7.
κυβόκυβος (abbr. $K^Y K = x^6$): 4, 6; 6, 1. 19; 8, 6. 9. 10; 10, 6. 12. 18; 12, 6. 12; 226, 28; 360, 22; 370, 15; 442, 16

sumere, passim ut 56, 16; *λαμβά*
λαμβάνομεν, 330, 9; *λαμβάνῃ*, 1
56, 13; *λάβωμεν*, 134, 17; *λαμβ*
λαβόντα, 36, 16; *λαβόντες*, 50, 2
βάνεται, 450, 19; *εἰλήφθωσαν*, 9
νόμενοι, 38, 2; *-μενα*, 450, 19; 7
λέγειν, dicere: *λέγω*, 44, 18; 460, 1
λέγε, 384, 13; *λέγεται*, 472, 2; *λ*
λείπειν, relinquere, h. e. minui ali
120, 16; *λείψωσι*, 242, 23; *λίπῃ*,
***ψας*, 142, 17; *λιπών*, 104, 15 (ha**
utpote ex compendio ⋀ resolut
supersedeo); *λειφθείς*, 138, 5, 6
termini, 14, 5. 7. 8.
***λεῖψις* (abbr. ⋀), negatio numeror**
minus aliquo dicitur *λείψει τινό*
***λῆμμα*, lemma, 280, 14; 282, 26; 284**
412, 10; 418, 16.
λόγος*, ratio (divisionis), 4, 8; *δεδο
23; 28, 9; 30, 4. 24; 32, 22; 34,
***σων* vel *μείζων*, 24, 24; 26, 16**
88, 22; *λόγον ὃν τετράγωνος πρὸς*
210, 2; 212, 11; 270, 6; 382, 9;
nator rationis: *πολλαπλασιάζειν*
***ᾗ ὑπερέχεται ὁ λόγος*, 286, 4. —**
***λοιπόν*, adhuc, passim ut 18, 3. 14,**
***λοιπός*, residuus subtractionis, ut 1**
reliquus, 40, 11 etc. passim.
λύειν*, solvere (v. *ἄν*, *ἐπίταγμα*, *ἰσ
***λύσομεν*, 166, 3; *λύεται*, 4, 10; 14,**

μέγιστος, maximus, 14, 27; 46, 27; 50, 3; 78, 14; 112, 15; 216, 4; 234, 19; 300, 24; 306, 11; 452, 3; 456, 3; 470, 8.
μέθοδος: *ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον* (sp.), 2, 5. — *ἐν μεθόδῳ*, 328, 14; *διὰ μεθόδων*, 474, 11.
μεθυφίσταμαι, transformo, 434, 16.
μείζων, maior, passim ut 16, 13; 18, 1, etc.; interdum pro *μέγιστος*, ut 298, 8. 11, etc. — Saepe abbr.; forma *μείζονες* non certo exstat; *μείζους*, 246, 26.
μέν passim: *μὲν . . . ἄρα*, 54, 22; 108, 11; 112, 1; *μὲν . . . καί*, 132, 6; 134, 20; *μὲν . . . ἀλλά*, 410, 17; alias sine *δέ*, 230, 20; 256, 5; 288, 18.
μένειν, constare: de verificatione solutionum vel conditionum persaepe dicitur *μένει*, ut 20, 7; 22, 1; 62, 10; 64, 3, etc.; item *μένει τὰ τῆς προτάσεως*, ut 122, 24; 134, 11; 136, 9; 164, 16; 168, 17; *μένει τὸ ἐπίταγμα* (v. *ἐπίταγμα*); simpliciter *μένει*, 354, 20; 374, 23; 394, 9; 396, 5; 400, 12; 404, 9; 420, 6; 426, 21; 434, 22; 438, 22; 448, 14. *μενούσης*, 470, 28.
μερίζειν, dividere: *μερίζω* (*τι εἴς τι*), 278, 7; 282, 9; 284, 2; 366, 14?; *μερίσω* (*εἰς*), 246, 12; (*παρά*), 278, 4. 24; 282, 25; *μερίσομεν* (*ἐπί*), 474, 28; *μέρισον* (*παρά*), 328, 23; *μερίσωμεν* (*παρά*), 282, 6; (*εἰς*) 442, 21; *μερίζοντες* (*εἰς*), 268, 3; *μερίζοντα* (*παρά*), 388, 13; *μερίσαντες* (*εἰς*), 474, 18. — *μερίζεσθαι* (*εἰς*), 302, 21; *μερισθῆναι* (*εἰς*), 246, 5; 266, 21; 276, 19; 282, 2; 286, 2; *μερίζεται* (*εἰς*), 266, 24; *μερισθῇ* (*εἰς*), 286, 7; (*παρά*), 416, 6; *μεριζόμενος* (*εἰς*), 246, 9; 266, 22; 302, 15; *-μένου* (*εἰς*), 340, 4; *μερισθέντος* (*εἰς*), 302, 12; *-θείσης* (*εἰς*), 442, 1; *-θέντες* (*εἰς*), 208, 11.
μερισμός, quotiens divisionis, 14, 2; 240, 7.
μέρος, pars aliquota, 20, 12; 22, 6; 46, 27; 58, 15; 82, 7; 84, 2; 108, 3; 110, 9; 300, 14; 312, 22; 334, 2; 480, 10; *μέρος ἢ μέρη*, (fractio qualiscunque) 272, 18; pars quaedam, 166, 2; 288, 3; membrum aequationis, 14, 12; 98, 16; 100, 13.
μέσος, medius (numerus inter maximum et minimum), 46, 10. 27; 78, 16; 112, 15; 216, 4; 234, 16; 246, 13; 298, 8; 306, 12; 348, 19; 452, 3; 470, 10; (inter extremos), 108, 19; 112, 9; 220, 14; 222, 21; 310, 9; 312, 13.
μετά, cum genit. additionem signif., ut 38, 6; 42, 8, etc. frequentissime. — cum accus. 14, 11; 18, 23; 54, 7; 110, 14.
μεταβαίνειν, transire: *μεταβαίνει* (*εἰς*), 464, 22; *μεταβήσομαι* (*ἐπί*), 6, 24; *μεταβησόμεθα* (*εἰς*) transformabimus, 452, 23; 478, 8.
μεταδιαιρεῖν, alteram partitionem efficere: *μεταδιελεῖν*, 92, 17; 138, 13; 348, 5; *μεταδιαιροῦμεν*, 348, 9.
μεταξύ: *ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ*, 20, 14; 338, 5; *μεταξὺ τοῦ γκ*, 478, 7.
μετρεῖν (*τι κατά τι*), dividere secundum quotientem aliquem: *μετρεῖ*, 134, 18; 136, 16; 312, 1. 17; *μετροῦσι*, 220, 19; 224, 4;

μήτε, [illegible]
μήν, 52, 7?; vide ἀλλά.
μήπω, 2, 9.
μήτε . . . μήτε, 332, 17; 342, 16.
μιγνύναι, miscere: ἔμιξε, 384, 6; μ
464, 23.
μνημονεύειν. — μνημονευθήσεται,
μονάς (abbr. M̆), unitas, passim
in problematis.
μόνον ἵνα μή, dummodo non, 94
μόριον, pars aliquota, 6, 9; vel i
fractio denominata a potentia
nator fractionis, 56, 8; 58, 11;
280, 12; 288, 14; 306, 2; 324,
424, 10; 438, 16; vide ἐν (μορίᾳ
186, 5. 7; 246, 19; 284, 10; 288,
268, 10; μόριον τετραγωνικόν, 3
442, 7; μόρια pro μόριον, 288,
μυριάς (abbr. M̄): 332, 8 legend
μιᾶς καὶ πρώτων ,ηψμζ καὶ μ

νεύειν, vergere: νεῦον, 12, 21.
νῦν, nunc, 6, 11; 14, 25; 126, 10

ὁ, ἡ, τό, passim: ὅδε, 2, 14; vi
ὄγκος, moles, 14, 28.
ὁδός, via, 4, 11; 14, 25.
ὅθεν, unde, 342, 8; 346, 10; 352,
388, 16. 19; 398, 7; 400, 7; 402.

ὀκτάς, octonarius, 342, 17.
ὁλόκληρος, integer (numerus): ἐὰν ἐν ὁλοκλήροις θέλῃς, 306, 6.
ὅλος, totus: ὅλη ἡ διαίρεσις (summa partium), 34, 9; ὅλος ὁ $\overline{\delta\varepsilon}$, 336, 21; cf. 480, 12. ὁ ὅλος, summa, 344, 10. — integer (numerus), 164, 10.
ὅμοιος, similis: ἀπὸ ὁμοίων ὅμοια, 14, 13; 18, 16; 20, 25; 22, 18; 50, 17; 90, 18; 106, 4; 246, 23; 256, 19; 396, 14; 444, 21; vide ἀφαιρεῖν. — de triangulis rectangulis, 368, 21; 420, 13. — λαβὼν τὰ ἐλάσσονα τῶν ὁμοίων, 410, 13. — V. διὰ et ἐπίπεδος.
ὁμοίως, similiter, 14, 7; 42, 23; 46, 6; 58, 7. 19; 64, 18, etc.; ὁμοίως τοῖς πρὸ τούτου, 402, 6.
ὁμοπληθής, cum eodem coefficiente, 14, 6. 12.
ὁμόπλοος, navigationis socius, 384, 7.
ὁμώνυμος, eadem denominatione: ὁμώνυμα μόρια τοῖς ἀριθμοῖς, 6, 9; 8, 16; cf. 48, 5; (ἀριθμὸς) ὁμώνυμος λόγου τινός, 36, 1.
ὁμωνύμως, 8, 24.
ὅμως, 2, 10.
ὀνομασία, denominatio, 6, 25.
ὀξύς, acutus: τῶν ὀξειῶν γωνιῶν, 430, 23.
ὁποῖος ἄν, quilibet, 166, 16. — ὁποιοσοῦν, 154, 3; 156, 3; 158, 2; 160, 13; 164, 19; 166, 25; 168, 19; 170, 11; 172, 9; 176, 11; 216, 22; 228, 8; 234, 14; 278, 14; 282, 14; 290, 6; 316, 3; 318, 5; 320, 2; 322, 3; 328, 5; 330, 5; 376, 2. 11. 20.
ὁποσοιοῦν, quotlibet, 454, 6; 456, 2; 460, 5; 468, 15.
ὁπότερος, alteruter, 14, 15.
ὅπως, ita ut: cum subiunct. saepissime, ut 18, 27; 20, 11; 22, 6, etc.; interdum cum indic. in cod. mss., ut 60, 23; 62, 20; 66, 2; 114, 11. 24; 116, 16; 118, 6. 20.
ὁρᾶν, videre: ὁρῶ, 350, 24; ἰδών, 96, 10.
ὀργανοῦν (spurium): ὀργανῶσαι τὴν μέθοδον, 2, 5.
ὀρθή: αἱ περὶ τὴν ὀρθήν (sub. γωνίαν), numeri laterum circa rectum angulum (in triangulo rectangulo), 182, 24; 368, 11; 434, 1; 436, 17; 444, 14; cf. 378, 13. ἡ ὀρθή, ipsum latus circa rectum, 392, 5; 394, 12; 402, 10; 404, 12; 406, 8; 408, 7. 21; 410, 21; 412, 12. 16; 414, 26; 420, 9; 422, 17; 428, 19; 436, 21; 440, 3; 442, 13; 446, 17.
ὀρθογώνιον, rectangulum (triangulum): ὀρθογώνιον τρίγωνον, 182, 22; 236, 1; 324, 14. 21; 326, 15; 370, 10; 378, 13; etc. in sexto libro. — abs. ὀρθογώνιον, 374, 13; 402, 22; 416, 20; 422, 6; 430, 19; 434, 16; 438, 1; 440, 9. 14.
ὁρίζειν, determinare: ὡρισμένων, 6, 7.
ὅρος, definitio, 470, 27.
ὅς, ἥ, ὅ; frequentius ὃς μὲν . . . ὃς δέ (pro ὁ μὲν . . . ὁ δέ) ut 2, 18. 21; 60, 12; 86, 22; 92, 7; 94, 14, etc.; semel ὃς μὲν . . . ὁ δέ, 30, 2. — post verba εὑρεῖν, ζητεῖν etc. adhibetur cum

470, 23; 472, 10; 476, 9. ὅσος ὁήποτι
22; 94, 15; 176, 14; 196, 10; 202,
242, 16; 244, 24; 282, 5; 432, 3.
ὅσπερ, 444, 18; ὅπερ, 254, 11; 312, 1
v. δεῖξαι.
ὅστις, 22, 24; 164, 5; 238, 13; 478, 2
ὅταν, quando (cum subiunct.), 274,
328, 20; 412, 20.
ὅτι: προδήλων ὅτι, 450, 9; φανερὸν
ὅτι, 452, 8; 454, 11; 456, 7; δειχθή
460, 14; 466, 23; 468, 14; ἔχομεν ..
οὐ, οὐκ, passim ut 204, 19; 276, 7, e
246, 6. — οὐκέτι, 392, 18.
οὐδέποτε, nunquam, 78, 14.
οὖν expletive, passim ut 2, 8. 17; 4,
peculiariter in positionibus quar
62, 11; 100, 6; 104, 23, etc.
οὗτος, passim ut 2, 19; 4, 12, etc.
οὕτως, sic, 48, 16; 102, 9; 288, 1;
γάρ, 16, 5; 98, 16; οὕτω γάρ, 94, 1
ὀφείλειν, debere: ὀφείλω, 198, 11; ὀφε
396, 17; ὀφείλομεν, 358, 1; ὀφείλου

παῖς, puer, 384, 13.
πάλιν, passim ut 14, 18; 42, 4, etc. -
παντότε, in omni casu, 386, 8; 444,
παρά: cum gen. subtractionem indi
56, 12; 58, 14; 108, 9; 110, 17;
Ἡφικλεῖ, 470, 27. — cum acc. divis

παραλαμβάνειν: *παραλαμβανόντων*, 16, 1.
παραλληλόγραμμον (comp. ⊕), 468, 3. 5, etc.
παρασκευάζειν, construere: *παρασκευάσαι*, 346, 2
παραυξάνειν: *παραυξανομένων*, progredientium, 342, 17.
πάρισος, prope aequalis, 344, 18; 346, 2.
παρισότης, appropinquatio, 344, 3; 350, 22.
παρίστασθαι, stabilire: *παραστήσομεν*, 450, 16.
παρομοίως, ad similitudinem, 6, 9. 13.
παρόν, praesens: *ἐπὶ τοῦ παρόντος*, 98, 15.
πᾶς, omnis, passim ut 2, 14, etc.
πειρᾶσθαι, tentare; *ἐπειράθην*, 2, 5.
πεντάδραχμος, 384, 6.
πεντάγωνος, pentagonus (numerus), 450, 8; 472, 2.
πενταπλασίων (comp. $\varepsilon^{\pi\lambda.}$), 20, 1; 66, 24; 288, 11; 290, 11; 416, 8.
περαίνειν, absolvere: *περάνῃ*, 278, 12.
περί, c. gen. 424, 14; c. acc. 14, 4; vide *ὀρθή*.
περιαιρεῖν, tollere: *περιῃρήσθω τὸ μόριον*, 56, 8.
περιέχεσθαι (*ὑπό τινος καί τινος*), productum esse ex: *περιέχεται*, 102, 5; 184, 14; 438, 8; *περιέχονται*, 434, 2; *περιεχόμενος στερεὸς ἐκ*, numerus productus ex (tribus factoribus), 416, 23; 424, 18; (*ὑπὸ*), 430, 10.
περιλείπειν, relinquere: *περιλειφθέντα* (an *παραλ.*?), 272, 19.
περίμετρος, perimetrus (trianguli rectanguli), 436, 22; 440, 4. 11; 444, 4; vide *ἐν*.
περισσός, impar (numerus), 332, 17; 456, 12; 458, 8.
πίπτειν, cadere: *πεσεῖται μεταξύ*, 478, 7.
πλασματικός, formativus: *ἔστι τοῦτο πλασματικόν*, 62, 2. 25; 66, 6.
πλάσσειν, formare (de constructione numerorum peculiariter dicitur, ut *ἀναγράφειν* de constructione geometrica) quadratum a latere, triangulum rectangulum a numeris generatoribus, latus componere in x, etc.: 230, 19; *πλάσσω*, 90, 14; 98, 13; 100, 11; 102, 16; 106, 19; 112, 22; 114, 19; 116, 12; 118, 1; 228, 12; *πλάσσομεν*, 340, 1; 394, 18; *πλάσσωμεν*, 394, 14; 426, 3; *πλάσσοντας*, 426, 12. — *πλάσσεται*, 398, 9; *πλασθήσεται*, 394, 7; *πεπλάσθω*, 166, 4; 228, 19; *πεπλασμένον*, 392, 6; 414, 8, etc.
πλεῖστος, plurimus, 4, 10; 14, 25. 27.
πλείων, maior, 36, 6; 48, 8; 100, 12.
πλέκεσθαι, texi, 4, 10.
πλεονάζειν, superare quotitate, 114, 4; 174, 2.
πλευρά, radix potentiae, 2, 20 22; 4, 4. 9. 23, etc.; (comp. $\pi^{\lambda.}$), 92, 12; 120, 5. 22, etc.; latus trianguli rectanguli, 378, 13; latus numeri polygoni, 450, 6. 17; 468, 18; 470, 24; 472, 3. 6. 22; 474, 12. 22.
πλῆθος, quantitas unitatum vel coefficientium, 2, 15; 6, 4; 34, 28;

424, 3; ποιήσωμεν, 376, 23;
ποιοῦντα, 384, 10; ποιοῦντες
στάσεις, 252, 8; ποιοῦντα,
ἰσότητα πρὸς ἀποίονον τετρ
ποῦν, [illegible] 276, 18, 282, 1;
πολλαπλασιάζειν [illegible]
192, 11; πολλαπλασιάσοι, 184, 7
πλασιάσωμεν, 286, 5; πολλαπ
σιασθήσονται, 288, 3; πολλαπλ
πολλαπλασιαζόμενον, 48, 7; πο
Formae πολυπλ. leguntur in p
23. 26; 8, 1. 12. 14. 16; mox
apparent in libro de polygonis
πολλαπλασιασμός, multiplicatio,
36, 3; 60, 24; 66, 3; 84, 14, e
πολλαπλασίων, multiplex, 454,
454, 18. 21; 460, 19. 22; 462,
πολύγωνος, polygonus numerus,
πολύς, multus; πολλῷ ἐλάσσων,
πόρισμα: ἔχομεν ἐν τοῖς πορίσμα
ποσαχῶς, quot modis (sp.), 476,
πόσος (plurale, quot), 18, 21 (sp
πρᾶγμα, res, 2, 6. 8.
πραγματεία, tractatus, 14, 3; 16.
πρό, cum gen.: τὸ πρὸ τούτου, 1
402, 6; 420, 12; 436, 5; 440,
374, 15.
προβάλλεσθαι, proponi, 84, 17;
μένον, 150, 21.

ξαμεν, 376, 8; 378, 2; προεδείχθη, 208, 13; 212, 13; 364, 12; 418, 16; προδέδεικται, 138, 14; 146, 11; 152, 3; 238, 25; 256, 11; 324, 18; 326, 19; 376, 17; 408, 14; προδειχθέν, 232, 20; προδεδειγμένη, 430, 17.
πρόδηλος, manifestus, 450, 9.
προδηλοῦν, manifestare: προδεδηλῶσθαι, 6, 24.
προειρημένος, praedictus, 92, 20; 338, 17; 426, 7; 428, 5.
προεκτιθέναι, prius exponere: προεκτεθειμένας, 98, 14.
προθυμία, alacritas, 2, 11.
προκείμενος, propositus, 14, 2; 322, 8; 324, 9; 460, 14.
πρός, cum dat.: 2, 14; 384, 19 (additionem notans). — c. acc.: ὑπεροχή τινος πρός τι, 48, 6; 234, 18; λόγος τινὸς πρός τι, 4, 8; 24, 3. 22, etc. passim; ποιεῖν τὴν ἰσότητα πρός τι, 166, 15.
προσδιορισμός, conditio, limitatio datorum ita ut problema possibile sit, 36, 6; 340, 9.
προσευρίσκειν, insuper invenire: προσευρεῖν, 60, 11; 76, 26, et frequenter alias in problematum propositione: προσευρίσκεται, 320, 6; προσευρισκόμενος, 186, 15.
προσήκειν, convenire: προσῆκε, 16, 4.
πρόσθεσις, -εως, additio, 196, 2.
προσκεῖσθαι, additum esse: πρόσκειται, 478, 10; προσκείσθω, -σθωσαν, v. κοινός.
προσλαμβάνειν, adsumere, augmentum accipere: passim ut προσλαμβάνει, 266, 13; προσλάβῃ, 98, 9; προσλάβωσι, 108, 14; προσλαμβάνοντες, 104, 7; προσλαβών, 58, 1; προσλαβοῦσα. 2, 13; προσλαβόντος, 302, 11; προσλαβόντι, 210, 27; προσλαβόντα, 116, 23; προσλαβόντες, 154, 5; etc.
προστιθέναι, addere, passim ut 264, 6; προσθεῖναι, 14, 16; 24, 21; 28, 7, etc.; προστίθημι, 18, 23; προσθήσομεν, 474, 15; προσέθηκα, 262, 12; πρόσθες, 304, 7; προσθῶ, 50, 11; προσθῇς, 14, 6; προσθῶμεν, 30, 8; προστιθέντες, 344, 8; προσθέντες, 474, 24. — med. προστίθεμαι, 360, 11. — pass. προστίθεται, 344, 15; προστεθήσεται, 344, 16; πρόστεθῇ, 26, 2; προστεθῶσι, 28, 24; προστιθέμενος, 98, 23; -θεμένῳ, 198, 14; -θέμενον, 26, 8 -θεμένων, 18, 20; προστεθείς, 98, 4; -θέντος, 40, 16; -θεῖσαι 194, 10; etc.
πρότασις, propositio (problematis), 14, 22; 400, 11; καὶ ποιοῦσι (vel ποιεῖ) τὰ τῆς προτάσεως, 40, 25; 46, 25; 48, 29; 56, 10; 58, 12; 60, 9. 21; 62, 18; 64, 10; 68, 3. 19; 74, 22; 76, 10; 78, 28; 80, 17; 88, 18; 100, 20; 104, 12; 106, 6. 22; 110, 5; 116, 14; 124, 17; 136, 24; 140, 4; 144, 2. 17; 146, 13; 156, 21; 172, 7; καὶ φανερὰ τὰ τῆς προτάσεως, 52, 19; 96, 3. 21; καὶ μένει τὰ τῆς προτάσεως, v. μένειν.
πρότερον, prius, primo loco, 84, 14; 102. 9; 146, 2; 150, 8; 182, 25; 224, 3; 290, 13; 310, 10; 324, 16; 424, 21; 444, 7; 456, 13.

πρότερος. prior: κατὰ τὴν προτέραν (πρότασιν), 312, 14.
πρόχειρος: τοῦ προχείρου ἕνεκεν, facilitatis gratia, 56, 21.
πρῶτον, primum, adv. 78, 20; 120, 14.
πρῶτος (comp. α″), primus, peculiariter inter plures numeros quaerendos, passim ut 20, 18. 21. 28, etc. — non compositus: πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί (sp.), 332, 10; ὑπό τον πρώτον ἀριθμοῦ, 334, 1. — πρώτην, prava lectio pro μίαν, 426. 10.
πῶς, quomodo: c. subiunct. 14, 5. 8; c. indic. 14, 23; 364, 12; 450, 17. 18; 452, 21; 472. 21.
πώς, aliquo modo, fere, 14, 15.

ῥάδιος, facilis, 158, 27; 162, 10; 166, 14; 268, 11; 310, 11; 338, 13; 366, 5; 368, 21; 372, 11; 422, 10; 440, 18.
ῥητός, rationalis: ἀριθμὸς οὐ ῥητός, 204, 19; 208, 7; 210, 1; 212, 7; ἀρ. ῥητός, 242, 21; 408, 3; 422, 13; 430, 25; ἴσως οὐ ῥητή, haud rationaliter solvenda, 264, 13; οὐ ῥητόν, 270, 5; ὀρθογώνιον ῥητόν, 402, 22.

σαφηνίζειν, explicare: σαφηνισθέντων, 14, 1.
σημαίνειν, significare: σημαινόμενον, 384, 14; -μένου, de cuius formatione agitur, 472, 9.
σημεῖον, signum, 4, 15. 17. 20. 24; 6, 1. 5. 7. 21; 12, 21.
σκέπτεσθαι, considerare: σκέπτομαι, 276, 18; 282, 1; σκεπτόμεθα, 276, 4.
σκολιώτερος, perplexior, 16, 4.
σός, tuus, 2, 11.
σπουδαίως, diligenter, 2, 4.
στερεός, solidus (numerus scilicet ex tribus factoribus compositus), v. ἐκ, 236, 15; 240, 15; 244, 12; 366, 9; 370, 7; 374, 12; 376, 7. 14; 378, 1; 416, 23; 424, 18; 430, 1.
στοιχεῖον, elementum, 4, 13.
στοιχειωδῶς, elementorum vice, 16, 3.
σύ, tu, 2, 4. 14; 4, 11; 6, 22; 14, 23.
συγκεῖσθαι, compositum esse per additionem (ἐκ), 344, 21; σύγκειται, 92, 16; 344, 19; 348, 25; 358, 3; συγκείμενος, -μένου, -μένῳ, -μενον, -μένους, 2, 15; 86, 4; 134, 12; 138, 5; 140, 6. 21; 142, 11; 154, 3; 156, 3; 182, 19; 290, 7; 294, 12; 326, 8; 330, 6; 336, 2; 348, 5; 350, 24; 352, 11; 356, 2; 358, 15; 360, 19; 364, 3. 16; 380, 23; 402, 2; 452, 5; 456, 5; 458, 21; 462, 18; 470, 9.
συμβαίνειν, contingere: συμβαίνει, 4, 9; 122, 13; 126, 6; 132, 12; 134, 3; 184, 13; 234, 6; 362, 1; συμβήσεται, 8, 24; 358, 8.
σύμπας (ὁ), summa tota, 460, 6; 470, 1. 17. 21. 29.
συμπληροῦν, complere: συμπεπληρώσθω τὸ παραλληλόγραμμον, 468, 3.
συμφωνεῖν, congruere: v. ἐπίταγμα.

σύν, cum, passim (c. dat.) additionem significat: 148, 2; 266, 22; cf. 460, 12; 470, 25. — *σύνδυο*, summae binorum, 38, 2; 40, 10; 76, 27; 144, 4; 146, 7. 15; 150, 6; 298, 10; 306, 13; 348, 16; 378, 5; 380, 7; *σύντρεις*, summae ternorum, 38, 19; 350, 12.
συνάγειν, dare ex calculo: *συνάγει*, 94, 8; *συνάγουσι*, 100, 18; 124, 12; *συνάγουσα*, 128, 20. — *συνάγεται*, 58, 8; 60, 6; 64, 25; 102, 6; 166, 18; 168, 15; 176, 7; 180, 22; *συναγόμενος*, 148, 4; 150, 1; 178, 13.
συναθροίζειν, congerere: *συνηθροισμένην*, 14, 26.
συναμφότερος (*ὁ*), summa amborum, 42, 3; 44, 16; 62, 1. 24; 66, 21; 68, 23; 72, 1; 74, 10; 76, 20; 84, 12; 86, 18; 88, 6. 27; 116, 17; 172, 10. 17; 176, 12; 180, 9; 182, 5, etc.; *συναμφότεροι*, 16, 14; 172, 12. 15. 20; 174, 6. 13. 14. 20. 22; 176, 2, etc.
συναποδεικνύναι, simul demonstrare: *συναποδειχθέντος*, 472, 20.
σύνθεμα, summa, 62, 6; 64, 4. 20; 66, 9. 26; 68, 12; 334, 7; 352, 23; 360, 2; 384, 11; 414, 11
σύνθεσις, *-εως*, additio, summa, 4, 7; 14, 3; 34, 26; 60, 23; 62, 20; 64, 12; 66, 20; 68, 6; 82, 4; 96, 14; 104, 10; 128, 19; 142, 21; 200, 7; 204, 21; 208, 8; 288, 12; 296, 4; 324, 23.
σύνθετος, compositus ex multiplicatione, 438, 8.
συνιστάναι, consistere: *συνέστηκε*, 2, 6; *συσταθήσεται τὸ πρόβλημα*, 94, 18; *ἵνα συσταθῇ τὸ τρίγωνον*, 446, 6.
συντιθέναι, addere: passim ut *συνθεῖναι*, 288, 1; *συντεθῇ*, 78, 10; *συντεθῶσι*, 78, 12; *συντιθέμενον*, 440, 21; *συντιθέμενοι*, 38, 20; *συντεθέντες*, 18, 15, etc. freq.; *-τα*, 20, 12; *-τας*, 94, 1; *συντεθεῖσα*, 34, 16; *-σαν*, 34, 15; *-σαι*, 122, 6, etc.
συντομώτερος, brevior, 4, 13.
σύστημα, series, 466, 19.
σχεδόν, fere, 6, 25.
σχολάζειν, inutile esse: *σχολάζει*, 174, 3.
σώζειν, salvum reddere: *ἵνα σώσῃ τὸ ἐπίταγμα*, 232, 9.

τάσσειν, ponere; de incognitis numeris dicitur, ut 198, 12; *τάσσω*, 42, 5; *τάσσομεν*, 354, 17; *τάξομεν*, 420, 15; *ἔταξα*, 20, 20; *τέταχα*, 304, 13; *τάξον*, 422, 8; *τάξω*, 124, 21; *τάξωμεν*, 166, 2; *τάξας*, 434, 16; *τάξαντες*, 350, 22. — *τέτακται*, 148, 2; *τετάχθω*, 16, 13 et *τετάχθωσαν*, 38, 9 etc. frequentissime. Valoris expressioni casus genitivus addictus est: *τετάχθω ὁ ἐλάσσων ἀριθμοῦ ἑνός*. Vide *ἀριθμός*.
ταχύς, celer, 2, 12.
τέ: *τε* . . . *καὶ* frequentissime ut 2, 7. 11; 42, 3; 60, 14, etc. — *τε* . . . *δέ*, 4, 7. — *καὶ* . . . *τε*, 450, 6; 468, 18.
τέμνειν, partiri, interdum ut *τεμεῖν*, 334, 5; *τέμω*, 62, 6; *τέμωμεν*, 462, 17; *τέμνουσα*, 432, 1; *τεμόντες*, 346, 21; *τέμνεται*, 338, 9; *ἐτμήθη*, 432, 6; *τέτμηται*, 480, 7; *τετμήσθω*, 336, 17; *τμηθείσης*, 430, 24; etc.

252, 18; 300, 1; 414, 20, 452, 25; μ
344, 8; *μόρια τετραγωνικά*, 268, 1
τετράγωνον, quadratum (figura), 46
τετράγωνος (*ἀπό*), quadratus nume
60, 12; 62, 1, etc. Compend. □"
τετραπλασίων, quadruplus (comp. δ
176, 21, etc. — *τετραπλάσιος* sen
τετράς, quaternarius, 138, 13; 472,
τηλικοῦτος, talis quoad valorem, 5
τιθέναι, ponere: *θῶμεν*, 352, 1; 45
466, 10. Geometrice potius dicit
τιμή, pretium, 384, 8.
τιμιώτατος, honoratissimus, 2, 4.
τίς, quis: cum indic. 98, 5; 102,
214, 7; 220, 16; 224, 1; 310, 10;
subiunct. 162, 11. — c. inf. 334,
τις, aliquis, passim ut 2, 15; 52, 4
τμῆμα, segmentum, 332, 16; 342, 9
τοίνυν, igitur, 60, 19; 170, 15; 248
292, 12; 312, 12.
τοιοῦτος, talis: abs. 258, 6; 304, 5
14, 24; 322, 8; 384, 15; n. *τοιοῦ*
232, 7; 278, 11; *τοιοῦτος . . . ὥ*
τομή (pro *τμῆμα*), 432, 2.
τόπος, intervallum: vide *μεταξύ*.
τοσοῦτος, tantus: *τοσ. . . . ἵνα*, 19
48, 4; 98, 13; 100, 11; 104, 19;
tot . . . quot vide *ὅσος*.
τουτέστι, hoc est, 38, 28; 40, 18; 4

τριπλασίων, triplus (comp. $\gamma^{\pi\lambda.}$), passim ut 18, 2. 11. 13, etc. — τριπλάσιος raro: 24, 7. 11. 28; 26, 4; 30, 7. 11.
τρίς, ter (multipl.), 24, 11; 26, 4; 30, 11, etc.; tribus modis, 32, 21.
τρισκαίδεκα, tredecim, 16, 7.
τρίτον, tertia pars, 6, 10, etc.
τρίτος, tertius (comp. $\gamma^{o\tilde{\iota}}$), 32, 24, etc.
τρόπος, modus, 96, 10.
τυγχάνειν, exsistere, 78, 18; τυγχανούσης, 168, 11; -νόντων, 2, 17; τυχών, quilibet, arbitrarius, 290, 16; τυχόντος, 202, 14; τυχόντα, 290, 14; τυχόντες, 218, 20; 246, 6; τυχοῦσαι (αἱ), 312, 21; etc.

ὕλη, materia, 14, 27.
ὑπάρχον (εἶδος), terminus positivus, 14, 5.
ὕπαρξις, valor positivus, 2, 16; 12, 19. 20.
ὑπέρ c. gen. (pro), 384, 8; c. acc.? (supra), 242, 22.
ὑπεραίρειν, superare: ὑπεράρῃ, 94, 16.
ὑπερβάλλειν, superare, 98, 14; 114, 2.
ὑπερέχειν, superare (τινός τινι), passim ut 20, 4; ὑπερέχει, 18, 14; ὑπερέχουσι, 202, 9; ὑπερεῖχον, 218, 16; ὑπερεχέτωσαν, 144, 7; ὑπερέχῃ, 18, 11; ὑπερέχωσι, 144, 5; ὑπερέχον, 22, 23; ὑπερέχοντες, 470, 7; ὑπερέχοντας, 202, 16; etc. — ὑπερέχειν τί τινι, 80, 3; 218, 15; 434, 11.
ὑπεροχή, differentia, excessus, 4, 8; 16, 10; 18, 9. 27, etc.
ὑπό, (c. gen.) post verbum pass., 14, 28; 334, 1. — ὁ ὑπό τινος καί τινος, productus multiplicationis duorum numerorum, frequentissime ut 62, 1; 122, 4; 124, 2, etc.; sed absol. potius τὸ ὑπό, 168, 12; 170, 25; 178, 19; 196, 12; 214, 9; 224, 3; 272, 11; ὁ ὑπό semel, 242, 2. — εἶναι ὑπό, productum esse ex, 292, 3. — peculiariter ὑπὸ ἐλαχίστων ἀριθμῶν, sub minimis numeris. — Vide περιέχεσθαι.
ὑπογράφειν, subiungere: ὑπογραφήσεται(?), 338, 10.
ὑποδεικνύναι, infra demonstrare: ὑποδείξομεν, 474, 10; ὑποδείξαντες, 450, 16; ὑποδειχθησομένην, 4, 11.
ὑπόθεσις, hypothesis: οἱ μὲν ἀριθμοὶ δύο τῆς ὑποθέσεώς εἰσιν, 202, 13; διὰ τὴν ὑπόθεσιν, 398, 19; κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, 244, 2.
ὑποκεῖσθαι, supponi: ὑπόκειται, 142, 6; ὑπόκεινται, 454, 16; ὑποκείσθω, 126, 10; 362, 18; 406, 14; 412, 16.
ὑπολείπειν: ὑπολειφθέντα (residuum), 36, 15.
ὑπόστασις, numeri quaesiti valor vel numericus vel expressus in x: 14, 21; 78, 19; 98, 14; 166, 17; 174, 4; 232, 7; 244, 21; 394, 23; ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις, 16, 21; 18, 19; 20, 27, etc. (in clausula 97 problematum).
ὑποτείνουσα, hypotenusa trianguli rectanguli in numeris, 182, 23; 326, 13; 330, 10; 372, 2; 392, 5; 394, 12; 404, 6; 408, 21; 410, 20; 422, 16; 428, 18; 432, 7. 20; 436, 3; 446, 16; 448, 7.

ὑποτιθέναι, ex hypothesi ponere: ὑπεθέμεθα, 432, 25; ὑποτιθέμενον, 34, 28.
ὕστερον, ulterius, 14, 23; 18, 23 (sp.).
ὑφαιρεῖν (pro ἀφαιρεῖν): ὑφελε, 340, 17; ὑφέλῃς, 14, 9.
ὑφίστασθαι, supponere: ὑπέστημεν, 304, 19; ὑποστῆσαι, 2, 7.
Ὑψικλῆς (-κλέους): de numeris polygonis citatur, 470, 27; 472, 20.

φαίνεσθαι, apparere, 450, 15.
φάναι, dicere: ὡς ἔφαμεν, 160, 1; ἐὰν φήσωμεν, 166, 17.
φανερός, manifestus, 2, 16; 14, 2; 78, 15; v. insuper ἀπόδειξις et πρότασις.
φέρειν, 384, 10.
φιλοτεχνεῖν: φιλοτεχνείσθω, 14, 21.
φυσικῶς, naturaliter, 184, 11.
φύσις, natura, 2, 7.

χοεύς (χοέα, χοέων, χοέας), congius (vini pro 5 vel 8 drachmis), 384, 6. 17. 20. 22; 386, 4; 390, 3. 4. Vide κοτύλη.
χρειώδης, utilis, 414, 10.
χρῆσθαι, uti: χρήσασθαι, 422, 8; χρώμεθα, 374, 16.
χρηστός, utilis, 384, 7.
χωρεῖν: χωρήσωμεν ὁδόν, 14, 25.
χωρίον, productum sive rectangulum, 304, 1.

ψυχή, 2, 10.

ὡς, sicut, 16, 4; 138, 14; 160, 1; 242, 4; 294, 4; 330, 13; 352, 4; 364, 6; 376, 7; ut, 98, 15; εὑρεῖν τινα ἀριθμόν ὡς, 238, 12; 244, 2; 270, 9; tanquam, 56, 13; 58, 15; 454, 2. — ὡς . . . οὕτως, 238, 5. 6; 468, 4. 5. — δῆλον ὡς, 98, 9; 102, 12; 104, 21; 128, 19; 136, 1; 336, 8.
ὡσαύτως, similiter, 176, 14.
ὡσεί, ita si, 218, 15; 238, 7.
ὥσπερ, quemadmodum, 6, 9.
ὥστε, ita ut (cum infin.), 18, 21; 20, 13; 50, 4, etc. — ita sensu consecutivo (cum indic.), 46, 3; 66, 29; 88, 15, etc.; (cum imper.), 350, 6; (sine verbo), 346, 12; 358, 21; 368, 20; 382, 18; 476, 11, etc.

CONSPECTUS PROBLEMATUM DIOPHANTI.[1])

Liber I.

1. $x_1 + x_2 = a, \qquad x_1 - x_2 = b.$
2. $x_1 + x_2 = a, \qquad x_1 = m x_2.$
3. $x_1 + x_2 = a, \qquad x_1 = m x_2 + b.$
4. $x_1 - x_2 = a, \qquad x_1 = m x_2.$
5. $x_1 + x_2 = a, \qquad \frac{1}{m} x_1 + \frac{1}{n} x_2 = b.$
6. $x_1 + x_2 = a, \qquad \frac{1}{m} x_1 - \frac{1}{n} x_2 = b.$
7. $x - a = m(x - b).$
8. $x + a = m(x + b).$
9. $a - x = m(b - x).$
10. $x + b = m(a - x).$
11. $x + b = m(x - a).$
12. $x_1 + x_2 = x_1' + x_2' = a, \quad x_1 = m x_2', \quad x_1' = m x_2.$
13. $\begin{cases} x_1 + x_2 = x_1' + x_2' = x_1'' + x_2'' = a. \\ x_1 = m x_2', \quad x_1' = n x_2'', \quad x_1'' = p x_2. \end{cases}$
14. $x_1 x_2 = m(x_1 + x_2).$
15. $x_1 + a = m(x_2 - a), \quad x_2 + b = n(x_1 - b).$
16. $x_1 + x_2 = a, \quad x_2 + x_3 = b, \quad x_3 + x_1 = c.$
17. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = a, \quad x_2 + x_3 + x_4 = b. \\ x_3 + x_4 + x_1 = c, \quad x_4 + x_1 + x_2 = d. \end{cases}$

---

1) Variantes numeri Bacheti intra parentheses numeris huius editionis adiuncti sunt; asterisci problemata notant quae interpolata videntur.

21. $\left\{\begin{matrix}(25.)\\(24)\end{matrix}\right\}$ $x_1 = x_2 + \frac{1}{m}x_3, \quad x_2 =$

22. (25.) $\begin{cases} x_1 - \frac{1}{m}x_1 + \frac{1}{p}x_3 = \\ \qquad\qquad\qquad\qquad = \end{cases}$

23. (26.) $\begin{cases} x_1 - \frac{1}{m}x_1 + \frac{1}{q}x_4 = \\ \quad = x_3 - \frac{1}{p}x_3 + \frac{1}{n} \end{cases}$

24. (27.) $\begin{cases} x_1 + \frac{1}{m}(x_2 + x_3) = x \\ \qquad\qquad\qquad\qquad = x \end{cases}$

25. (28.) $\begin{cases} x_1 + \frac{1}{m}(x_2 + x_3 + x \\ = x_3 + \frac{1}{p}(x_4 + x_1 + \end{cases}$

26. (29.) $ax = \alpha^2,$

27. (30) $x_1 + x_2 = a,$

28 (31.) $x_1 + x_2 = a,$ a

29. (32.) $x_1 + x_2 = a,$ a

30. (33.) $x_1 - x_2 = a,$

31. (34.) $x_1 = mx_2,$ a

32. (35.) $x_1 = mx_2,$ a

37. (40.) $x_1 = mx_2, \quad x_2^2 = n(x_1 + x_2).$

38. (41.) $x_1 = mx_2, \quad x_2^2 = n(x_1 - x_2).$

Coroll. (42.) $x_1 = mx_2, \quad x_1^2 = nx_2.$

„ $x_1 = mx_2, \quad x_1^2 = nx_1.$

„ $x_1 = mx_2, \quad x_1^2 = n(x_1 + x_2).$

„ $x_1 = mx_2, \quad x_1^2 = n(x_1 - x_2).$

39. (43.)
$$\left.\begin{aligned} (a+b)x &= \frac{(a+x)b+(b+x)a}{2}, \\ \text{vel}\quad (a+x)b &= \frac{(a+b)x+(b+x)a}{2}, \\ \text{vel}\quad (b+x)a &= \frac{(a+b)x+(a+x)b}{2} \end{aligned}\right\} \quad a > b.$$

Liber II.

1.* $x_1 + x_2 = \frac{1}{m}(x_1^2 + x_2^2).$

2.* $x_1 - x_2 = \frac{1}{m}(x_1^2 - x_2^2).$

3.* a. $x_1 x_2 = m(x_1 + x_2).$

„ b. $x_1 x_2 = m(x_1 - x_2).$

4.* $x_1^2 + x_2^2 = m(x_1 - x_2).$

5.* $x_1^2 - x_2^2 = m(x_1 + x_2).$

6.* $x_1 - x_2 = a, \quad x_1^2 - x_2^2 = x_1 - x_2 + b.$

7.* $\langle x_1 - x_2 = a, \rangle \quad x_1^2 - x_2^2 = m(x_1 - x_2) + b.$

8. $\left\{\begin{matrix}(8.)\\(9.)\end{matrix}\right\} \quad x_1^2 + x_2^2 = a^2.$

9. (10.) $x_1^2 + x_2^2 = a^2 + b^2.$

10. (11.) $x_1^2 - x_2^2 = a.$

11. (12.) $x + a = \square, \quad x + b = \square.$

12. (13.) $a - x = \square, \quad b - x = \square.$

13. (14.) $x - a = \square, \quad x - b = \square.$

14. (15.) $x_1 + x_2 = a, \quad x_1 + y^2 = \square, \quad x_2 + y^2 = \square.$

15. (16.) $x_1 + x_2 = a, \quad y^2 - x_1 = \square, \quad y^2 - x_2 = \square.$

16. (17.) $x_1 = mx_2, \quad a^2 + x_1 = \square, \quad a^2 + x_2 = \square.$

17.* (18.) $\left\{\begin{aligned} & x_1 - \left(\frac{1}{m_1}x_1 + a_1\right) + \frac{1}{m_3}x_3 + a_3 = \\ & = x_2 - \left(\frac{1}{m_2}x_2 + a_2\right) + \frac{1}{m_1}x_1 + a_1 = \\ & = x_3 - \left(\frac{1}{m_3}x_3 + a_3\right) = \frac{1}{m_2}x_2 + a_2 . \end{aligned}\right.$

18.* (19.) Eadem conditio, et insuper: $x_1 + x_2 + x_3 = b$.

19. (20.) $x_1^2 - x_2^2 = m(x_2^2 - x_3^2)$.

20. (21.) $x_1^2 + x_2 = \square, \qquad x_2^2 + x_1 = \square$.

21. (22.) $x_1^2 - x_2 = \square, \qquad x_2^2 - x_1 = \square$.

22. (23.) $x_1^2 + x_1 + x_2 = \square, \quad x_2^2 + x_1 + x_2 = \square$

23. (24.) $x_1^2 - (x_1 + x_2) = \square, \quad x_2^2 - (x_1 + x_2) = \square$.

24. (25.) $(x_1 + x_2)^2 + x_1 = \square, \quad (x_1 + x_2)^2 + x_2 = \square$.

25. (26.) $(x_1 + x_2)^2 - x_1 = \square, \quad (x_1 + x_2)^2 - x_2 = \square$.

26. (27.) $x_1 x_2 + x_1 = \alpha^2, \quad x_1 x_2 + x_2 = \beta^2, \quad \alpha + \beta = a$.

27. (28.) $x_1 x_2 - x_1 = \alpha^2, \quad x_1 x_2 - x_2 = \beta^2, \quad \alpha + \beta = a$.

28. (29.) $x_1^2 x_2^2 + x_1^2 = \square, \quad x_1^2 x_2^2 + x_2^2 = \square$.

29. (30.) $x_1^2 x_2^2 - x_1^2 = \square, \quad x_1^2 x_2^2 - x_2^2 = \square$.

30. (31.) $x_1 x_2 \pm (x_1 + x_2) = \square$.

31. (32.) $x_1 x_2 \pm (x_1 + x_2) = \square, \quad x_1 + x_2 = \square$.

32. (33.) $x_1^2 + x_2 = \square, \quad x_2^2 + x_3 = \square, \quad x_3^2 + x_1 = \square$.

33. (34.) $x_1^2 - x_2 = \square, \quad x_2^2 - x_3 = \square, \quad x_3^2 - x_1 = \square$.

34. (35.) $\left\{\begin{aligned} & x_1^2 + x_1 + x_2 + x_3 = \square, \; x_2^2 + x_1 + x_2 + x_3 = \square, \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3 = \square. \end{aligned}\right.$

35. (36.) $\left\{\begin{aligned} & x_1^2 - (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \; x_2^2 - (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad x_3^2 - (x_1 + x_2 + x_3) = \square. \end{aligned}\right.$

Liber III.

1.* $\left\{\begin{aligned} & x_1 + x_2 + x_3 - x_1^2 = \square, \quad x_1 + x_2 + x_3 - x_2^2 = \square, \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad x_1 + x_2 + x_3 - x_3^2 = \square. \end{aligned}\right.$

2.* $\left\{\begin{aligned} & (x_1 + x_2 + x_3)^2 + x_1 = \square, \quad (x_1 + x_2 + x_3)^2 + x_2 = \square, \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad (x_1 + x_2 + x_3)^2 + x_3 = \square. \end{aligned}\right.$

3.* $\left\{ \begin{array}{l} (x_1 + x_2 + x_3)^2 - x_1 = \square, \ (x_1 + x_2 + x_3)^2 - x_2 = \square, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (x_1 + x_2 + x_3)^2 - x_3 = \square. \end{array} \right.$

4.* $\left\{ \begin{array}{l} x_1 - (x_1 + x_2 + x_3)^2 = \square, \ x_2 - (x_1 + x_2 + x_3)^2 = \square, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad x_3 - (x_1 + x_2 + x_3)^2 = \square. \end{array} \right.$

5. $\left\{ \begin{array}{l} (5.) \\ (6.) \end{array} \right\} \begin{array}{ll} x_1 + x_2 + x_3 = \square, & x_1 + x_2 - x_3 = \square, \\ x_2 + x_3 - x_1 = \square, & x_3 + x_1 - x_2 = \square. \end{array}$

6. $\left\{ \begin{array}{l} (7). \\ (8.)* \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = \square, \\ x_1 + x_2 = \square, \quad x_2 + x_3 = \square, \quad x_3 + x_1 = \square, \end{array}$

7. (9.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 - x_2 = x_2 - x_3. \\ x_1 + x_2 = \square, \quad x_2 + x_3 = \square, \quad x_3 + x_1 = \square. \end{array} \right.$

8. (10.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + a = \square. \\ x_1 + x_2 + a = \square, \ x_2 + x_3 + a = \square, \ x_3 + x_1 + a = \square. \end{array} \right.$

9. (11.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 - a = \square. \\ x_1 + x_2 - a = \square, \ x_2 + x_3 - a = \square, \ x_3 + x_1 - a = \square. \end{array} \right.$

10. (12.) $x_1 x_2 + a = \square, \quad x_2 x_3 + a = \square, \quad x_3 x_1 + a = \square.$

11. (13.) $x_1 x_2 - a = \square, \quad x_2 x_3 - a = \square, \quad x_3 x_1 - a = \square.$

12 (14.) $x_1 x_2 + x_3 = \square, \quad x_2 x_3 + x_1 = \square, \quad x_3 x_1 + x_2 = \square.$

13. (15.) $x_1 x_2 - x_3 = \square, \quad x_2 x_3 - x_1 = \square, \quad x_3 x_1 - x_2 = \square.$

14. (16.) $x_1 x_2 + x_3^2 = \square, \ x_2 x_3 + x_1^2 = \square, \ x_3 x_1 + x_2^2 = \square.$

15. $\left\{ \begin{array}{l} (17.) \\ (18.) \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 x_2 + x_1 + x_2 = \square, \ x_2 x_3 + x_2 + x_3 = \square, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad x_3 x_1 + x_3 + x_1 = \square. \end{array}$

16. (19.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = \square, \ x_2 x_3 - (x_2 + x_3) = \square, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad x_3 x_1 - (x_3 + x_1) = \square. \end{array} \right.$

17. (20.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 x_2 + x_1 + x_2 = \square, \\ \qquad x_1 x_2 + x_1 = \square, \qquad x_1 x_2 + x_2 = \square. \end{array} \right.$

18. (21.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = \square, \\ \qquad x_1 x_2 - x_1 = \square, \qquad x_1 x_2 - x_2 = \square. \end{array} \right.$

19. (22.) $(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 \pm \left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \right\} = \square.$

20.* (23.) Vide II, 15.
21.* (24.) Vide II, 14.

Liber IV.

1. $x_1^3 + x_2^3 = a, \quad x_1 + x_2 = b.$

2. $x_1^3 - x_2^3 = a, \quad x_1 - x_2 = b.$

3. $x^2 y = \alpha, \quad xy = \alpha^3.$

4. $x^2 + y = \alpha^2, \quad x + y = \alpha.$

5. $x^2 + y = \alpha, \quad x + y = \alpha^2.$

6. $x^3 + y^2 = \alpha^3, \quad z^2 + y^2 = \beta^2.$

7. $\left\{\begin{matrix}(7.)\\(8.)\end{matrix}\right\}$ $x^3 + y^2 = \alpha^2, \quad z^2 + y^2 = \beta^3.$

8. (9.) $x + y^3 = \alpha^3, \quad x + y = \alpha.$

9. (10.) $x + y^3 = \alpha, \quad x + y = \alpha^3.$

10. (11.) $x_1^3 + x_2^3 = x_1 + x_2.$

11. (12.) $x_1^3 - x_2^3 = x_1 - x_2.$
12. (13.) $x_1^3 + x_2 = x_2^3 + x_1.$ } Idem problema.

13. (14.) $\left\{\begin{matrix} x_1 + 1 = \square, \quad x_2 + 1 = \square. \\ x_1 \pm x_2 + 1 = \square. \end{matrix}\right.$

14. (15.) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = (x_1^2 - x_2^2) + (x_2^2 - x_3^2) + (x_1^2 - x_3^2).$

15. (16.) $(x_1 + x_2)x_3 = a, \ (x_2 + x_3)x_1 = b, \ (x_3 + x_1)x_2 = c.$

16. (17.) $\left\{\begin{matrix} x_1 + x_2 + x_3 = \square, \\ x_1^2 + x_2 = \square, \quad x_2^2 + x_3 = \square, \quad x_3^2 + x_1 = \square. \end{matrix}\right.$

17. (18.) $\left\{\begin{matrix} x_1 + x_2 + x_3 = \square, \\ x_1^2 - x_2 = \square, \quad x_2^2 - x_3 = \square, \quad x_3^2 - x_1 = \square. \end{matrix}\right.$

18. (19.) $x_1^3 + x_2 = \alpha^3, \quad x_2^2 + x_1 = \beta^2.$

19. (20.) $x_1 x_2 + 1 = \square, \quad x_2 x_3 + 1 = \square, \quad x_3 x_1 + 1 = \square.$

20. (21.) $\left\{\begin{matrix} x_1 x_2 + 1 = \square, \quad x_2 x_3 + 1 = \square, \quad x_3 x_1 + 1 = \square, \\ x_1 x_4 + 1 = \square, \quad x_2 x_4 + 1 = \square, \quad x_3 x_4 + 1 = \square. \end{matrix}\right.$

21. $\left\{\begin{matrix} x_1 x_3 = x_2^2, \quad x_1 - x_2 = \square, \\ x_2 - x_3 = \square, \quad x_1 - x_3 = \square. \end{matrix}\right.$

22. $x_1 x_2 x_3 + \left\{\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix}\right\} = \square.$

23. (24.) $x_1 x_2 x_3 - \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \square.$

24. (25.) $x_1 + x_2 = a, \qquad x_1 x_2 = \alpha^3 - \alpha.$

25. (26.) $x_1 + x_2 + x_3 = a, \qquad x_1 x_2 x_3 = [2(x_1 - x_3)]^3.$

26. (27.) $x_1 x_2 + x_1 = \alpha^3, \qquad x_1 x_2 + x_2 = \beta^3.$

27. (28.) $x_1 x_2 - x_1 = \alpha^3, \qquad x_1 x_2 - x_2 = \beta^3.$

28. $\left\{\begin{matrix}(29.)\\(30.)\end{matrix}\right\}$ $x_1 x_2 + x_1 + x_2 = \alpha^3, \qquad x_1 x_2 - (x_1 + x_2) = \beta^3.$

29. (31.) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = a.$

30. (32.) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = a.$

31. $\left\{\begin{matrix}(33.)\\(34.)\end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} x_1 + x_2 = 1, \\ (x_1 + a)(x_2 + b) = \square. \end{matrix}$

32. (35.) $x_1 + x_2 + x_3 = a, \qquad x_1 x_2 \pm x_3 = \square.$

33. (36.) $\begin{cases} x_1 + \frac{1}{y} x_2 = m(x_2 - \frac{1}{y} x_2), \\ x_2 + \frac{1}{y} x_1 = n(x_1 - \frac{1}{y} x_1). \end{cases}$

Lemma. (37.) $x_1 x_2 + x_1 + x_2 = a.$

34. (38.) $\begin{cases} x_1 x_2 + x_1 + x_2 = a, & x_2 x_3 + x_2 + x_3 = b, \\ & x_3 x_1 + x_3 + x_1 = c. \end{cases}$

Lemma. (39.) $x_1 x_2 - x_1 - x_2 = a.$

35. (40.) $\begin{cases} x_1 x_2 - x_1 - x_2 = a, & x_2 x_3 - x_2 - x_3 = b, \\ & x_3 x_1 - x_3 - x_1 = c. \end{cases}$

Lemma. (41.) $x_1 x_2 = m(x_1 + x_2).$

36. (42.) $\begin{cases} x_1 x_2 = m(x_1 + x_2), & x_2 x_3 = n(x_2 + x_3), \\ & x_3 x_1 = p(x_3 + x_1). \end{cases}$

37. (43.) $\begin{cases} x_1 x_2 = m(x_1 + x_2 + x_3), \\ x_2 x_3 = n(x_1 + x_2 + x_3), \\ x_3 x_1 = p(x_1 + x_2 + x_3). \end{cases}$

38. (44.) $\begin{cases} (x_1 + x_2 + x_3)x_1 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{2}, \\ (x_1 + x_2 + x_3)x_2 = \beta^2, \\ (x_1 + x_2 + x_3)x_3 = \gamma^2. \end{cases}$

39. (45.) $\begin{cases} x_1 - x_2 = m(x_2 - x_3), \\ x_1 + x_2 = \square, \quad x_2 + x_3 = \square, \quad x_3 + x_1 = \square. \end{cases}$

40. (46.) $\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 = m(x_2 - x_3), \\ x_1 + x_2 = \square, \quad x_2 + x_3 = \square, \quad x_3 + x_1 = \square. \end{cases}$

Liber V.

1. $\begin{cases} x_1 x_3 = x_2^2, \\ x_1 - a = \square, \quad x_2 - a = \square, \quad x_3 - a = \square. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1 x_3 = x_2^2, \\ x_1 + a = \square, \quad x_2 + a = \square, \quad x_3 + a = \square. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1 + a = \square, \quad x_2 + a = \square, \quad x_3 + a = \square, \\ x_1 x_2 + a = \square, \quad x_2 x_3 + a = \square, \quad x_3 x_1 + a = \square. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1 - a = \square, \quad x_2 - a = \square, \quad x_3 - a = \square. \\ x_1 x_2 - a = \square, \quad x_2 x_3 - a = \square, \quad x_3 x_1 - a = \square. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1^2 x_2^2 + x_3^2 = \square, \quad x_2^2 x_3^2 + x_1^2 = \square, \\ x_3^2 x_1^2 + x_2^2 = \square, \\ x_1^2 x_2^2 + x_1^2 + x_2^2 = \square, \quad x_2^2 x_3^2 + x_2^2 + x_3^2 = \square, \\ x_3^2 x_1^2 + x_3^2 + x_1^2 = \square. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1 - 2 = \square, \quad x_2 - 2 = \square, \quad x_3 - 2 = \square. \\ x_1 x_2 - x_1 - x_2 = \square, \quad x_2 x_3 - x_2 - x_3 = \square, \\ x_3 x_1 - x_3 - x_1 = \square, \\ x_1 x_2 - x_3 = \square, \quad x_2 x_3 - x_1 = \square, \quad x_3 x_1 - x_2 = \square. \end{cases}$

Lemma. (7.) $\left\{ x_1 x_2 + x_1^2 + x_2^2 = \square. \right.$

Lemma. (8.) $\begin{cases} r_1^2 = s_1^2 + t_1^2, \quad r_2^2 = s_2^2 + t_2^2, \quad r_3^2 = s_3^2 + t_3^2, \\ s_1 t_1 = s_2 t_2 = s_3 t_3. \end{cases}$

7. (9.) $\begin{cases} x_1^2 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \quad x_2^2 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \\ x_3^2 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square. \end{cases}$

Lemma. (10.) $\left\{ x_1 x_2 = a^2, \quad x_2 x_3 = b^2, \quad x_3 x_1 = c^2. \right.$

8. (11.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 x_2 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \; x_2 x_3 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x_3 x_1 \pm (x_1 + x_2 + x_3) = \square. \end{array} \right.$

9. (12.) $x_1 + x_2 = 1, \quad x_1 + a = \square, \quad x_2 + a = \square.$

10. (13.) $x_1 + x_2 = 1, \quad x_1 + a = \square, \quad x_2 + b = \square.$

11. (14.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + a = \square, \quad x_2 + a = \square, \quad x_3 + a = \square. \end{array} \right.$

12. (15.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + a = \square, \quad x_2 + b = \square, \quad x_3 + c = \square. \end{array} \right.$

13. (16.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = a, \\ x_1 + x_2 = \square, \quad x_2 + x_3 = \square, \quad x_3 + x_1 = \square. \end{array} \right.$

14. (17.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = a, \\ x_1 + x_2 + x_3 = \square, \quad x_2 + x_3 + x_4 = \square, \\ x_3 + x_4 + x_1 = \square, \quad x_4 + x_1 + x_2 = \square. \end{array} \right.$

15. (18.) $\left\{ \begin{array}{l} (x_1 + x_2 + x_3)^3 + x_1 = \alpha^3, \; (x_1 + x_2 + x_3)^3 + x_2 = \beta^3, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (x_1 + x_2 + x_3)^3 + x_3 = \gamma^3. \end{array} \right.$

16. (19.) $\left\{ \begin{array}{l} (x_1 + x_2 + x_3)^3 - x_1 = \alpha^3, \; (x_1 + x_2 + x_3)^3 - x_2 = \beta^3, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (x_1 + x_2 + x_3)^3 - x_3 = \gamma^3. \end{array} \right.$

17. (20.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 - (x_1 + x_2 + x_3)^3 = \alpha^3, \; x_2 - (x_1 + x_2 + x_3)^3 = \beta^3, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad x_3 - (x_1 + x_2 + x_3)^3 = \gamma^3. \end{array} \right.$

18. (21.) $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = \alpha^2, \\ \alpha^6 + x_1 = \square, \quad \alpha^6 + x_2 = \square, \quad \alpha^6 + x_3 = \square. \end{array} \right.$

19. (22.)

a. $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = \alpha^2, \\ \alpha^6 - x_1 = \square, \quad \alpha^6 - x_2 = \square, \quad \alpha^6 - x_3 = \square. \end{array} \right.$

b. $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = \alpha^2, \\ x_1 - \alpha^6 = \square, \quad x_2 - \alpha^6 = \square, \quad x_3 - \alpha^6 = \square. \end{array} \right.$

c. $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = a, \\ a^3 + x_1 = \square, \quad a^3 + x_2 = \square, \quad a^3 + x_3 = \square. \end{array} \right.$

d. $\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = a, \\ a^3 - x_1 = \square, \quad a^3 - x_2 = \square, \quad a^3 - x_3 = \square. \end{array} \right.$

20. (23.) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{m}, \\ x_1 - \frac{1}{m^2} = \square, \quad x_2 - \frac{1}{m^2} = \square, \quad x_3 - \frac{1}{m^2} = \square. \end{cases}$

21. (24.) $\begin{cases} x_1^2 x_2^2 x_3^2 + x_1^2 = \square, \quad x_1^2 x_2^2 x_3^2 + x_2^2 = \square, \\ x_1^2 x_2^2 x_3^2 + x_3^2 = \square. \end{cases}$

22. (25.) $\begin{cases} x_1^2 x_2^2 x_3^2 - x_1^2 = \square, \quad x_1^2 x_2^2 x_3^2 - x_2^2 = \square, \\ x_1^2 x_2^2 x_3^2 - x_3^2 = \square. \end{cases}$

23. (26.) $\begin{cases} x_1^2 - x_1^2 x_2^2 x_3^2 = \square, \quad x_2^2 - x_1^2 x_2^2 x_3^2 = \square, \\ x_3^2 - x_1^2 x_2^2 x_3^2 = \square. \end{cases}$

24. (27.) $x_1^2 x_2^2 + 1 = \square, \; x_2^2 x_3^2 + 1 = \square, \; x_3^2 x_1^2 + 1 = \square.$

25. (28.) $x_1^2 x_2^2 - 1 = \square, \; x_2^2 x_3^2 - 1 = \square, \; x_3^2 x_1^2 - 1 = \square.$

26. (29.) $1 - x_1^2 x_2^2 = \square, \; 1 - x_2^2 x_3^2 = \square, \; 1 - x_3^2 x_1^2 = \square.$

27. (30.) $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + a = \square, \quad x_2^2 + x_3^2 + a = \square, \\ x_3^2 + x_1^2 + a = \square. \end{cases}$

28. (31.) $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 - a = \square, \quad x_2^2 + x_3^2 - a = \square, \\ x_3^2 + x_1^2 - a = \square. \end{cases}$

29. (32.) $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = \square.$

30. (33.) $m x_1 + n x_2 = \alpha^2 = (x_1 + x_2)^2 - a.$

Liber VI.[1])

1. $r - s = \alpha^3, \quad r - t = \beta^3.$

2. $r + s = \alpha^3, \quad r + t = \beta^3.$

3. $\frac{1}{2} st + a = \square.$

4. $\frac{1}{2} st - a = \square.$

5. $a - \frac{1}{2} st = \square.$

6. $\frac{1}{2} st + s = a.$

7. $\frac{1}{2} st - s = a.$

1) In omnibus problematis sexti libri supponitur $r^3 = s^3 + t^3$.

3. $\frac{1}{2}st + s + t = a.$

1. $\frac{1}{2}st - s - t = a.$

1. $\frac{1}{2}st + r + s = a.$

.. $\frac{1}{2}st - r - s = a.$

emma. (12.) $\Big\}$ $s - t = \square, \quad s = \square, \quad \frac{1}{2}st + t = \square.$

emma. (12.) $\Big\}$ $ax^2 + b = \square$ (supp.: $a + b = c^2$).

3. (13.) $\frac{1}{2}st + s = \square, \quad \frac{1}{2}st + t = \square.$

1. (14.) $\frac{1}{2}st - s = \square, \quad \frac{1}{2}st - t = \square.$

1. (15.) $\frac{1}{2}st - r = \square, \quad \frac{1}{2}st - s = \square.$

emma. (16.) $\Big\}$ $ax^2 - b = \square$ (supp.: $ad^2 - b = c^2$).

1. (17.) $\frac{1}{2}st + r = \square, \quad \frac{1}{2}st + s = \square.$

1. (18.) $x_1 + x_2 = t, \quad \frac{x_1}{x_2} = \frac{s}{r}, \quad s^2 + x_1^2 = x_3^2.$

1. (19.) $\frac{1}{2}st + r = \square, \quad r + s + t = \alpha^3.$

1. (20.) $\frac{1}{2}st + r = \alpha^3, \quad r + s + t = \square.$

1. (21.) $\frac{1}{2}st + s = \square, \quad r + s + t = \alpha^3.$

1. (22.) $\frac{1}{2}st + s = \alpha^3, \quad r + s + t = \square.$

.. (23.) $r + s + t = \alpha^2 = \beta^3 - \frac{1}{2}st.$

1. (24.) $r + s + t = \alpha^3 = \beta^2 - \frac{1}{2}st.$

1. (25.) $r^2 = \alpha^2 + \alpha = s(\beta^3 + \beta).$

1. (26.) $r = \alpha^3 + \alpha, \quad s = \beta^3 - \beta, \quad t = \gamma^3.$

UNIV. OF MICHIGAN,

JUN 17 1914